# Ecuaciones General y Particulares para el Cálculo de la Pendiente Crítica Límite de Canales Abiertos.

Ramiro Vicente Marbello Pérez
Profesor Asociado. Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín.
rvmarbel@unal.edu.co

Alexandra María Álvarez Láinez
Estudiante de Maestría en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos.
Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín
amalvar4@unal.edu.co

**Resumen.** El análisis y el cálculo de los perfiles de flujo gradualmente variado, FGV, en canales abiertos, precisan del caudal del flujo y de las propiedades geométricas e hidráulicas del canal. En este trabajo se deducen una ecuación general y tres ecuaciones particulares, las cuales permiten determinar los rangos de caudales, para los cuales un canal prismático, de forma y características geométricas dadas, se comportaría como un canal de pendiente suave, o como un canal de pendiente fuerte.

La importancia de este trabajo estriba en el hecho de que las ecuaciones aquí propuestas facilitan el cálculo rápido y exacto de la pendiente crítica límite del canal, y el cálculo de los rangos de caudales, en los cuales la pendiente real del canal se comporta como suave o fuerte. La determinación de dichos rangos de caudales, en consecuencia, hace posible el análisis y el cálculo de los perfiles de FGV, considerando escenarios de caudales más amplios.

**Palabras clave:** Hidráulica de canales abiertos, flujo gradualmente variado, flujo crítico, pendiente crítica, pendiente límite y perfiles de flujo.

## 1. Introducción

Tradicionalmente, en un problema de análisis y cálculo de perfiles de FGV en canales abiertos, se opera con un valor único de la magnitud del caudal que ha de transportar, para una geometría, una pendiente y una rugosidad determinadas, sin considerar otros escenarios de posibles caudales. Resultado de ello, el perfil de flujo posible será único, y la altura de las paredes laterales del canal incluyen bordes libres conservadores, a fin de prevenir desbordamientos de agua, sin más.

El trabajo aquí desarrollado deduce una ecuación de tipo general y tres ecuaciones particulares, aplicables a canales prismáticos de sección transversal rectangular, circular o parabólica, con las cuales se podría predecir el comportamiento de la pendiente longitudinal del canal, frente a distintos rangos de caudales que el mismo puede conducir. Tal deducción se basa en la ecuación de Manning y en la condición de flujo en régimen crítico, derivando la pendiente longitudinal crítica, $S_c$, con respecto a la profundidad crítica del flujo, $y_c$.

El aporte del presente trabajo consiste en deducir una ecuación general y tres ecuaciones particulares, para facilitar el cálculo rápido de la pendiente longitudinal crítica límite del canal, $Sc_L$, Además, contribuye a la metodología de la enseñanza actual con el cálculo de rangos de caudales, para los cuales una pendiente dada del canal se comportaría como pendiente suave (canal tipo M) o como pendiente fuerte (canal tipo S).

Cabe anotar que las ecuaciones aquí deducidas se aplican solamente a canales prismáticos, dado que su aplicación a canales naturales, por las irregularidades en su geometría, su rugosidad y su pendiente longitudinal, es absolutamente imposible.

## 2. Antecedentes

El análisis, cálculo y dibujo de perfiles de FGV requiere conocer previamente parámetros, tales como el caudal, *Q*, el coeficiente de Manning, *n*, la geometría de la sección transversal y la pendiente longitudinal del fondo del canal, $S_o$. Tales datos se introducen en una ecuación de resistencia, como la de Manning, o la de Chèzy o la de Darcy-Weisbach, combinada con la de Colebrook-White, a fin de calcular la profundidad normal, yn , del flujo uniforme, o calcular la pendiente normal del canal, Son , que hace que se establezca un flujo uniforme, en una profundidad normal dada, según el caso.

Comparando los valores correspondientes a $y_n$ y $y_c$, o los valores de $S_o$ y $S_c$, se puede saber si el canal es de pendiente suave ($y_n > y_c$ y $S_o < S_c$ ) o es de pendiente fuerte ($y_n < y_c$ y $S_o > S_c$ ). En tales casos, a los canales se les llama *Canal Tipo M* o *Canal Tipo S*, respectivamente, y a los perfiles de flujo correspondientes se les designa por *M1*, *M2* y *M3*, o *S1*, *S2* y *S3*, según el caso. Tales tipos de canales y designaciones de perfiles de FGV se hacen con base en un valor único del caudal que ha de transportar el canal en cuestión, lo cual es el resultado de un único escenario de trabajo de dicho canal. Ello obligaría a la definición del tipo de canal y a la designación del tipo de perfil de flujo que se presentarán para cualquier caudal distinto del empleado en el escenario anterior, requiriéndose para ello la repetición de los cálculos arriba mencionados, mismos que serían tediosos, si se trata de tres o más caudales diferentes.

## 3. Deducción de la Ecuación General para la Pendiente Crítica Límite, $S_{c_L}$

Partiendo de la ecuación que representa el estado crítico del flujo, se tiene:

$$\frac{\alpha Q^2 T_c}{g A_c^3 \cos^2\theta} = 1 \qquad [1]$$

Donde $\theta$ es el ángulo de inclinación del fondo del canal, con respecto a la horizontal, y $\alpha$ es el coeficiente de corrección de la velocidad (coeficiente de Coriolis).

La ecuación [1] se puede transformar de la siguiente manera, en términos de la velocidad del flujo:

$$\alpha \frac{v_c^2}{g} = D_c \cos^2\theta \qquad [2]$$

siendo

$$D_c = \frac{A_c}{T_c} \qquad [3]$$

De [2], se obtiene:

$$v_c = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \sqrt{D_c} \cos\theta = \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \sqrt{\frac{A_c}{T_c}} \cos\theta \qquad [4]$$

Por otro lado, la ecuación de Manning, para flujo uniforme y crítico, expresa lo siguiente:

$$v_c = \frac{\phi}{n} R_{H_c}^{2/3} S_c^{1/2} \qquad [5]$$

Donde $S_c$ es la pendiente longitudinal del canal que haría que el flujo fuese uniforme y crítico, simultáneamente, y $\phi = 1.0\ m^{1/3}/s$ , es una constante empírica.

Igualando [4] con [5], a fin de eliminar la velocidad del flujo, y el caudal, en consecuencia, se tiene:

$$\sqrt{\frac{g}{\alpha}}\sqrt{\frac{A_c}{T_c}}\cos\theta = \frac{\phi}{n} R_{H_c}^{2/3} S_c^{1/2} \qquad [6]$$

De la cual se llega a la siguiente ecuación:

$$\boxed{S_c = \left(\frac{g}{\alpha}\right)\left(\frac{n}{\phi}\right)^2 \frac{P_c^{4/3}}{T_c\, A_c^{1/3}} \cos^2\theta} \qquad [7]$$

Ahora, a efectos de encontrar valores extremos de la función expresada por la ecuación [7], se deriva $S_c$ con respecto a $y_c$, obteniéndose el siguiente resultado:

$$\frac{dS_c}{dy_c} = \frac{g}{\alpha}\left(\frac{n}{\phi}\right)^2 \frac{\cos^2\theta}{T_c^2\, A_c^{2/3}}\left[\frac{4}{3} P_c^{1/3} T_c A_c^{1/3}\left(\frac{dP_c}{dy_c}\right) - P_c^{4/3}\left(A_c^{1/3}\frac{dT_c}{dy_c} + \frac{T_c}{3A_c^{2/3}}\frac{dA_c}{dy_c}\right)\right] \qquad [8]$$

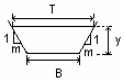
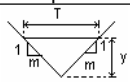
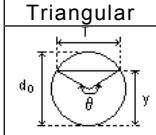
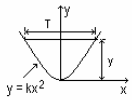
Igualando a cero la ecuación [8], simplificando y sabiendo que $dA_c/dy_c = T_c$, se llega a la siguiente ecuación buscada:

$$\boxed{\frac{dP_c}{dy_c} = \frac{3\left(\frac{A_c}{T_c}\right)\left(\frac{dT_c}{dy_c}\right) + T_c}{4\, R_{H_c}}} \qquad [9]$$

La ecuación [9] es la ecuación general para el punto extremo de la variación de la pendiente crítica del canal, $S_c$, con la profundidad crítica del flujo, $y_c$. Obsérvese en ella que es totalmente independiente del caudal del flujo.

La Tabla 1 suministra las fórmulas de los elementos geométricos y las derivadas de algunos de estos elementos, los cuales son necesarios para el empleo de la ecuación general [9], en función del tipo de sección transversal del canal y de la profundidad crítica del flujo.

Tabla 1. Propiedades geométricas de las secciones transversales más comunes de canales abiertos, en función de la profundidad crítica, $y_c$.

| TIPO DE SECCIÓN | $A_c$ | $P_c$ | $R_{Hc}$ | $T_c$ | $D_c$ | $\frac{dA_c}{dy_c}$ | $\frac{dP_c}{dy_c}$ | $\frac{dT_c}{dy_c}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rectangular | $By_c$ | $B + 2y_c$ | $\frac{B y_c}{B + 2 y_c}$ | $B$ | $y_c$ | $B$ | $2$ | $0$ |
|  Trapecial | $B y_c + m y_c^2$ | $B + 2 y_c \sqrt{1 + m^2}$ | $\frac{By_c + my_c^2}{B + 2y_c\sqrt{1 + m^2}}$ | $B + 2my_c$ | $\frac{By_c + my_c^2}{By_c + 2my_c}$ | $B + 2my_c$ | $2\sqrt{1 + m^2}$ | $2m$ |
|  Triangular | $m y_c^2$ | $2 y_c \sqrt{1 + m^2}$ | $\frac{m y_c}{2\sqrt{1 + m^2}}$ | $2my_c$ | $\frac{1}{2} y_c$ | $2my_c$ | $2\sqrt{1 + m^2}$ | $2m$ |
|  Circular | $\frac{1}{8}(\theta_c - \text{sen}\theta_c)\, d_0^2$ | $\frac{1}{2}\theta_c\, d_0$ | $\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\text{sen}\theta_c}{\theta_c}\right) d_0$ | $\left(\text{sen}\frac{\theta_c}{2}\right) d_0$ ó $2\sqrt{y_c\,(d_0 - y_c)}$ | $\frac{1}{8}\left(\frac{\theta_c - \text{sen}\,\theta_c}{\text{sen}\frac{\theta_c}{2}}\right) d_0$ | $2\sqrt{y_c(d_0 - y_c)}$ | $\frac{d_0}{\sqrt{y_c(d_0 - y_c)}}$ | $\frac{d_0 - 2y_c}{\sqrt{y_c(d_0 - y_c)}}$ |
|  Parabólica | $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{y_c^3}{k}}$ | $T_c + \frac{8}{3}\frac{y_c^2}{T_c}$ ó $2\sqrt{\frac{y_c}{k}} + \frac{4}{3}\sqrt{k y_c^3}$ | $\frac{2T^2 y_c}{3T^2 + 8y_c^2}$ ó $\frac{2y_c}{3 + 2k y_c}$ | $2\sqrt{\frac{y_c}{k}}$ | $\frac{2}{3} y_c$ | $2\sqrt{\frac{y_c}{k}}$ | $\frac{1}{\sqrt{k y_c}} + 2\sqrt{k y_c}$ | $\frac{1}{\sqrt{k y_c}}$ |

## 4. Ecuaciones Particulares para la Pendiente Crítica Límite, $S_{C_L}$

Haciendo uso de la ecuación [9] y de los elementos geométricos de la Tabla 1, aplicados a un tipo particular de sección transversal, resultará una ecuación particular para el cálculo de la pendiente crítica límite del canal correspondiente, como se hará a continuación, con los canales de sección transversal rectangular, triangular, trapecial, circular y parabólica.

### 4.1 Ecuación Particular para Canales de Sección Rectangular

Para un canal rectangular de ancho constante, B, se tiene la siguiente geometría, con flujo en régimen crítico:

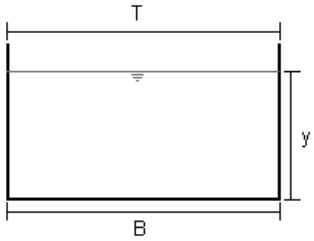


Figura 1. Canal rectangular

$$A_c = B\,y_c \;\; ; \;\; T_c = B$$

$$P_c = B + 2y_c$$

$$R_{H_C} = \frac{A_C}{P_C} = \frac{B\,y_C}{B + 2\,y_C}$$

$$\frac{dT_C}{dy_C} = 0 \;\; ; \;\; \frac{dP_C}{dy_C} = 2$$

Reemplazando en la ecuación [9], se tiene:

$$2 = \frac{3\left(\frac{B\,y_c}{B}\right)(0) + B}{4\left(\frac{B\,y_C}{B + 2\,y_C}\right)} \qquad \boxed{y_{C_L} = \frac{B}{6}} \qquad [10]$$

Así, pues, $y_{C_L}$ es la profundidad crítica límite, correspondiente a la pendiente crítica límite, $S_{C_L}$, del canal rectangular.

Ahora, para deducir una ecuación particular para la pendiente crítica límite, $S_{C_L}$, del canal, se recurre a la ecuación [7], en donde se sustituirá $y_C$ por $y_{C_L}$, así:

$$S_{C_L} = \left(\frac{g}{\alpha}\right)\left(\frac{n}{\phi}\right)^2 \frac{P_{C_L}^{4/3}}{T_{C_L}\, A_{C_L}^{1/3}} \cos^2\theta \qquad [11]$$

resultando:

$$\boxed{S_{C_L} = \left(\frac{g}{\alpha}\right)\left(\frac{n}{\phi}\right)^2 \left[\frac{\left(B + 2y_{C_L}\right)^4}{B^4\, y_{C_L}}\right]^{1/3} \cos^2\theta} \qquad [12]$$

Ahora, reemplazando [10] en [12], se llega a la siguiente ecuación particular:

$$\boxed{S_{C_L} = \left(\frac{8}{3}\right)\left(\frac{g}{\alpha}\right)\left(\frac{n}{\phi}\right)^2 \frac{\cos^2\theta}{B^{1/3}}} \qquad [13]$$

La ecuación [13] es la ecuación particular para determinar la pendiente crítica límite en canales de sección rectangular. Esta pendiente representa el valor extremo de la pendiente de los canales rectangulares, por debajo del cual la pendiente del canal es considerada suave, independientemente del caudal circulante, es decir, el canal se comportaría como si fuese de pendiente subcrítica, para cualquier caudal.

En otras palabras, dados un canal rectangular de pendiente longitudinal, $S_o$, su ancho, B, y su coeficiente de rugosidad, n, con la ecuación [13] se podría conocer anticipadamente si dicha pendiente es subcrítica, independientemente del caudal, Q, que transite por él, con sólo compararla con $S_{cL}$, calculada con esta ecuación.

### 4.2 Ecuación Particular para Canales de Sección Triangular

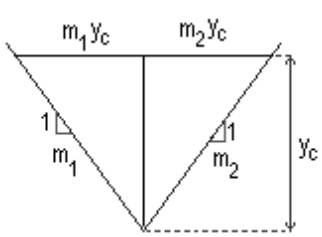



Figura 2. Canal Triangular

$$\boxed{A_c = \frac{y_c^2}{2}\left(m_1 + m_2\right)}$$

$$\boxed{T_c = y_c\left(m_1 + m_2\right)}$$

$$\boxed{P_c = y_c\left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2}\right)}$$

Sustituyendo las fórmulas anteriores en la ecuación [9], se llega a la siguiente ecuación:

$$4\left(m_1 + m_2\right)y_c = 5y_c\left(m_1 + m_2\right) \qquad [14]$$

y a la siguiente tautología:

$$4 = 5 \qquad [15]$$

El resultado anterior indica que, a partir de la ecuación de Manning, no es posible deducir una ecuación para la pendiente crítica límite, válida para canales triangulares.

### 4.3 Ecuación Particular para Canales de Sección Trapecial

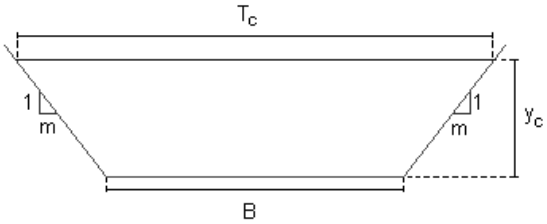



Figura 3. Canal Trapecial

$$A_c = (B + m\,y_c)\,y_c$$
$$T_c = B + 2m\,y_c$$
$$P_c = B + 2\,y_c\sqrt{1+m^2}$$

$$R_{Hc} = \frac{By_c + my_c^2}{B + 2y_c\sqrt{1+m^2}} \quad ; \quad \frac{dP_c}{dy_c} = 2\sqrt{1+m^2} \quad ; \quad \frac{dT_c}{dy_c} = 2m$$

Y reemplazando en la ecuación [9], resulta la ecuación siguiente:

$$\boxed{\left(4m^2\sqrt{1+m^2}\right)y_c^3 + 2mB\left(5m - 2\sqrt{1+m^2}\right)y_c^2 + 2B^2\left(5m - 3\sqrt{1+m^2}\right)y_c + B^3 = 0} \qquad [16]$$

Esta ecuación tiene múltiples soluciones para $y_{cL}$, reales (positivas y negativas) e imaginarias, de las cuales, obviamente, las raíces negativas e imaginarias no tienen validez física. Las soluciones positivas sólo son posibles para el rango $0 \le m \le 0.4663499315684$, independientemente del valor del ancho, B, coincidiendo con lo obtenido por León, A. y Estopiñán A. (1989).

Ya en el año 1978, el Profesor F. J. Domínguez había encontrado una rango similar para m, el cual es $0 \le m \le 0.436$, rango muy cercano a lo obtenido en este trabajo.

Nótese que el rango de taludes laterales, m, arriba citado es muy estrecho, con lo cual los canales se aproximan a la sección rectangular. Obsérvese, también, que para m = 0, se verifica el resultado obtenido para la sección rectangular, dado por la ecuación [10].

Dada la multiplicidad de soluciones que presenta la ecuación [16], es imposible deducir una ecuación explícita para la pendiente crítica límite, $S_{cL}$, válida para canales de sección trapecial.

### 4.4 Ecuación Particular para Canales de Sección Circular

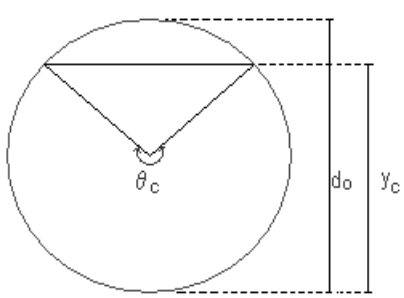



Figura 4. Canal circular

$$y_c = \frac{d_o}{2}\left(1 - \cos\frac{\theta}{2}\right)$$
$$\theta = 2\cos^{-1}\left(1 - \frac{2y_c}{d_o}\right)$$
$$A_c = \frac{d_o^2}{8}(\theta_c - \operatorname{sen}\theta_c)$$
$$P_c = \frac{1}{2}\theta_c\,d_o$$

Sustituyendo los elementos geométricos y las derivadas correspondientes en la ecuación [9], resulta lo siguiente:

$$4\cos^2\left(\frac{\theta_c}{2}\right) - \frac{3(\theta_c - \operatorname{sen}\theta_c)}{\tan\left(\frac{\theta_c}{2}\right)} - \frac{8\operatorname{sen}\theta_c}{\theta_c} + 4 = 0 \qquad [17]$$

cuya solución es:

$$\boxed{\theta_{c_L} = 2.30517601512\,\text{rad}} \qquad [18]$$

Reemplazando el valor anterior en la ecuación para $y_c$, se obtiene:

$$y_{c_L} = \frac{d_o}{2}\left(1 - \cos(2.30517601512\,\text{rad})\right)$$

$$\boxed{\frac{y_{c_L}}{d_o} = 0.296938082} \qquad [19]$$

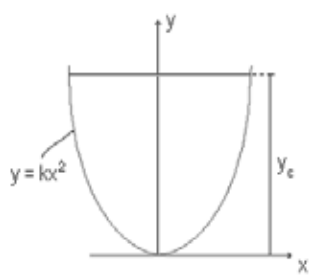
León, A. y Estopiñán A. (1989) encontraron que $y_{c_L}/d_o = 0.304$, valor muy aproximado al resultado dado por la ecuación inmediatamente anterior. Contrariamente, el Profesor F. J. Domínguez (1978) afirma que existen más soluciones para $\theta_{c_L}$ y, en consecuencia, para la relación $y_{c_L}/d_o$ en canales circulares.

Ahora, sustituyendo los correspondientes valores de $A_{c_L}$, $P_{c_L}$ y $T_{c_L}$, en la ecuación [7], se obtiene:

$$\boxed{S_{c_L} = \left(\frac{g}{\alpha}\right)\left(\frac{n}{\phi}\right)^2 \frac{2.27906092618}{d_o^{1/3}} \cos^2\theta} \qquad [20]$$

La ecuación [20] es la ecuación particular para determinar la pendiente crítica límite en canales de sección circular, en función del diámetro. Esta pendiente representa el valor extremo de la pendiente de los canales circulares, por debajo del cual la pendiente del canal es considerada suave, independientemente del caudal circulante, es decir, el canal es de pendiente subcrítica, para cualquier caudal.

### 4.5 Ecuación Particular para Canales de Sección Parabólica




$$A_c = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{y_c^3}{k}}$$

$$P_c = 2\sqrt{\frac{y_c}{k}} + \frac{4}{3}\sqrt{k\,y_c^3}$$

$$T_c = 2\sqrt{\frac{y_c}{k}}$$

Figura 5. Canal parabólico

Reemplazando los elementos geométricos, junto con las derivadas correspondientes, en la ecuación [9], se llega al siguiente resultado:

$$\boxed{y_{c_L} = \frac{1}{2\,k}} \qquad [21]$$

Reemplazando esta $y_{c_L}$ en las ecuaciones para $A_c$, $P_c$ y $T_c$, se obtienen $A_{c_L}$, $P_{c_L}$ y $T_{c_L}$, respectivamente, que, sustituidas en la ecuación [7], producen el siguiente resultado:

$$\boxed{S_{c_L} = \left(\frac{256}{27}k\right)^{1/3}\left(\frac{g}{\alpha}\right)\left(\frac{n}{\phi}\right)^2 \cos^2\theta} \qquad [22]$$

La ecuación [22] es la ecuación particular para determinar la pendiente crítica límite en canales de sección parabólica, en función de la constante *k*.

## 5. Aplicación a un Tipo de Sección Particular

A continuación, se resuelve un caso de aplicación de la ecuación general de la pendiente crítica límite de un canal. Se trata de un canal de sección rectangular, de ancho B = 8 m, de rugosidad n = 0.02 y de pendiente longitudinal $S_o$ = 0.006 m/m. Supóngase, además, que $\alpha$ = 1.0

Para este canal, se desea conocer:

a. La máxima pendiente longitudinal de canal, $S_o$, que permita asegurar que, independientemente del caudal que fluya, dicha pendiente se comportaría como suave o moderada.

b. El intervalo de caudales Q, para los cuales la pendiente longitudinal del canal, $S_o$, se considera fuerte.

**Solución:**

a. $y_{c_L}$ se puede calcular a partir de la ecuación [10], así:

$$y_{c_L} = \frac{B}{6} = \frac{8\,m}{6} = 1.3333\ m \qquad [23]$$

Así mismo, $S_{c_L}$ se calcula con la ecuación [13], de la siguiente manera:

$$S_{c_L} = \left(\frac{8}{3}\right)\left(\frac{9.81\,m/s^2}{1.0}\right)\left(\frac{0.02}{1.0\,m^{1/3}/s}\right)^2 \frac{\cos^2\left(\tan^{-1}(0.006)\right)}{8^{1/3}} = 0.005231811655 \qquad [24]$$

Esta es la pendiente crítica límite, es decir, el valor máximo de la pendiente longitudinal que podría tener el canal, para que éste se comportase como un canal de pendiente suave, o sea, para que el flujo sea siempre subcrítico, independientemente del caudal que transporte. Véase la Figura 6.

b. Como quiera que el canal tiene una pendiente longitudinal, $S_o$ = 0.006 > $S_{c_L}$ = 0.005231811655, habrá, entonces, unos rangos de caudales para los cuales dicha pendiente se comportaría como suave o como fuerte. Para determinarlos, se procede de la siguiente manera:

Por tratarse de flujo uniforme y crítico, simultáneamente, empleando la ecuación [12], haciendo $S_{c_L} = S_o$, y $y_{c_L} = y_c$, resulta la siguiente ecuación de cuarto grado en $y_c$:

$$16\,y_c^4 + 256\,y_c^3 + 1536\,y_c^2 - 10546.8867\,3\,y_c + 4096 = 0 \qquad [25]$$

de la cual se obtienen las siguientes raíces reales (véase la Figura 6):

$$y_{c_1} = 0.415257411728\ m \qquad [26]$$

$$y_{c_2} = 3.54951060728\ m \qquad [27]$$

Para $y_{c_1}$ = 0.41525741 m,

$$A_{c_1} = B\,y_{c_1} = 8\,m\,(0.415257411728\,m) = 3.322059294\,m^2$$

$$D_{c_1} = y_{c_1} = 0.415257411728\,m$$

Y el caudal crítico correspondiente es:

$$Q_{c_1} = v_c\,A_c = A_c\sqrt{\frac{g\,D_c}{\alpha}}\cos\theta = A_c\sqrt{\frac{g\,D_c}{\alpha}}\cos\left(\tan^{-1}(S_o)\right)$$

$$Q_{c_1} = 6.705027752\ m^3/s \qquad [28]$$

Análogamente, para $y_{c_2}$ = 3.54951060728 m, $Q_{c_2}$ = 167.5626454 $m^3/s$ [29]

En la Figura 7 se pueden observar estos dos caudales críticos, los cuales sirven para determinar los rangos de caudales solicitados. Éstos son:

Para Q < 6.705 $m^3/s$ y Q > 167.563 $m^3/s$, el canal se comportará como un *canal de pendiente suave*, puesto que $S_o = 0.006 < S_{c_L} = 0.005231811655$.

Para 6.705 $m^3/s$ < Q < 167.563 $m^3/s$, el canal se comportará como un *canal de pendiente fuerte*, en virtud de que $S_o = 0.006 > S_{c_L} = 0.005231811655$.

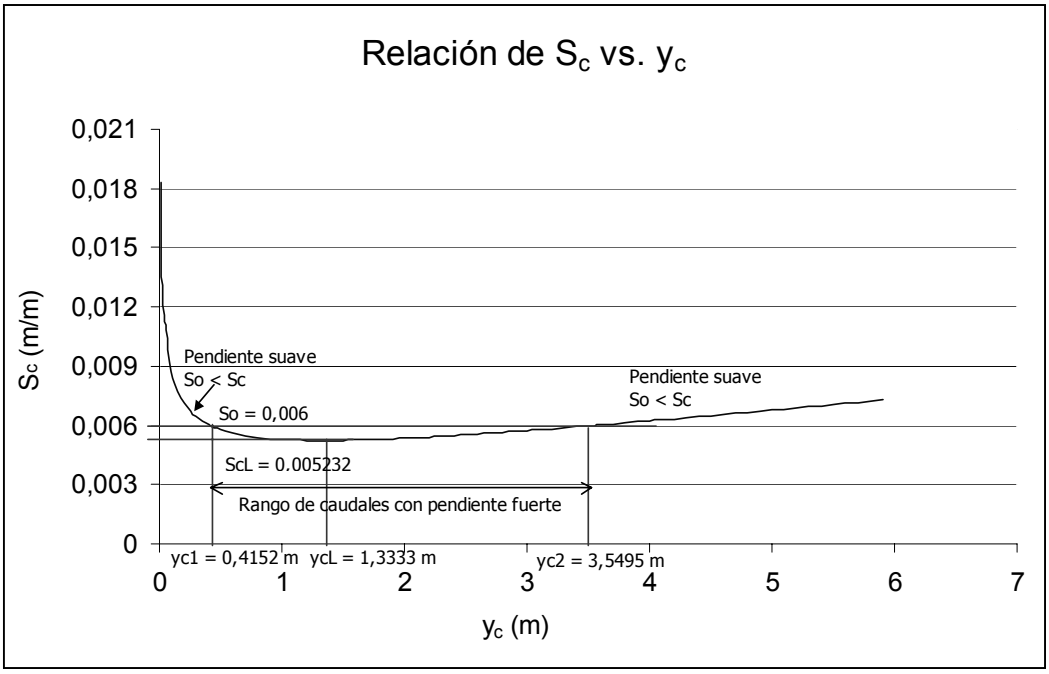



Figura 6. Curva de variación de la pendiente crítica del canal con la profundidad crítica del flujo.

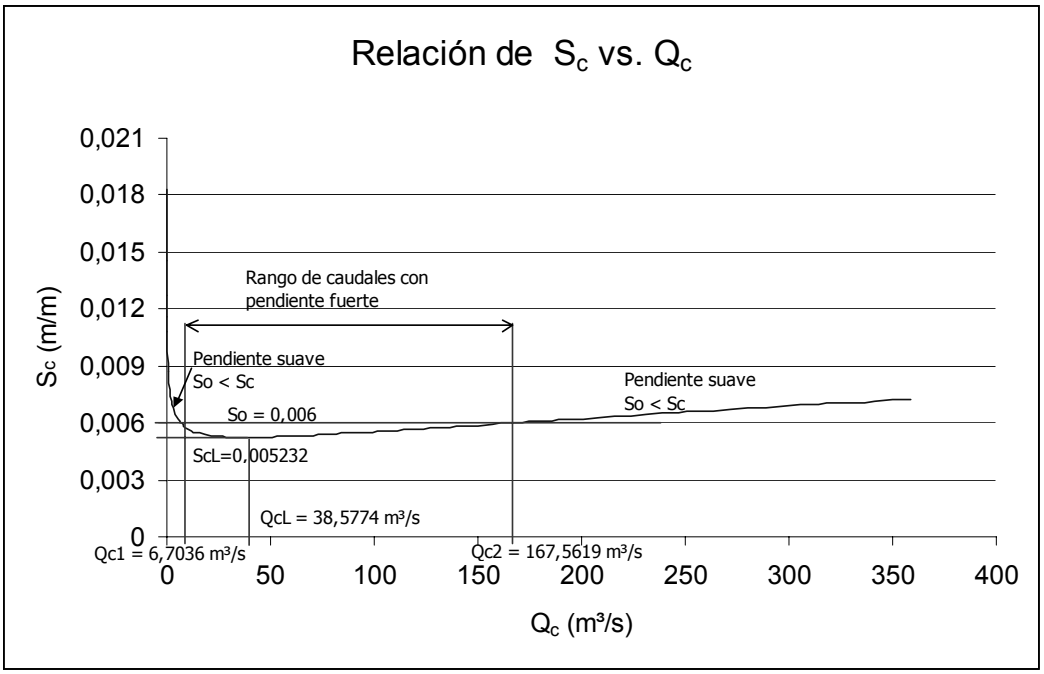



Figura 7. Curva de variación de la pendiente crítica del canal con el caudal critico.

## 6. Conclusiones

A partir de la ecuación de Manning, para flujo uniforme, y de la ecuación del flujo en régimen crítico, es posible hallar una ecuación general para determinar la pendiente crítica límite de canales con flujo en lámina libre.

La pendiente crítica límite de los canales depende de su rugosidad, y de la geometría y dimensiones de su sección transversal, y es independiente del caudal que circule por el mismo.

Dadas la geometría y dimensiones de la sección transversal de un canal prismático, además de su rugosidad y su pendiente longitudinal, es posible determinar los rangos de caudales, para los cuales dicho canal puede considerarse como Tipo M (pendiente suave o moderada) o Tipo S (pendiente fuerte o pronunciada).

Con independencia del caudal que fluya por un canal prismático, si éste presenta una pendiente longitudinal menor que su pendiente crítica límite, siempre conducirá un flujo subcrítico.

Conocidos la magnitud de la pendiente crítica límite de un canal prismático, y sus rangos de caudales para los cuales el canal puede comportarse como suave o como fuerte, es posible predecir los perfiles de flujo gradualmente variado que se presentarían, si el caudal del flujo cae dentro de uno u otro rango.

Es posible, también, deducir la correspondiente expresión particular para el cálculo de la $S_{c_L}$ en canales de sección rectangular, circular y parabólica.

En canales de sección triangular es imposible, pues resulta una tautología, por lo menos, empleando la ecuación de Manning. Probablemente, sí sería posible empleando la ecuación de Darcy & Weisbach, combinada con la ecuación de Colebrook & White, lo cual sería una deducción mucho más compleja.

En canales de sección trapecial, con taludes laterales mH: 1V, también es posible deducir una ecuación particular para el cálculo de la pendiente crítica límite, $S_{c_L}$, pero sólo para valores de m comprendidos en el rango $0 \leq m \leq 0.4663499315684$.

## 7. Bibliografía

7.1 Chow, Ven Te. (1988). Open – Channel Hydraulics. McGraw – Hill Book Company, Inc. U.S.A. 680 p.
7.2 Domínguez, F. J. (1978). Hidráulica . 5ª Edición. Editorial Universitaria. Chile. 773 p.
7.3 Henderson, F. M. (1966). Open Channel Flow. The Macmillan Company. U.S.A. 522 p.
7.4 León M., A. Estopiñán P., A. (1989). Hidráulica de Canales. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, Cuba. 625 p.
7.5 Marbello Pérez. R. V. (2006). Manual de Prácticas de Laboratorio de Hidráulica. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Medellín, Colombia. 320 p.
7.6 Sturm, Terry W. (2001). Open Channel Hydraulics. 1ª Edición. McGraw – Hill Higher Education. New York, U.S.A. 493 p.