APRENDIENDO EL CONCEPTO DE PRODUCTO VECTORIAL

El presente proyecto de aula, es una propuesta de enseñanza y aprendizaje del concepto de producto vectorial, mediado por la utilización del programa Cabri 3D y situaciones problema, con estudiantes del grado decimo.

Óscar David Palacio Muñoz

CONTENIDO

Contenido I
Introducción 2
Justificación 4
Objetivos 6
Objetivo general 6
Objetivos específicos 6
Proyecto de aula 7
Diseño de la propuesta para enseñar el concepto de producto vectorial 8
La contextualización 8
Planteamiento de las actividades 10
Identificación de la actividad # 1 10
Identificación de la actividad # 2 14
Identificación de la actividad # 3 16
Identificación de la actividad # 4 18
Identificación de la actividad Evaluativa 20
Metodología del proyecto de aula 22
Evaluación 23
Referentes 24

INTRODUCCIÓN

La presente propuesta surge de la experiencia en la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez del sector de Llanadas, con estudiantes del grado décimo, los cuales manifiestan poca comprensión del concepto de producto vectorial, siendo esto una dificultad al momento de abordar situaciones que requieran aplicaciones, en los diferentes campos de las ciencias exactas y naturales como: en la matemática, en la comprensión y adecuada aplicación de los conceptos de área de un triángulo, paralelogramo y distancia de un punto a una recta en el espacio, entre otros y en la física en los conceptos relacionados con el torque y en el electromagnetismo con fuerza magnética, por nombrar solo algunos.

Estas situaciones que han sido asociadas con un simple algoritmo, el cual es reducido a la memorización de una formula, han permitido que el estudiante no comprenda la esencia del concepto, desencadenando esto en una búsqueda por determinar unos valores que representen unas variables y darle solución a una situación, sin entender el significado del lenguaje simbólico y la trasversalización del concepto desde las dos áreas. Esta falta de comprensión del producto vectorial, les ha propiciado poca capacidad para comprender su uso en un determinado contexto o situación que converja a una aplicación del conocimiento más allá de la formula. Igualmente, al estudiante, iniciar su formación a nivel superior, se presentan dificultades al intentar resolver las situaciones que están inmersas en el cálculo vectorial, geometría vectorial, en mecánica o electromagnetismo, que contemplan el concepto.

Recapitulando, se sugiere el planteamiento de una propuesta basada en un proyecto de aula que favorezca el aprendizaje, del concepto de producto vectorial, ya que este presenta gran complejidad para su comprensión, dado que su estructura conceptual tiene un soporte teórico más avanzado que otros conceptos que son abordados en la secundaria; además, el concepto suele ser abordado desde una posición teórica, olvidando otras herramientas con las cuales se puede tener una mejor comprensión, como es el caso del software Cabri que “es una forma efectiva de incorporar en la enseñanza de conceptos” (Bohórquez, 2004, p.4), donde esto se evidencia en los lineamientos curriculares al proponer que, “ las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a la evolución” (MEN, 2002.p 17).

Es decir, se propone, una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de producto vectorial a partir del uso de situaciones problema, que van a ser modeladas mediante el uso de software Cabri 3D, que constituirán el objetivo primordial para que se logre desarrollar el concepto, tanto desde su representación, modelación matemática, interpretación y aplicaciones por estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez del sector de llanadas de Medellín.

JUSTIFICACIÓN

El proyecto de aula surge como una consecuencia a la necesidad de entender el concepto de producto vectorial y buscar prácticas diferentes para ser enseñado y aprendido con estudiantes del grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, el cual se enmarca dentro de la Geometría vectorial, desde un punto de vista más práctico y comprensible a la realidad, en el que se pueda "indagar, reflexionar y pensar a través de la asimilación y la aplicación de los conocimientos"(García,1986, p.2) de situaciones en las cuales se encuentre la comprensión de diferentes fenómenos naturales, que se pueden modelar mediante ecuaciones matemáticas, pero más específicamente modelándolos mediante vectores, lo cual es tomado en cuenta en los lineamientos curriculares de matemáticas, en el pensamiento espacial y sistemas geométricos, además, de estar apoyado por los lineamientos de ciencias naturales, donde se resalta la idea de la importancia de reconocer el mundo, a través del conocimiento emperico, siendo esto una base para un desarrollo que permita llegar al conocimiento científico.

Tomando en cuenta lo anterior se puede afirmar que para la enseñanza y el aprendizaje del concepto de producto vectorial, es necesario presentar una alternativa diferente, dado que la utilización de la clase teórica, no brinda la mejor oportunidad para la asimilación y comprensión, ya que "los principales fundamentos para la enseñanza de la Geometría, deben basarse en la observación, y los conceptos Geométricos deben elaborarlos a partir de la experiencia"(García, 1986, p.3); no es posible ser construidos directamente con la explicación de forma tradicional. Es decir, esta herramienta no posibilita con exactitud y rapidez los planes de representación que tiene el sujeto en su mente.

Lo anterior expuesto, sugiere la dificultad que se presenta en la enseñanza del concepto de producto vectorial, para en base a ello plantear una propuesta de intervención en el aula que permita al estudiante comprender la estructura del concepto tanto desde su parte teórica, práctica y gráfica, desde la utilización de una herramienta informática, para con ello, poder lograr un adecuado asimilamiento y comprensión del conocimiento científico, que para el caso sería el concepto de producto vectorial.

Es por esto que se propone una propuesta para la enseñanza del concepto de producto vectorial mediante un proyecto de aula, soportado con la utilización de un software académico como elCabri 3D y mediado por situaciones problema, cuyo diseño tiene en

cuenta el desarrollo de las competencias que se buscan alcanzar en el área de las matemáticas y de las ciencias naturales.

OBJETIVOS

Objetivo general

- Presentar una propuesta de enseñanza en el aula, que contribuya al aprendizaje del concepto de producto vectorial, mediante el desarrollo de actividades encaminadas al concepto.

Objetivos específicos

- Incentivar una propuesta alternativa al momento de abordar el concepto de producto vectorial, mediante la utilización del software Cabri 3D.

- Abordar la complejidad de conceptos como el producto vectorial, mediante la utilización de herramientas diferentes a las clásicas.

- Formar estudiantes, que puedan abordar la complejidad del concepto mediante la utilización de un programa académico.

PROYECTO DE AULA

Al estructurar la enseñanza del concepto de producto vectorial en procesos orientados por situaciones problemas modelados por la utilización del software Cabri 3D, se está haciendo alusión a un proyecto de aula el cual se entiende como: “una propuesta didáctica fundamentada en la solución de problemas, desde los procesos formativos, en el seno de la academia” (Gonzáles, 2001, p. 70), donde se puede lograr una correspondencia de lo viejo al aludir al concepto de forma teórica y lo nuevo entendiéndolo como el proceso que se va lograr modelar mediante la utilización del programa, es decir, “el proyecto de aula posibilita las relaciones entre lo viejo y lo nuevo, lo conocido y lo desconocido, lo que fue y lo que será, entre el saber cotidiano y el saber científico” (Gonzáles, 2001, p. 70-71).

Para poderse constituir el proyecto de aula, es necesario tomar en cuenta tres momentos, los cuales son: la contextualización, lo metodológico y lo evaluativo; donde:

- La contextualización, se estipula el problema, el objeto, el objetivo y los conocimientos.
- Metodológico, se relaciona el método, el grupo y los medios.
- Evaluativo se certifica el logro del objetivo mediante la solución del problema que dirige el diseño de los proyectos y se indican los resultados. En este momento, están comprometidos todos los sujetos que vivenciaron el proyecto de aula. A través de la evaluación comparan los resultados del trabajo con los objetivos propuestos, para determinar aciertos y desaciertos del proceso y poder tomar decisiones para un nuevo diseño y aplicación en futuras oportunidades (Gonzáles, 2001, p. 72-74).

DISEÑO DE LA PROPUESTA PARA ENSEÑAR EL CONCEPTO DE PRODUCTO VECTORIAL

Con el objetivo de abordar el concepto de producto vectorial para la enseñanza en el aula clase, se diseñó un proyecto de aula el cual esta soportado en el uso del software Cabri 3D y mediado por situaciones problema. Donde la estructura que lo sopesa es una réplica a la propuesta presentada por Elvia María Gonzales Agudelo, quien propone una metodología para desarrollar un proyecto de aula a partir de tres momentos, los cuales son: la contextualización, lo metodológico y lo evaluativo.

La contextualización

El proyecto de aula surge como respuesta a la necesidad de diseñar una propuesta de enseñanza del concepto de producto vectorial en los estudiantes del grado décimo uno de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez ubicada en la comuna 8 de la ciudad de Medellín, más específicamente en el sector llamado Llanadas, dado que los estudiantes manifiestan muy poca comprensión de las situaciones ya sea de matemáticas o ciencias naturales (física) en los cuales se encuentra inmerso el concepto, ya que la forma de abordarlo es de la manera tradicional, olvidando elementos como el software Cabri 3D, que es una herramienta de gran utilidad para enseñar el concepto.

Con el proyecto de aula se pretenden desarrollar las siguientes competencias propuestas por el MEN en el pensamiento espacial y sistemas geométricos (matemáticas) y procesos físicos (ciencias naturales) para el grado décimo y undécimo, las cuales son:

- Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Modelo matemáticamente el movimiento de objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúan sobre ellos.
- Establezco relaciones entre campo gravitacional y electrostático y entre campo eléctrico y magnético. Establezco relaciones entre las diferentes fuerzas que

actúan sobre los cuerpos en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme y establezco condiciones para conservar la energía mecánica.

A la vez se busca desarrollar el conocimiento conceptual y procedimental que se contemplan tanto en los lineamientos de matemáticas, como los de ciencias naturales, de tal forma que contribuya a mejorar los procesos que adelantan los estudiantes en su formación académica, donde se resalta que se busca desarrollar con esta propuesta en estas dos formas de conocimiento, las siguientes competencias:

La representación, modelación matemática, interpretación y aplicaciones que son elementos que contempla el programa, cuando se están resolviendo situaciones que contemplan el concepto de producto vectorial.

Bajo esta perspectiva, a continuación se esboza las situaciones problema modeladas por la utilización del software académico Cabri 3D, con la finalidad de explicar de qué manera aportan a alcanzar los objetivos trazados en esta propuesta de enseñanza.

Planteamiento de las actividades

Identificación de la actividad # 1

Objetivo

- Identificar los elementos que hacen parte del programa software Cabri 3D.

Descripción

- La actividad # 1 está constituida por preguntas de respuesta única, donde los estudiantes deben identificar el nombre del icono y explicar las funciones que presenta y lo que compone las lista desplegable.

Metodología

- Trabajo individual.
- Desarrollo de la prueba en forma individual.

Recursos

- Fotocopias, lápiz y Computador.

Tiempo estipulado para el trabajo

- Dos horas

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **JOAQUÍN VALLEJO ÁRBELAEZ** Resolución: **09994 de 2007** Código DANE **10500102577101** Nit **811040137-3**
Actividad # 1	

Nombre:_____**Fecha:**_____**Grado:**_____

1. Nombra los elementos que hacen parte de las pestañas y los comandos.

_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____

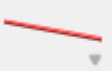
2. Identifica los elementos que hacen parte de cada comando y explica, el significado de cada parte del icono buscándolo en google la explicación.

a. -

_____
_____
_____

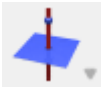
b.
-

_____
_____
_____

c. 

_____
_____
_____

d.

e. 

f.

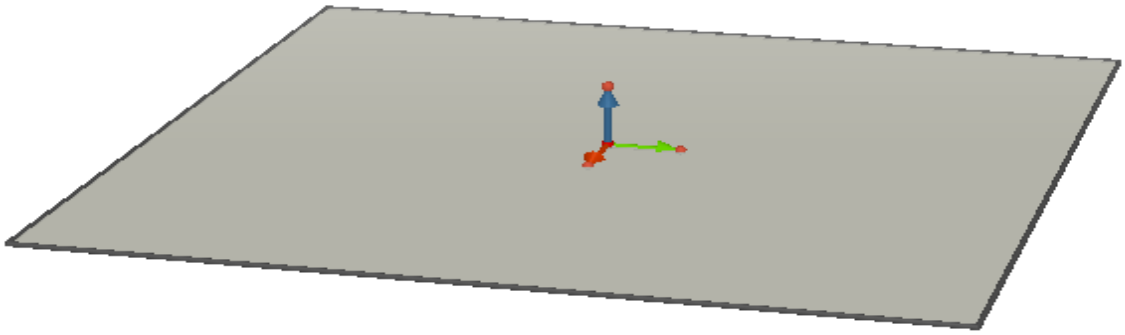
g.

h.

i.

j.

3. ¿Cuál es el nombre de los elementos que aparecen en el plano?



_____

_____

_____

Identificación de la actividad # 2

Objetivo

- Identificar la magnitud, dirección y sentido que puede tomar una vector, mediante la representación en el programa.

Descripción

- La actividad # 2 está constituida por preguntas de respuesta única, donde los estudiantes deben graficar vectores que cumplan con ciertas características.

Metodología

- Trabajo individual.
- Desarrollo de la prueba en forma individual.

Recursos

- Fotocopias, lápiz y Computador.

Tiempo de duración de la actividad

- Dos horas

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **JOAQUÍN VALLEJO ÁRBELAEZ** Resolución: **09994 de 2007** Código DANE **10500102577101** Nit **811040137-3**
Actividad # 2	

Nombre:_____**Fecha:**_____**Grado:**____

1. Dibuja vectores cuyas magnitudes sean: 4 cm, 10 cm y 25 cm.

2. Representa la localización del vector según la magnitud y dirección, que se te presentan a continuación.

a. Una magnitud de 10 cm en dirección nor-este
b. Una magnitud de 20 cm en dirección sur.
c. Una magnitud de 30 cm en dirección sor-occidente
d. Una magnitud de 15 cm en dirección oriente.

3. Dibuja dos vectores, que tengan como amplitud el ángulo que se menciona a continuación:

a. 90^0
b. 45^0
c. 180^0
d. 120^0
e. 210^0

4. El producto vectorial entre los vectores: $\vec{a} = 2i + 3j + 4k$ y $\vec{b} = 5i + 6j + 7k$ tiene como resultado el vector.

Identificación de la actividad # 3

Objetivo

- Realizar ejercicios que permiten comprender el concepto de producto vectorial, mediante la solución de situaciones problema, basadas en el programa software Cabri 3D.

Descripción

- La actividad # 3 está constituida por situaciones problema, en las cuales los estudiantes deben de resolverlas utilizando el programa, como principal referente y mostrando las respuestas.

Metodología

- Trabajo individual.
- Desarrollo de la prueba en forma individual.
- Socialización de actividad al final.

Recursos

- Fotocopias, lápiz y Computador.

Tiempo de duración de la actividad

- Dos horas

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **JOAQUÍN VALLEJO ÁRBELAEZ** Resolución: **09994 de 2007** Código DANE **10500102577101** Nit **811040137-3**
Actividad # 3	

Nombre:_____**Fecha:**_____**Grado:**_____

1. Dados los vectores: $\vec{a} = 2i - 3j + k$ y $\vec{b} = -3i + 2j + k$ el producto vectorial entre los vectores tiene como resultado.

   _____
   _____
   _____

   Responda las preguntas 2 y 3 de acuerdo a la siguiente información.
   Se tiene los siguientes vectores: $\vec{a} = -2i + 2j$ y $\vec{b} = 5i - j$

2. El producto vectorial entre estos dos vectores, toma el valor de.

   _____
   _____
   _____

3. El valor que toma el ángulo formado por estos dos vectores es:

   _____
   _____
   _____

4. El producto vectorial entre los vectores: $\vec{u} = i + 3k$ y $\vec{v} = 2i + 3j + 9k$ tiene como resultado el vector:

   _____
   _____
   _____

5. Dados los vectores: $\vec{u} = (1,2,3)$; $\vec{v} = (2,0,1)$ y $\vec{R} = (-1, 3, 0)$. Hallar:
   a. $\vec{u} x \vec{v}$_____
   b. $\vec{v} x \vec{u}$_____
   c. $\vec{u} x \vec{R}$_____
   d. $\vec{R} x \vec{v}$_____

Identificación de la actividad # 4

Objetivo

- Afianzar el concepto de producto vectorial, mediante la solución de situaciones problemas, que contengan el concepto.

Descripción

- La actividad # 4 está constituida por situaciones problema, las cuales deben ser resueltas con el fin de afianzar el concepto desarrollado.

Metodología

- Trabajo individual.
- Desarrollo de la prueba en forma individual.
- Socialización en grupos de cuatro y debate en círculo.

Recursos

- Fotocopias, lápiz y Computador.

Tiempo de duración de la actividad

- Dos horas

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **JOAQUÍN VALLEJO ÁRBELAEZ** Resolución: **09994 de 2007** Código DANE **10500102577101** Nit **811040137-3**
Actividad # 4	

Nombre:_____**Fecha:**_____**Grado:**_____

1. Dados los vectores: $\vec{a} = (3, 1, -1)$ y $\vec{b} = (2, 3, 4)$. Hallar:
   a. $\vec{a}\ x\ \vec{b}$ _____
   b. $\vec{b}\ x\vec{a}$
   _____

2. Hallar el ángulo que forman los vectores: $\vec{a} = (1, 1, -1)$ y $\vec{b} = (2, 2, 1)$
   _____
   _____
   _____

3. Dados los vectores: $\vec{u} = 3i - j + k$ y $\vec{v} = 2i - 3j + k$. Hallar el vector $\vec{u}\ x\ \vec{v}$ y compararlo con $\vec{v}\ x\ \vec{u}$
   _____
   _____
   _____

4. El producto vectorial entre los vectores: $\vec{u} = i + 3k$ y $\vec{v} = i + 3j + k$. Hallar:
   a. $\vec{u}\ x\ \vec{v}$_____
   b. $\vec{v}\ x\ \vec{u}$_____

5. Dados los vectores: $\vec{u} = 3i - j + k$ y $\vec{v} = i + j + k$. Hallar el producto vectorial entre vectores y comprobar que es ortogonal a: $\vec{u}$ y $\vec{v}$.
   _____
   _____
   _____

- Responde: ¿Cuándo dos vectores son ortogonales?
  _____
  _____
  _____

Identificación de la actividad Evaluativa

Objetivo

- Evaluar los resultados de la intervención realizada, con el fin de comprender y asimilar el concepto de producto vectorial, mediante la utilización del software Cabri 3D.

Descripción

- La actividad evaluativa está constituida por situaciones problema, las cuales se deben resolver mediante la utilización del programa Cabri 3D, para reconocer el nivel de apropiamiento del concepto.

Metodología

- Trabajo individual.
- Desarrollo de la prueba en forma individual.

Recursos

- Fotocopias, lápiz y Computador.

Tiempo de duración de la actividad

- Dos horas

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **JOAQUÍN VALLEJO ÁRBELAEZ** Resolución: **09994 de 2007** Código DANE **10500102577101** Nit **811040137-3**
Actividad Evaluativa	

Nombre:_____**Fecha:**_____**Grado:**____

1. Dados los vectores: $\vec{a} = (1, 2, 3)$; $\vec{b} = (2, 0, 4)$ y $\vec{w} = (-1, 3, 0)$. Hallar:

a. $\vec{a}\ x\ \vec{b}$ _____

b. $\vec{b}\ x\ \vec{a}$_____

c. $\vec{w}\ x\ \vec{a}$_____

d. $\vec{a}\ x\ \vec{w}$_____

e. Determinar si los anteriores resultados son ortogonales a: $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{w}$.

_____

_____

_____

2. Hallar el ángulo que forman los vectores: $\vec{a} = (5, 6, -1)$ y $\vec{b} = (4, 2, 1)$

_____

_____

_____

3. Dados los vectores: $\vec{u} = 7i - j + 8k$ y $\vec{v} = 2i - 3j + 6k$. Hallar el vector $\vec{u}\ x\ \vec{v}$ y compararlo con $\vec{v}\ x\ \vec{u}$

_____

_____

_____

4. El producto vectorial entre los vectores: $\vec{u} = i + 3j$ y $\vec{v} = i + 3j + 3k$. Hallar:

c. $\vec{u}\ x\ \vec{v}$_____

d. $\vec{v}\ x\ \vec{u}$_____

5. Dados los vectores: $\vec{u} = 7i - j + k$ y $\vec{v} = 6i + 7j + 8k$. Hallar el producto vectorial entre vectores y comprobar que es ortogonal a: $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

_____

_____

_____

Metodología del proyecto de aula

Se plantea como estrategia de intervención didáctica para el desarrollo de cada situación, el trabajo individual en un equipo de Computador, el cual contiene instalado el programa, donde se orientan mediante los siguientes momentos:

En el primer momento, se le presenta el programa a los estudiantes, donde se les explica la estructura del programa y como funciona, donde ellos realizan una exploración de cada una de la funciones.

En el segundo momento, se les piden que realicen representaciones de vectores en el programa, donde por medio de su acercamiento, se les piden que los orienten mediante su magnitud, dirección y sentido.

En los momentos tres y cuatro, se les plantean situaciones a los estudiantes en las cuales deben determinar el valor del vector resultante, utilizando ya sea el proceso de construcción o mediante el icono que tiene la aplicación, donde se realiza una socialización al finalizar la clase, sobre los aciertos que presentaron y dificultades al momento de dar solución a las situaciones problema.

Y en el quito momento se hace un afianzamiento del trabajo desarrollado, para luego planificar la actividad que determinara si lo trabajado logro superar las dificultades existentes en la comprensión del concepto de producto vectorial.

A esto se añade el recurso del computador y el tiempo establecido para desarrollar el proyecto de aula, el cual fue implementado durante ocho semanas, con una intensidad horaria de dos horas por sección de trabajo, dando un total de 16 horas en las cuales se buscó desarrollar la propuesta.

Evaluación

En busca de lograr un proceso evaluativo permanente y formativo, el cual este presente durante el desarrollo de la propuesta, se han diseñado instrumentos que posibilitan un acompañamiento continuo y que permite evidenciar avances o dificultades que estén inmersas en el proceso, los cuales pueden ser susceptibles a cambios, en busca de proponer nuevas alternativas de intervención a fin de lograr un aprendizaje en los estudiantes del grado décimo uno de la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez.

Con el objetivo de lograr un aprendizaje significativo en el proyecto de aula, se plantea los siguientes tipos de evaluación, propuestos por el MEN:

- **Evaluación diagnóstica:** Instrumento que permite evaluar los saberes previos de los estudiantes, sus fortalezas y debilidades.
- **Evaluación formativa:** Es la que se hace durante la realización de todas las situaciones problemas, es decir durante todo el proceso.
- **Autoevaluación:** Se propone al finalizar cada situación problema. Se constituye en un espacio de socialización de aprendizajes por parte de los estudiantes y de retroalimentación de aciertos y desaciertos a la vez que se identifican fortalezas y debilidades.
- **Hetero evaluación:** Al finalizar cada actividad el docente la realiza para los estudiantes, haciendo referencia a las fortalezas y aspectos en los que se debe mejorar según lo observado durante el proceso de desarrollo de lo propuesto.
- **Evaluación Final:** Es la última actividad llamada “Finalizando la experiencia”. Esta se diseñó con el objetivo de conocer el estado final del estudiante, después de haber realizado toda una serie de actividades y su sentir frente a la experiencia. (Ministerio de educación nacional (MEN), 2002)

REFERENTES

gudelo, E. G. (2001). El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación. *Colombia: Agoras. Anuario de la asociasión de profesores de la universidad de antioquia*, 69-74.

Arenzana, V. (1997). El lenguaje vectorial en geometría.Los pioneros William Rowan, Hamilton y Hermann Günther Grassmann. *Suma 25*, 61-70.

Artigue, M. (2000). Aprendiendo matemáticas en un ambiente CAS: la génesis de una reflexión sobre la instrumentación y la dialéctica entre el trabajo técnico y el conceptual. *Université Paris 7 Denis Diderot & IREM*, 4-16.

Badia Antonio , & García Consuelo . (2006). Incorporación de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje basados en la elaboración cooperativa de proyectos. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento Vol. 3 - N.º 2*, 41-53.

Ballesteros Herrera, I. D., & Rojas Gárces, D. A. (s.f.). *Análisis de la implementación de las actividades para la conceptualización de área del rectángulo en el grado séptimo con la mediación del programa Cabri-Geometry (Trabajo de grado inédito).Universidad Industrial de santander, Bucaramanga, Colombia.*

Gonzáles, E. M. (2001). El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación. *Colombia Agoras. Anuario de la asociación de profesores de la Universidad de Antioquia. ISSN: 0123-3386 ed: Universidad de Antioquia. Medellín*, 69-74.

González, J. F. (2009). *El producto vectorial (Tésis inecdita de pregrado). Universidad Autónoma de Madrid, España.* Obtenido de https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/fchamizo/realquiler/fich/jfgh.pdf

aramillo, A., & Oleas , G. (2006). Producto vectorial y geometría analítica. En A. Jaramillo, & G. Oleas, *Geometría vectorial y analítica una introducción al álgebra lineal* (págs. 347-368). Medellin: Universidad de Antioquia.

Ministerio de educación nacional (MEN). (2002). *Lineamientos curriculares de matemáticas (1998).* Bogóta .