UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

CONOCIMIENTO MOVILIZADO POR ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE NÚMEROS RACIONALES

EDWIN ANDRÉS CRUZ OBANDO

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2024

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

CONOCIMIENTO MOVILIZADO POR ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE NÚMEROS RACIONALES

Edwin Andrés Cruz Obando

Trabajo final presentado como requisito para optar al título
Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Directora:
Carmen Elena Sánchez Patiño
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2024

Dedicatoria

A mis padres por siempre estar presentes y por infundirme que podemos dar a los demás lo mejor de uno mismo con amor, tal como ellos me lo brindaron a través de mi vida.

A mis hermanos porque con cada uno de sus matices han logrado darme un ejemplo de vida y de crecimiento personal.

A mi compañera de vida, por creer en mí y no soltar mi mano.

Agradecimientos

Principalmente a Dios, porque bajo sus tiempos perfectos permite que cada cosa sea posible y reciba tantas bendiciones en mi vida.

A mis padres y hermanos, por su amor incondicional, por estar apoyando mi proceso y en especial por la educación y principios morales que me dieron para ser la persona que hoy soy.

A mi hermano Hander, quien me ha guiado y acompañado en este proceso y ha sido un ejemplo de inteligencia y profesionalismo.

A mi compañera de vida y a mi hijo Lian Matías, ya que son un motor para que con mi labor pueda construir una mejor sociedad a donde Él pueda crecer.

A mi directora M.E.C. Carmen Elena Sánchez Patiño, por su esfuerzo, dedicación y valioso aporte a mi desarrollo intelectual, personal y laboral.

A la institución Fe y Alegría José María Velaz y la IE Federico Carrasquilla por permitirme el espacio para implementar esta propuesta en los grados sexto.

A la Universidad Nacional de Colombia, mis compañeros y profesores de la maestría por inspirarme con su conocimiento y brindarme su ayuda siempre; por permitirme a través de esta maestría complementar mi formación y reafirmar el amor a mi profesión docente.

Resumen

En el proceso de la enseñanza de la matemática se puede percibir que la gran dificultad de los estudiantes no solo es la indiferencia a la materia, sino el escaso uso de la memoria para el desarrollo cognitivo y la falta de comprensión de los problemas para poderlos afrontar con los argumentos adecuados.

Esta investigación está orientada en la solución y comparación de problemas, lo que permitió identificar de qué forma se establece el aprendizaje de los cuatro significados de los números racionales (medida, operador, reparto y razón), al igual que posibilitó evidenciar cuales son los recursos semióticos empleados con mayor regularidad (visual, lingüístico y simbólico) y las estrategias que se emplean para dichas soluciones. La metodología se aplicó a los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Fe y alegría José María Velaz, de Medellín.

Al conocer la movilización del conocimiento de los estudiantes respecto a los números racionales, el aprendizaje de las matemáticas se ve favorecido al lograr encontrar cuales pasos no se utilizan en la solución a un problema; cuales significados son menos empleados y qué tipo de recurso semiótico es más apropiado para resolverlos. Permitiendo un mejor criterio al brindar el concepto, estableciendo bases conceptuales más amplias y formando así un contenido que es muy útil para su uso en el aula.

Palabras clave: significados, racionales, unidad, enseñanza, Matemáticas.

Abstract

KNOWLEDGE MOBILIZED BY SIXTH GRADE STUDENTS IN SOLVING PROBLEMS ABOUT RATIONAL NUMBERS

In the process of teaching mathematics, it can be seen that the great difficulty of students is not only indifference to the subject, but also the scarce use of memory for cognitive development and the lack of understanding of the problems to be able to face them with the right arguments.

This research is oriented towards the solution and comparison of problems, which allowed us to identify how the learning of the four meanings of rational numbers (measure, operator, distribution and reason) is established, as well as made it possible to show what the resources are. semiotics used more regularly (visual, linguistic and symbolic) and the strategies used for such solutions. The methodology was applied to the sixth-grade students of the Fe y Alegria Jose Maria Velaz Educational Institution, in Medellin.

By knowing the mobilization of students' knowledge regarding rational numbers, the learning of mathematics is favored by being able to find which steps are not used in the solution of a problem, which meanings are less used and what type of semiotic resource is more appropriate to solve them. Allowing a better criterion when providing the subject, establishing broader conceptual bases and thus forming a content that is very useful for use in the classroom.

Keywords: meanings, ractionals, unit, teaching, Math.

Tabla de Contenido

Dedicatoria 3

Agradecimientos 4

Resumen 5

Abstract 6

Tabla de Contenido 7

Lista de Figuras 9

Lista de Tablas 12

Introducción 13

CAPITULO I. Diseño Teórico 15

1.1 Planteamiento del problema 15

1.1.1 Descripción del Problema 15

1.1.2 Formulación de la pregunta 19

1.2 Justificación 20

1.3 Objetivos 22

1.3.1 Objetivo General 22

1.3.2 Objetivos específicos. 22

1.4 Marco Referencial 23

1.4.1 Marco Teórico 23

1.4.1.1 Resolución de problemas 23

1.4.2 Marco disciplinar 31

1.4.3 Referente Legal. 37

1.4.4 Referente Espacial o Local 38

CAPÍTULO II Diseño metodológico: investigación aplicada 40

2.1 Enfoque de la Investigación. 40

2.2 Fases de la investigación 41
2.2.1 Diseño de instrumentos 42
2.2.2 Implementación: 42
2.3 Instrumentos de recolección de datos 43
2.4 Población y Muestra 47
2.5 Método de Análisis de datos 48
CAPITULO III Trabajo Final: Resultados, Aplicación de metodología y Análisis 50
3.1 Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica 50
3.1.1 Estrategias de resolución de problemas 51
3.1.2 Recursos semióticos 73
3.1.3 Significados de los números racionales 78
3.2 Intervención en el aula 82
3.2.1 Descripción de la propuesta didáctica 82
3.2.2 Aprendizajes esperados y estándares relacionados 85
3.2.3 Implementación de la secuencia de actividades por sesión. 87
3.3 Intervención de la propuesta Didáctica 87
3.4 Análisis de los resultados 92
3.4.1 Análisis de la prueba de salida 92
Capitulo IV Conclusiones y recomendaciones. 107
Referencias 117
Anexos 127

Lista de Figuras

Figura 1 34
Figura 2 43
Figura 3 45
Figura 4 51
Figura 5 52
Figura 6 52
Figura 7 52
Figura 8 53
Figura 9 53
Figura 10 54
Figura 11 54
Figura 12 55
Figura 13 55
Figura 14 56
Figura 15 56
Figura 16 57
Figura 17 57
Figura 18 57
Figura 19 58
Figura 20 58
Figura 21 58
Figura 22 59

Figura 23 60
Figura 24 60
Figura 25 61
Figura 26 61
Figura 27 62
Figura 28 62
Figura 29 62
Figura 30 63
Figura 31 64
Figura 32 64
Figura 33 64
Figura 34 65
Figura 35 66
Figura 36 66
Figura 37 67
Figura 38 67
Figura 39 67
Figura 40 68
Figura 41 69
Figura 42 69
Figura 43 69
Figura 44 70
Figura 45 71

Figura 46 71

Figura 47 71

Figura 48 72

Figura 49 72

Figura 50 72

Figura 51 72

Figura 52 74

Figura 53 74

Figura 54 74

Figura 55 74

Figura 56 75

Figura 57 75

Figura 58 75

Figura 59 76

Figura 60 76

Figura 61 77

Figura 62 77

Figura 63 78

Figura 64 78

Lista de Tablas

Tabla 1. Referente Legal 37

Tabla 2 Respuestas esperadas. 46

Tabla 3 Aspectos del proceso de resolución 50

Tabla 4. recursos semióticos empleados 73

Tabla 5 Significados empleados 79

Tabla 6 Aspectos del proceso de resolución en la prueba de salida 93

Tabla 7 Comparación Fase 1: Comprender el problema 94

Tabla 8 Comparación Fase 2: Concebir un plan 96

Tabla 9 Comparación Fase 3: Ejecutar un plan 99

Tabla 10 Comparación Fase 4: Visión retrospectiva 103

Introducción

El conocimiento sobre los números racionales está presente en el currículo matemático colombiano durante toda la etapa de la educación primaria y secundaria obligatoria. Comprender la naturaleza de este conjunto numérico, sus elementos, sus propiedades y las relaciones respecto a otros conjuntos numéricos es un objetivo central en dicho currículo (MEN, 1998). Sin embargo, los diferentes significados de los números racionales y sus representaciones son exiguamente distinguidas en el aula de clase de matemáticas en cualquier nivel escolar (Llinares, 2003).

En esta misma dirección, el diseño e implementación de tareas con problemas sobre los números racionales es un concepto de investigación en desarrollo, en tanto que determinan los significados que, sobre este conjunto numérico, se construyen con los estudiantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Llinares, 2003). En este sentido, comprender cómo los estudiantes resuelven problemas sobre diferentes significados de los números racionales es un concepto de interés para comprender qué conocimiento tienen los estudiantes al respecto de dicho contenido.

Por lo anterior, en este trabajo se propone *caracterizar el conocimiento que movilizan estudiantes de grado sexto de una institución educativa al resolver problemas que dan cuenta de diferentes significados de los números racionales*. Para ello, describiré y analizaré las estrategias usadas por estudiante de grado sexto al resolver problemas con diferentes significados de los números racionales y las representaciones que usan en dicha resolución. Además, con esto identificaré el conocimiento sobre diferentes significados de los números racionales que movilizan lo estudiantes en la resolución de dichos problemas.

Este trabajo se estructuró con un primer capítulo donde se presenta el diseño teórico en el cual se plantea y define los aspectos teóricos, legales, la problemática y los objetivos. En el segundo capítulo, se plantea un diseño metodológico que busca dar cumplimiento al objetivo general y objetivos específicos propuestos. En esta sección se encuentra todo lo relacionado al tipo de investigación, método, instrumentos de recolección de información, población y alcance de esta propuesta. En este capítulo se destaca el instrumento para realizar el inicio de la intervención, es decir, la realización de una prueba diagnóstica que busca identificar los conocimientos teóricos y de solución de problemas que poseen los estudiantes respecto a la temática a trabajar y que son fundamentales para la misma. En el tercer capítulo se realiza una aplicación de la propuesta didáctica para desarrollar la explicación de los tres ejes temáticos que son: el concepto de número racional, las 4 fases de solución de problemas y los 4 significados, permitiendo afianzar el conocimiento y fortalecer las dudas que encontramos en la prueba diagnóstica. Finalizando con la presentación y análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes en las conclusiones y recomendaciones.

CAPITULO I. Diseño Teórico

1.1 Planteamiento del problema

1.1.1 Descripción del Problema

La resolución de problemas que permitan la comprensión de diferentes significados de los números raciones es un aspecto relevante para el aprendizaje de las matemáticas en el nivel escolar (Llinares, 2003). En este sentido, es necesario promover la resolución de problemas vinculados a los diferentes significados de un objeto matemático para favorecer el aprendizaje (Godino y Recio, 2001)

En los últimos años, diferentes organizaciones internacionales, como la Organización de las Naciones Unidas para la Cultura, las Ciencias y la Educación (UNESCO) han afirmado que los estudiantes deben "resolver situaciones problemas en los distintos contextos para enfrentar los retos del mundo globalizado" (UNESCO, 2015, p. 49). Para América Latina y el Caribe, según dicho ente, se estima que la educación debe garantizar que todos los niños y jóvenes, adquieran competencias cognitivas para pensar de forma crítica, creativa y sistemática, que reconoce las diferentes dimensiones, perspectivas y ángulos de los problemas (por ejemplo, competencias de razonamiento y de resolución de problemas sustentadas en un enfoque de múltiples perspectivas) (UNESCO 2015)

Localmente, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Calidad de la Educación (ICFES) identifican las competencias argumentativas, interpretativas y propositivas, como el resultado de las etapas educativas en la construcción de un proceso de pensamiento; Sin embargo, la resolución de problemas en las aulas solo es vista y usada (en la mayoría de los casos) para

encontrar un resultado y mecanizar procedimientos potenciando el automatismo en el trabajo de los estudiantes en la imitación de modelos (Del Valle et al. 2008).

Dejando este proceso de enseñanza como un aspecto muy amplio de ser adaptado a las instituciones educativas y que tenga un criterio según quien lo aplique, dando como respuesta, luego de una verificación nacional de los resultados obtenidos en las pruebas ICFES, que los estudiantes pueden tener algunos de las siguientes oportunidades de mejora para su desempeño en la resolución de problemas, a saber:

- ✓ Gran parte de los estudiantes no son capaces de resolver las tareas de carácter teórico.
- ✓ Los estudiantes no desarrollan procedimientos lógicos del pensamiento, necesarios para responder tareas lógicas.
- ✓ A los estudiantes les resulta cada vez más difícil explicar un hecho o fenómeno expresando sus ideas correctamente, de forma directa y precisa.
- ✓ Utilizan estrategias o acciones aprendidas de memoria para resolver problemas, a veces, complejos, lo que no funciona, lógicamente, en el caso del análisis teórico de una situación dada, donde tiene que llegar a una solución de forma creativa e independiente.

(PIAR I.E José María Velaz, 2019)

Planteamiento del problema

Un problema es una situación que puede ser matemática o no, para el cual no hay un procedimiento explicito, ni se conoce un método evidente para resolverlo (Pérez et al, 2011) Lo que significa, según Álvarez de Zayas (1984), que el proceso de enseñanza-aprendizaje, cuando el estudiante afronta el problema es el inicio para que aprenda a dominar la habilidad y se apodere del conocimiento. (p.134). Es decir, el estudiante no cuenta con las habilidades o herramientas técnicas, conocimientos y operacionales para poder dar solución al problema. Ahora bien, La definición del concepto de resolución, en el cual debería existir un procedimiento adecuado que incluye el conocimiento recibido y unos pasos a seguir puede considerarse por Dumas-Carré (1987, citado por Zona-López et al 2017) como la actividad en la que se soluciona el problema iniciando con leer su enunciado, logrando diferenciar entre el tratamiento lógico-matemático y lapropia actividad de resolver, es decir desde el análisis de unir procesos y soluciones (p. 141).

En la vida diaria se resuelven problemas para obtener un resultado y en el contexto escolar, el resultado es de poca importancia, lo verdaderamente relevante es la propia resolución; en muchas ocasiones se define que el término *problema* implica considerar aquellas situaciones en las cuales es necesario reflexionar, buscar, e investigar para analizar las posibles soluciones y definir una estrategia de solución la cual no garantiza que sea una respuesta rápida e inmediata.

Para Lara-Quintero (2016), la resolución de un problema solo sirve para hallar un resultado y mecanizar procedimientos, fomentando la imitación de modelos y el automatismo. En este punto no se favorece la oportunidad de enfatizar las opciones variadas al pensamiento ni el aprendizaje de conceptos o de determinados aspectos de la metodología científica. Considero que uno de los puntos más relevantes de este problema radica en que desconocemos de una manera concreta la forma como lo estudiantes logran comprender el concepto de los números racionales y es aquí

donde debemos hacer una reflexión profunda debido a que así como los docentes tenemos nuestra propia forma de dictar nuestras clases y tenemos una metodología establecida para los conceptos que normalmente desarrollamos, así mismo los estudiantes también tienen distintas formas de comprender lo que se le brinda en conceptos.

De acuerdo con Llinares (2003), los estudiantes a través de los errores muestran que pueden llegar a manejar los símbolos (sintaxis) sin considerar los significados asociados. Dichos errores sistemáticos mostraran las características de conocimiento incompleto que están construyendo los estudiantes, algo que deseamos evidenciar, de acuerdo con los problemas que vamos a plantearles, cuáles son los significados que están empleando en los números racionales (razón, medida, reparto y operador) y de qué manera apoyan sus recursos semióticos (lingüístico, simbólico o visual). O'Halloran (2005).

El conocer de qué manera los estudiantes movilizan el conocimiento permite saber cuál es el mejor camino didáctico para que ellos comprendan el concepto y que sea un apoyo en la mejora del que hacer docente a la hora de llevar el concepto a las aulas.

1.1.2 Formulación de la pregunta

Se plantea la siguiente pregunta:

¿Qué conocimiento movilizan estudiantes de grado sexto de la I. E. José María Velaz al resolver problemas que dan cuenta de diferentes significados de los números racionales?

1.2 Justificación

Con este trabajo pretendo conocer las formas en la cuales los estudiantes de grado sexto de una institución educativa comprenden los cuatro significados de los números racionales y las representaciones semióticas que usan con más frecuencia al resolver los problemas. Esto va impactar la forma en que el alumno procesa la información, el cómo *desarrolla esa concepción de un plan* (Pólya, 1965). El contar con la información y los conceptos completos le permitirá contar con bases en la toma de decisiones, de acuerdo con los posibles significados y hacer énfasis en la solución de problemas de los racionales de una forma adecuada.

El presente trabajo procura identificar el conocimiento que tienen estudiantes de grado sexto respecto a diferentes significados de los números racionales desde la caracterización de las estrategias de resolución de problemas al análisis de las representaciones semióticas que utilizan. Esto podría ser un insumo para que el profesorado favorezca el aprendizaje del contenido desde el planteamiento de tareas que incluyan diferentes significados de dicho contenido (Llinares, 2003). Además, podría promover, en los estudiantes, la competencia de resolución de problemas cercanos a su contexto.

Como lo indica Gaulin (2001, citado por Arteaga et al, 2021) cuando se habla de resolución de problemas, implica considerar todas aquellas situaciones que al estudiante le motive a: reflexionar, buscar, investigar, pensar en las soluciones y responder; definiendo una estrategia de resolución con base en un proceso creativo y generativo, lo que requiere reflexión, análisis, hallazgo, elaboración de hipótesis, argumentación.

Adicional a esto, podría promover en los estudiantes, la competencia de resolución de problemas cercanos a su contexto, y teniendo presente que acorde a las etapas del desarrollo

cognitivo. Benítez (2023), aduce que los niños de 11 y 12 años inician el uso de la lógica en la resolución de problemas. Y que se puede deducir que es la edad que más se dedican a resolver problemas y generar un criterio independiente. Esta es la etapa de desarrollo del pensamiento y aplicación de la lógica.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Caracterizar el conocimiento que movilizan estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa José María Velaz al resolver sobre problemas que dan cuenta de diferentes significados de los números racionales.

1.3.2 Objetivos específicos.

- Caracterizar las estrategias usadas por estudiantes de grado sexto al resolver problemas que dan cuenta de diferentes significados de los números racionales.

- Caracterizar las representaciones semióticas usadas por estudiantes de grado sexto al resolver problemas que dan cuenta de diferentes significados de los números racionales.

- Identificar los significados de los números racionales utilizados por estudiantes de grado sexto al resolver problemas.

1.4 Marco Referencial

1.4.1 Marco Teórico

1.4.1.1 Resolución de problemas

En el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas el punto de partida es el problema, para que, como indica Álvarez (1984), en su solución el estudiante aprenda a dominar la habilidad y se apropie del conocimiento. La resolución de problemas es lo que le da sentido a los contenidos que se enseñan en el área de matemáticas, tal como indica el Ministerio de Educación Nacional en los Estándares de Matemáticas señalando que "las situaciones problemas proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos" (MEN, 2006, p. 52).

Al enseñar matemáticas, brindamos a los estudiantes la posibilidad del desarrollo cognitivo permitiendo descubrir el camino para llegar a resolver un problema planteado. Que lo efectúen de manera intuitiva tratando de llegar a un final adecuado y propicio en cualquier plano. Sin embargo, podremos darle la opción de tener un paso a paso a desarrollar y estimar que sea algo de la vida cotidiana, tal como se afirma que los estudiantes deben encontrar la relación entre las matemáticas y su vida cuando fundan conceptos al resolver situaciones problema (Calvo, 2008). Para entender esta relación es necesario que los estudiantes sean capaces de explicar y justificar el proceso utilizado en la resolución del problema, razón por la cual el problema debe ser un reto para el estudiante de acuerdo con su nivel de formación. Es en este punto donde debemos resaltar la importancia que tiene la teoría de George Pólya en la cual se estipula que un problema tiene un *procedimiento estándar a seguir*, es decir, plantea un paso a paso que nos permite empezar a

encaminar los procedimientos matemáticos, que dirige a los estudiantes a basarse en 4 pasos planteados para comprender y solucionar los problemas: “el primer paso es comprender el problema; el segundo paso es concebir un plan, el tercer paso es la ejecución del plan y; el cuarto paso examinar la solución” (Pólya 1965, p. 19).

Paso 1. Comprender el problema: Por medio de este primer paso el estudiante debe ubicar en el contexto, entender que es lo que se espera que resuelva, tener la capacidad de inferir la información importante y validar si existe un procedimiento que pueda llevarse a cabo para resolver el problema. Esto debe hacerlo mediante preguntas como: ¿Qué incógnita busco? ¿Qué datos puedo hallar? ¿Cuáles condiciones piden? ¿es clara la condición? (Pólya 1965, p. 19).

Paso 2. Concebir un plan: En este punto, Pólya sugiere encontrar algún problema semejante al que se está verificando, hacer una búsqueda en la memoria para hallar alguna otra situación parecida con el fin de que el estudiante pueda construir en su mente el cuestionamiento de si antes ¿he encontrado algún problema semejante?; ¿hay algún problema que tenga relación con este ¿me es útil algún problema anterior?, es hallar en sus recuerdos si hay algún problema que le sea referente a este. (Pólya, 1981, p. 19). Quiere decir esto que inicialmente se debe inducir al estudiante a apelar a sus conocimientos previos, algo que lo enlace con respecto a lo que se puede hacer para resolver el problema.

Sabemos que en ocasiones será complejo para ellos el lograr esto. Y la verdad hay razón en ello, si deseamos concebir un plan, la primera búsqueda mental debe ser a nuestros planes ya usados y exitosos en otros tipos de problemas que tengan similitud. Dado el caso que no tengamos algún bosquejo mental previo, podremos entonces acorde a la sugerencia de Pólya (1981) que, si

no se es capaz de resolverlo, tratar entonces de resolver un problema similar a ver si se halla alguna variación. En este momento hay un prólogo de explorar algún procedimiento, no sin antes verificar que alguien más puede que haya realizado dicho procedimiento.

Paso 3. *Ejecución del plan*: En el momento que se cuenta con un plan de solución, este debe aplicarse y ser minucioso con los resultados. Este tercer paso es poner en marcha y realizar toda la operatividad que requiere el problema planteado, ya sea por medio de lenguaje, expresiones numéricas o apoyos gráficos que requiera la situación. Es menester que el plan y la ejecución de este sufran modificaciones al paso, de ser necesario, debido a que deben apoyarse en comprobar cada uno de los pasos y preguntarse como sugiere Pólya (1981) ¿entiende con claridad que el paso es correcto? ¿eres capaz de demostrarlo? . De esta manera no darán lugar a vacíos dentro del proceso de resolución para lograr encontrar la respuesta que se solicita.

Paso 4. *Examinar la solución obtenida:* La etapa final es de suma importancia ya que les permite a los estudiantes validar el resultado obtenido, establecer si se ha logrado resolver cabalmente el problema que enfrentan y podrían determinar ser la solución a la primera fase para futuras ocasiones, al plantearse la duda de si es posible usar este resultado o procedimiento en algún otro problema (Pólya, 1981). El final del proceso permite abrir otras ventanas de posibilidades de conocimiento y experiencia adquirida para solucionar dicho tipo de casos, y más allá de lograr resolver un problema, se pretende que el estudiante haga más notoria y reflexiva la forma en la que por sí mismo despliega la solución de los problemas.

En la enseñanza de las matemáticas, la respuesta sobre cómo *comprender el problema* es permitir que el estudiante valide la información, entienda los datos que son claros y los que se pueden inferir en cierto problema planteado. Entendido en palabras de Jessup y Pulido, (2001) como "un proceso mediante el cual, una persona al enfrentarse a un problema, trata de identificarlo, delimitarlo, elegir las estrategias adecuadas para lograrlo a partir de sus desarrollos individuales mediante la aplicación de métodos y técnicas apropiados a la solución" (p. 302), mientras que Meneses y Peñaloza (2017) determinan que "Es necesario que en este primer paso identifique si en el problema se encuentran los datos necesarios para resolverlo y si existe alguna información irrelevante" (p. 92). El énfasis va en el desarrollo de su capacidad de análisis que, a mi modo de ver, en cualquier concepto debe ir ligado a la práctica por medio de situaciones problema.

Ahora bien, para la enseñanza en la solución de problemas en el concepto de los fraccionarios, Kieren (1988) aduce que para que dure el conocimiento a cerca de los números racionales, se requiere que haya participación tanto mental como física en actividades sobre dicho el concepto. Tales actividades o problemas guardan en su desarrollo un método que permite a los estudiantes aprender a *concebir un plan* que les permita también determinar cuál de los caminos a seguir puede resolver dicha actividad.

De acuerdo con Pérez et al (2008), las protagonistas son las operaciones mentales de los estudiantes, que al buscar hallar los datos y las metas y ser transformados como deseen, pueden llegar a las respuestas adecuadas. En este caso obtener dicha solución, deberá ser apoyado en los recursos en los que logremos instruir a los mismos, pues al concebir un plan, tratar de *ejecutar el plan* o llevarlo a cabo, va a depender mucho de qué tipo de apoyo utilice: ya sea visual, por medio de gráficas, diagramas o dibujos y posiblemente también puedan emplearse en forma de

expresiones numéricas o un lenguaje de apoyo como frases o afirmaciones sobre los datos obtenidos. Tales apoyos que se empleen al ejecutar el plan van ligados al modelo de enseñanza que se establece con ellos a lo largo de los años, desde un grado cuarto hasta octavo, tanto para introducirlos al concepto como para la interpretación de las razones que hay en la relación de una parte proveniente de un todo en el concepto de las fracciones.

Es conveniente lo citado por Duran et al, (2022) que los estudiantes podrán llegar al éxito en la resolución de problemas si usan de la manera adecuada, consciente y cuidadosa los pasos y ponen en práctica dichas estrategias empleadas. Ya que, si la última tarea de resolver un problema es *examinar la solución obtenida*, debemos ser detallados con los pasos realizados. También la afirmación de Pólya (1990, citado por Ariza 2017), de que un problema es una búsqueda consciente de una acción apropiada para alcanzar la respuesta, pero no se logra de forma inmediata. Teniendo en ambos argumentos una frase clave: *de forma consciente*, que obedece en este caso a la forma como los estudiantes deben validar la información, los pasos realizados y de manera enfática la certeza de los resultados obtenidos.

a) Representaciones semióticas

A partir del significado de semiótica brindada por Duval (1999), quien indica que es el estudio de las distintas técnicas que hacen posible la comunicación por medio de signos, su forma de expresar y como lo percibe el otro. Y, llevado a la actividad matemática podemos comprender una *representación semiótica* como una herramienta que se emplea para poder contar con un apoyo al momento de resolver un problema. En el aula, en algunas ocasiones podemos observar que, para determinado planteamiento a solucionar, los estudiantes se apoyan en alguna figura, frase, tabla, fórmula, algoritmo, dibujo, representación, entre otras cosas, Como complementa Lemke (1998, citado por Chico y Montes, 2023) por medio de los recursos semióticos se puede representar objetos, ideas o pensamientos de cada persona, pero que es finalmente un concepto entendible en cada cultura.

Las matemáticas requieren de alguna forma de funcionamiento al usar sistemas específicos de representación. Como indica Duval (1999), estos sistemas son los registros de representaciones semióticas, algo que se hace primordial para la creación del pensamiento, algo necesario para el conocimiento en dicha área. La importancia de la semiótica nos muestra que en la labor profesor debemos reconocer de manera clara las distintas formas de su aplicación, ya que es punto de partida para poder interpretar los diferentes tipos de expresión y respuesta de los estudiantes en su desarrollo cognitivo y aplicativo. Complementario a esto la actividad matemática se efectúa precisamente en un contexto de representación, como aduce Duval, (2006), es decir, que el uso de representaciones semióticas para la construcción de significados es autónomo y se define de acuerdo con el contexto que se desee anunciar.

O'Halloran (2005) distingue recursos de unos sistemas semióticos que están en los textos y discursos en pro de generar significados en matemáticas, que se definen como lingüístico (lenguas), simbólico (notaciones numéricas y algebraicas) y el visual (diagramas, tablas, gráficos). En este estudio, usamos el término representaciones semióticas para referirnos a los recursos concretos de los tres (lingüístico, simbólico y visual) al momento de resolver los problemas de números racionales, entendiendo la importancia que hacen mención Chico y Montes (2023) que en los primeros cursos donde se inicia el conocimiento de matemáticas, para que un estudiante encuentre un significado considerado completo en los textos, debe saber que existe una combinación de representaciones verbales, simbólicas o gráficas.

Por medio del recurso *lingüístico (lenguas)* determinamos claramente la expresión y el código con el cual debe ser un referente para el contexto en el cual planteamos los problemas y la dimensión de los objetos matemáticos a emplear y resolver. Sin este recurso es difícil que todos entren en contexto, debido a que los sistemas semióticos de representación no solo escogen objetos matemáticos, sino para que se trabaje en dichos objetos (Martínez et al., 2019).

Por otra parte, cabe resaltar la relevancia del planteamiento numérico en los contextos de resolución, que no puede alejarse del contexto, ya que van ligados de forma innata a dicha actividad, tal como expresa Godino et al. (2016), que los paso a paso elaborados con algoritmos o técnicas de cálculo con operaciones, dependen de los procesos matemáticos relacionados, de estar contextualizados. refiriéndose en este caso al *recurso simbólico (notaciones numéricas y algebraicas).*

Diezmann (2000) afirma que la dificultad más grande para un estudiante es garantizar que lo que dibuje para resolver el problema sea adecuado a lo que está desarrollando. Dando a entender que *recurso visual (diagramas, tablas, gráficos, etc.),* aunque es uno de los más empleados en la enseñanza-aprendizaje actual, debe de ser muy bien analizado este recurso a la hora de ser un apoyo a la resolución de problemas. Una tabla con la información bien estructurada, un diagrama de barras o de repartición de torta con sus datos de forma concreta va a permitir que sea un argumento constructivo y determinante para poder llegar de manera exitosa a la respuesta de los problemas de números racionales.

En síntesis, es de suma importancia anotar que no es suficiente con dominar una variedad de representaciones, ya que como indica Chico y Montes (2023), se requiere el uso y la interpretación de forma unificada para garantizar obtener significados mejores, antes que pensar en los mismos como ideas aisladas. Dado que el problema fundamental de la comprensión matemática en los estudiantes emerge del conflicto cognitivo entre estas dos caras opuestas: el distinguir el objeto representado de la propia representación semiótica utilizada.

1.4.2 Marco disciplinar

a. Significados de los números racionales

Cuando mencionamos los números racionales como un número que hace parte de una unidad o como un elemento de un conjunto, debemos anotar lo que indica Pérez et al (2009) que por medio de ellos se expresan medidas, una parte o un pedazo comparado con una unidad completa se interpreta entonces como un fraccionario. En la enseñanza de los números racionales, encontramos que hay una construcción de significados desde los inicios de la primaria para los estudiantes que se caracteriza en que se les acerca en la mayoría de los casos por medio de la subdivisión de una unidad. Se inicia entonces el acercamiento con el concepto al entender el significado de “un medio”, “un tercio”, entre otros.

Como un ejemplo, Al representarse una fracción con una pizza o repartiendo una torta, Según Llinares (2003) en este tipo de actividades, una idea que está implícita es la de *partes equivalentes*. Tanto el anterior concepto como la capacidad de razonar y crear conocimiento respecto a los fraccionarios es un concepto de suma importancia dentro del proceso matemático, debido a que esto brinda unas herramientas primordiales de los conceptos de posibles nuevos significados; además brinda el pensamiento asociativo respecto a los mismos, y también el crear en los estudiantes un progreso del lenguaje matemático para poder comprender, discutir y argumentar el conocimiento con sus compañeros y profesores.

Al reflexionar sobre la manera los estudiantes pueden entender mejor el concepto de la fracción c considero que uno de los puntos más relevantes de este problema radica en que desconocemos de una manera concreta la forma como lo estudiantes logran comprender el concepto de los números racionales. Entendiendo con esto que, así como los profesores tenemos nuestra propia forma de dictar clases y tenemos una metodología establecida para los conceptos

que normalmente desarrollamos, así mismo los estudiantes también tienen distintas formas de comprender lo que se le brinda en conceptos. Un número racional $\frac{a}{b}$ puede contar con varias formas de interpretarse, para Llinares (2003), el objetivo de enseñar es que la forma diversa en que interpreten los estudiantes tenga sentido, pero que se tenga una relación entre dichas formas. Los estudiantes deben formarse con la idea de razonar y distinguir cuando puede aplicarse y cuando no, acompañado de un lenguaje apropiado para pensar, expresarse y comunicar este tipo de situaciones.

Cuando abordamos el contenido de números racionales, podríamos hablar de las muchas maneras como se puede entender el concepto de fracción, como indica Fandiño (2009), "como cociente, como relación, como operador, en probabilidad, la fracción en los puntajes, como número racional, como punto de una recta, como medida, como indicador de cantidad de elección, como porcentaje o como parte de una unidad-todo"(p. 72). Si se considera la fracción como una relación parte-todo, hay una gran diferencia dependiendo de si el *todo* (la unidad) está constituido por algo continuo o si está constituido por un conjunto discreto. Ahora bien, considerando lo dicho por Llinares (2003) la dificultad en la enseñanza-aprendizaje de los números racionales se basa en el tipo de situación, si es medir, tomar una parte de algo, tomar un elemento de un conjunto, entre otras. Es entonces, por medio del lenguaje que finalmente se desencadena en los posibles significados que el estudiante va a adquirir, veamos los 4 significados:

MEDIDA: Es considerada como la relación entre una parte y un todo, sea éste continuo o discreto. (Llinares 2003). Para realizar la interpretación de los números racionales se deben considerar las situaciones de medida, las cuales debemos entender una unidad, algo entero,

completo, un todo dividido en partes; buscando entonces que se entienda el número fraccionario como ese enlace entre una parte de un todo. Por ejemplo, situaciones como

Matías ha pintado el 75 % de la habitación O Lucas se comió las 2/6 partes de una pizza

En este significado se puede entender sobre todo por medio de la concepción del modelo de "área", es decir, por medio de las gráficas muy conocidas como la pizza o las figuras geométricas como rectángulos o cuadrados con las divisiones de cantidades. Pero, hay una situación muy importante en esta forma de entender la fracción y es poder determinar un lenguaje claro de *qué se entiende por unidad*, debido a que puede ser de una sola unidad, hablando de la parte sombreada de algo, como en el primer ejemplo, donde hay tres cuartos como la parte sombreada (ya pintada) y un cuarto (por pintar) de la habitación; En el segundo ejemplo podría darse lo mismo, lo que falta por consumir de pizza, es decir cuatro sextos y lo que se informa ya consumido, dos sextos. En este orden de ideas, la interpretación de este significado que está dada según se determine o entienda la unidad que posteriormente pasa a ser asimilada, como indica Llinares (2003) indagando cual es la unidad, pero entendiendo el concepto de partes equivalentes o iguales.

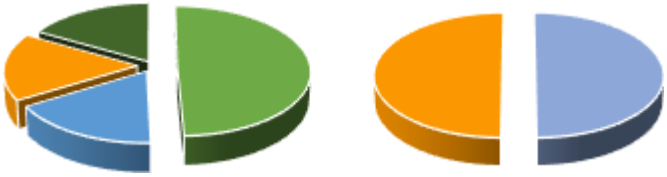
REPARTO: En este significado nos permite direccionar la capacidad de comprensión hacia la división y la relación de equivalencia que tienen las partes que se van a fraccionar de las unidades. Es orientar a los estudiantes a apoyarse de ilustraciones que les permita ver con claridad la idea de dividir y repartir usando de manera instintiva la equivalencia. (Llinares 2003) Podríamos ilustrar esto con este ejemplo:

Leidy quiere hacer la repartición de dos panes redondos entre 3 amigos. ¿Qué fracción de pan le corresponde a cada uno?

En este caso podríamos concebir una repartición posible en las siguientes condiciones lógicas:

Figura 1

Repartición ejemplo 1



Para cada uno 1/2 (un medio) de porción de pan y la mitad restante fraccionada en 3 partes 1/6. Teniendo entonces para cada uno 1/2 + 1/6 Es decir que no solamente se determina por medio de la división, sino que se apoya en la búsqueda equivalente de la repartición y una suma final para poder dar solución al contexto. Considero que es una de las más utilizadas por los estudiantes a la hora de tratar de dar una solución a un problema de este tipo, pues como indica el autor de estos significados: "Los racionales pueden ser vistos como un cociente, es decir como resultado de una división entre situaciones de reparto; los estudiantes deberían buscar diferentes partes equivalentes en los diferentes repartos utilizados, pues la idea de suma y equivalencia aparecen de manera natural en estas situaciones". (Llinares 2003).

OPERADOR: de acuerdo con Llinares (2003) esta definición está ligada a aumentar o disminuir una cantidad y esto se logra al multiplicar un valor para hacerlo crecer o dividirlo para encontrar una parte menor. Por tal, se usa la preposición ***de***: Cuatro sextos *de* 60 metros. Para este caso la explicación de su posible interpretación de parte de los estudiantes es cuando se les brinda un cuadro y al lado otro de diferente tamaño, y ellos interpretan si hay un aumento o una disminución por medio del análisis de los datos y medidas que se les brinde. Este significado es la

funcionalidad de la preposición “de”, ya que permite entender que el valor es una parte de, es una fracción de, una subdivisión de algo; Hace una unión de orden entre una unidad y otra o entre una unidad y una parte de la misma. Como ejemplo para ilustrar podemos tener “*3/5 de*” que es visto como una sucesión de “*multiplicar por 3 y dividir por 5*” o viceversa, “*dividir por 5 y multiplicar por 3*”, es decir, 3/5 puede entenderse como *3 veces 1/5 de la unidad* o *1/3 de 5 veces la unidad.*

RAZÓN: Una razón toma un sentido cuando hay una comparación entre dos cantidades de diferente o igual magnitud, (Llinares 2003). Como podría considerarse en estos ejemplos:

-- *La razón de solo hay 2 cervezas doradas en un six pack (2:4)*

- *La fracción de 4 huevos colorados en una docena de huevos blancos (1/3)*

La información que proporciona la razón es distinta del sentido esencial de los números naturales. Llinares (2003) aduce que podemos tener comparaciones de una cantidad con un todo y de una parte con otra parte. En los ejemplos anteriores, la razón entre las 2 cervezas doradas podríamos entenderla como una relación de parte a un todo, en six pack es la unidad, el todo y las 2 cervezas son una parte de ese todo. Mientras que la relación de huevos blancos y colorados en una canasta es una comparación parte-parte del conjunto total de la canasta. Esa situación nos brinda el dato de cuántos huevos son colorados, y nos indica la relación entre los dos géneros y así en sucesión las demás razones.

Haciendo referencia al aprendizaje de las fracciones, en primer lugar, se estima que, acorde con lo dicho por González del Olmo (2015) Se asocian los problemas de aprendizaje a los errores que se cometen y que conforme a la cantidad de significados que almacenen se podrá dar el uso

de las fracciones. Dicho esto, como segundo debemos estimar que las dificultades más comunes que se evidencian en los estudiantes vienen fundadas en las situaciones problema y las maneras de representarse, tal como indica Llinares ((2003) el problema en la enseñanza aprendizaje se da por las distintas maneras de representar una fracción (expresión, número, porcentaje) y que depende del tipo de situación (que va ligado al significado que movilice el estudiante).

La primera parte se basa en el contexto en el cual se expresa el problema a resolver con fracciones, debido a que el estudiante debe dirigir su pensamiento a como lo establece, como lo concibe, si una parte de algo, si un elemento de un conjunto o una operación realizada. La segunda parte es la forma con la cual el estudiante interpreta numéricamente la información. La dualidad parte desde la concepción desde el otro lado de la orilla por los profesores, que va estrechamente ligado al contenido que como profesores se entrega.

1.4.3 Referente Legal. *construcción personal*

Tabla 1. Referente Legal

Ley, Norma, decreto o documento	**Constitución Política de Colombia de 1991, artículo 67 y 68.**	**Ley General de Educación. Ley 115 de 1994, artículo 22**	**Ley General de Educación. Ley 115 de 1994, artículo 23**	**Ley 715 de 2001, artículo 5**	**Estándares Básicos de Matemáticas. *MEN*. 2006**		**Lineamientos curriculares de matemáticas. MEN 2006**
Texto legal (abreviado)	**"**La educación busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica …" "La enseñanza estará a cargo de personas de reconocida idoneidad ética y pedagógica (…)" (Asamblea Nacional Constituyente, 1991, pág. 30)	"Uno de los objetivos de la educación desarrollo de las capacidades para transformar su entorno usando la tecnología moderna, como una función socialmente útil (…)" (Congreso de la República de Colombia, 1994)	"Áreas obligatorias y fundamentales. Para el logro de los objetivos de la educación básica (…) Matemáticas." (Congreso de la República de Colombia, 1994)	"Establecer las normas técnicas curriculares y pedagógicas para todos los niveles de educación, sin perjuicio de la autonomía de las instituciones educativas (…)**"** (Ministerio de Hacienda, 2001)	"La educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales (…)" (Ministerio de Educación Nacional, 2006)	"(…) Se hace necesario pasar de una enseñanza orientada sólo hacia el logro de objetivos específicos a una enseñanza que se oriente al desarrollo de competencias matemáticas, científicas, tecnológicas (…)" (Ministerio de Educación Nacional, 2006)	"(…) La resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deber á permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos."
Contexto de la norma	El Profesor debe ir actualizando su labor, su didáctica y explorar nuevas formas de enseñanza.	La educación se debe encaminar a que los estudiantes adquieran herramientas para interpretar y solucionar problemas que permitan la búsqueda y adquisición de dichos conocimientos.	Se considera a las Matemáticas como un área obligatoria y fundamental del conocimiento para la formación de estudiantes.	Se tiene en cuenta la metodología la diversidad y valores de cada institución.	El cómo se enseña La educación matemática no debe ser de forma estancada, rutinaria e inmóvil, se debe estar acorde a las demandas globales, sociales y locales	Se hace inevitable pensar las matemáticas como una construcción humana, que está enmarcada en contextos sociales, históricos, políticos entre otros, que puede disponer de otros medios o apoyos para su desarrollo.	Solucionar problemas se considera como un elemento vital en la enseñanza de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático, de manera que al estudiante se le debe orientar para que aprenda a modelar y resolver problemas de situaciones de la vida cotidiana.

1.4.4 Referente Espacial o Local

La Institución Educativa Fe y Alegría José María Vélaz se halla ubicada en el barrio Popular N.º 2, Comuna Nororiental del Municipio de Medellín, en la calle 121 N.º 48 – 67, teléfono 604 464 41 46. En la actualidad cuenta con la educación básica y media académica (de preescolar al grado 11) con varios grupos en cada grado, cambiando su razón social de Colegio a Institución Educativa por resolución 229 del 30 de octubre de 2003. Esta institución lleva el nombre del fundador del movimiento Fe y Alegría. Su objetivo principal es orientar el ejercicio de la libertad y la práctica de los derechos, deberes y responsabilidades de todos los actores involucrados en la vida escolar.

Aspectos relevantes del barrio y de la institución: Para describir a la población que se atiende en la institución usaremos las siguientes características: Por lo general los niños cuentan con nada o inadecuada estimulación temprana; manejan altos grados de desconcentración, poco acompañamiento para la realización de las tareas debido al nivel bajo de escolaridad de los padres o cuidadores, niveles de desnutrición leve, inadecuada higiene, grados altos de violencia y agresividad en los juegos que practican, niveles bajos en el lenguaje con poco léxico; Jóvenes con alto nivel de desmotivación para el estudio, pasan largas horas del día solos en casa o en la calle, poseen baja autoestima, bajo nivel de metas académicas.

CARACTERÍSTICAS DEL PEI:

Las características más relevantes que contiene el Plan Educativo Institucional PEI que se relacionan con la presente propuesta son las siguientes citas textuales:

- "Fortalecer en los ambientes de aprendizaje la cultura ambiental, la innovación, el emprendimiento y el uso responsable de las TIC, desde la *estrategia de solución de problemas* como la dinámica para la excelencia académica y la inclusión educativa." (IEJMV, 2021, p. 12)
- Promover la participación y democrática de la comunidad educativa en los distintos escenarios institucionales generando mayor autonomía en la implementación de alternativas de solución de problemas. (IEJMV, 2021, p. 12)

Estas características son primordiales en la dirección de este proyecto, pues permiten que tengamos el mismo horizonte que es hacer hincapié en la búsqueda de estrategias de solución de problemas que desarrolle en los estudiantes un pensamiento autónomo con unas bases y criterios firmes respecto a los significados del conjunto de los números racionales. Aquí es donde hay un fortalecimiento de la estructura de pensamiento, la cual crece a medida que conocemos la forma como aprendemos mejor y la directa relación con respecto a la didáctica para lograr mejorar ese aprendizaje.

CAPÍTULO II Diseño metodológico: investigación aplicada

2.1 Enfoque de la Investigación.

La investigación es el proceso por medio del cual se crean algunos conocimientos con el propósito de explicarlos, comprenderlos y transformarlos de acuerdo con las necesidades que se le presentan al hombre y que no es extraño que cambien de forma constante. Hernández et al (2014) la definen como un "conjunto de procesos sistemáticos, críticos y empíricos que se aplican al estudio de un fenómeno" (p. 4). Podemos definir que es un proceso de creación que trae consigo unas reglas establecidas como un lenguaje aceptado y determinado en el tiempo por la misma ciencia a través de los orígenes del método científico y que sus características se determinan de acuerdo con sus enfoques, que, luego de ser aplicada la investigación de cualquier tipo, podemos interpretarlos de forma Cuantitativa o Cualitativa.

La investigación cualitativa, según Hernández et al (2014) permite ahondar en los datos, dispersión, valor interpretativo, contextualización del entorno, datos detallados y experiencias únicas. Asimismo, un mejor un punto de vista y algo de flexibilidad. Determinando entonces el papel importante que trae consigo la interpretación de los datos, por medio de una observación detallada, tratando de indagar lo concreto con la finalidad de descubrir patrones decomportamiento o de orientación hacia cierto concepto o conocimiento específico, haciendo afinidad con lo dicho por Hurtado (2007) sobre el paradigma interpretativo se ubica en medio de la conexión de lo simbólico y la hermenéutica, en mayor parte dirigido a técnicas aclarativas en cada persona de su visión de la realidad, basados en experiencias que hayan tenido.

Además, el enfoque cualitativo se orienta a áreas o conceptos significativos de investigación; Sin embargo, en lugar de que la claridad sobre las preguntas de indagación e hipótesis se anteponga a la recolección y el análisis de los datos, como pasa en la mayoría de los

estudios cuantitativos, los estudios cualitativos pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos. La acción de indagación se mueve de manera práctica en ambos sentidos: entre los datos y su posible interpretación.

Podemos, en un segundo momento como un dato relevante, el recordar a la hermenéutica como la interpretación, la explicación y traducción de la comunicación escrita, la comunicación verbal y, ya secundariamente, la comunicación no verbal que nos va a permitir la validación de la información que se obtenga de manera escrita y en posibles ocasiones no verbal para poder interpretar de la mejor manera la estructura del cómo se asimilan los diferentes significados de los números racionales en los estudiantes.

Acorde a las ideas previas, la presente investigación es Cualitativa de Enfoque Interpretativo-hermenéutico, basados en Hernández et al (2006) que refieren que la investigación cualitativa consiente un método basado en cortes metodológicos establecidos en principios tales como la fenomenología, hermenéutica y la interpretación social, manejando métodos de recolección de datos no cuantitativos, con el propósito de describir la realidad tal como lo experimentan. Estableciendo entonces, una recolección de datos no cuantitativo con el instrumento de solución de problemas de números racionales y la posterior interpretación del desarrollo de dicho instrumento.

2.2 Fases de la investigación

En el enfoque interpretativo-hermenéutico, el docente será observador activo del proceso, construyendo de forma concreta y detallada el instrumento para la indagación, basado en situaciones problema, para la posterior solución por parte de una muestra determinada de estudiantes, que por medio de las respuestas obtenidas permita, como indica Pablo Vain (2012),

dar razón de nuestra posición ante una temática a investigar, al eliminar las interferencias de nuestros enfoques teóricas e ideológicos. Esto lo produce la investigación sea cualitativa, ya que busca describir e interpretar las respuestas de los estudiantes respecto a su propia percepción de los significados posibles de los números racionales. De este modo, se definen las siguientes tres etapas que llevaremos a cabo:

2.2.1 Diseño de instrumentos

Para la fase el diseño, el punto de partida de la propuesta es esbozar las situaciones problema de los números racionales, creando una prueba escrita basada en 4 situaciones y 3 respuestas alusivas a las soluciones plasmadas, con el fin de definir las estrategias cognitivas que queremos validar en la intervención en el aula se establece el problema como punto de partida, con la finalidad de identificar los saberes de diferentes conceptos con relación a las razones y relaciones de las partes de una unidad y su interpretación numérica y gráfica.

2.2.2 Implementación:

Una fase de intervención en el aula consiste en aplicar el instrumento diseñado a un grupo focal de estudiantes del grado sexto, buscando que el estudiante resuelva los cuatro problemas planteados en un mismo ambiente de información, en el cual va a encontrar diferentes estilos para poder solucionar las situaciones. Aquí es donde se desencadenará que ellos plasmen la forma en cómo se apropian de los conocimientos para la resolución de problemas de números racionales y a las técnicas que propone. Los significados posibles son 4 y los problemas les van a permitir acercarse a dichos significados, con la intención de validar de qué manera o por cual vía ellos asocian los números racionales en cada contexto.

2.3 Instrumentos de recolección de datos

El instrumento para la recolección de los datos se basa en una prueba escrita que contiene 4 situaciones problema en un ambiente de una fiesta de cumpleaños de una niña llamada Aurora, y de 3 respuestas finales alusivas a las soluciones plasmadas en cada punto. Se define el problema como punto de partida, con la finalidad de identificar los saberes de diferentes conceptos con relación a las razones y relaciones de las partes de una unidad y su interpretación numérica y/o gráfica. Los problemas se establecen apoyados en cada uno de los cuatro significados que son presentados por Llinares (2003) quien hace énfasis en considerar cuatro: medida, reparto, operador y razón. Por lo cual, es ésta la temática del instrumento basada en el trabajo con solución de problemas y la interpretación de los posibles significados de las fracciones a entender por los estudiantes.

Los cuatro problemas que se presentan en el instrumento son los siguientes, en donde vamos a establecer luego de cada pregunta cuál puede ser la o las posibles respuestas que ellos deberían brindar dentro del contexto del significado que se consulta:

1. *En la fiesta de cumpleaños de Aurora se ha brindado helado de chocolate y de vainilla chips. Si tres quintos de lo que le corresponde a cada niño es de chocolate y lo demás es de vainilla chips:* ***¿Cómo podríamos imaginar que se sirve el helado? (MEDIDA)***

Podríamos esperar que ellos determinen una medida por medio de alguna de las dos graficas o en un evento más ideal una fracción determinada para cada sabor.

Figura 2

Ejemplo repartición problema 1

$$\frac{3}{5} \quad y \quad \frac{2}{5}$$

.

2. Para poder cercar la zona de la fiesta de Aurora, el mayordomo usa una cuerda que mide sesenta metros. Al finalizar se da cuenta de que usó cuatro sextos de la cuerda en su tarea. ***¿Cuántos metros de cuerda ha usado? (OPERADOR)***

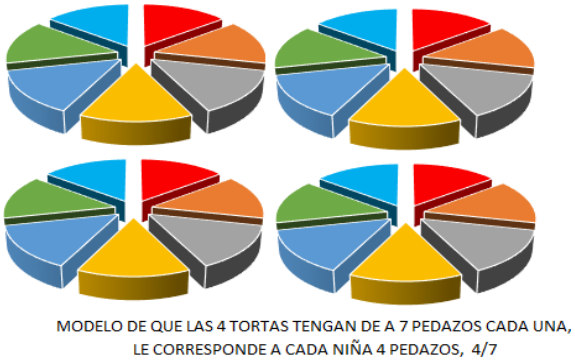
En este caso debemos esperar que se interprete numéricamente una parte de 60 metros. Y luego operar 4/6 de 60 metros de cuerda que es visto como un resultado de "multiplicar 60 por 4 y dividir por 6" o al contrario, "dividir 60 metros por 6 y multiplicar por 4", es decir, un resultado de 40 metros. Podría apoyarse en una figura o gráfico, pero la parte inicial de los valores es lo primordial.

3. *Al finalizar la fiesta, Aurora organizó una pijamada en su casa. Para el refrigerio, su madre quiere compartir cuatro pizzas entre Aurora y seis de sus amigas.* ***¿Qué porción de pizza le corresponde a cada niña? (REPARTO)***

Se espera en este caso la repartición de las pizzas de manera equitativa, como muestra la imagen o de la forma que garantice la misma cantidad para las 7 niñas. Pueden también hacerlo de forma numérica o de sumatoria (4/7) y será una respuesta acertada al problema.

Figura 3

Ejemplo repartición problema 3



4. *Para la fiesta, se compran todas las bebidas en almacenes "El Caracol", donde venden gaseosas en paquetes de dieciséis unidades. Por cada paquete de dieciséis gaseosas, cuatro de ellas son de sabor a manzana, ocho de ellas son de tamarindo y el resto sabor a piña: ¿Cómo podrías representarlo en fracciones?* ***(RAZÒN)***

En este problema se espera como respuesta que hagan un razonamiento respecto a la proporción de cada uno de los sabores respecto al paquete. sea 4:16 y 8:16 o en forma de fraccionario 4/16 y 8/16. Podrían apoyarse en figuras, pero el resultado debe ser una razón de la cantidad de un sabor, respecto a la cantidad que trae el paquete.

Para finalizar el instrumento de manera completa y buscando los argumentos de los estudiantes para ser analizados, se establece al final de los problemas un cuadro y una pregunta de contexto; En el cuadro los estudiantes van a describir la validación del porqué se procede a solucionar de la forma que lo hicieron y si creen que quedó resuelto de manera exitosa. Luego del

cuadro, viene la pregunta final relacionada con las diferencias que tiene cada problema, ya que esta información va muy ligada a la parte interpretativa de la forma como solucionaron cada situación. Estas preguntas se han incluido para entender mejor por qué los estudiantes habían hecho lo que hicieron al momento de resolver los problemas, con el fin de interpretar la forma del estudiante pensar, expresarse y comunicar este tipo de situaciones, contextualizando lo expresado por Linares (2003): Un pilar para los estudios posteriores de matemáticas y ciencias en la escuela secundaria es el razonamiento proporcional, que consolida el conocimiento matemático de fracciones, números decimales y proporciones de la educación primaria.

veamos el cuadro con las posibles respuestas esperadas:

Tabla 2 Respuestas esperadas. construcción personal

Respuestas esperadas.

	¿Qué hiciste para resolver el problema?	**¿Por qué crees que el problema quedó bien resuelto?**
PROBLEMA 1	*Se espera que ellos determinen una medida por medio de gráficas o en una fracción determinada para cada sabor.*	*El argumento va ligado a la solución evidente del ejercicio, demostrar por qué si logró encontrar una respuesta satisfactoria y con el apoyo didáctico, numérico o visual correcto.*
PROBLEMA 2	*La expectativa es que argumenten que lo hicieron por medio de una operación, de una multiplicación y división para obtener el resultado. Los valores aquí tienen toda la relevancia en el proceso.*	*El argumento va ligado a la solución evidente del ejercicio, demostrar por qué si logró encontrar una respuesta satisfactoria y con el apoyo didáctico, numérico o visual correcto.*

PROBLEMA 3	*Se espera en este caso la solución establecida por medio de una repartición de manera equitativa, pero en especial de forma numérica o de sumatoria.*	*El argumento va ligado a la solución evidente del ejercicio, demostrar por qué si logró encontrar una respuesta satisfactoria y con el apoyo didáctico, numérico o visual correcto.*
PROBLEMA 4	*Aquí se busca que la respuesta tenga una validación por medio de la proporción de cada uno de los sabores respecto al paquete. "Un valor de"*	*El argumento va ligado a la solución evidente del ejercicio, demostrar por qué si logró encontrar una respuesta satisfactoria y con el apoyo didáctico, numérico o visual correcto.*

2.4 Población y Muestra.

Población: La presente estrategia metodológica se aplicará en la Institución Educativa José María Velaz, una institución de carácter público, que está localizada en la zona nororiental de la ciudad de Medellín, en la Comuna 1, Barrio Popular 2; ofrece su servicio de educación gratuita a 1000 niños, niñas, jóvenes y adultos de los estratos 1 y 2, cuenta con más de 55 licenciados y profesionales para su funcionamiento.

Muestra: Este trabajo se aplicará en la institución mencionada, con el grupo (experimental) sexto B, que está compuesto por 35 estudiantes, 14 hombres y 21 mujeres cuyas edades oscilan entre los 11 y 13 años.

2.5 Método de Análisis de datos

Análisis de contenido.

El análisis de datos, que en este caso se habla del análisis de contenido cualitativo, puede considerarse como una herramienta que permite que se realice una investigación sobre determinado concepto, estableciendo como un punto de partida algún hecho del cual pueda realizarse una deducción. Teóricamente, las definiciones estrictas como la de Krippendorff (1990) indica que se puede formular, a partir de ciertos datos, inferencias reproducibles y válidas que alcanzan a usarse en su contexto, es lo que podemos llamar *el análisis de contenido* o la de Bererson (1952) que la define "como una técnica de investigación para la descripción objetiva, sistemática y cualitativa del contenido manifiesto de la comunicación" (p. 18). Traen inmersos varios pilares fundamentales en su concepción como son describir o formular partiendo de un hecho, la validación del contenido y su resultado final para quien lo analice.

Debemos concebir en este contexto los *hechos* como la situación que se plantea para poder dar apertura al análisis, ya sea por medio de una encuesta, la observación no estructurada, un taller escrito, entrevistas verbales, exploración de documentos, discusiones en grupo, evaluación de experiencias personales, e interacción e introspección con grupos. Al elegir alguno de estos procesos antes mencionados se permitirá obtener datos o impresiones resultantes con las cuales se puede proceder al análisis de acuerdo con la orientación que se pueda brindar a la investigación.

La recolección de datos se basa entonces, en obtener las opiniones y puntos de vista de los participantes del hecho (sus experiencias, emociones, prioridades, significados y otros aspectos más bien subjetivos) y la orientación del enfoque se establece por medio de métodos de recolección de datos no estandarizados ni predeterminados; También pueden ser muy interesantes las interacciones entre individuos, grupos y colectividades y como indican Hernández, Fernández y

Baptista (2014) que por medio de las preguntas más amplias, puede hallar datos escritos, verbal y no verbal o visuales apelando con sus respuestas a dar cuenta de sus inclinaciones.

La interpretación de los datos no puede imaginarse únicamente basada en los significados simbólicos, ya que su interpretación podría considerarse desde varios focos de atención. Krippendorff (1990) considera que se deben tener muy presentes dos posiciones a la hora de interpretar la información que obtenemos, argumenta en primer lugar que los mensajes no tienen un único significado, siempre será posible explorar los datos desde varias perspectivas, en especial si son de naturaleza simbólica. . Es decir, que no hay una sola manera de ver una respuesta obtenida o una solución o una opinión brindada; Un mensaje podrá ser interpretado de diferentes formas, algo que va a ir muy ligado a quién analiza los datos, porque aquellos mensajes pueden transferir varios significados.

En un segundo aspecto se determina que no siempre deben coincidir los significados entre lo esperado y lo interpretado, abriendo la puerta al análisis de contenido como tal, Krippendorff (1990). Direccionando en este caso la atención del análisis hacia la comprensión que pueden existir coincidencias en las respuestas o resultados derivados en el hecho, sin embargo, no es una regla explícita que deba cumplirse respecto a que haya similitud en los datos obtenidos entre las personas que responden. Aquí es donde debemos hacer hincapié a los resultados obtenidos, debido a que si van a depender para su interpretación de algo muy importante y es el contexto de los datos. Cualquier grupo de datos obtenidos no podrán ser interpretados de la misma manera por un sociólogo que tiene una perspectiva del entorno, o de un lingüista que tiene su foco en las palabras, o un periodista con respecto a los hechos no hará una interpretación similar a un abogado, según sea el caso. Se debe considerar de una manera muy exacta la correlación entre los datos y su propio contexto.

CAPITULO III Trabajo Final: Resultados, Aplicación de metodología y Análisis

3.1 Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica.

La Tabla 3 presenta dos aspectos principales en el proceso de resolución de los problemas desarrollados por los estudiantes y que fueron planteados en la prueba. En la primera parte se tienen las fases en las que los estudiantes resolvieron cada problema conforme a lo propuesto por Pólya para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos.

En la segunda parte se señalan los recursos semióticos que son utilizados por los estudiantes para la resolución del problema, ya sea de manera lingüística, simbólico o visual (Krippendorff 1990).

Con el fin de poder interpretar la información de la Tabla, desde la parte izquierda hacia la derecha se definen cada uno de los 4 problemas a resolver y la cantidad de 1 a 35 estudiantes que en dicho problema usaron alguno de los pasos de las dos partes mencionadas, las fases de resolución y los recursos semióticos.

Tabla 3 Aspectos del proceso de resolución construcción personal
Aspectos del proceso de resolución

CATEGORÍA	Resolución del problema y descripción de su resolución									
TAREA	FASE 1: Comprender el problema			FASE 2: Concebir un plan		FASE 3: Ejecutar el plan			FASE 4: Visión retrospectiva	
	Señala los datos.	Reconoce condiciones.	Sabe qué se le pregunta	Realiza represe nta-ciones	Describe los pasos.	Identifica y realiza operaciones	Aplica un paso a paso.	Contesta la pregunta	Verificar el resultado.	Obtiene el resultado de forma diferente
[1]	25	31	33	32	7	5	3	25	3	3
[2]	20	25	24	18	4	10	5	11	6	4
[3]	10	24	25	29	8	11	10	17	6	17
[4]	16	25	25	25	9	10	10	16	11	7

A continuación, se interpretará la información contenida en la Tabla 3 con el fin de describir las estrategias de resolución de problemas usadas por los estudiantes y los recursos semióticos usados en su resolución.

3.1.1 Estrategias de resolución de problemas

FASE 1: Comprender el problema

a) Señala los datos.

Para este paso de la fase 1 se evidencia que el 71.4 % de estudiantes señalan los datos del ejercicio, escribiendo el número racional como una fracción. En el enunciado del problema, los "tres quintos" permiten, en colaboración con otros recursos, la proyección del resultado del problema, es decir, la identificación de cuantas bolas de helado de cada sabor se sirve. El número señalado en el enunciado del problema sirve de guía para interpretar el paso que debe seguirse, tal como se muestra en las figuras 4, 5 y 6.

Figura 4

Respuesta del Estudiante 3 al problema 1

. En este caso el estudiante 3 señala los datos al escribir la fracción del enunciado, para emplearla de apoyo y graficar los 5 cuadritos y así dar una solución gráfica del proceso de resolución.

Figura 5

Respuesta del Estudiante 5 al problema 1

En esta representación se evidencia que el estudiante 5 escribe la fracción para guiarse en el proceso de solucionar el problema, adicional a esto se apoya en dos gráficas que le permiten generar una respuesta.

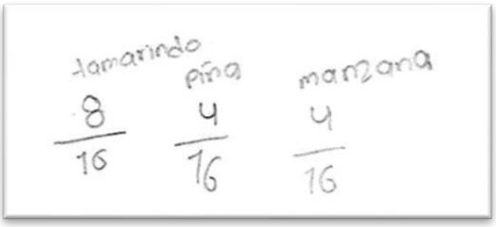
Figura 6

Respuesta del Estudiante 23 al problema 1

Esta figura 6 muestra que el estudiante 23 señala cada parte de la fracción para poder basarse en ella y graficar en la búsqueda de una respuesta.

Figura 7

Respuesta del Estudiante 27 al problema 4



En esta representación se evidencia que el estudiante 27 escribe las fracciones para guiarse en el proceso de solucionar el problema, como estimando un proceso de suma de dichas partes.

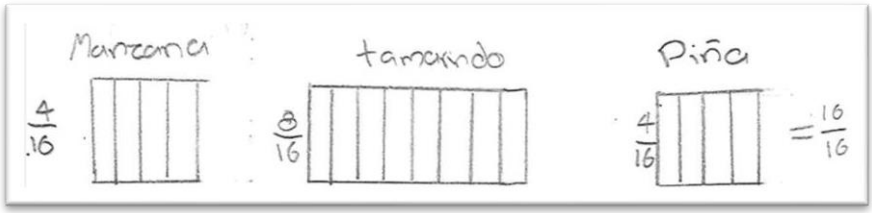
Figura 8

Respuesta del Estudiante 14 al problema 2

Esta Figura muestra que el estudiante 14 señala la fracción del ejercicio, la cantidad usada y un cuadro sombreado para poder basarse en ello y graficar en la búsqueda de una respuesta.

Figura 9

Respuesta del Estudiante 1 al problema 4



En esta representación se evidencia que el estudiante 1 escribe las fracciones para guiarse en el proceso de solucionar el problema, adicional a esto se apoya en gráficas que le permiten generar una respuesta que parece una sumatoria.

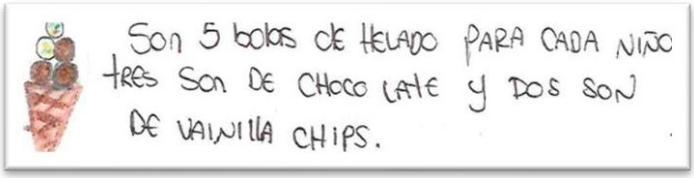
b) Reconoce condiciones.

Reconocer las condiciones en el enunciado de los problemas es importante para saber cuáles son los pasos para seguir y para la busque da de coherencia entre el enunciado y los procedimientos desarrollados. Y en este caso es una de las dos situaciones que tiene mejores

números para los 4 problemas planteados, mostrando todos los problemas por encima de un 68 % de reconocimiento de las condiciones, es decir, 24 o más estudiantes lo han reconocido. En el problema 1, el 88.57 % de los estudiantes comprenden las condiciones presentadas ene l enunciado del problema. Los demás problemas tienen una cifra superior al 68% de logar reconocer condiciones, sin embargo, creo que se puede deberse a que para los estudiantes el lenguaje de fraccionar o dividir algo les es más sencillo de lograr que el relacionar una cantidad basada en una fracción o de brindar una razón entre fracciones.

Figura 10

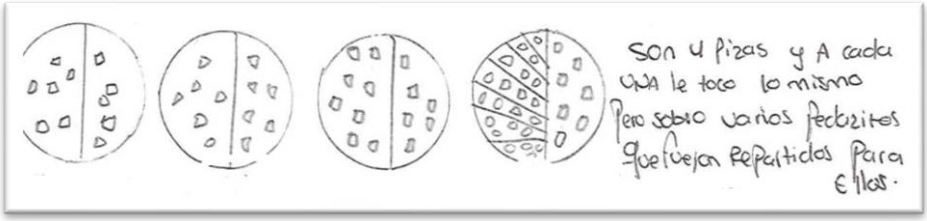
Respuesta del Estudiante 15 al problema 1.



Esta figura el estudiante 15 escribe en sus palabras cuales son las condiciones que ha comprendido sobre el planteamiento que leyó del problema 1.

Figura 11

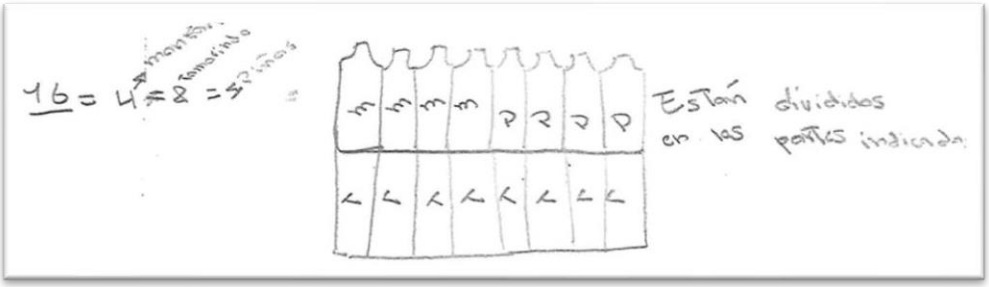
Respuesta del Estudiante 15 al problema 3.



En esta figura 11, el estudiante 15 escribe en sus palabras cuales son las condiciones que ha comprendido y que sigue para solucionar el planteamiento que leyó del problema 3.

Figura 12

Respuesta del Estudiante 6 al problema 4.



El estudiante 6 describe en sus palabras cuales son las condiciones que ha comprendido y como reparte problema 4.

Figura 13

Respuesta del Estudiante 32 al problema 1.

Aquí está la indicación de esta figura 13 sobre como hace la repartición según las cantidades del problema 1 según el estudiante 32 escribe en sus palabras cuales son las condiciones que ha comprendido y que sigue para solucionar el planteamiento que leyó del problema 3.

c) Sabe qué se le pregunta

Este es el paso que cuenta con más alto índice de estudiantes que demuestran comprenderlo, 94.2 %. Cuando se conoce exactamente lo que se les pregunta, entonces pueden

buscar la forma con la cual llegar a un resultado. Y tal como vemos en los dos análisis anteriores, aquí también evidencian un apoyo numérico y el reconocimiento de las condiciones a seguir.

FASE 2: Concebir un Plan

d) Realizar representaciones gráficas

Las representaciones gráficas realizadas por los estudiantes sirven de apoyo para la comprensión del problema y el planteamiento de un plan de resolución, los cuales se encuentran por encima de los 25 estudiantes, es decir, más del 70% lo emplearon para dichos problemas. Sobresale el apoyo de las representaciones gráficas para resolver el problema 1 del helado, con el cual fueron varios los estilos para poder comprender, donde se comprueba que los estudiantes les agrada contar con un apoyo visual para poder enfrentar las situaciones y resolverlas, como vemos en los siguientes ejemplos elaborados por ellos:

Figura 14

Respuesta del Estudiante 5 al problema 1.

Aquí el estudiante 5 usa dos representaciones en el problema 1, el sombreado de una unidad dividida en 5 casillas y la representación de un helado servido para determinar como repartir las cantidades.

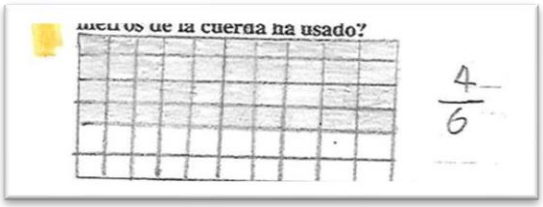
Figura 15

Respuesta del Estudiante 14 al problema 2.

En esta figura 15, el estudiante 14 usa una representación en el problema 2, donde en una unidad dividida en 6 partes, se sombrean 4 casillas y tratar de apoyarse para responder.

Figura 16

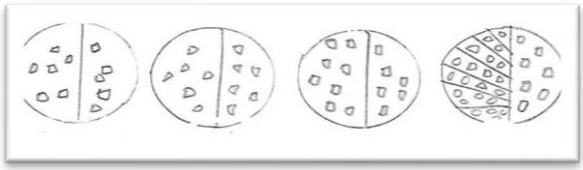
Respuesta del Estudiante 1 al problema 2



Aquí el estudiante 1 usa una representación en el problema 2, donde en un bloque de cuadros dividido en 60 casillas, se sombrean 40 de ellas y trata de apoyarse para encontrar un valor.

Figura 17

Respuesta del Estudiante 15 al problema 3



La anterior figura 17 de la repartición de la pizza la emplea el estudiante 15 que usa una representación en el problema 3, donde en representa las pizzas y trata de hacer una repartición equilibrada.

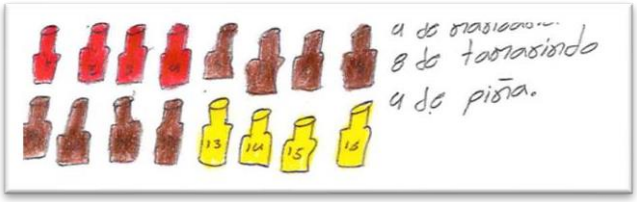
Figura 18

Respuesta del Estudiante 32 al problema 1

Aquí el estudiante 32 usa una representación en el problema 1, donde separa en cajas diferentes las bolas que se deben repartir según lo entendido en el enunciado para encontrar una respuesta adecuada.

Figura 19

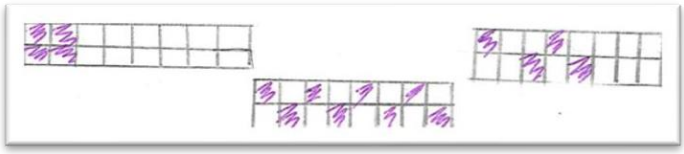
Respuesta del Estudiante 13 al problema 4.



Esta figura del estudiante 13 la aplica al problema 2, dando formas a las botellas y color según el sabor, para apoyarse y determinar un valor de respuesta.

Figura 20

Respuesta del Estudiante 21 al problema 4



En esta figura el estudiante 21 usa una representación en el problema 4, donde en tres unidades divididas en 16 partes, se sombrean 4 casillas y 8 casillas y tratar de apoyarse y dar una respuesta adecuada.

Figura 21

Respuesta del Estudiante 29 al problema 1.

La figura del estudiante 29 representa el problema 1, donde separa en conos diferentes las bolas que se deben repartir según lo entendido en el enunciado para encontrar una respuesta adecuada.

e) Describe los pasos

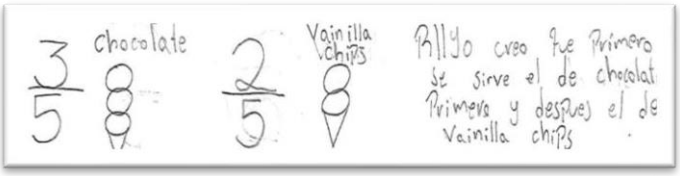
En el desarrollo de los problemas se evidencia no es tan usado esta fase que tienen los estudiantes para describir los pasos con los cuales va a resolver; Para todos los problemas se cuenta con menos 9 alumnos (25 %) que de alguna manera establecen un paso a paso a seguir, una indicación de cuál es el proceso por desarrollar para obtener una respuesta. Aquí hay algo que contrasta pero que debe ser rescatado para lo que deseamos comprender de los estudiantes y es su forma de solucionar: La mayoría de ellos ven la situación y tratan de resolverla de primer impacto.

Carecen del desarrollo de un plan para abordar problemas que se han planteado, podría afirmarse entonces, que hay en el fondo un proceso mecánico y memorístico al que ellos apelan para poder resolver los puntos que se les plantean en la prueba. Hay poco cuestionamiento, razonamiento y planeación para el proceso matemático a desarrollar.

Algunos de los pocos planes que pueden verse o que se llevó a cabo son:

Figura 22

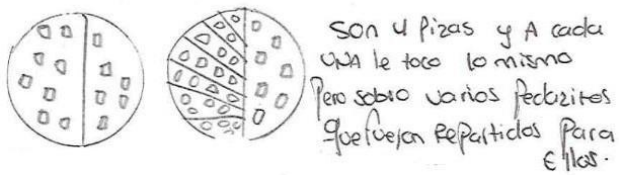
Respuesta del Estudiante 23 al problema 1.



La figura 22, del estudiante 23 representa el problema 1, donde explica que se hace según su criterio y como va a responder .

Figura 23

Respuesta del Estudiante 15 al problema 3



La anterior figura 23, de la repartición de la pizza la emplea el estudiante 15 que brinda su explicación de que hará para repartir bien la pizza en el problema 3.

Figura 24

Respuesta del Estudiante 12 al problema 4.

Esta figura 24 detalla como planea resolver el estudiante 12 el problema 4, que cantidad de cada uno, para luego dibujar y distribuir los sabores.

FASE3: Ejecutar un plan

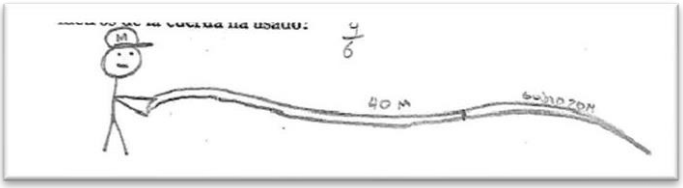
f) identifica y realiza operaciones

En esta fase en la cual debe identificar qué operación debe hacer y ejecutarla, podemos tener la certeza que hay una oportunidad de mejorar este aspecto en los estudiantes debido a que el porcentaje de acierto más alto es 31.42% (11 estudiantes) en el problema 3, de la repartición de la pizza para las 7 niñas En este caso

Esto me demuestra que, en análisis anteriores, los números favorecen a la gran cantidad de estudiantes que grafican para resolver el problema, aunque no se apoyan en un resultado de una operación, sino en tratar de hacer una conjetura al dibujar para poder responder lo solicitado. Es muy importante resaltar que del único problema que se esperaba en concreto que se lograra contar con una operación era en el problema 2, de la cuerda usada por el mayordomo, en la cual solo se logran ver planteamientos de cuerdas dibujadas, cuadros dibujados y sombreados, pero nada de apoyo en el proceso numérico. .

Figura 25

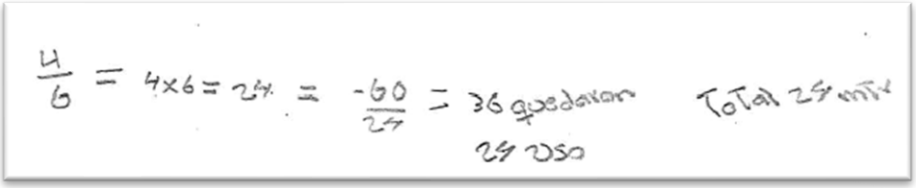
Respuesta del Estudiante 10 al problema 2.



Esta figura 25 podemos ver que el estudiante 10 en el problema 2 dibuja, genera unos valores y respuesta, pero *sin operar*.

Figura 26

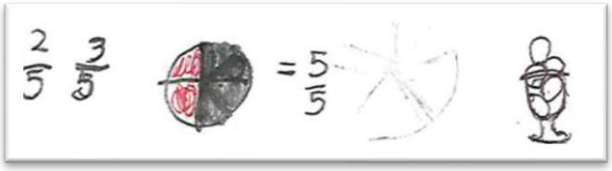
Respuesta del Estudiante 6 al problema 2.



Aquí vemos que el estudiante 6 trata de realizar una operación de multiplicar, dividir y buscar de alguna manera la respuesta. Finalmente hay un valor errado en el problema 2.

Figura 27

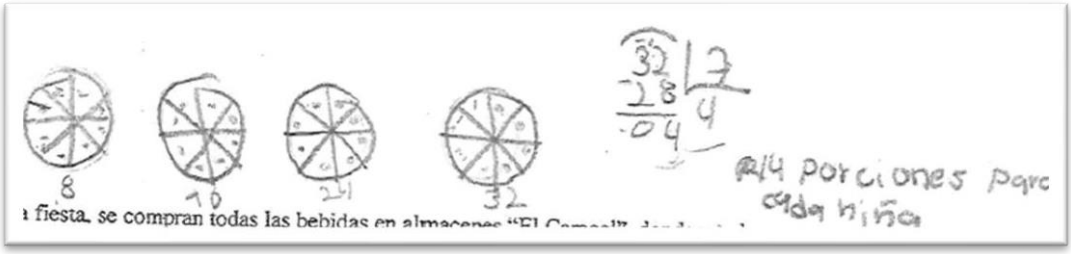
Respuesta del Estudiante 30 al problema 1.



De esta figura 27 podemos validar como establece una sumatoria al identificar las cantidades a servir del helado y apoyarse en un diagrama de torta

Figura 28

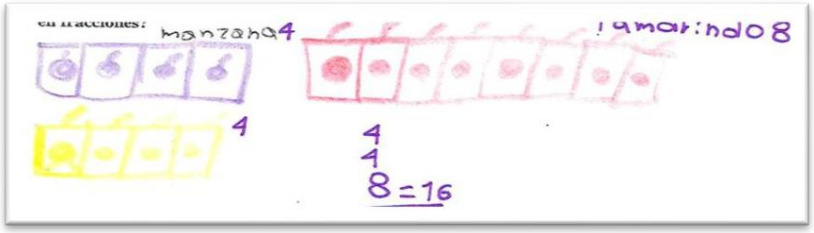
Respuesta del Estudiante 3 al problema 3.



En la anterior figura 28 se evidencia la operación de dividir la cantidad de pedazos de pizza que resultaron luego del fraccionamiento del estudiante 3, Encontrando una respuesta clara al problema 3.

Figura 29

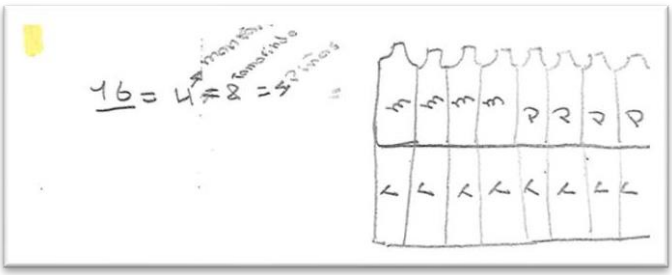
Respuesta del Estudiante 29 al problema 4.



Este ejemplo del problema 4 nos indica que la suma se realiza sin usar fracciones, pero resuelve el problema según las cantidades.

Figura 30

Respuesta del Estudiante 6 al problema 4.



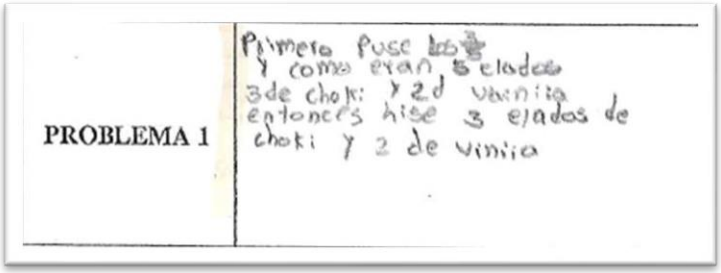
Esta figura 30, también del problema 4, nos indica que encuentra las cantidades por medio de restar, tampoco se usan fracciones, pero resuelve el problema según las cantidades.

g) Aplica un paso a paso

En este aspecto, los problemas 3 y 4 son los que *le aplican un paso a paso* o permite una evidencia de ello. Aquí determinamos que podemos hacer un mejoramiento en este punto también debido a que en una gran parte no tiene la habilidad de diseñar un paso a paso para una solución. En ambos problemas tenemos solo a 10 estudiantes (el 28.57 % del grupo) que demuestran este criterio Como ejemplo, El estudiante #10 aplica su paso a paso en el problema 4 indicando “saqué a parte las bebidas y comencé a repartir como decía el texto, 4 de manzana, 8 de tamarindoy el resto que es 4 de piña”

Figura 31

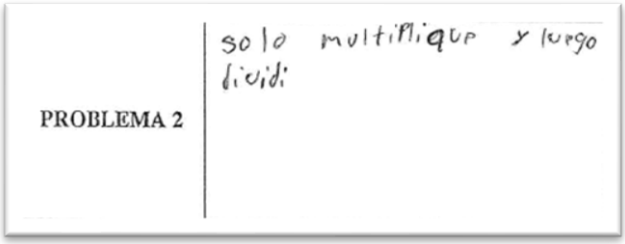
Respuesta del Estudiante 11 al problema 1.



El estudiante 11 indica que primero puse los tres quintos y como eran 5 helados, 3 de chocolate y 2 de vainilla, entonces hice (dibujé) 3 helados de chocolate y 2 de vainilla.

Figura 32

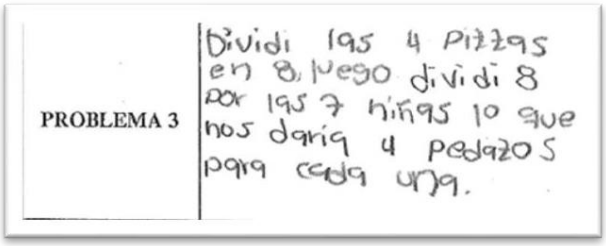
Respuesta del Estudiante 7 al problema 2.



En esta figura el estudiante 7 muestra que primero realiza la multiplicación de cantidades y luego divide el resultado obtenido, para el problema 2.

Figura 33

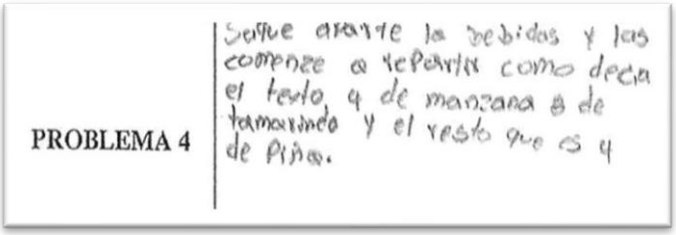
Respuesta del Estudiante 3 al problema 3.



En esta figura 33 del estudiante 3, detalla que en el problema 3 divide las 4 pizzas en 8 partes, luego el resultado obtenido, lo divide por la cantidad de niñas para obtener una cantidad de pedazos exacta, para el problema 3.

Figura 34

Respuesta del Estudiante 10 al problema 4.



Esta figura del estudiante 10 sobre el problema 4, indica como saca a parte las bebidas y reparte según las cantidades indicadas en el texto para poder inferir la cantidad restante.

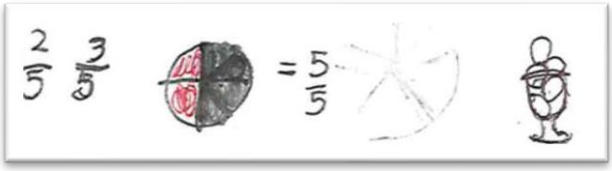
h) Contesta la pregunta

El contestar la pregunta revela que ese anterior proceso de prueba-error sin pasar por el paso de las operaciones les permite también llegar de manera intuitiva a las respuestas. El aprendizaje de los números racionales, a este punto, nos hace un llamado a pensar que, si pueden lograr llegar a una respuesta. La pregunta 1 tiene 25 estudiantes (71.42%) que responden de manera correcta, mientras que los otros 10 estudiantes escriben un argumento o grafican, pero no contestan la pregunta, no llegan a la respuesta como tal. Al dar una mirada completa las respuestas en general (y aunque la respuesta en la mayoría de casos se obtiene con procesos gráficos), en algunos casos no se realizaban operaciones, como en el problema 1, solo se establecía de cual forma es servido el helado, sin embargo hubo planteamientos de suma; Mientras que para el problema 2 fue lo contrario, se esperaban operaciones para resolver y la mayoría de las respuestas fueron erradas al

confundirse, tratando de graficar pero no encontrando respuestas o procedimientos numéricos; En el tercer problema fue muy gráfico y poco numérico, similar al problema 1; Por último, las respuestas del problema 4, se dirigían a establecer una razón entre cantidades y en la mayoría de las respuestas encontramos una repartición de las cantidades para inferir el valor buscado. Contrastando esto con sus procedimientos infiero que los estudiantes tienen preferencia por hacer un dibujo siempre que tocan el concepto *fracciones* y que la parte numérica no es un recurso primordial en la generación de respuestas, es el tener un dibujo con una repartición lo que determina si tiene sentido todo lo que hacen, por ejemplo

Figura 35

Respuesta del Estudiante 30 al problema 1.



En esta figura 35 podemos validar como brinda la respuesta al obtener el resultado de sumar las cantidades dos quintos y tres quintos en el problema 1.

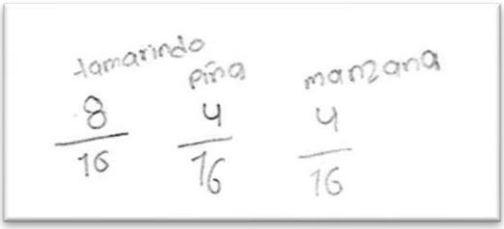
Figura 36

Respuesta del Estudiante 23 al problema 1.

La respuesta de esta figura 36 muestra que el estudiante 23 señala ambos datos de las fracciones para establecer la respuesta.

Figura 37

Respuesta del Estudiante 27 al problema 4.



En esta representación se evidencia que el estudiante 27 Responde al escribir las fracciones y así solucionar el problema.

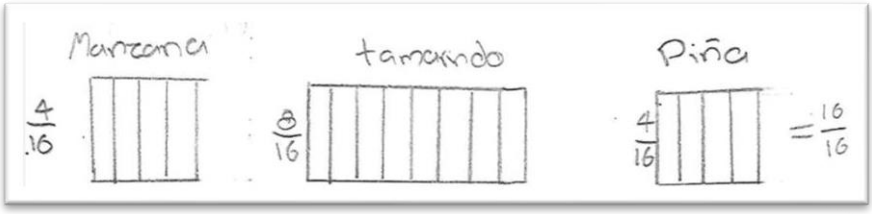
Figura 38

Respuesta del Estudiante 14 al problema 2

En esta figura 38 muestra que el estudiante 14 señala la fracción del ejercicio al determinar su respuesta basada en la gráfica que pensó era apoyo conveniente.

Figura 39

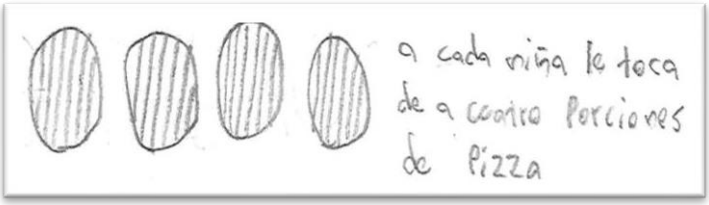
Respuesta del Estudiante 1 al problema 4



En esta representación se evidencia que el estudiante 1 escribe las fracciones estilo suma para determinar la respuesta del problema 4.

Figura 40

Respuesta del Estudiante 14 al problema 3.



FASE 4: Visión retrospectiva.

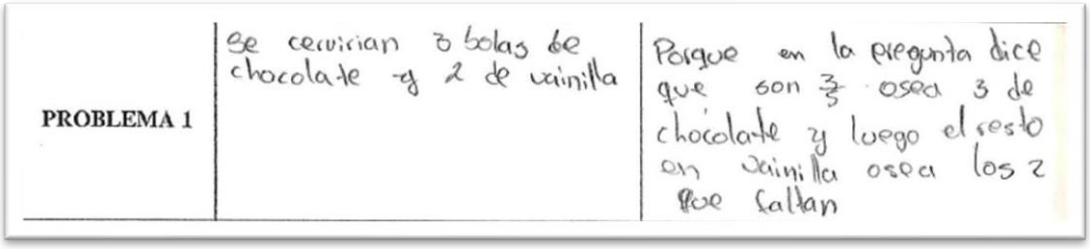
i) verifica el resultado.

Acorde a la información de la tabla, podemos afirmar que este ítem es el que cuenta con la menor cantidad de respuestas positivas en los 4 problemas desarrollados. En su orden se cuentan con 3 estudiantes (8%) verificaron el resultado en la pregunta 1; en las preguntas 2 y 3 solo 6 estudiantes en cada una (17.1%) hicieron el ejercicio de validación y para la pregunta 4 se tienen 11 estudiantes (31.4%) con dicho proceso ejecutado. Cuando se obtienen las respuestas los problemas, la verificación de dichos resultados permite que se constate que el problema quedó bien resuelto el plan que se llevó a cabo tiene su desenlace de la manera adecuada.

Puedo inferir de la información anterior que hay algo importante que a los estudiantes les hace falta aprender en la solución de problemas y es la posibilidad de hacer una revisión a lo que se obtuvo como resultado. En las aulas se trata de enseñar las propiedades, la operación o el procedimiento para lograr encontrar un resultado, pero ese paso de la validación del resultado encontrado probablemente es poco enfatizado para todos los niveles educativos

Figura 41

Respuesta del Estudiante 12 al problema 1.

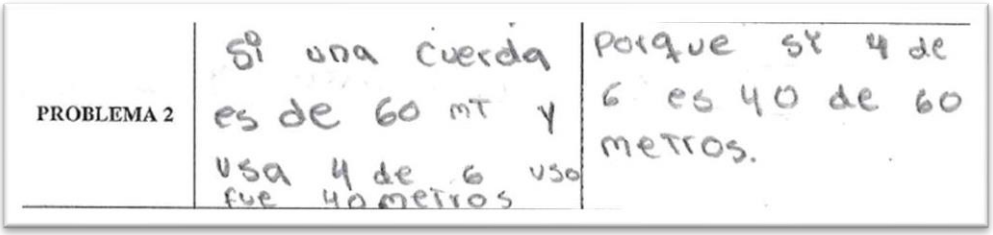


PROBLEMA 1	se cervirian 3 bolas de chocolate y 2 de vainilla	Porque en la pregunta dice que son $\frac{3}{5}$ osea 3 de chocolate y luego el resto en vainilla osea los 2 que faltan

En esta respuesta (cuadro de la derecha) noto que verifica el resultado con su explicación del faltante de lo que se plantea al inicio, que fue su estrategia de resolución, plantear lo que hay y validar que falta.

Figura 42

Respuesta del Estudiante 4 al problema 2

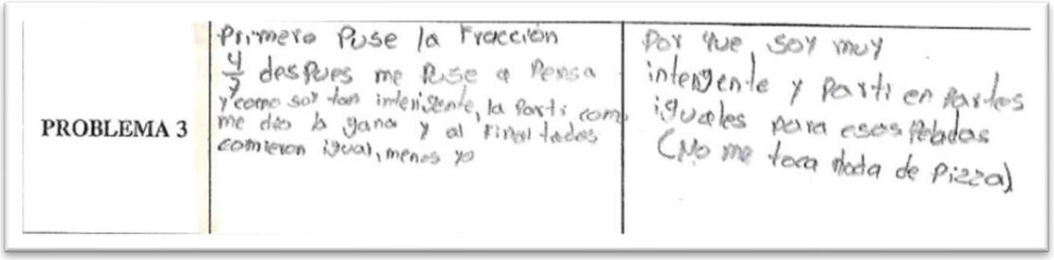


PROBLEMA 2	Si una cuerda es de 60 mt y usa 4 de 6 uso fue 40 metros	Porque si 4 de 6 es 40 de 60 metros.

Esta figura 42 (cuadro de la derecha) evidencia que verifica el resultado con su explicación de una razón entre lo establecido en el problema y lo que infiere para la cantidad de metros del problema 2.

Figura 43

Respuesta del Estudiante 10 al problema 3.

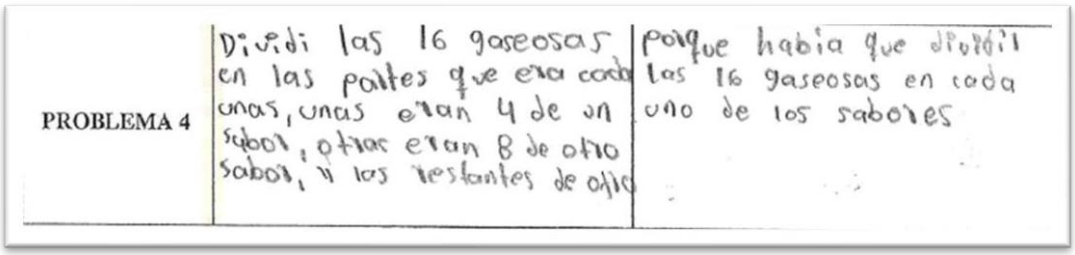


PROBLEMA 3	Primero puse la fracción $\frac{4}{7}$ despues me puse a pensa y como soy tan inteligente, la parti como me dio la gana y al final todos comieron igual, menos yo	Por que soy muy inteligente y parti en partes iguales para esos pelados (No me toca toda de pizza)

La anterior figura 43 (cuadro de la derecha) noto que comprueba el resultado de manera muy particular con su explicación de dividir en partes iguales las 4 pizzas del problema 3.

Figura 44

Respuesta del Estudiante 11 al problema 4.



PROBLEMA 4	Dividi las 16 gaseosas en las partes que era cada unas, unas eran 4 de un sabor, otras eran 8 de otro sabor, y los restantes de otro	porque habia que dividir las 16 gaseosas en cada uno de los sabores

En esta figura 44 (cuadro de la derecha) se nota que comprueba el resultado del problema 4 al indicar que siguió de manera correcta la repartición que hace el enunciado del problema.

j) Obtiene el resultado de forma diferente.

Para este último apartado de las fases contamos con varias formas en las cuales los estudiantes llegaron a resolver los problemas por medio de otro camino u otro proceso distinto al que se esperaba que usaran. Con un 48,5% (17 estudiantes) la pregunta 3 sobre la repartición de 4 pizzas para 7 personas ha sido la que más ha contado con alguna forma diferente de dar solución al problema planteado y que de manera ingeniosa lograron solucionar dicho planteamiento, sea por dejar una parte de la pizza sin repartir; entregar partes completas y porciones más pequeñas o partir de formas distintas las 4 pizzas. Es muy importante resaltar quenos encontramos con varios puntos de vista muy interesantes a la hora de dar una solución, de acuerdo con las situaciones planteadas, entre ellas:

El estudiante #1 y el estudiante #14 usan una cuadricula sombreada para poder determinar los metros usados en el problema 2, no es la forma de encontrar la respuesta (porque era por medio de operación) pero que le permite llegar al resultado.

Figura 45

Respuesta del Estudiante 1 al problema 2

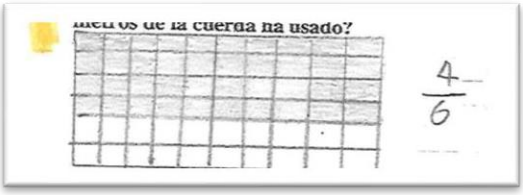


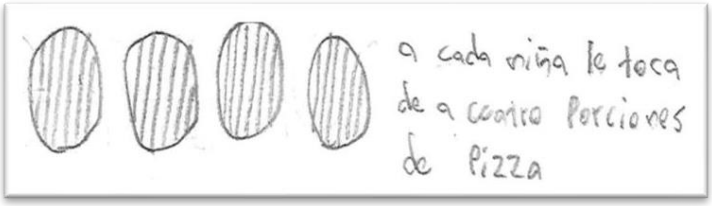
Figura 46

Respuesta del Estudiante 14 al problema 2.

El estudiante #2 sugiere el siguiente corte de las pizzas para entregar la misma cantidad, la cual responde correctamente la pregunta, 4 pedazos de cada una de las pizzas dividida en 7 partes, sin embargo, está olvidando una concepción transcendental en los fraccionarios que es la división en partes iguales:

Figura 47

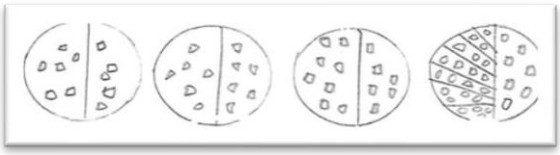
Respuesta del Estudiante 14 al problema 3.



El estudiante #15 reparte en mitades y luego fracciona en 7 partes la mitad que sobra para poder brindar la misma cantidad. Hay un doble fraccionamiento para solucionar el problema:

Figura 48

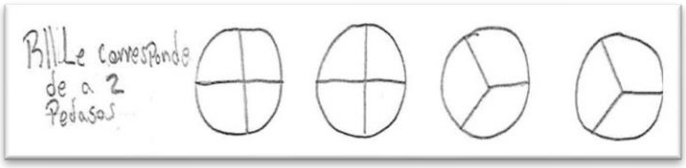
Respuesta del Estudiante 15 al problema 3



El estudiante #23 realiza el fraccionamiento de las primeras 2 pizzas en cuartos y las 2 últimas en tercios y garantiza darles a todos de a 2 partes. Al final no es correcto, pero en términos de solución es una que podría servir de ejemplo para entender el todo y sus partes iguales.

Figura 49

Respuesta del Estudiante 23 al problema 2



.

El apoyo gráfico para los estudiantes # 21 y # 24 les permite poder derivar la parte numérica, sin embargo, no son los adecuados para este tipo de problema

Figura 50

Respuesta del Estudiante 21 al problema 4.

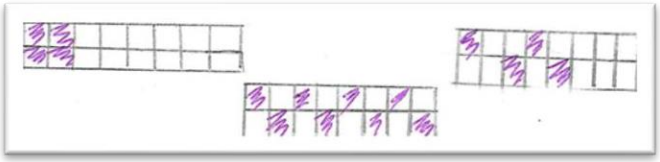
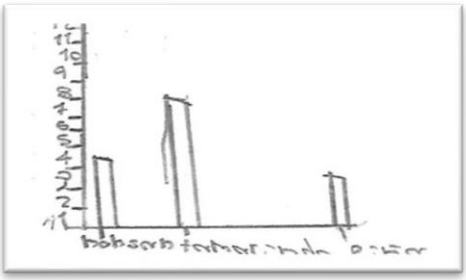


Figura 51

Respuesta del Estudiante 24 al problema 4.



Todo lo anterior nos permite evidenciar en los estudiantes sus capacidades de análisis y recursividad mental para cumplir unas condiciones dadas. Es algo que en el área de matemáticas es un aporte importante para resaltar y tener presente tanto las respuestas y procesos adecuados, como esas novedades extraordinarias que encontramos en sus procesos de solución. Diferentes puntos de vista que sirven para que como docente se pueda tener presente y aplicar a la explicación del concepto de números racionales en situaciones problema a desarrollar

3.1.2 Recursos semióticos

En el análisis se encontró que los estudiantes hacen uso de diferentes recursos semióticos para la resolución de los problemas

Tabla 4. Recursos semióticos empleados construcción personal

RECURSOS SEMIÓTICOS EMPLEADOS.

Recurso semiótico		
Lingüístico	**Simbólico**	**Visual**
Lengua, palabras, frases y oraciones	**Notaciones numéricas y algebraicas**	**Diagramas, tablas, gráficos**
24	27	32
20	29	18
14	23	29
18	22	25

a) Lingüísticos (lengua, palabras, frases y oraciones)

La aplicación de este recurso semiótico se destaca en las resoluciones del problema 1, es decir 68,5%, ya que se apoyan en sus propias palabras para describir cual es el proceso que hicieron y cómo en sus palabras realizan la repartición. Al expresar con palabras o frases su forma de

resolver es importante recalcar la costumbre que tienen los alumnos en dos cosas con respecto a las fracciones: las grafican para apoyarse en su gran mayoría de veces y escriben frases con las cuales dar a entender lo que se obtiene como respuesta. En el orden el uso de este recurso semiótico ocupa el tercer lugar en importancia de uso por los estudiantes, debido a que la definición con frases y oraciones permite que sea una parte adicional, pero no la primordial a la hora de brindar una solución.

De acuerdo con los siguientes ejemplos, en las frases que emplean, quieren explicar cómo es la solución del proceso de repartición: Luego de haber graficado, resuelve la situación sin usar una fracción o un planteamiento numérico.

Figura 52

Respuesta del Estudiante 15 al problema 1.

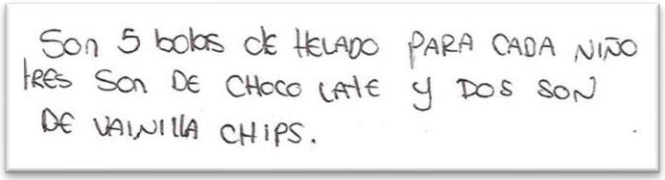


Figura 53

Respuesta del Estudiante 2 al problema 2.

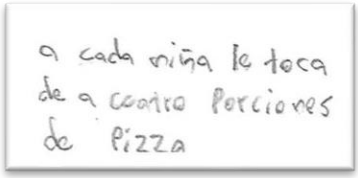


Figura 54

Respuesta del Estudiante 4 al problema 3.

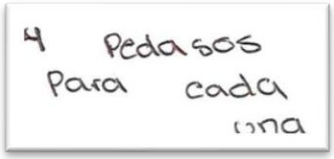


Figura 55

Respuesta del Estudiante 16 al problema 2.

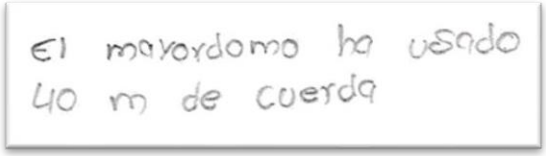


Figura 56

Respuesta del Estudiante 6 al problema 4.

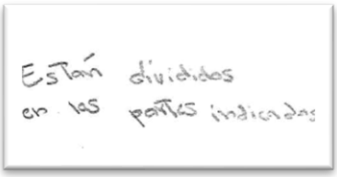


Figura 57

Respuesta del Estudiante 18 al problema 2.

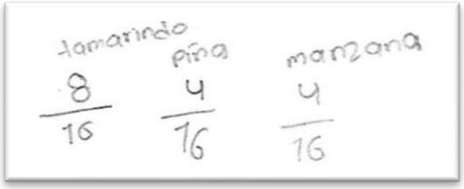
b) Simbólico (Notaciones numéricas y algebraicas)

En este recurso, el problema 2 es el que resalta con un 82,8% de los estudiantes, siendo el segundo recurso más usado, evidenciando que la resolución de problemas no lo inician con un proceso numérico para resolver los fraccionarios, sino que es un apoyo secundario.

De acuerdo con los siguientes ejemplos, el apoyo en notaciones numéricas es el proceso primordial, mostrando posiblemente un apoyo visual pero la base de la solución es el proceso aritmético.

Figura 58

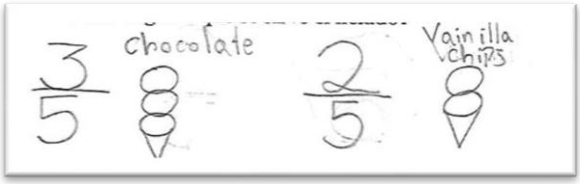
Respuesta del Estudiante 27 al problema 4.



Esta representación muestra que el estudiante 27 Responde al escribir numéricamente las fracciones y así solucionar el problema.

Figura 59

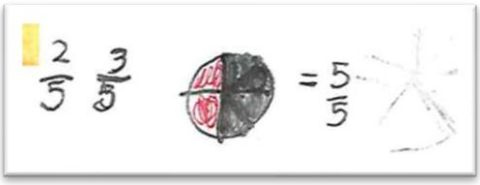
Respuesta del Estudiante 23 al problema 1



En la respuesta de esta figura muestra que el estudiante 23 señala ambos datos de forma numérica de las fracciones para establecer la respuesta.

Figura 60

Respuesta del Estudiante 30 al problema 1



De acuerdo con la figura se puede validar como brinda los datos numéricos por medio de fracciones para poder operar y conseguir la respuesta en el problema 1.

c) Visual (Diagramas, tablas, gráficos)

El recurso visual es el más usado a todo nivel de los problemas planteados en la prueba, resaltando el problema 1, con 91,4% de los estudiantes. Ellos se apoyan en recursos visuales como la primera forma de afrontar la solución al problema, ya sea de un cono o bolas de helado, de cuadros sombreados, de una cuerda, de un diagrama de torta, de un paquete repartido de sabores de gaseosas, entre otras que han sido usadas Hay una tendencia muy clara, que graficar es la base del pensamiento del estudiante para poder encontrar la solución.

De los ejemplos en los cuales podemos evidenciar para este proceso son:

Figura 61

Respuesta del Estudiante 3 al problema 1.

De acuerdo con la figura 61 se puede ver como usa un diagrama de cuadros sombreados para hallar la respuesta en el problema 1

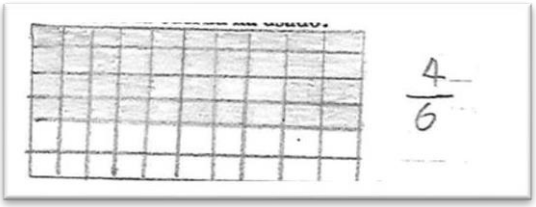
Figura 62

Respuesta del Estudiante 12 al problema 1

En esta figura 62 se puede notar como usa un dibujo de la forma como tendría repartido el helado en el problema 1

Figura 63

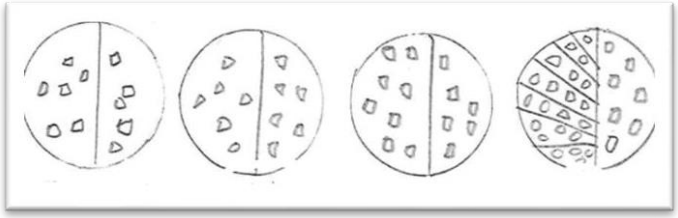
Respuesta del Estudiante 1 al problema 2.



De acuerdo con la figura 63 se puede ver como el estudiante usa el sombreado de una unidad dividida en 60 cuadritos, haciendo alusión a los metros de cuera usados, en el problema 2.

Figura 64

Respuesta del Estudiante 15 al problema 3



En esta figura se puede observar cómo usa un dibujo de la forma como habría repartido las 4 pizzas para las 7 niñas en el problema 3.

3.1.3 Significados de los números racionales

Como se indica en el marco teórico, los números racionales tienen cuatro significados distinguibles en las situaciones en las que pueden aplicarse. Estos significados so: medida, operador, reparto y razón

A continuación, veremos la tabla 5 en la cual se establece el recuento de cuál fue el significado que el estudiante emplea realmente para la solución de cada problema. En amarillo se resalta la cantidad de coincidencias del significado y Podemos inferir que:

Tabla 5 Significados empleados construcción personal
Significados empleados

CATEGORÍA	**PROBLEMA**			
SIGNIFICADO	**1 -MEDIDA**	**2-OPERADOR**	**3-REPARTO**	**4-RAZÓN**
Medida	29	10	1	3
Operador	2	8	1	4
Reparto	3	1	27	12
Razón	0	0	0	9
Ninguno	1	16	6	7

En el significado de medida (que aplica para el problema 1) espera una respuesta basada en una fracción numérica o gráficos y, por lo visto en análisis anteriores, es el problema que más gráficos han empleado los estudiantes. Cuenta con 29 coincidencias con su significado (82.8%); Este resultado es bastante interesante debido a que era predecible poder contar con dicho resultado a la luz de la forma de enseñar las fracciones actualmente en las aulas, el soporte gráfico es un indiscutible apoyo para hacer entender el concepto de los números racionales. Los dibujos, los cuadros sombreados o en su defecto un diagrama de torta son los más empleados en estos procesos.

Al relacionar esta información con los análisis anteriores, notamos que es coherente con los ejemplos y la explicación vista en el numeral 3.1.2, punto C, en el cual se evidencia que el recurso visual como el más empleado por los estudiantes. Esta compatibilidad en la información

es muy marcada debido a que en efecto es un recurso muy útil a la hora de solucionar este tipo de problemas, algo que puntualizare dos párrafos más adelante, con el recurso de reparto y su apoyo gráfico.

El significado de Operador busca como tal percibir de parte de los estudiantes un ejercicio doble, multiplicar y dividir o dividir y multiplicar, en lo que su coincidencia en el uso del significado solo fue por parte de 8 estudiantes (22.8%). El proceso de las operaciones para poder determinar un resultado en las fracciones es algo que se aplica muy poco, de manera esporádica, infiriendo que los estudiantes desarrollan sus capacidades y su atención es más centrada *en como gráficamente debe establecer una fracción*, que en *cómo operarla.* Si cotejamos la información con los puntos del análisis de recursos semióticos, el recurso simbólico (notaciones numéricas y algebraicas) es el segundo recurso que más emplean los estudiantes al momento de resolver problemas (ver numeral 3.1.2, punto b) Dicho esto, es apenas lógico para el proceso entender la cantidad de estudiantes que realizan las operaciones. No es lo primordial en la mente de ellos el lenguaje numérico cuando resuelven, que es una capacidad importante para fortalecer en la aplicación y uso tanto de los significados como del recurso semiótico.

El significado Reparto, del cual se espera una repartición en forma equitativa de las pizzas, tiene una coincidencia con respecto a la solución del punto de un 77.1 % con 27 estudiantes. Un aspecto a favor debido a que al ser los gráficos el mayor apoyo empleado, fue uno de los determinantes para que en una gran parte de la solución de los problemas de todos los estudiantes en general tengan que ver con gráficos de algún tipo, con el fin de hacer el respectivo “reparto”.

Deduzco de este dato el concepto que, aunque en algunos casos hay errores al repartir, el lenguaje respecto a repartir es un acto casi mecánico de los estudiantes respecto a las fracciones. Saben repartir mediante una forma visual para poder hacerlo, a veces incluso dejando de lado la parte inicial de este párrafo que es el hacerlo "en forma equitativa". Para este caso esa *equidad* es una oportunidad de mejora para la aplicación de la teoría de los números racionales.

Finalmente, el significado Razón describe que hay una proporcionalidad entre las cantidades, de acuerdo con la cantidad del paquete que se plantea. Este proceso solo tiene 9 coincidencias, que es un número también muy bajo como el segundo significado(operador). Nos permite hacer una inferencia que lleva el mismo rumbo del mencionado segundo significado, es decir, carece de uso, no se aplica de forma correcta para poder resolver el problema apoyados en el lenguaje matemático de proporcionalidad. Es un vacío que el estudiante tiene debido a que se ha enfatizado desde la estructura educativa a apoyarse en gráficos, en muy pocas ocasiones como una operación a realizar o a tener claro cómo se establece una proporcionalidad.

3.2 Intervención en el aula

3.2.1 Descripción de la propuesta didáctica

Para llevar a cabo la implementación de la propuesta didáctica, se procede a trabajar con un nuevo grupo, dado que ya no estoy afiliado al colegio previo donde se desarrollaba el proceso. La intervención se lleva a cabo en la Institución Educativa Federico Carrasquilla, ubicada en el Barrio Popular 1, con la participación de un grupo de 35 estudiantes del sexto grado. Esto ha sido posible gracias a la colaboración de los directivos de la institución, quienes han facilitado la ejecución de esta propuesta durante el periodo en el que se realizó.

Esta propuesta se desarrolla en seis actividades que a su vez se subdividen en cuatro momentos: introducción, conceptualización, aplicación y evaluación; estos momentos serán mediados por la metodología de la solución de problemas y los 4 significados de los números racionales.

- **Momento de introducción**, se centrará en la presentación de una prueba inicial que no solo busca obtener respuestas concretas, sino también inducir a los estudiantes a cuestionar, a experimentar la incertidumbre y la curiosidad sobre el conocimiento que pueden haber adquirido previamente pero que quizás no recuerden, así como aquel que les será presentado por primera vez. El objetivo es fomentar la inquietud y el interés de los estudiantes, de manera que lleguen al proceso con dudas y propuestas para abordar los problemas planteados y los conceptos desconocidos.
- **Momento de conceptualización**: En esta etapa, se llevará a cabo una sesión de puesta en común centrada en los conceptos fundamentales y la historia que subyace a las fracciones, así como en la resolución de problemas relacionados. El objetivo principal es orientar a los estudiantes desde las dudas y las posibles soluciones que puedan plantear hacia un

entendimiento más profundo de los números racionales, apoyándose en la teoría de los cuatro posibles significados.

- **Momento de aplicación**: El objetivo es que los estudiantes apliquen los conceptos aprendidos durante la conceptualización en la resolución de problemas, tomando en cuenta las propiedades pertinentes y participando en talleres en equipo. Esto les permitirá adquirir conocimiento a través de la práctica, el pensamiento crítico y la aplicación activa de los conceptos en situaciones concretas.

- Finalmente, **Momento de evaluación**: Durante este momento, se llevará a cabo una observación detallada del progreso de los estudiantes en cada concepto, evaluando su participación en la resolución de las actividades de aplicación. El objetivo final de este proceso será la realización de una prueba diseñada para medir el nivel de comprensión y apropiación de los conceptos por parte de los estudiantes. Es importante destacar que esta evaluación se realizará de manera continua, formativa y flexible.

Basándonos en estos momentos, se proponen seis actividades destinadas a desarrollar la conceptualización y el lenguaje de las fracciones, así como las fases para la resolución de problemas y la explicación de los cuatro significados de los números racionales.

- Actividad 1: **Presentación e introducción al trabajo a desarrollar. Aplicación del test diagnóstico**. Por medio de esta actividad se presentó la propuesta y se dio la introducción al trabajo a desarrollar. Luego de esto se dio la aplicación del test diagnóstico o prueba de entrada.

- Actividad 2: **Concepto de número racional:** A través de esta actividad, se llevó a cabo la socialización de la relación entre la unidad y la fracción con el objetivo de facilitar la conceptualización de las nociones de lenguaje fraccionario, equivalencia de fracciones y, especialmente, el concepto de número racional. Posteriormente, se les brindó a los estudiantes un espacio para trabajar de manera colaborativa en la solución de la actividad propuesta.
- Actividad 3: **Conceptualización y determinación de las fases para la solución de problemas:** Luego de permitir que ellos resuelvan una situación problema que se les brinda, usando el método que consideren correcto, se les plantea cada una de las fases por las cuales debería pasar un problema para ser resuelto de acuerdo con la teoría de George Pólya. Posteriormente, se procede a resolver el problema de manera adecuada, demostrando así la utilidad y la eficacia de seguir cada una de esas fases. Este enfoque ayuda a los estudiantes a comprender la importancia de seguir un proceso estructurado y reflexivo en la resolución de problemas.
- Actividad 4: **Explicación de los 4 significados de los números racionales:** Por medio de esta actividad se realizó la puesta en común de cada uno de los 4 significados enlazando las fases de solución de problemas por medio de un ejemplo en cada significado, para que, a partir de ello se puedan conceptualizar y afianzar los conceptos y sus propiedades. Luego de cada explicación se contextualiza de forma general con el fin de entender cada significado por su esencia particular acorde a la situación problema planteada.
- Actividad 5: **Taller aplicativo para afianzar conocimientos:** Por medio de esta actividad se realizó la puesta en común de los conceptos con un trabajo en grupos de 3 estudiantes para que a partir de ello se pueda conceptualizar y resolver varias situaciones problema, (uno de cada uno de los 4 significados aplicando el proceso de la actividad 5, es decir, conectando las

fases de solución de problemas por medio de un ejemplo en cada significado). Con esta actividad se permite que, en su propia solución, los estudiantes encuentren las dificultades y dudas de cada caso para que reciban la claridad particular y puedan con ello consolidar el conocimiento en el trabajo colaborativo con apoyo docente.

- Actividad 6: **Cierre del trabajo y aplicación del test de salida.**

Estas actividades están detalladas en los anexos de este trabajo.

Se planean estas actividades para ser desarrolladas en al menos dos horas de clase cada una, excepto la actividad 4 (*Explicación de los 4 significados de los números racionales*) que tomaría 6 horas de clase para un total de unas dieciséis horas. En cada encuentro el objetivo es que se dan las nociones, explicación y ejemplos aplicativos para afianzar los conceptos y el desarrollo de la teoría con el complemento final basado en un taller con acompañamiento para concluir en la retroalimentación en clases y conceptualizar.

3.2.2 Aprendizajes esperados y estándares relacionados

Las competencias que la implementación del presente trabajo espera obtener, para los estudiantes del grado 6°

1. El estudiante reconoce y generaliza propiedades y operaciones entre números fraccionarios.
2. El estudiante Reconoce fracciones decimales y los representa gráficamente.
3. El estudiante Expresa el concepto de fracción como parte de un todo.
4. El estudiante Compara, ordena, usa y halla equivalencias entre números fraccionarios.

5. El estudiante Resuelve situaciones cotidianas aplicando operaciones con decimales y fraccionarios.

Las competencias enumeradas se encuentran enmarcadas en los siguientes estándares del pensamiento numérico y sistemas de numeración propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (1998) para el grado sexto:

- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
- Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sisconcepto de numeración decimal.
- Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación y división.
- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

3.2.3 Implementación de la secuencia de actividades por sesión.

El contexto general en el que se desarrolló la teoría fue basado en el lenguaje, planteamiento y comprensión de los fraccionarios, haciendo visible esa parte de la teoría construida en años anteriores de estudio, para luego enlazar el concepto con las fases de solución de problemas y ambas teorías aplicarlas en cada uno de los cuatro conceptos de los números racionales. Para esta parte final, la mayor parte de la secuencia de actividades fue basado en una situación real, donde se ubica a los estudiantes como los responsables de organizar una fiesta, cuyo papel principal era determinar y solucionar varias situaciones dadas en relación con la planeación del evento.

A continuación, se presenta una descripción de los resultados obtenidos en cada una de las sesiones de intervención analizados a partir de actividades planteadas.

3.3 Intervención de la propuesta Didáctica

La propuesta se centra en explicar la teoría de los cuatro posibles significados de los números racionales, utilizando la metodología de Pólya para la resolución de problemas. Esta metodología busca impactar la forma en que los alumnos procesan la información y cómo desarrollan un plan para resolver problemas. El objetivo es promover un pensamiento lógico y creativo al mismo tiempo, partiendo del concepto de unidad como divisible. Este enfoque de pensamiento permitirá a los estudiantes iniciar el proceso de toma de decisiones basado en la argumentación racional, al tiempo que enfatiza la resolución de problemas de manera creativa en el conjunto numérico de los números racionales. Además, la comprensión de los posibles

significados de los números racionales contribuirá al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Las actividades se desarrollaron de la siguiente manera:

- Actividad 1: **Presentación e introducción al trabajo a desarrollar. Aplicación del test diagnóstico:** En esta actividad se presentó la propuesta y dio la introducción al trabajo a desarrollar. Luego de esto se dio la aplicación de la prueba de entrada. Una vez terminado el test se analiza cuáles son las falencias más notorias en la solución del test, lo que permite direccionar de mejor manera las actividades de conocimiento y explicación de las distintas teorías propuestas.

- Actividad 2: **Concepto de número racional**. En esta actividad, se dio inicio permitiendo que los estudiantes formaran grupos de 2, 3 o 4 personas y se les entregó una mandarina a cada grupo. Se les indicó que debían repartirla entre ellos. Al finalizar, se observó que la distribución se realizó según su deseo, pero en algunos casos varios estudiantes recibieron una cantidad menor que otros. A partir de esta observación, se introdujo el concepto y se recordó la teoría básica del significado de los números fraccionarios. Se comenzó reafirmando que una fracción siempre debe dividirse en "partes iguales". Se revisó el significado de una fracción, las partes que la componen y cómo se leen las fracciones. Finalmente, se empleó una técnica didáctica utilizando dobleces de papel para representar visualmente fracciones como la mitad, cuartos y octavos.

  En esta actividad se realizó la puesta en común de la teoría base y a partir de ello conceptualizar el número racional, operadores fraccionarios y la equivalencia a la hora de

dividir una unidad. Los estudiantes demostraron un alto grado de disposición y participación en esta actividad, ya que poseían un buen conocimiento de los fundamentos conceptuales y recordaban fácilmente gran parte de la teoría. Esta participación fue muy positiva, ya que proporcionó la base sobre la cual se construyen los dos componentes de las actividades 3 y 4.

- Actividad 3: **Conceptualización y determinación de las fases para la solución de problemas**: En esta actividad se les brindó la explicación de las 4 fases por las que debe pasar un problema matemático para poder ser resuelto de forma exitosa, de acuerdo con la teoría de George Pólya. Se establecen 2 ejemplos de problemas cotidianos para que fueran resueltos por ellos, describiendo sus pasos para permitir conocer sus procesos de pensamiento. La sesión de clase resultó altamente esclarecedora, ya que los estudiantes no estaban familiarizados con esta teoría y la encontraron muy interesante. La precisión de los pasos descritos les permitió comprender con claridad cómo encontrar la solución. Además, unos letreros que se utilizaron para recordar las fases durante todas las etapas de explicación de las actividades 3 y 4 resultaron de gran apoyo. Estos letreros ayudaron a los estudiantes a mantenerse enfocados y a recordar los pasos clave al resolver los problemas planteados, sin pasar por alto ningún detalle. Al final de la actividad, se llevó a cabo una sesión de puesta en común donde se discutió el planteamiento y la resolución de los problemas.

- Actividad 4: **Explicación de los 4 significados de los números racionales:** En estos 3 bloques de clases el desarrollo fue un poco más fluido pues ya se habían familiarizado con

las fases para solucionar problemas y los conceptos de los fraccionarios. Después de explicar cada significado, se presentaron situaciones problema que permitieron a los estudiantes reflexionar antes de intentar resolverlas. Se les animó a probar y errar para llegar a una respuesta, mientras se les indicaba claramente lo que se esperaba de cada ejercicio. Los estudiantes demostraron un cierto nivel de motivación al comprender lo que se les pedía, lo que facilitó que las acciones se desarrollaran según lo previsto.

El orden brindado fue el primer bloque de clases con la situación del significado de **medida**, por medio del ejemplo de "servir el helado de la fiesta", se establece la duda de como poder servir el helado, en lo que para ello debían definir claramente ***cuál es la unidad***, como se determina la división de esa unidad llamada helado para poder servirlo de forma correcta, es decir, a través de los datos encontrar la forma de solucionar el problema atravesando por cada fase vista. Al evidenciar que se servía el chocolate en una medida de tres quintos para ellos fue la clave determinante para poder dar fluidez a la solución del problema, en el cual se les induce el paso a paso de cada fase para garantizar que se resuelve de forma satisfactoria. Es importante destacar que los estudiantes encuentran dificultades en la operatividad para determinar las fracciones resultantes cuando se les proporcionan datos específicos.

El segundo bloque de clases fue para el significado del **operador**, en el cual se hace el planteamiento del uso de una cuerda para cercar una zona de la fiesta. En esta actividad se buscaba validar si **se aumentaba o disminuía una cantidad** de cuerda según lo usado en el problema. Quizá pueda determinarse como uno de los significados más complejos para ellos debido a que requiere en la fase 3 de soluciones de problemas el *hacer operaciones* y se evidencia un poco de falencias para asimilar alguno de los dos caminos, multiplicar el

numerador y dividir por el denominador o, al contrario, dividir por el denominador y luego multiplicar por el numerador. En este caso, se hizo de ambas formas y el hacer y hacer la operación de forma repetida permite que sea más entendible.

El tercer bloque de horas fue para los significados **reparto** y **razón**, para los cuales se establecen los dos problemas para su comprensión. En el significado de reparto se plantea el repartir 4 pizzas para 6 niñas durante la fiesta, mientras que para el significado de la razón se establece el notar por medio de fracciones como venían los sabores de un paquete de gaseosas que se compran para la fiesta. La solución para el concepto de **reparto** no tardó mucho en ser encontrada, debido a que trataron entre todos los estudiantes el buscar una salida para **hacer una división** de forma equitativa, tal como lo pide dicho significado. Para comprender y resolver el problema de la **razón**, los estudiantes tuvieron que reflexionar sobre cómo determinar **los denominadores** de cada fracción, lo que lespermitió comparar las cantidades establecidas en la situación problema. Los significados se volvieron mucho más claros a través de la práctica, la exploración y la validación de la información. Los estudiantes se esforzaron por resolver cada problema, siguiendo las pautas de las fases de solución de problemas, lo que les permitió ser guiados hacia un procedimiento eficiente y concreto.

- Actividad 5: **Taller aplicativo para afianzar conocimientos:** Por medio de esta actividad se realizó la puesta en común de los conceptos para que a partir de ello se pueda mejorar la forma de confrontar los problemas, revisar los datos, analizar la información y poder guiarse con las fases de solución de problemas que se encuentran escritos junto al tablero en las carteleras. Se formaron grupos de 3 estudiantes y se les permitió trabajar en el desarrollo de los ejercicios. Se proporcionó orientación a cada grupo para ayudarles a

identificar la información relevante, comprender los significados implicados y encontrar la forma adecuada de resolver los problemas. Durante las dos horas dedicadas a este proceso, se han destacado muchas dudas sobre cómo los estudiantes comprenden estos significados, a veces pensando que todo se resuelve simplemente operando fracciones y ya está. Sin embargo, estos significados amplían la mentalidad de los estudiantes y les permiten abordar las situaciones problema relacionadas con los números racionales de manera más amplia y profunda.

- Actividad 6**: Aplicación del test de salida.** En esta actividad final de la aplicación, los estudiantes manifestaban mayor confianza respecto a los conceptos valorados al momento de la prueba.

3.4 Análisis de los resultados

3.4.1 Análisis de la prueba de salida

A continuación, se analizan los resultados obtenidos por los estudiantes en la prueba de salida para evaluar la eficacia de la metodología utilizada. La tabla 6 presenta los aspectos principales del proceso de resolución de problemas desarrollados por los estudiantes, los cuales fueron planteados en la prueba de acuerdo con las fases en las que los estudiantes abordaron cada problema, siguiendo el enfoque propuesto por Pólya para fortalecer la competencia principal en la resolución de problemas matemáticos.

Con el fin de poder interpretar la información de la Tabla, desde la parte izquierda hacia la derecha se definen cada uno de los 4 problemas a resolver y la cantidad de 1 a 35 estudiantes que en dicho problema usaron alguna de las fases partes mencionadas de resolución.

Tabla 6 Aspectos del proceso de resolución en la prueba de salida construcción personal

Aspectos del proceso de resolución en la prueba de salida

	Resolución del problema y descripción de su resolución									
TAREA	**FASE 1: Comprender el problema**			**FASE 2: Concebir un plan**		**FASE 3: Ejecutar el plan**			**FASE 4: Visión retrospectiva**	
	Señala los datos.	**Reconoce condicio-nes.**	**Sabe qué se le pregunta**	**Realiza representa-ciones**	**Describe los pasos.**	**Identifica y realiza operación**	**Aplica un paso a paso.**	**Contesta la pregunta**	**Verificar el resultado.**	**Obtiene el resultado de forma diferente**
[1]	28	30	28	31	18	24	25	27	15	6
[2]	22	24	32	28	15	32	28	25	15	4
[3]	19	28	33	33	19	25	28	29	18	3
[4]	25	24	25	24	15	21	17	22	10	3

A continuación, se procederá a interpretar la información presentada en la Tabla 6 con el objetivo de describir las estrategias de resolución de problemas empleadas por los estudiantes. Se compararán los resultados obtenidos en cada fase con los de la Tabla 3, que contiene los mismos resultados, pero de la prueba de entrada. Esto permitirá evidenciar los cambios, mejoras o áreas de oportunidad que surgen luego del proceso de aplicación.

Tabla 7 Comparación Fase 1: Comprender el problema construcción personal
Comparación Fase 1: Comprender el problema

PRUEBA DE ENTRADA					PRUEBA DE SALIDA			
TAREA	FASE 1: Comprender el problema				TAREA	FASE 1: Comprender el problema		
	Señala los datos.	Reconoce condiciones	Sabe qué se le pregunta			Señala los datos	Reconoce condiciones	Sabe qué se le pregunta
[1]	25	31	33		[1]	28	30	28
[2]	20	25	24		[2]	22	24	32
[3]	10	24	25		[3]	19	28	33
[4]	16	25	25		[4]	25	24	25
SUMA	71	105	107		SUMA	94	106	118
% TOTAL	50,71%	75,00%	76,43%		% TOTAL	67,14%	75,71%	84,29%

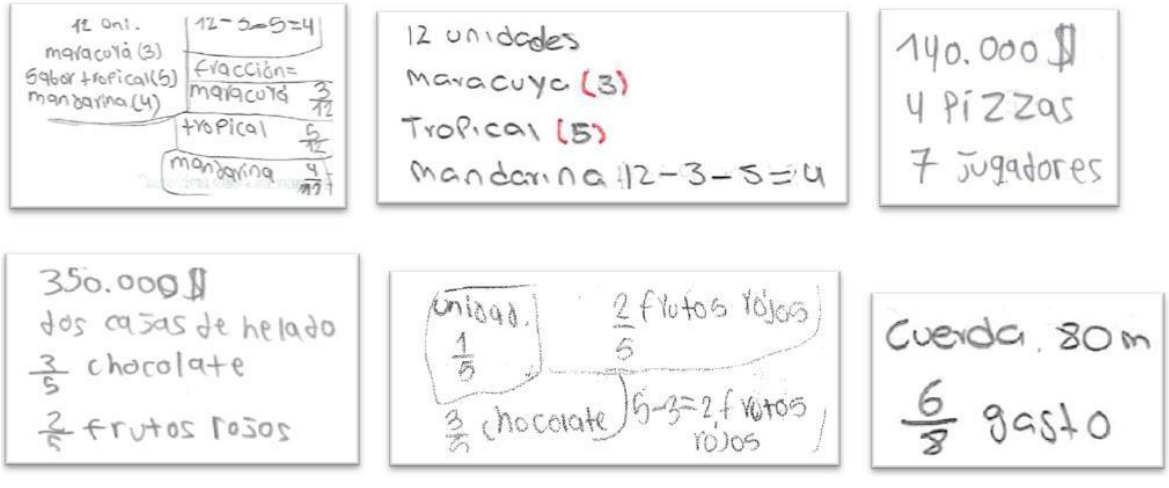
FASE 1: Comprender el problema

a) Señala los datos.

En este paso de la fase 1, se observa una mejora del 16.43 % en los estudiantes que identifican los datos del ejercicio, ya sea escribiendo el número racional como una fracción, la cantidad de botellas por paquete, el dinero a dividir, las pizzas a fraccionar o la cantidad de helado a servir. Los enunciados permiten que los estudiantes realicen la interpretación de la información, lo que constituye la base para guiar la solución a plantear.

FIGURA 65

DATOS SEÑALADOS POR ESTUDIANTES A LOS PROBLEMAS

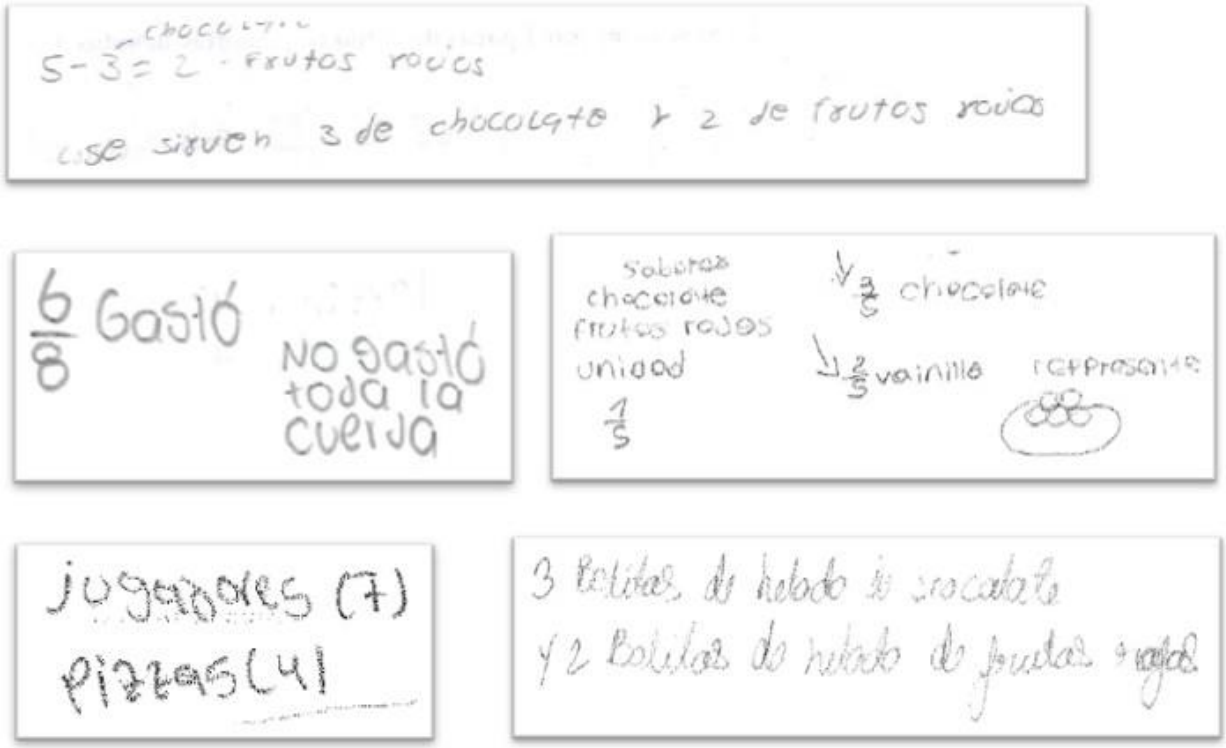


b)

El vínculo entre los datos y los planes a desarrollar es reconocer las condiciones, entender cuáles son los pasos para seguir dentro de cada situación. En este caso es uno de los ítems de las fases que mantiene muy buen porcentaje de aplicación por los estudiantes mostrando todos los problemas en un 75 % en la prueba de entrada y contar con un 75.71% en la prueba de salida para el reconocimiento de las condiciones, es decir, entre 24 y 30 estudiantes lo han reconocido en los problemas de aplicación. Los estudiantes direccionan de forma correcta la idea que deben desarrollar de acuerdo con los límites que se establecen en los enunciados a los que se enfrentan, veamos muestra de ello en la siguiente figura:

Figura 66

Reconoce condiciones, respuesta de los estudiantes



c) Sabe qué se le pregunta

Este paso muestra una mejora del 8% en la prueba de salida, aumentando del 76% al 84% de estudiantes que demuestran comprenderlo. Cuando los estudiantes conocen con precisión lo que se les pregunta, pueden investigar la forma de llegar a un resultado. Además, aquí también se evidencia un apoyo numérico en la gran mayoría de los casos, lo que les ayuda a reconocer con mayor claridad las condiciones a seguir. Es cierto, la extracción de datos al inicio de esta fase puede generar dudas y cuestionamientos en los estudiantes, lo que les permite revisar la información detalladamente y determinar el objetivo a alcanzar, que es encontrar la respuesta al problema planteado. Este proceso de reflexión inicial es fundamental para orientar su pensamiento hacia la solución del problema de manera más efectiva.

Tabla 8 Comparación Fase 2: Concebir un plan construcción personal
Comparación Fase 2: Concebir un plan

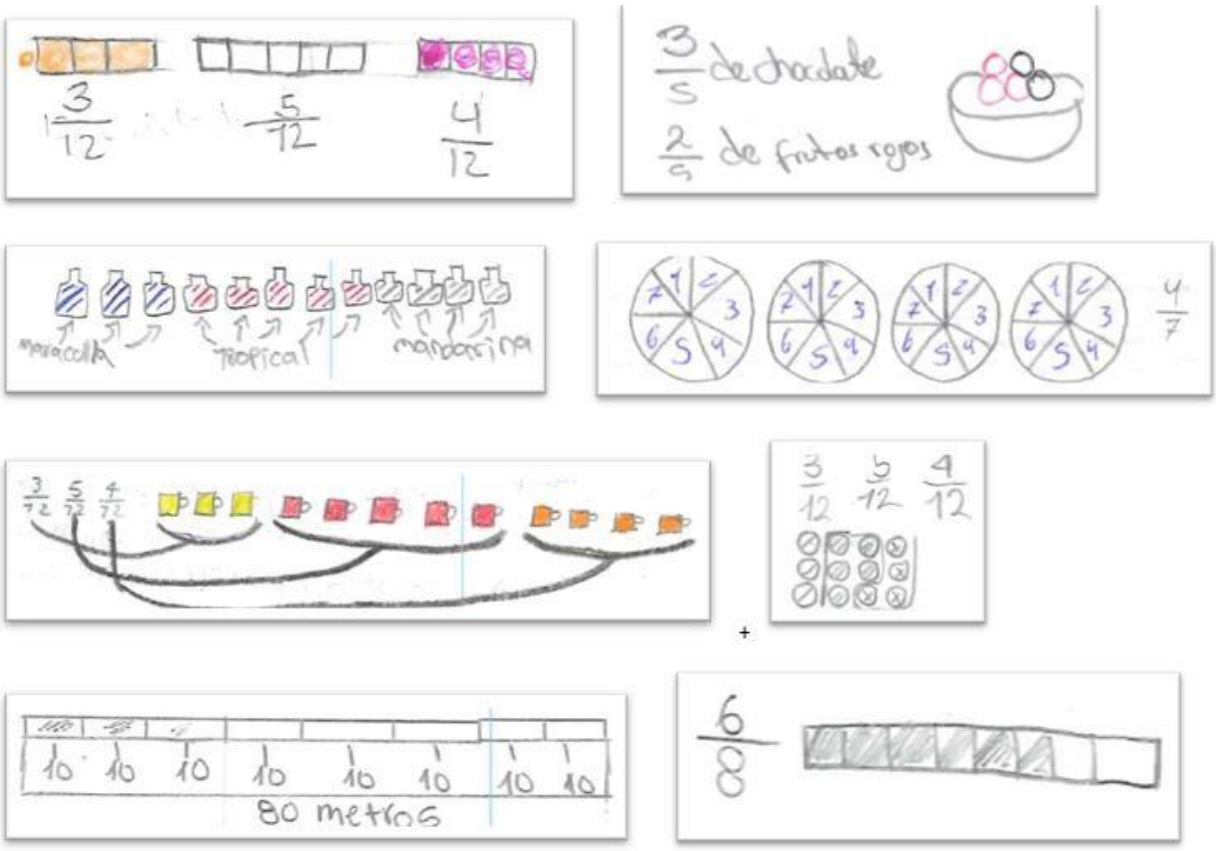
PRUEBA DE ENTRADA			PRUEBA DE SALIDA		
TAREA	FASE 2: Concebir un plan		TAREA	FASE 2: Concebir un plan	
	Realiza representaciones	Describe los pasos.		Realiza representaciones	Describe los pasos.
[1]	32	7	[1]	31	18
[2]	18	4	[2]	28	15
[3]	29	8	[3]	33	19
[4]	25	9	[4]	24	15
SUMA	104	28	SUMA	116	67
% TOTAL	74,29%	20,00%	% TOTAL	82,86%	47,86%

d) Realizar representaciones gráficas

Los gráficos de cualquier tipo que se dibujen por los estudiantes sirven de apoyo para la comprensión del problema y representa el bosquejo de un plan para dar solución, los cuales en la prueba de salida se evidencia que son más empleados en sus respuestas, pasando de un 74.29 a un 82.86 %, es decir un 8, 47% más que en la prueba de entrada. El apoyo de las representaciones gráficas fue destacado en la resolución de los problemas relacionados con las pizzas y el helado, lo que permitió a los estudiantes emplear varios estilos para comprender la situación. Esto refuerza la idea inicial de que a los estudiantes les agrada contar con un respaldo visual para abordar y resolver las situaciones. A continuación, veamos algunos ejemplos de ello:

Figura 67

Representaciones gráficas de los estudiantes.



e) Describe los pasos

En la prueba de entrada, este ítem mostraba un nivel de uso del 20% por parte de los estudiantes, lo que indicaba que no era tan empleado. Sin embargo, después de la aplicación, el porcentaje aumentó significativamente, llegando al 47.86%. Es evidente que el proceso de explicación y trabajo en el aula está contribuyendo al fortalecimiento de las habilidades de los estudiantes. Se observa una mejora en el cuestionamiento, razonamiento y planificación para abordar los problemas planteados. Sin embargo, es posible lograr aún mejores resultados si se enfatiza continuamente en esta metodología didáctica. Al hacerlo, se les proporcionará a los estudiantes las herramientas necesarias para determinar y desarrollar un plan efectivo para resolver problemas matemáticos de manera más consistente. Algunos ejemplos son:

Figura 67

Representaciones gráficas de los estudiantes.

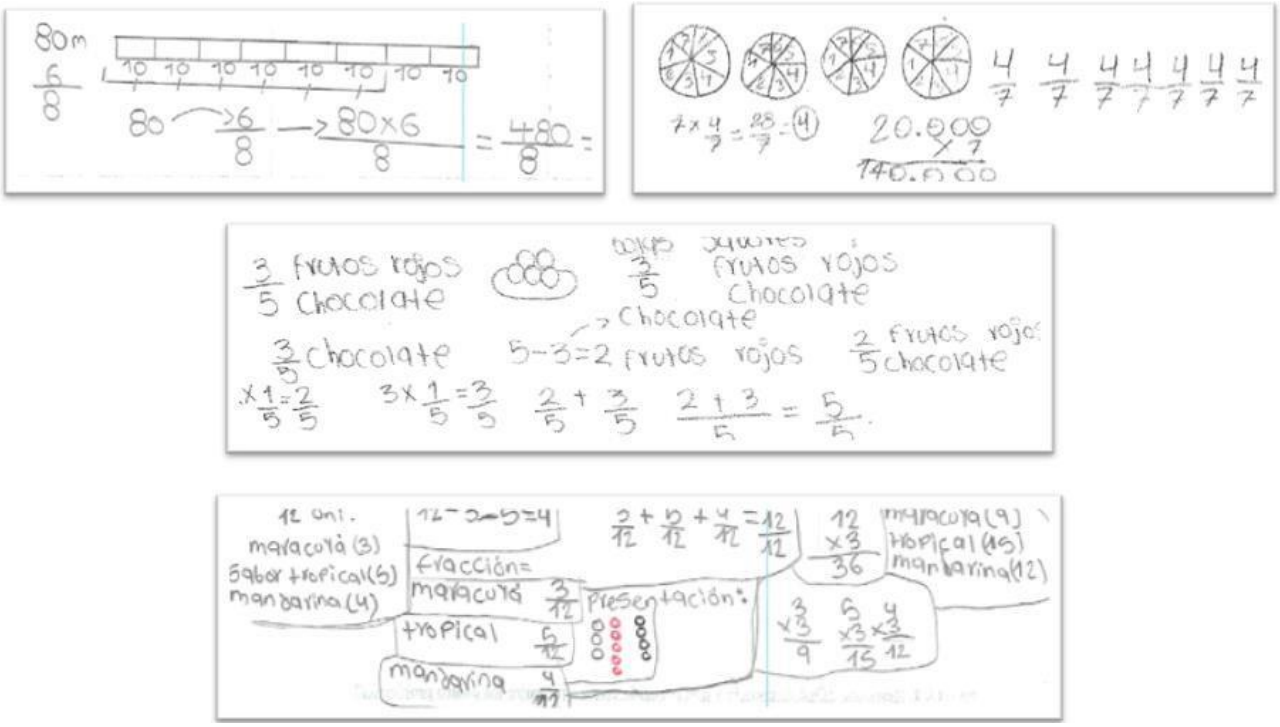


Tabla 9 Comparación Fase 3: Ejecutar un plan construcción personal
Comparación Fase 3: Ejecutar un plan

PRUEBA DE ENTRADA				PRUEBA DE SALIDA			
TAREA	FASE 3: Ejecutar el plan			TAREA	FASE 3: Ejecutar el plan		
	Identifica y realiza operaciones	Aplica un paso a paso.	Contesta la pregunta		Identifica y realiza operaciones	Aplica un paso a paso.	Contesta la pregunta
[1]	5	3	25	[1]	24	25	27
[2]	10	5	11	[2]	32	28	25
[3]	11	10	17	[3]	25	28	29
[4]	10	10	16	[4]	21	17	22
SUMA	36	28	69	SUMA	102	98	103
% TOTAL	25,71%	20,00%	49,29%	% TOTAL	72,86%	70,00%	73,57%

f) identifica y realiza operaciones

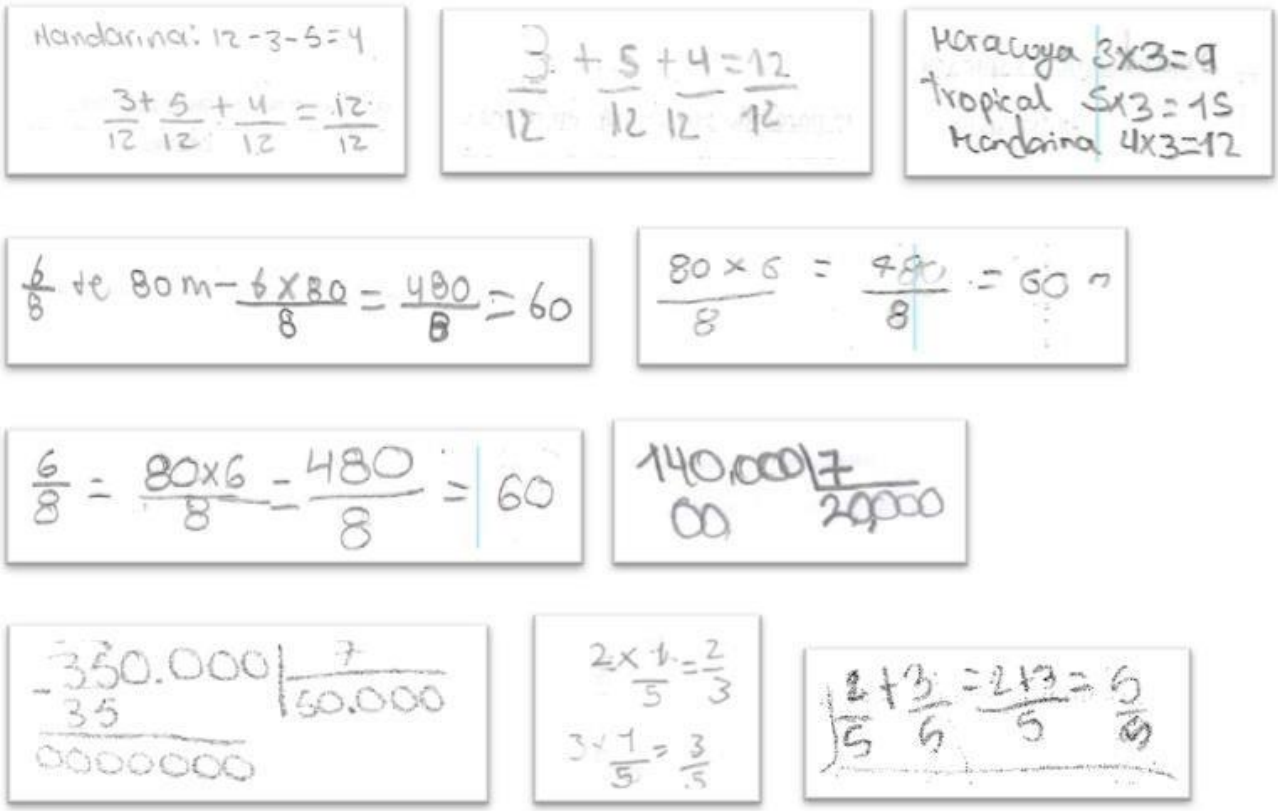
Esta fase fue una de las debilidades más evidentes durante el proceso de la prueba de entrada, ya que solo el 25.71% de los estudiantes tenían la capacidad de identificar qué operación debían realizar y ejecutarla. Para ellos, el apoyo gráfico era fundamental, ya que concebían las fracciones más como un lenguaje simbólico que aritmético. Se puede considerar que este es uno de los tres grandes logros de este proceso de intervención junto con los dos siguientes pasos.

Es evidente que al guiar a los estudiantes a través de las diferentes fases por las que deben pasar para resolver un problema, perciben su proceso de solución de problemas de manera diferente. Ya no se trata simplemente de abordar una tarea que se les presenta, sino que se les dirige hacia el pensamiento crítico. Se establece una estructura que comienza con la identificación de los datos, luego la determinación de qué acciones deben tomar y finalmente la ejecución de estas acciones mediante la identificación de las operaciones a realizar. Este enfoque les proporciona una estructura sólida para abordar los problemas de manera más sistemática y efectiva. Un aumento del 25.71 % al 72.86 %, representando una mejora del **47.14 %,** es un avance

extraordinario y altamente significativo para el logro de los objetivos de esta investigación. Esta mejora sustancial indica claramente que la metodología implementada ha sido eficaz en el desarrollo de las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes y en su comprensión de los conceptos matemáticos relacionados con las fracciones. Veamos a continuación varios de los ejemplos que los estudiantes evidenciaron.

Figura 68

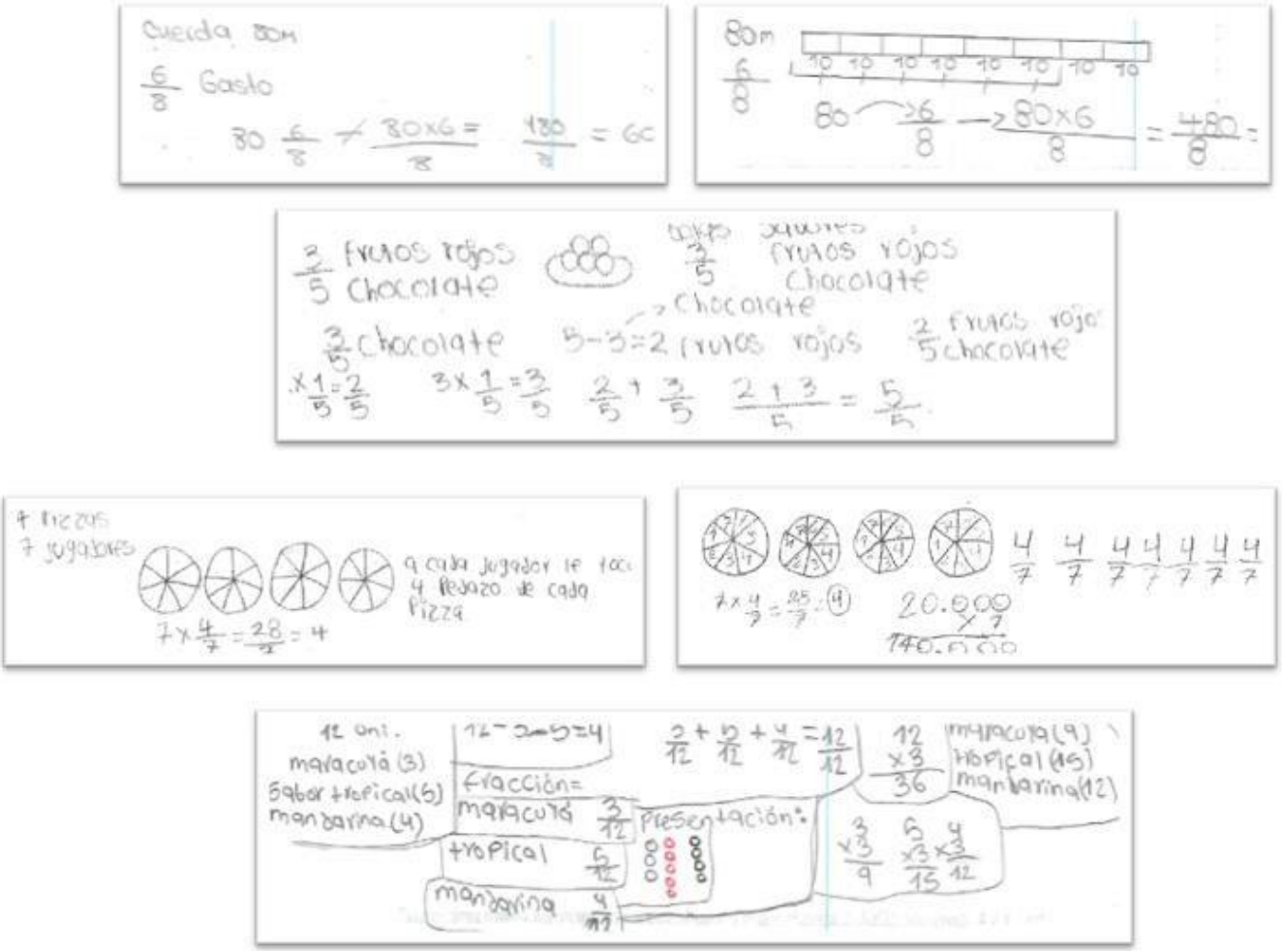
Operaciones aplicadas por los estudiantes.



g) Aplica un paso a paso

El aumento del 20 % al 70 %, representando una mejora del **50 %** en la aplicación de un enfoque paso a paso para la resolución de problemas matemáticos, es muy significativo y prometedor. Este resultado indica claramente que el proceso de explicación y comprensión de los pasos a seguir para resolver un problema matemático ha sido efectivo. Ahora, un gran número de estudiantes no solo conocen y comprenden estos pasos, sino que también tienen la habilidad de diseñar y aplicar un enfoque paso a paso para encontrar soluciones. Es un logro radical que refleja el éxito de la intervención realizada. veamos algunos ejemplos,

Figura 68 *Operaciones aplicadas por los estudiantes*



h) Contesta la pregunta

Al igual que los dos pasos anteriores, éste ha evidenciado un progreso considerable. En este caso un 24.29 % de mejora al momento de contestar la pregunta, mostrando con ello que al pasar por el proceso de las operaciones permite también llegar de manera mucho más concreta a las respuestas. Se demostró en la prueba de entrada que los estudiantes carecen de un plan a ejecutar y que adicional a ello su apoyo numérico era muy escaso debido al desconocimiento de las fases; Sin embargo, la estructuración del pensamiento sistémico con respecto a la solución de problemas les ha permitido tener otra óptica, contar con más herramientas mentales para direccionar de forma adecuada la solución de estos. Esta lección de la fase 3 de resolución de problemas ha demostrado que, a pesar de las deficiencias y la falta de argumentos al principio de la práctica con el concepto de los números racionales, el aprendizaje y la aplicación son altamente productivos cuando se invierte tiempo y se emplea una metodología efectiva para transmitir el conocimiento de manera exitosa. Veamos algunas de las respuestas.

Figura 69

Respuestas dadas por los estudiantes

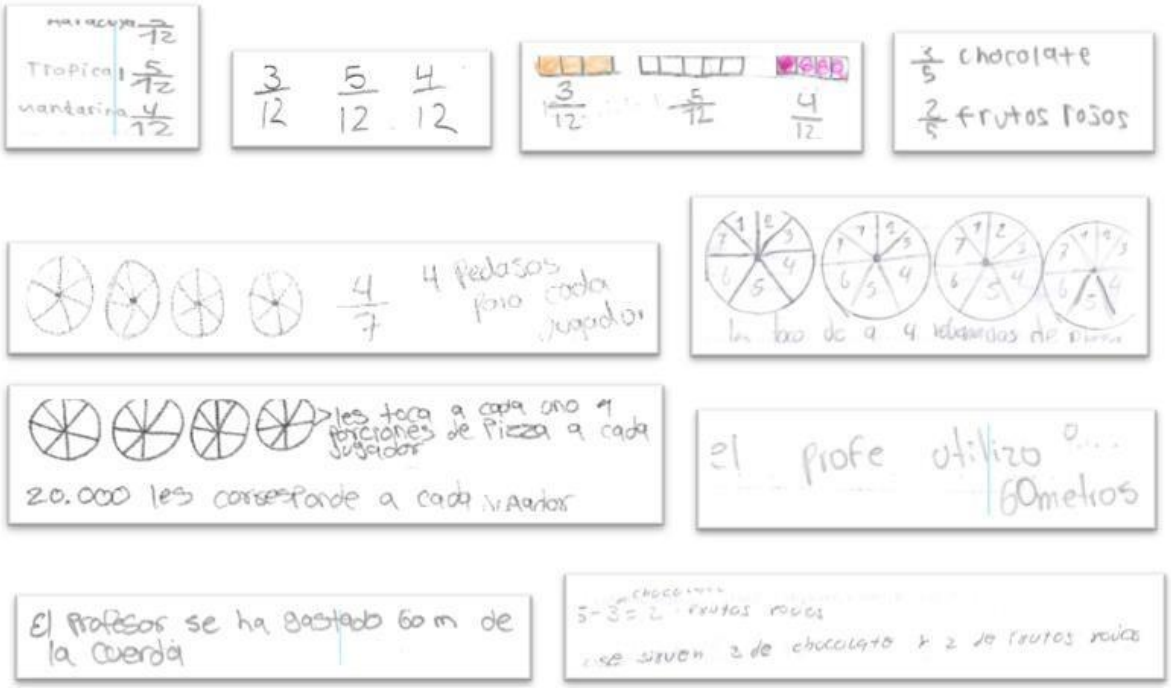


Tabla 10 Comparación Fase 4: Visión retrospectiva construcción personal
Comparación Fase 4: Visión retrospectiva

PRUEBA DE ENTRADA				PRUEBA DE SALIDA		
TAREA	FASE 4: Visión retrospectiva			TAREA	FASE 4: Visión retrospectiva	
	Verificar el resultado.	Obtiene el resultado de forma diferente			Verificar el resultado.	Obtiene el resultado de forma diferente
[1]	3	3		[1]	15	6
[2]	6	4		[2]	15	4
[3]	6	17		[3]	18	3
[4]	11	7		[4]	10	3
SUMA	26	31		SUMA	58	16
% TOTAL	18,57%	22,14%		% TOTAL	41,43%	11,43%

i) verifica el resultado.

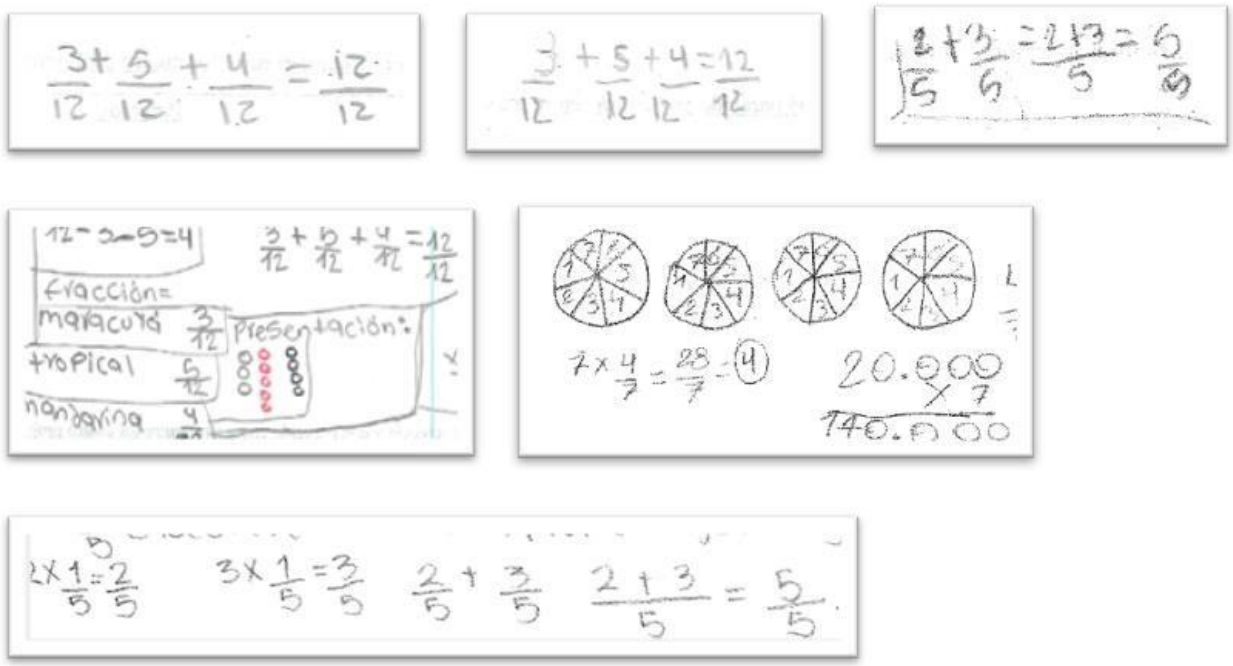
Acorde a la información de la tabla, podemos afirmar que este ítem obtuvo una mejora, pero no de la forma que se puede desear, pues sigue siendo un porcentaje bajo para este paso. En la prueba de entrada se contaba con un 18.57 % y mejoró luego de la aplicación, evidenciando en la prueba de salida según el indicador en 41.43 %, mejora en un 24 %, sin embargo, se puede inferir de la información anterior que hay algo importante que a los estudiantes les hace falta aprender en la solución de problemas y es la posibilidad de hacer una validación a lo que se obtuvo como resultado.

En las aulas, se enfoca en enseñar las propiedades, operaciones y procedimientos para obtener resultados. Sin embargo, la validación de dichos resultados quizás reciba poca atención en los grados previos. Aunque se observa una mejora, es crucial destacar y enfatizar este paso dentro de los resultados, ya que nos permite aplicarlos de manera efectiva en el aula. Es esencial que los estudiantes adquieran el hábito de validar sus resultados, ya sea mediante operaciones adicionales, revisión gráfica u otros métodos que les permitan cuestionar sus respuestas. Esto fomenta un

pensamiento crítico y una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos. Veamos algunas validaciones de respuestas:

Figura 70

Verificación de resultados aplicado por los estudiantes



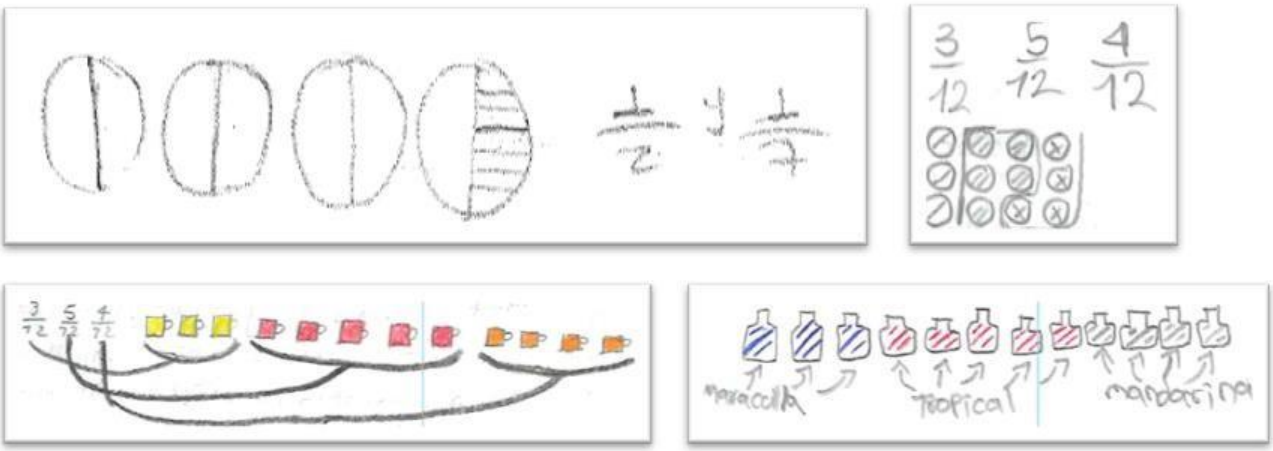
j) Obtiene el resultado de forma diferente.

Para este último ítem de las fases de solución de problemas nos encontramos con un dato negativo respecto a la aplicación. Es el único paso que tuvo un rendimiento negativo, bajando de 22.14 % al 11.43 % al esperar que de alguna otra manera los estudiantes llegaran a resolver los problemas por medio de otro camino u otro proceso distinto al que se esperaba que usaran. Han seguido el estilo de aprendizaje convencional, interpretando el conocimiento de manera rigurosa. Aunque se presentaron múltiples opciones en la explicación y los ejercicios del taller, la mayoría optó por seguir el proceso exacto con pasos concretos. Hubo pocos intentos de explorar otras estrategias para obtener el resultado. Aunque se resalta que hay varios puntos de vista interesantes

a la hora de dar una solución, no hubo muchos que se salieran del proceso aprendido durante las sesiones y las situaciones planteadas, entre ellas tenemos:

Figura 71

Obtienen el resultado de forma diferente



Los datos y análisis anteriores evidencian que por medio de la aplicación de las tres temáticas en conjunto como son las nociones de los números racionales, las fases de solución de problemas y los 4 significados de los racionales, se han mejorado en gran medida en los estudiantes sus capacidades de análisis y recursividad mental para cumplir unas condiciones dadas y llevar a cabo situaciones problema. Es algo que en el área de matemáticas podemos considerar es un aporte muy valioso y primordial para resaltar y tener presente que para hallar las respuestas se debe contar con el conocimiento y la importancia de llevar a cabo los procesos adecuados.

En el momento de aplicar esta propuesta de la enseñanza del conjunto de los números racionales, sus propiedades y además el proceso de resolución de problemas se puede evidenciar que la metodología de los 4 significados es más incluyente y genera más bases teóricas, porque

más allá de la práctica educativa de aula, también permite cambiar la didáctica, la manera de acercar a los estudiantes al conocimiento y lograr un impacto en su aprendizaje; rediseñando y reinventando desde otra óptica la labor docente.

Basándonos además en los resultados de la evaluación final, se estima que la metodología, al implementarse en la Institución Educativa, podría generar resultados satisfactorios y aumentar la participación en todas las etapas del trabajo. Esto se debe a que motiva a los estudiantes a comprometerse más con su proceso de aprendizaje al observar sus propios avances y resultados, convirtiéndose en los protagonistas de su desarrollo intelectual. No obstante, esto no resta importancia al papel esencial del docente como mediador entre el estudiante y el conocimiento. Más bien, fortalece la cooperación entre estudiantes y promueve un aprendizaje más colaborativo y significativo.

Capitulo IV Conclusiones y recomendaciones.

En el presente capitulo se mencionan las conclusiones y recomendaciones a las cuales he llegado con la investigación aplicada. Analizando el objetivo general, posteriormente los específicos y finalizando con los horizontes de investigación y utilidad que se han permitido conocer a través de lo ejecutado y evidenciado.

Respecto a la solución de problemas, del primer objetivo se caracterizó las estrategias usadas por estudiantes de grado sexto al resolver problemas que dan cuenta de diferentes significados de los números racionales, que acorde a la afirmación de Ariza (2017), un problema es una búsqueda consciente de una acción oportuna para llegar a la respuesta, pero no se logra de forma inmediata. Así mismo es la forma en la cual se evidencia de parte de los estudiantes en las soluciones a los problemas planteados, en los cuales noté que en un porcentaje muy alto establecen el conocimiento del problema que se les está planteando (por encima del 68% de los estudiantes), es decir, que en gran mayoría tienen la capacidad de deducir los datos, reconocer muy bien sus condiciones para desarrollar el ejercicio y más importante, entender bien qué se les pregunta, es decir, comprenden que espera uno como docente que lleguen al resolver dichos problemas.

Sin embargo, les es más complejo a los estudiantes el concebir y ejecutar un plan para resolver un problema matemático. Aunque, para dar vía libre a estos dos pasos mencionados, deben usar alguna representación, (algo en lo que manifiestan tienen muy buena capacidad para realizar apoyos visuales) demuestran que el aplicar o describir un plan es algo complejo, es algo que se debe reforzar, algo que hay que profundizar un poco más, tanto en la enseñanza como en la aplicación del aprendizaje de *Concebir y ejecutar un plan*. La ausencia de un plan es algo notorio,

que abre una puerta muy importante a la hora de la educación matemática, debido a que, al conocer esta posibilidad de progreso, el docente puede direccionar el contenido a fortalecer este tipo de habilidad y permitir que los procesos mentales tengan la estructura completa para el respectivo análisis y desarrollo de los problemas a los cuales se enfrentan, brindando esto una habilidad de análisis que es muy importante para el área de los números y en general para las demás asignaturas.

Donde se revela un punto a mejorar en gran medida es la *visión retrospectiva* que se tiene al resolver los problemas (menos del 31% de los estudiantes), debido a que en pocos se evidencia que verifica el resultado que se obtiene. Se apela mucho a la creencia que el resultado está bien, no se establece una oportunidad de validación, de revisión, de constatar si en verdad está bien resuelto, si se siguieron bien los pasos, si se logra obtener el resultado de otra forma, pero se soluciona el problema. Esto permite entender que hay que fortalecer el *aprender a dudar sobre lo solucionado*, así esté bien hecho. Es cierto que muchos factores pueden influir en el proceso de resolución de los estudiantes, como la prisa, los nervios o la desesperación. Reconocer estos factores es crucial, ya que pueden afectar su desempeño y la calidad de sus resultados. Es importante tenerlos en cuenta y trabajar en estrategias para ayudar a los estudiantes a manejar estos estados emocionales durante el proceso de resolución de problemas. Esto puede incluir técnicas de manejo del estrés, la práctica de la paciencia y el fomento de un ambiente de aprendizaje dondese sientan seguros y apoyados.

Con relación al uso de las representaciones semióticas, se encuentran estilos muy interesantes en los cuales se apoyan para llevar a cabo la solución de los problemas. Aunque, como docente, se puede estimar que los estudiantes deban emplear los recursos semióticos primordialmente en lo simbólico (notaciones numéricas y algebraicas), el concepto de las

fracciones tiene un apoyo principal en el recurso visual (Diagramas, tablas, gráficos). El recurso visual, que está por encima del 74% de uso por los estudiantes. Es algo que permite concluir que es prioritario ahondar el concepto de las representaciones, en *como representar bien una fracción para ser comprendida*. Si la solución va a basarse en una gráfica, (que es lo más recurrente en las respuestas), que permita entonces un espacio más importante dentro de las clases para poder conocer qué tipo de representación visual es la apropiada según el caso y los datos que se brindan. Las representaciones semióticas deberían desempeñar un papel más activo en la enseñanza en el aula. Esta investigación reveló que son aspectos que los docentes pueden identificar como preferencias individuales de los estudiantes. Mientras algunos optaban por diagramas circulares, otros preferían utilizar cuadros sombreados para abordar el mismo problema. Esta diversidad en las representaciones señala la importancia de permitir y fomentar diferentes enfoques visuales para que los estudiantes expresen y comprendan conceptos matemáticos de manera más efectiva.

La evidencia indica que la comprensión visual juega un papel predominante en el proceso de aprendizaje. No obstante, es fundamental reconocer la importancia del lenguaje dentro del proceso educativo. Aunque su presencia pueda ser limitada en el desarrollo de problemas matemáticos, el entendimiento y el uso de frases adecuadas son vitales para plantear enunciados que conduzcan a la solución y la reflexión. Integrar el lenguaje de manera efectiva en la enseñanza de matemáticas permite una comprensión más profunda de los conceptos y facilita la comunicación de ideas y estrategias entre los estudiantes.

la explicación de los recursos semióticos es de suma importancia en el proceso matemático. La evidencia muestra dos enfoques interesantes: por un lado, estudiantes que resuelven problemas

utilizando solo un recurso semiótico, como una gráfica, prescindiendo de notaciones numéricas; por otro lado, están aquellos que emplean los tres recursos semióticos. Es esencial entender que estos recursos no son independientes, sino complementarios. Utilizar múltiples recursos semióticos puede fortalecer y ampliar las capacidades de los estudiantes al establecer un plan y llevarlo a cabo utilizando los datos proporcionados en el problema. Para este caso es necesario entender que las herramientas mencionadas buscan afianzar en los estudiantes lo que indica Pólya (1990) Resolver problemas es una escuela de la voluntad. Aunque sean difíciles, el estudiante aprende a perseverar pese a los fracasos, a valorar el mínimo progreso, a lograr la idea básica, a hacer un llamado a toda su concentración. Y que mejor forma de lograr esos progresos al conocer las herramientas adecuadas como son las representaciones semióticas.

Para los cuatro significados de los números racionales (medida, operador, reparto y razón) utilizados por los estudiantes al resolver problemas, concluyo que para los estudiantes la parte visual es en gran medida la base de sus procesos de resolución.Es interesante destacar que la medida y el reparto son significados de gran utilidad y valor en el aprendizaje de las matemáticas. Se deben considerar como conceptos especialmente valiosos al resolver problemas, ya que permiten desarrollar habilidades operativas y comprender las relaciones entre fracciones de manera más profunda. Fortalecer la comprensión de estas operaciones y las razones entre fracciones es fundamental para dominar los conceptos matemáticos y aplicarlos de manera efectiva en diferentes contextos. Como se indica en la investigación, desde el grado cuarto de primaria se establecen los acercamientos respecto a las fracciones, respecto a una unidad que se divide y a un número que tiene un numerador y un denominador, sin embargo, siempre hemos direccionado este conocimiento al medir y repartir algo que se considera completo

o una unidad. La conclusión es sumamente enriquecedora para el proceso de enseñanza-aprendizaje de este concepto en cualquier nivel educativo. Desde la perspectiva de los estudiantes, fortalecer la comprensión del aspecto numérico es un desafío crucial, ya que implica dominar el lenguaje matemático tanto como la representación gráfica. Por otro lado, desde la perspectiva del docente, clasificar y enseñar los diferentes significados de manera adecuada, de acuerdo con los problemas planteados en clases y talleres, es fundamental para garantizar una enseñanza efectiva y una comprensión profunda por parte de los estudiantes. Los conceptos explicados y aplicados en el aula van a permitir a los estudiantes conocer realmente todas las formas en las cuales se puede concebir una fracción. No solo desde lo gráfico, sino desde todas las formas de lenguaje que permiten los cuatro significados a enseñar.

Esta investigación ha sido muy enriquecedora y espero que para quien tenga la oportunidad de leerla lo sea también, ya que la movilización del conocimiento evidenciado por los estudiantes del grado sexto es la oportunidad de ver como *no es algo tan simple la enseñanza de una fracción*. El contenido de este concepto es tan interesante y amplio, que permite contar con un apoyo desde cada elemento del proceso educativo al pasar por cada una de las fases del proceso de resolución, que traen consigo el respaldo de las representaciones semióticas y finalizando con la capacidad de comprender los distintos significados posibles a emplear. Los errores y los vacíos que pudieron salir a relucir en las distintas soluciones de los problemas son la muestra de todas las posibilidades que hay a la hora del proceso de enseñanza-aprendizaje. Lo que enriquece la labor docente siempre será algo valioso que nos motive a hacer mejor nuestro trabajo, a estructurar mejor nuestra planificación de clases y la calidad del contenido.

Los estudiantes movilizan un conocimiento respecto a las fracciones de forma incompleta, basados en la forma tradicional de ser explicada y entendida durante los años de estudio. Pero no indica que los profesores de algún grado hagan mal el trabajo, indica que el conocimiento del concepto de fracciones puede no ser tan completo para la labor, incluso en libros de texto no se dan claridades de alguna de las temáticas de esta investigación. Sin embargo, la evidencia nos invita a mejorar la experiencia educativa, a reflexionar sobre el contenido, para determinar si está completo para ser entregado a los estudiantes, los cuales han demostrado en las evidencias que son oportunidades de mejorar, de crecer, de permitirse el error, pero que puedan avanzar, que con los errores aprendan y llenen los vacíos que se encuentren para poder garantizar el objeto más esencial del estudio matemático según Pólya (1990) que es encontrar en la escuela la oportunidad de familiarizarse con las diversas emociones que ofrece el esfuerzo que se direcciona hacia la solución de un problema.

Es fundamental destacar un aspecto clave de este proceso de aplicación: aunque pueden surgir muchas deficiencias al inicio, la intervención adecuada puede proporcionar una comprensión más profunda sobre las razones detrás de esas falencias y cómo abordarlas. Es importante analizar por qué estas dificultades ocurren y qué las provoca, ya que esto nos brinda información valiosa sobre las necesidades individuales de los estudiantes. A partir de este análisis, podemos desarrollar estrategias específicas para llenar esos vacíos de conocimiento, proporcionando apoyo adicional, clarificando conceptos y brindando oportunidades de práctica y refuerzo. Esta reflexión y acción son esenciales para promover un aprendizaje significativo y efectivo en el aula. El cambio en el criterio del pensamiento a la hora de afrontar situaciones problema es algo que se percibe como un gran avance con los estudiantes al conocer la apatía que

tienen respecto a las matemáticas. Este es un logro muy significativo que se debe reconocer debido a que la didáctica y la temática tienen varias horas de aplicación, sin embargo, el camino que atraviesan por los conceptos, las fases de solución de problemas y su conexión con los distintos significados de los racionales, son un complemento muy acertado, muy adecuado para crear eso que deseamos cuando se trabaja como docentes de esta área y es *el desarrollo de la capacidad de pensamiento*.

Es realmente gratificante poder evidenciar estos resultados, ya que es natural que los estudiantes no alcancen la perfección o la excelencia de inmediato. Se experimentan altibajos en el proceso de aprendizaje. Es esencial destacar lo positivo que ha sido este desarrollo matemático a nivel grupal y reconocer cómo esto tendrá un impacto positivo en la mejora continua durante el resto del año escolar con el grupo que ha recibido esta intervención. Celebrar los progresos, por pequeños que sean, y reconocer el esfuerzo y el compromiso de los estudiantes es fundamental para mantener su motivación y fomentar un ambiente de aprendizaje positivo y constructivo.

Como horizontes de investigación se determinan varias cosas importantes e interesantes en esta investigación.

los cuatro significados de las fracciones ofrecen una perspectiva amplia y diversa sobre cómo abordar la resolución de problemas con fracciones. Es crucial entender que la elección del significado adecuado depende de la finalidad del ejercicio y lo que se espera como respuesta. Esta comprensión nos permite adaptar nuestra enseñanza y enfoque según las necesidades específicas de cada situación. Aunque debemos complementar esta perspectiva con los métodos tradicionales de enseñanza de fracciones, es fundamental considerar estos significados como aspectos

fundamentales para enriquecer la comprensión y aplicación de este concepto matemático. Cada significado tiene una dirección distinta de como percibir el conocimiento en ese concepto, pero que nos brindan un complemento a la hora de desarrollar el concepto e interpretarlo en el aula.

La estrategia pedagógica de solución de problemas de acuerdo con los pasos sugeridos por Pólya es muy valioso, además de aplicable para todo tipo de problemas matemáticos, no solo para el concepto fracciones. Posibilitar al estudiante tener presente que al enfrentarse a un problema planteado puede comprender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás, permitiendo tener otra perspectiva para sus procesos mentales y lógicos. Es muy alentador observar que, después de la intervención en el aula, los resultados de la prueba de salida muestran mejoras significativas en los porcentajes de implementación de 9 de los 10 pasos que comprenden las 4 fases del proceso de resolución de problemas. Esto indica que los estudiantes están aplicando de manera más efectiva las estrategias aprendidas en situaciones similares que enfrentaron durante la prueba. Estas mejoras son un claro indicador del impacto positivo que tuvo la intervención en su comprensión y capacidad para resolver problemas matemáticos. Es un testimonio del éxito del enfoque pedagógico implementado y subraya la importancia de continuar utilizando métodos de enseñanza que promuevan un aprendizaje activo y significativo. Sin duda que es una base que se va convirtiendo en un pilar fundamental para la enseñanza de las matemáticas en cualquier nivel educativo y puede direccionarse como herramienta de solución de problemas al transversalizar algunas de las áreas que componen las ciencias exactas u otras áreas afines.

Sobre las representaciones semióticas, se puede indicar que son adaptables a diversos conceptos en matemáticas, no solo en fracciones. Las representaciones están inmersas en la gran

mayoría de conceptos que hemos brindado como docentes en matemáticas, que a veces son implícitas pero desconocidas. estas perspectivas son complementarias y se benefician mutuamente. Permiten que los estudiantes aborden un problema desde diferentes ángulos, lo que enriquece su comprensión y capacidad para resolverlo de manera efectiva. Al establecer su apreciación sobre un problema con frases (aspecto lingüístico), los estudiantes desarrollan habilidades de comunicación y razonamiento verbal. Al trabajar con los datos numéricamente (aspecto simbólico), fortalecen su comprensión de las operaciones matemáticas y su capacidad para manipular números. Y al contar con apoyo gráfico en el proceso de solución (aspecto visual), mejoran su capacidad para visualizar y representar problemas, lo que puede facilitar su comprensión y la identificación de patrones. En conjunto, estas perspectivas complementarias promueven un enfoque integral del aprendizaje matemático.

El proceso de intervención en el aula, al fusionar los tres ejes temáticos, constituye una metodología de enseñanza que sienta unas bases sólidas en relación con el conjunto de los números racionales. Esto tiene un impacto significativo en los procesos matemáticos, ya que la capacidad para resolver problemas en el área de matemáticas es fundamental. Al abordar los números racionales desde múltiples perspectivas y mediante la integración de aspectos lingüísticos, simbólicos y visuales, los estudiantes desarrollan una comprensión más profunda y una habilidad más sólida para enfrentarse a problemas matemáticos de manera efectiva. Esta metodología fomenta un aprendizaje más completo y significativo, preparando a los estudiantes para aplicar sus conocimientos en una variedad de contextos y situaciones.

La mentalidad y las habilidades desarrolladas a través de las fases de resolución de problemas no solo son aplicables a los conceptos específicos que se enseñan, como los números racionales, sino que también sirven como una base sólida que se puede aplicar a una amplia gama

de conceptos en la enseñanza en todos los niveles curriculares. Estas habilidades incluyen el pensamiento crítico, la capacidad para plantear y abordar problemas de manera sistemática, la creatividad para encontrar soluciones, y la habilidad para comunicar y justificar los procesos y resultados. Estas competencias son transferibles y beneficiosas en áreas que van más allá de las matemáticas, como las ciencias, las humanidades y la vida cotidiana. Por lo tanto, fomentar una mentalidad de resolución de problemas en los estudiantes es fundamental para su desarrollo integral y su éxito académico y profesional.

Es muy alentador ver que esta metodología ha demostrado ser efectiva en una variedad de contextos educativos. La capacidad de replicar y obtener buenos resultados en otra institución educativa diferente es un indicador sólido de la eficacia y la versatilidad de este enfoque. Esto sugiere que la propuesta no solo es viable, sino también valiosa y relevante en el ámbito educativo más amplio.

Al direccionar el desarrollo de la capacidad del pensamiento basado en los pilares de la teoría de solución de problemas, se está proporcionando a los estudiantes una herramienta fundamental para enfrentar los desafíos intelectuales en cualquier área del conocimiento. Este enfoque no solo se centra en la adquisición de conocimientos, sino que también promueve habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas y comunicación efectiva, aspectos esenciales para el éxito en la educación y más allá. En resumen, esta propuesta ofrece una base sólida y completa para el desarrollo integral de los estudiantes en diversas instituciones educativas.

Referencias

Acevedo Caro, D. M., López Miranda, M. A., Guerrero Osorio, Y. A., & Morales Romero, L. F. (2013). La fracción parte - todo a través de una mirada gráfica. Revista Científica, 2, 272– 277. https://doi.org/10.14483/23448350.7051

Álvarez, C. (1984). Fundamentos teóricos de la dirección del proceso de formación del profesional de perfil ancho. La Habana, Pueblo y Educación. La Habana, Cuba. Tomado de: Dialnet-SisconceptoDeProblemasMaconceptoticosParaLosAlumnosDePrime-6173784.pdf

Andrade Escobar, C. (2012). Descubrir la matemática 6. Bogotá, Colombia: Andrade Escobar, Carmen

Ariza, C. R. (2017). El método de George Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas con números fraccionarios en los estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Anna Vitiello del municipio de los Patios (tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Bucaramanga UNAB, Bucaramanga. Tomado de: https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2236

Arteaga Vargas, C, Arteaga Hernández, E y Cantero Murillo, O. (2021). Resolución de problemas, aplicados a la multiplicación de números racionales, a través de la aplicación STORYLINE 360 en los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa El Rodeo – Lorica, Córdoba. Universidad de Cartagena.

Bermúdez, O. (2019). El uso de las TIC como estrategia lúdico-pedagógica para promover el aprendizaje de los números racionales con estudiantes de secundaria. [Proyecto de Investigación, Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD]. Repositorio Institucional UNAD. https://repository.unad.edu.co/handle/10596/26842.

Calvo Ballestero, María Mayela (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. Revista Educación, 32(1),123-138. [fecha de Consulta 15 de septiembre de 2021]. ISSN: 0379-7082. Disponible en: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44032109

Castaño Arbeláez, N. M., García-Castro, L. I. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. Magistro, 8(16), páginas 123-158.

Castillo, J. (2020). Planificación de una unidad didáctica sobre fracciones basada en el método de Pólya para mejorar la resolución de problemas en los estudiantes de primer grado de educación secundaria. Universidad de Piura. Facultad de Ciencias de la Educación. Piura, Perú. Tomado de: https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/4656/TSP_EDUC_2009.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Castrillón, E. (2011). Me Conecto... Luego Existo. Medellín, Colombia: Corporación Ser Especial.

Chico, J., & Montes, M. Á.. (2023). Representaciones Semióticas de la Multiplicación y División en Libros de Texto de Educación Primaria. Bolema: Boletim De Educação Matemática, 37(75), 296–316. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n75a14

Chrobak, Ricardo. la metacognición y las herramientas didácticas, Universidad Nacional del Comahue. Facultad de Ingeniería, Departamento de Física. Buenos Aires 1400.8300 Neuquén. https://www.unrc.edu.ar/publicar/cde/05/Chrobak.htm

Coronel, M. V. & Curotto, M. M., (2008). REEC: Revista electrónica de enseñanza de las ciencias, ISSN-e 1579-1513, Vol. 7, Nº. 2

Diezmann, C. (2000). Las dificultades que experimentan los estudiantes para generar diagramas para problemas novedosos. En Actas de la 24ª Conferencia del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación Matemática. Nishiki Print Co, Hiroshima, Japón, págs. 241-248. ISBN: 0771-100x. Tomado de: https://eprints.qut.edu.au/1696/

Duran Medina, A, Rhenals Orozco, L & Cedrón Licona, R. (2022). Método Pólya en la resolución de problemas fraccionarios mediante un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) en estudiantes de quinto grado (5-1) de básica primaria de la Institución Educativa Felipe Santiago Escobar de Turbaco Bolívar. Universidad de Cartagena. Tomado de: https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/16381/TGF_Angelica%20Duran_Leida%20Rhenals_Rosa%20Cedron.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Duval, R. (1995). Sémiosis et pensée: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne, Switzerland: Peter Lang. ISBN: 3-906754-32-4 EAN: 9783906754321

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61(1-2), 103-131. Tomado de: https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Espinel, R. (2018). Diseño de estrategias didácticas mediadas por TIC, para el mejoramiento de las competencias matemáticas con números fraccionarios en estudiantes del grado séptimo del Colegio Alirio Vergel Pacheco del municipio de Sardinata, Norte de Santander: http://hdl.handle.net/20.500.12749/2531.

Fandiño Pinilla M.I. (2009). Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá: Magisterio. Prefacio de Athanasios Gagatsis. Prefacio a la edición en idioma español de Carlos Eduardo Vasco Uribe. Páginas 222.

Fandiño Pinilla, M. I. (2015). Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos. Editorial Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá, Colombia. 222 páginas. ISBN: 9789582009700.

George Pólya (1965). Cómo plantear y resolver problemas [título original: How To Solve It?]. México: Trillas. 215 pp. Entreciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento, vol. 3, núm. 8, pp. 419-420, 2015. https://cienciaymaconceptoticas.files.wordpress.com/2012/09/como-resolver.pdf

Godino, J. D., Wihelmi, M. R., Blanco, T. F., Contreras, A., & Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. Avances de Investigación en

Educación Matemática, Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Universidad de la Rioja, España. (SEIEM) 10, 91-110

Godino, Juan D; Recio, Ángel M. Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 2001, Vol. 19, n.º 3, pp. 405-414, [fecha de Consulta 14 de septiembre de 2021]. Tomado de: https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21763

González del Olmo, D. (2015). Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con estudiantes de 12/13 años en Cantabria. Tomado de: https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6903/GonzalezdelOlmoDario.pdf

Hernández Rebollar, J. A., Juárez López, J. & Slisko, I. (2015). Tendencias en la educación matemática basada en la investigación. Volumen 1. BUAP Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Puebla, México. Páginas. 25-38. ISBN 978-607-525-002-1.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación (6a. ed.). México D.F.: McGraw-Hill.

Hurtado de Barrera, J. (2007). El proyecto de investigación. Metodología de la investigación holística.

Jessup, M., Pulido, R. (2001). La Resolución de Problemas y la Educación en Ciencias Naturales. Geografías e Imaginarios. (Colombia). ISBN: 958-9097-60-X ed: (pp. 298-311)

Kieren, T.E. (1988). Personal Knoweldge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. En: J. Hiebert & M. Behr (Eds.), Number concepts and Operations on Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros... Educación Matemática, vol. 31, núm. 2, the MIddle Grades. (págs. 162-181).

Krippendorff, K. (1990). Metodología de análisis de contenido", Barcelona, Paidós Ibérica. pp 30-33

Lara Escorcia, E.D. & Quintero Miranda, M.C. (2016). Efecto de la enseñanza a través de la resolución de problemas, en el uso de los procesos cognitivos y metacognitivos de los estudiantes. [fecha de Consulta 14 de septiembre de 2021]. Tomado de: http://hdl.handle.net/10584/7615

Lemke, J. (1998). Multiplying meaning: visual and verbal semiotics in scientific text (Significado de la Multiplicación): semiótica visual y verbal del texto científico). Universidad de Nueva York, Nueva York. Tomado de: https://www.researchgate.net/publication/246905867_Multiplying_meaning_Visual_and_verbal_semiotics_in_scientific_text

Linares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional, Didáctica de las Matemáticas para Primaria, Madrid, Pearson Educación S.A., Capítulo 7, pp. 187-220.

Lorenzo Benítez, R., Freire Pulla, W.A., Macías Barzola, E.W., & Cedeño Heras, P.D. (2023). Guía didáctica para la resolución de problemas sobre fracciones homogéneas en el octavo año de educación general básica. Revista Educación, 47(1), 370-386. Tomado de: https://dx.doi.org/10.15517/revedu.v47i1.51748

Martinez, M, Hernandez, L, Juarez, M & Juarez, J, (2019). El impacto de una intervención didáctica para la comprensión del concepto de fracción a través de representaciones semióticas en estudiantes de secundaria / The impact of a didactic intervention on the understanding of the concept of fraction through the semiotic representations on students of high school. Articulo BrazilianJournal of Developmen. Paraná, Brasil. Tomado de: https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/1671/1671

Meneses, M. & Peñaloza, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. Zona Próxima, 31, 7-25.

Ministerio de Educación de Nacional de Colombia, (2003). Estándares Básicos de Matemáticas. Bogota: Editor Ministerio de Educación Nacional. Tomado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2011). Enfoque de Competencias en la Educación: del conocimiento al uso y apropiación. Recuperado el 27 de abril de 2018. Tomado de: https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-275791.html

Ministerio de Educación Nacional. (1994). Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-172061_archivo_pdf_decreto1860_94.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de Estándares Básicos de Competencias: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2009). Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de Decreto 1290 de 2009: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf

Morin, A. (s.f.). Habilidades académicas que su hijo necesita en octavo grado. Understood. [fecha de Consulta 20 de septiembre de 2021]. Tomado de: https://www.understood.org/articles/es-mx/skills-kids-need-going-into-eighth-grade

Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. Revista EMA, 8(2), 157-182 http://funes.uniandes.edu.co/1521/1/99_Obando2003La_RevEMA.pdf

O'halloran, Kay. (1999). Towards a systemic functional analysis of multisemiotic mathematics texts. Semiotica, Berlín, vol. 124, no. 1-2, 1999, pp. 1-30. Tomado de: https://doi.org/10.1515/semi.1999.124.1-2.1

O'halloran, Kay. (2005). Mathematical Discourse: Language, Visual Images and Symbolism. Londres: Continuum. Tomado de:

https://www.academia.edu/53813557/Kay_O_Halloran_Mathematical_Discourse_Language_Symbolism_and_Visual_Images_2005_Continuum_London_xii_226_pp

Pérez Gómez, Y., & Beltrán Pozo, C. (2011). ¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares. EduSol, 11 (34),74-89.[fecha de Consulta 19 de Julio de 2023]. ISSN: . Recuperado de: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475748673009

Pérez Porto, J.& Gardey, A. (2009). Definición de Números racionales - Qué son, definición y concepto. Última actualización el 15 de septiembre de 2021. Recuperado el 19 de julio de 2023, Tomado de: https://definicion.de/numeros-racionales/

Pérez, Y. & Ramírez, R. (2008). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. Revista de investigación, 73, (35), págs. 169-193.

Postman, Neil & Weingartner, Charles (1969). Teaching as a subversive activity. New York: Dell Publishing Co. 219p.

Ramírez Rincón, Eliseo. (2013). El modelo de resolución de problemas en una perspectiva de investigación como práctica social normada. Tecné, Episteme y Didaxis: TED, (34), 99-116.

Vain, P. (2012). El enfoque interpretativo en investigación educativa: algunas consideraciones teórico-metodológicas. Revista de Educación, 4(4), 37-45. Recuperado de https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/article/view/83

Zona-López, J. R., & Giraldo-Márquez, J. D. (2017). Resolución de problemas: escenario del pensamiento crítico en la didáctica de las ciencias. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia), 13(2), 122-150.

Anexos

Anexo A. Instrumento con problemas de aplicación – test de entrada.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA FE Y ALEGRÍA JOSÉ MARÍA VÉLAZ
"FORMANDO HOMBRES NUEVOS PARA UNA SOCIEDAD NUEVA"

PRUEBA SOBRE NÙMEROS RACIONALES	
ASIGNATURA:	Matemáticas
DOCENTE:	Edwin Andrés Cruz Obando
GRADO:	SEXTO (6)
NOMBRE ESTUDIANTE:	

PARTE 1: Resuelve los siguientes problemas. Usa dibujos que puedan ayudarte en cada situación.

1. En la fiesta de cumpleaños de Aurora se ha brindado helado de chocolate y de vainilla chips. Si tres quintos de lo que le corresponde a cada niño es de chocolate y lo demás es de vainilla chips: **¿Cómo podríamos imaginar que se sirve el helado?**

2. Para poder cercar la zona de la fiesta de Aurora, el mayordomo usa una cuerda que mide sesenta metros. Al finalizar se da cuenta de que usó cuatro sextos de la cuerda en su tarea. **¿Cuántos metros de la cuerda ha usado?**

3. Al finalizar la fiesta, Aurora organizó una pijamada en su casa. Para el refrigerio, su madre quiere compartir cuatro pizzas entre Aurora y seis de sus amigas. **¿Qué porción de pizza le corresponde a cada niña?**

4. Para la fiesta, se compran todas las bebidas en almacenes "El Caracol", donde venden gaseosas en paquetes de dieciséis unidades. Por cada paquete de dieciséis gaseosas, cuatro de ellas son de sabor a manzana, ocho de ellas son de tamarindo y el resto sabor a piña: **¿Cómo podrías representarlo en fracciones?**

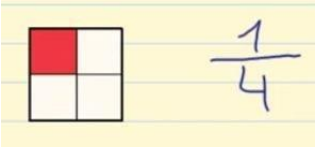
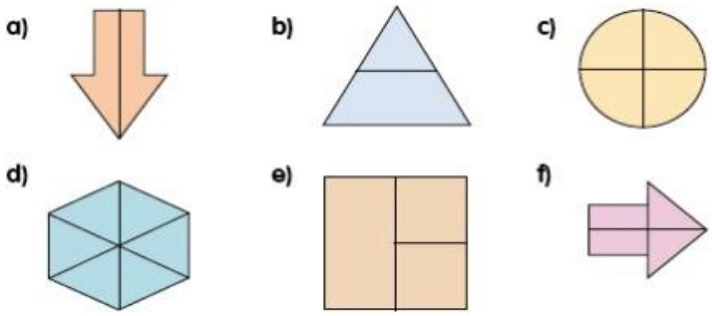
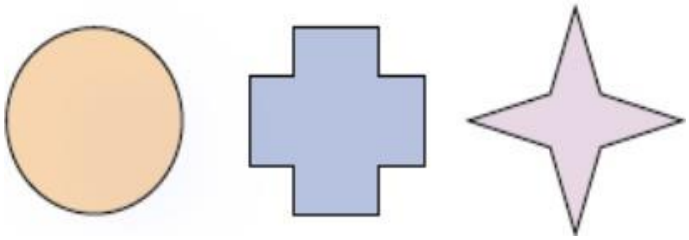
Anexo B. Guía didáctica para la intervención

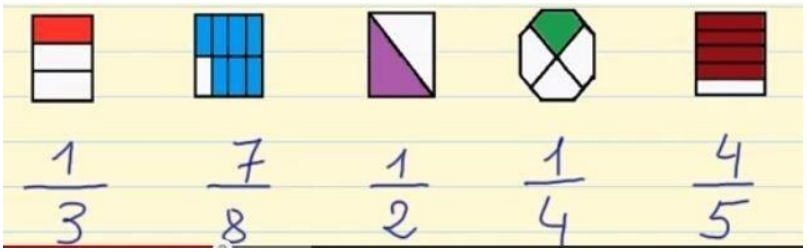
Título: GUÍA DIDÁCTICA SOBRE LOS SIGNIFICADOS DE LAS FRACCIONES (MEDIDA, REPARTO, OPERADOR Y RAZÓN)			
Pensamiento: NUMÉRICO			
Grado	Estándar	Derecho Básico	Evidencias
SEXTO	Reconocer el significado de las fracciones en diferentes contextos.	Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos).	•Propone y justifica diferentes estrategias para resolver problemas con números enteros, racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) en contextos escolares y extraescolares.

CONTENIDO A DESARROLLAR

1. Actividad sobre conocimientos previos
2. Definición de una fracción
3. Partes de una fracción y cómo se lee una fracción
4. Actividad sobre la fracción como Medida
5. Actividad sobre la fracción como Reparto
6. Actividad sobre la fracción como Operador
7. Actividad sobre la fracción como Razón
8. Actividad – Taller para afianzar conocimientos.
9. Comentarios para tener presente:

Actividad sobre conocimientos previos	Tiempo
El grupo de clase se dividirá en subgrupos de dos, tres y cuatro estudiantes, con el fin de realizar la dinámica. 1. Se le entregará a cada grupo, independientemente si es de 2, 3 o 4 estudiantes, una mandarina y se les pedirá que la dividan en partes iguales (una parte será para cada uno de ellos). 2. Se pasará por cada grupo preguntándoles en cuántas partes dividieron la mandarina y que digan que parte le tocó: • Para los grupos que hay dos estudiantes: van a responder: “me tocó la mitad, entonces el docente entrará a decirles “esa mitad, es un medio” a tu compañero una mitad y a ti otra mitad. • Para los de tres estudiantes entonces se les dirá se dividió la mandarina en tres partes: a ti te tocó una parte, al compañero otra parte y para el otro otra parte “o sea, a cada uno le tocó una tercera parte, cada tercera parte es un tercio” y • Para los de cuatro estudiantes se les dirá a cada uno le tocó una cuarta parte de la mandarina, que “es un cuarto”. 3. En plenaria, se puede socializar de manera que cada grupo diga al resto del grupo en cuántas partes dividieron la naranja y se pueden establecer diferencias.	 TIEMPO ESTIMADO: 15 MINUTOS

¿Qué es una fracción?	Tiempo
Una fracción representa el número de partes que cogemos de una unidad que está dividida en partes iguales. Se representa por dos números separados por una línea de fracción.  Cuando estamos introduciendo la idea de fracción es importante en las primeras actividades hacer énfasis en la necesidad de dividir la unidad en partes **iguales** para poder representar fracciones con material concreto o con representaciones pictóricas. Para ello se sugieren las siguientes tres actividades: 1. Entregar a los estudiantes un cuadrado de papel, pídales que lo doblen por la mitad y preguntarles qué observan al desdoblarlo. Pedirles que hagan un segundo doblez y que describan sus observaciones al desdoblar la hoja. 2. Usar las siguientes representaciones pictóricas para que los estudiantes indiquen cuáles figuras están divididas en partes iguales.  3. Pedirles que dividan figuras concretas o representaciones pictóricas en dos partes iguales. Invítelos a que realicen el ejercicio de formas diferentes con figuras como las siguientes: 	

Partes de una fracción	Tiempo
Los términos de una fracción son el numerador y el denominador y están separados por una línea horizontal llamada línea fraccionaria o vínculo. El numerador es el número que se ubica en la parte superior de la línea fraccionaria e indica las partes que tenemos o que se toman, y el denominador es el número que se ubica debajo de la línea fraccionaria indicando las partes en que se ha dividido la unidad. Vamos a ver un ejemplo: Tenemos diferentes figuras y cada una de ellas la dividimos en diferente cantidad de partes iguales, (esa cantidad de partes es el denominador). En cada figura se colorean algunas partes (el número de partes coloreadas es el numerador).  La primera aproximación a fracciones es como la relación entre una parte y la unidad (el todo) que está dividida en partes iguales. Para ello se sugiere desarrollar las siguientes actividades: 1. Mostrar a los estudiantes un disco de papel como el del dibujo, dividido en tres partes iguales con una de ellas coloreada. Empleemos el siguiente vocabulario: “una de tres partes o un tercio del círculo está coloreado”, muestre así mismo el símbolo 1/3. Explicando que el número 3 en la parte inferior (el denominador) indica la cantidad de partes iguales en las que se divide la unidad y el número 1 en la parte superior (el numerador) indica la cantidad de partes iguales coloreadas. Repetir la actividad con otras fracciones unitarias.	 TIEMPO ESTIMADO: 30 MINUTOS

2. Entregar a los estudiantes representaciones pictóricas (Actividades de afianzamiento) y pedirles que coloreen una fracción determinada. Recomendación: En estas primeras actividades es muy importante que las representaciones dadas ya estén divididas en partes iguales, ya que en esta etapa el niño puede no tener la habilidad para hacerlo. **¿Cómo se leen las fracciones?** El numerador (número de arriba de la línea) se lee con los números cardenales. 1 – un, 2 – dos, 3 – tres, …, 10 – diez, …, 24 – veinticuatro… El denominador (número de abajo de la línea) se lee con los números partitivos. 2 – medios, 3 – tercios, 4 – cuartos, 5 – quintos, 6 – sextos, 7 – séptimos, 8 – octavos, 9 – novenos, 10 – décimos. A partir del 11, el número se lee expresando el nombre del número y la terminación avos: 11 – onceavos, 12 – doceavos, … Entregar a los niños tarjetas con nombres de fracciones y pedirles que formen grupos de tarjetas que representen la misma fracción. Estas tarjetas incluyen representaciones verbales, pictóricas y simbólicas. Anímelos a nombrarlas fracciones en voz alta.	

A continuación, se establecen las siguientes actividades para las formas de comprender el significado de las fracciones de acuerdo con el tipo de situación que se presenta.

Se van a plantear 4 tipos de situación problema, cada una de ellas llevando a cabo las fases en las cuales debemos basarnos para poder establecer la solución adecuada según el significado que se explica. Se detallará cada una de las actividades y las fases para que la explicación tenga el sentido completo y desarrolle las fases de solución de problemas de Poyla a la luz de los significados expuestos.

La estructura de las fases es la siguiente

Situación problema	**FASE 1: Comprender el problema**			**FASE 2: Concebir un plan**		**FASE 3: Ejecutar el plan**			**FASE 4: Visión retrospectiva**	
	Señala los datos.	**Reconoce condiciones.**	**Sabe qué se le pregunta**	**Realiza represen-taciones**	**Describe los pasos.**	**Identifica y realiza operaciones**	**Aplica un paso a paso.**	**Contesta la pregunta**	**Verificar el resultado.**	**Obtiene el resultado de forma diferente**

Las situaciones problema son las siguientes:

1. (Medida) En la fiesta de cumpleaños de Aurora se ha brindado helado de chocolate y de vainilla chips. Si tres quintos de lo que le corresponde a cada niño es de chocolate y lo demás es de vainilla chips: **¿Cómo podríamos imaginar que se sirve el helado?**

2. (Operador) Para poder cercar la zona de la fiesta de Aurora, el mayordomo usa una cuerda que mide sesenta metros. Al finalizar se da cuenta de que usó cuatro sextos de la cuerda en su tarea. **¿Cuántos metros de la cuerda ha usado?**

3. (Reparto) Al finalizar la fiesta, Aurora organizó una pijamada en su casa. Para el refrigerio, su madre quiere compartir cuatro pizzas entre Aurora y seis de sus amigas. **¿Qué porción de pizza le corresponde a cada niña?**

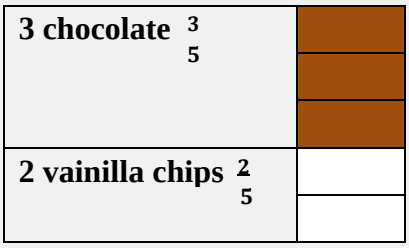
4. (Razón) Para la fiesta, se compran todas las bebidas en almacenes “El Caracol”, donde venden gaseosas en paquetes de dieciséis unidades. Por cada paquete de dieciséis gaseosas, cuatro de ellas son de sabor a manzana, ocho de ellas son de tamarindo y el resto sabor a piña: **¿Cómo podrías representarlo en fracciones?**

Situación problema 1. MEDIDA

	FASE 1: **Comprender el problema**	Señala los datos.	Reconoce condiciones.	Sabe qué se le pregunta
Medida	En la fiesta de cumpleaños de Aurora se ha brindado helado de chocolate y de vainilla chips. Si tres quintos de lo que le corresponde a cada niño es de chocolate y lo demás es de vainilla chips: ¿Cómo podríamos imaginar que se sirve el helado? **Si debes representarlo en Medida ¿Cómo podrías hacerlo?**	Bolas de helado Cantidad de Sabores: -chocolate -vainilla Chips La unidad de medida es $\frac{1}{5}$	Un helado trae 3 de chocolate No conocemos los de vainilla La unidad es 1/5	Como representar el problema como una Medida

	FASE 2: **Concebir un plan**	Realiza representaciones	Describe los pasos.
Medida	En la fiesta de cumpleaños de Aurora se ha brindado helado de chocolate y de vainilla chips. Si tres quintos de lo que le corresponde a cada niño es de chocolate y lo demás es de vainilla chips: ¿Cómo podríamos imaginar que se sirve el helado? **Si debes representarlo en Medida ¿Cómo podrías hacerlo?**	Chocolate son 3 partes de unidad $3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ Vainilla 5 -3= 2 $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$	Definimos la unidad de medida $\frac{1}{5}$ Luego multiplicamos las partes de cada sabor Chocolate por 3 y vainilla por 2

	FASE 3: **Ejecutar el plan**	Identifica y realiza operaciones	Aplica un paso a paso.	Contesta la pregunta
Medida	En la fiesta de cumpleaños de Aurora se ha brindado helado de chocolate y de vainilla chips. Si tres quintos de lo que le corresponde a cada niño es de chocolate y lo demás es de vainilla chips: **¿**Cómo podríamos imaginar que se sirve el helado? **Si debes representarlo en Medida ¿Cómo podrías hacerlo?**	Chocolate son 3 partes de unidad Multiplicamos 3 x la unidad que es $\frac{1}{5}$ Y para Vainilla 5 -3= 2 Multiplicamos 2 x la unidad que es $\frac{1}{5}$	Como son 3 partes de Chocolate, entonces $3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ Vainilla 5 -3= 2 $2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$	El helado a servir tiene 5 bolas, es el denominador Los sabores son el numerador **3 chocolate** $\frac{3}{5}$ Resto 5-3 = 2 **vainilla chips** $\frac{2}{5}$

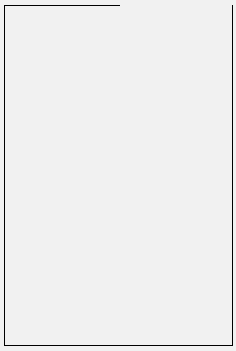
	FASE 4: **Visión retrospectiva**	Verificar el resultado.	Obtiene el resultado de forma diferente
Medida	En la fiesta de cumpleaños de Aurora se ha brindado helado de chocolate y de vainilla chips. Si tres quintos de lo que le corresponde a cada niño es de chocolate y lo demás es de vainilla chips: **¿**Cómo podríamos imaginar que se sirve el helado? **Si debes representarlo en Medida ¿Cómo podrías hacerlo?**	**chocolate** $\frac{3}{5}$ **vainilla chips** $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5}$	El helado a servir tiene 5 bolas 

Situación problema 2. OPERADOR

	FASE 1: **Comprender el problema**	Señala los datos.	Reconoce condiciones.	Sabe qué se le pregunta
Operador	Para poder cercar la zona de la fiesta de Aurora, el mayordomo usa una cuerda que mide sesenta metros. Al finalizar se da cuenta de que usó cuatro sextos de la cuerda en su tarea. ¿Cuántos metros de la cuerda ha usado? **Si debes representarlo como Operador ¿Cómo podrías hacerlo?**	Las magnitudes son: • Cuerda de 60 metros • Usó $\frac{4}{6}$ De la cuerda	La medida total de la cuerda es de 60 metros. Usó una parte de la cuerda, NO el total.	Como representar el problema como una operación

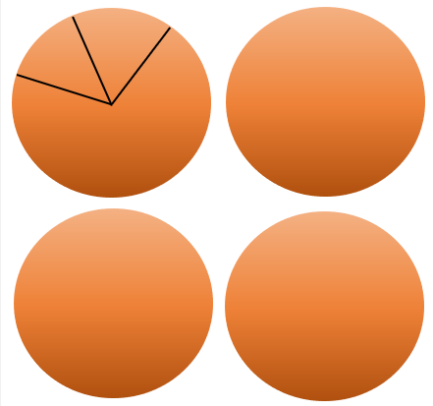
	FASE 2: **Concebir un plan**	Realiza representaciones	Describe los pasos.
Operador	Para poder cercar la zona de la fiesta de Aurora, el mayordomo usa una cuerda que mide sesenta metros. Al finalizar se da cuenta de que usó cuatro sextos de la cuerda en su tarea. ¿Cuántos metros de la cuerda ha usado? **Si debes representarlo como Operador ¿Cómo podrías hacerlo?**	$Magnitud\ 1\ x\ (Magnitud\ 2^{\#}_{\#})$ $60\ x\ \frac{4}{6}$ También pueden dibujar la cuerda para imaginar la operación	Definimos las magnitudes: **Magnitud 1**: la cantidad de metros de la cuerda **Magnitud 2**: La cantidad de cuerda que gastó

	FASE 3: **Ejecutar el plan**	Identifica y realiza operaciones	Aplica un paso a paso.	Contesta la pregunta
Operador	Para poder cercar la zona de la fiesta de Aurora, el mayordomo usa una cuerda que mide sesenta metros. Al finalizar se da cuenta de que usó cuatro sextos de la cuerda en su tarea. ¿Cuántos metros de la cuerda ha usado? **Si debes representarlo como Operador ¿Cómo podrías hacerlo?**	Una cuerda de 60 metros Magnitud 1 x (Magnitud 2 $\frac{\#}{\#}$) Gastó $\frac{4}{6}$ de la cuerda. Debe multiplicar por 4 y dividir por 6 o dividir por 6 y luego multiplicar por 4. $60\ x\ \frac{4}{6}$	$60\ x\ \frac{4}{6}$ $\frac{(60 \text{ x } 4)}{6} = 40$ $\frac{(60)}{6}$ x 4 = 40	La cuerda tiene 60 metros, debemos dividir en seis partes y tomar 4 partes. $\frac{(60 \text{ x } 4)}{6} = 40$ $\frac{(60)}{6}$ x 4 = 40

	FASE 4: **Visión retrospectiva**	Verificar el resultado.	Obtiene el resultado de forma diferente
Operador	Para poder cercar la zona de la fiesta de Aurora, el mayordomo usa una cuerda que mide sesenta metros. Al finalizar se da cuenta de que usó cuatro sextos de la cuerda en su tarea. ¿Cuántos metros de la cuerda ha usado? **Si debes representarlo como Operador ¿Cómo podrías hacerlo?**	$60\ x\ \frac{4}{6}$ $\frac{(60 \text{ x } 4)}{6} = 40$ metros $\frac{(60)}{6}$ x 4 = 40 metros	La cuerda cuenta con 60 metros Se gasta $\frac{4}{6}$ de la cuerda. 

Situación problema 3. REPARTO

	FASE 1: **Comprender el problema**	Señala los datos.	Reconoce condiciones.	Sabe qué se le pregunta
Reparto	Al finalizar la fiesta, Aurora organizó una pijamada en su casa. Para el refrigerio, su madre quiere compartir cuatro pizzas entre Aurora y seis de sus amigas**.** ¿Qué porción de pizza le corresponde a cada niña? **Si debes representarlo como Reparto ¿Cómo podrías hacerlo?**	Las magnitudes son: • Cantidad de Pizzas: 4 • Cantidad de niñas 7	Una pizza es redonda, puede dividirse al gusto, en las cantidades deseadas Todas deben recibir la misma cantidad	Como representar el problema como un Reparto en partes IGUALES

	FASE 2: **Concebir un plan**	Realiza representaciones	Describe los pasos.
Reparto	Al finalizar la fiesta, Aurora organizó una pijamada en su casa. Para el refrigerio, su madre quiere compartir cuatro pizzas entre Aurora y seis de sus amigas**.** ¿Qué porción de pizza le corresponde a cada niña? **Si debes representarlo como Reparto ¿Cómo podrías hacerlo?**	4 pizzas para repartir 	Definimos las magnitudes: Magnitud 1: la cantidad de pizzas para repartir Magnitud 2: La cantidad niñas para recibir la pizza

	FASE 3: **Ejecutar el plan**	Identifica y realiza operaciones	Aplica un paso a paso.	Contesta la pregunta
Reparto	Al finalizar la fiesta, Aurora organizó una pijamada en su casa. Para el refrigerio, su madre quiere compartir cuatro pizzas entre Aurora y seis de sus amigas**.** ¿Qué porción de pizza le corresponde a cada niña? **Si debes representarlo como Reparto ¿Cómo podrías hacerlo?**	4 pizzas para 7 personas. Debemos realizar el reparto de las pizzas de forma que se le de a cada una la misma cantidad de pizzas. Se debe inducir a un calculo de partes para que ellos lleguen a la conclusión. Donde se espera que ellos tomen alguno de los dos caminos más prácticos:	. 4 pizzas para 7 personas. Podrían llegar a alguna de las dos inferencias: **1.** Cada una de las 4 pizzas partirla en 7 pedazos y darle 4 pedazos a cada niña $\frac{4}{7}$ cada una. **2.** Partir todas a la mitad y la última mitad partirla en 7 partes. $(\frac{1}{2}+\frac{1}{7})$	4 pizzas para 7 personas **1**. $\frac{4}{7}$ cada una. **2.**. $(\frac{1}{2}+\frac{1}{7})$

	FASE 4: **Visión retrospectiva**	Verificar el resultado.	Obtiene el resultado de forma diferente
Reparto	Al finalizar la fiesta, Aurora organizó una pijamada en su casa. Para el refrigerio, su madre quiere compartir cuatro pizzas entre Aurora y seis de sus amigas**.** ¿Qué porción de pizza le corresponde a cada niña? **Si debes representarlo como Reparto ¿Cómo podrías hacerlo?**	Esta validación debe ir ligada al concepto claro de PARTES IGUALES que se determina en el lenguaje matemático. **1**. $\frac{4}{7}$ cada una. **2.**. $(\frac{1}{2}+\frac{1}{7})$	4 pizzas para 7 personas Podrían contemplarse otros panoramas. Tal como entregarse de igual manera $\frac{1}{2}$ de pizza a cada una y dejar $\frac{1}{2}$ sobrando, sin entrega. Se da claridad sobre el concepto de reparto en su totalidad.

Situación problema 4. RAZÓN

	FASE 1: **Comprender el problema**	Señala los datos.	Reconoce condiciones.	Sabe qué se le pregunta
Razón	Para la fiesta, se compran todas las bebidas en almacenes "El Caracol", donde venden gaseosas en paquetes de dieciséis unidades. Por cada paquete de dieciséis gaseosas, cuatro de ellas son de sabor a manzana, ocho de ellas son de tamarindo y el resto sabor a piña: **Si debes representarlo en Razón ¿Cómo podrías hacerlo?**	Las magnitudes son: • Paquetes • Cantidad de Sabores: • Manzana • Tamarindo • Piña	Una paca son 16 bebidas Con 3 partes de diferente sabor	Como representar el problema como una razón

	FASE 2: **Concebir un plan**	Realiza representaciones	Describe los pasos.
Razón	Para la fiesta, se compran todas las bebidas en almacenes "El Caracol", donde venden gaseosas en paquetes de dieciséis unidades. Por cada paquete de dieciséis gaseosas, cuatro de ellas son de sabor a manzana, ocho de ellas son de tamarindo y el resto sabor a piña: **Si debes representarlo en Razón ¿Cómo podrías hacerlo?**	$\frac{Magnitud\ 1}{Magnitud\ 2}$ $\frac{Sabor}{Cantidad\ de\ refrescos\ en\ paquete}$	Definimos las magnitudes: Magnitud 1: la cantidad de gaseosas por sabores Magnitud 2: La cantidad de gaseosas por paquete

	FASE 3: **Ejecutar el plan**	Identifica y realiza operaciones	Aplica un paso a paso.	Contesta la pregunta
Razón	Para la fiesta, se compran todas las bebidas en almacenes "El Caracol", donde venden gaseosas en paquetes de dieciséis unidades. Por cada paquete de dieciséis gaseosas, cuatro de ellas son de sabor a manzana, ocho de ellas son de tamarindo y el resto sabor a piña: **Si debes representarlo en Razón ¿Cómo podrías hacerlo?**	Un paquete 16 gaseosas $\frac{\boldsymbol{Magnitud\ 1}}{\boldsymbol{Magnitud\ 2}}$ 4 manzana $\frac{\boldsymbol{4\ de\ Manzana}}{\boldsymbol{16\ gaseosas}}$ 8 tamarindo $\frac{\boldsymbol{8\ de\ Tamarindo}}{\boldsymbol{16\ gaseosas}}$ Resto 16-12 = 4 piña $\frac{\boldsymbol{4\ de\ piña}}{\boldsymbol{16\ gaseosas}}$	Un paquete 16 gaseosas es el denominador 4 manzana es el numerador $\frac{\boldsymbol{4\ de\ Manzana}}{\boldsymbol{16\ gaseosas}}$ 8 tamarindo es el numerador $\frac{\boldsymbol{8\ de\ Tamarindo}}{\boldsymbol{16\ gaseosas}}$ Resto 16-8 = 4 piña es el numerador $\frac{\boldsymbol{4\ de\ piña}}{\boldsymbol{16\ gaseosas}}$	Una paca son 16 gaseosas, es el denominador Los sabores son el numerador 4 manzana $\frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{16}}$ 8 tamarindo $\frac{\boldsymbol{8}}{\boldsymbol{16}}$ Resto 16-8 = 4 piña $\frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{16}}$

	FASE 4: **Visión retrospectiva**	Verificar el resultado.	Obtiene el resultado de forma diferente
Razón	Para la fiesta, se compran todas las bebidas en almacenes "El Caracol", donde venden gaseosas en paquetes de dieciséis unidades. Por cada paquete de dieciséis gaseosas, cuatro de ellas son de sabor a manzana, ocho de ellas son de tamarindo y el resto sabor a piña: **Si debes representarlo en Razón ¿Cómo podrías hacerlo?**	Manzana $\frac{4}{\boldsymbol{16}}$ Tamarindo $\frac{8}{\boldsymbol{16}}$ Piña $\frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{16}}$	Una paca son 12 bebidas

Actividad Taller para Afianzar Conocimientos

1. (razón) El papá de Tatiana y Paco usualmente compra paquetes de bebidas en cajita para el recreo de ellos en la escuela, los paquetes traen de lulo, ocho de ellas son de sabor mora y el resto sabor a mango. **a) Si debes representarlo en fracciones ¿Cómo podrías hacerlo?**

b) Si se compran 3 paquetes de bebidas, ¿cuántas bebidas de cada sabor obtendrían?

2. (operador) Para poder saltar lazo en el recreo con los niños de primaria, la profe Carlota toma una cuerda que mide veinte metros. Al tomar lado y lado para jugar se da cuenta de que usa tres cuartos de la cuerda en su juego. **¿Cuántos metros de la cuerda usó la profe?**

3. (reparto) Luis invitó a 8 compañeros a ver el partido de Colombia contra Argentina, Para el compartir, reunieron dinero entre todos y compraron 5 pizzas medianas. Ayudemos a Luis a repartir de manera equitativa las pizzas en cantidades iguales. **¿Qué porción de pizza le corresponde a cada uno de los 9 que verán el partido?**

4. (medida) Para el grupo de profesores del grado séptimo, el día del maestro se les va a invitar a una banana Split que trae el banano y bolas de helado. En el D1 se compran dos cajas de helado, una de helado de vainilla y otra de frutos rojos. Si tres cuartos de lo que se sirve a cada profesor es de vainilla y lo demás es de frutos rojos: **a) ¿Cuántos helados de bananas Split se sirven si hay $\frac{21}{3}$ de helado de vainilla en la caja y $\frac{14}{2}$ de frutos rojos?**

b) ¿Cómo crees tú que se sirve un helado de banana Split?

Comentarios para tener presente en la aplicación de la guía:

- ✓ Esta guía está estructurada para desarrollarse durante doce horas de clase aproximadamente, teniendo en cuenta el grupo y las dinámicas de la clase, este tiempo podría variar.
- ✓ La actividad de conceptos previos se desarrollará en grupos, de 2, 3 y 4 estudiantes.
- ✓ Las actividades de explicación de los significados se harán de forma individual.
- ✓ Al concluir las sesiones se hace una síntesis para que los conocimientos sean bien adquiridos, se resuelvan preguntas si las hay.
- ✓ Al finalizar se aplica la prueba de salida para poder identificar la adquisición del conocimiento y encontrar los respectivos datos para el análisis.

Anexo C. Instrumento con problemas de aplicación – test de salida

INSTITUCIÓN EDUCATIVA FE Y ALEGRÍA JOSÉ MARÍA VÉLAZ
"FORMANDO HOMBRES NUEVOS PARA UNA SOCIEDAD NUEVA"

PRUEBA SOBRE NÚMEROS RACIONALES			
ASIGNATURA:	Matemáticas	**DOCENTE:**	Edwin Andrés Cruz Obando

FASE 1: Comprender el problema			FASE 2: Concebir un plan		FASE 3: Ejecutar el plan			FASE 4: Visión retrospectiva	
Señala los datos.	Reconoce condiciones.	Sabe qué se le pregunta	Realiza representa-ciones	Describe los pasos.	Identifica y realiza operaciones	Aplica un paso a paso.	Contesta la pregunta	Verificar el resultado.	Obtiene el resultado de forma diferente

PARTE 1: Para que el profesor de educación física pueda tener éxito en la organización y premiación del partido de la final de microfutbol de interclases, debemos ayudarle a resolver los siguientes problemas: (Puedes usar dibujos que puedan ayudarte en cada situación).

1. (razón) Para la hidratación se compraron las bebidas "Gatorade" en pacas de doce unidades. Por cada paca de doce bebidas, tres de ellas son de sabor a maracuyá, cinco de ellas son de sabor tropical y el resto sabor a mandarina. **a) Si debes representarlo en fracciones ¿Cómo podrías hacerlo?**

   b) Si se compran 3 pacas de bebidas, ¿cuántas bebidas de cada sabor obtendrían?

2. (operador) Para poder cercar la zona de la cancha y evitar que los estudiantes ingresen a la misma durante el partido, el profesor usa una cuerda que mide ochenta metros. Al finalizar se da cuenta de que usó seis octavos de la cuerda en su tarea. **¿Cuántos metros de la cuerda usó el profe?**

3. (reparto) Al finalizar el partido, el premio para el segundo puesto son 140.000 $ y 4 pizzas. El profesor les entrega el premio a los 7 jugadores del equipo. Ellos deben repartirlo de manera equitativa: se deben repartir el dinero y las pizzas para los 7 en cantidades iguales. **¿Qué porción de pizza y qué cantidad de dinero le corresponde a cada jugador?**

4. (medida) Al equipo campeón se le premia con 350.000 $ y dos cajas de helado, una de helado de chocolate y otra de frutos rojos. Si tres quintos de lo que se sirve a cada jugador es de chocolate y lo demás es de frutos rojos: a) **¿Cómo crees tú que se sirve un helado?**

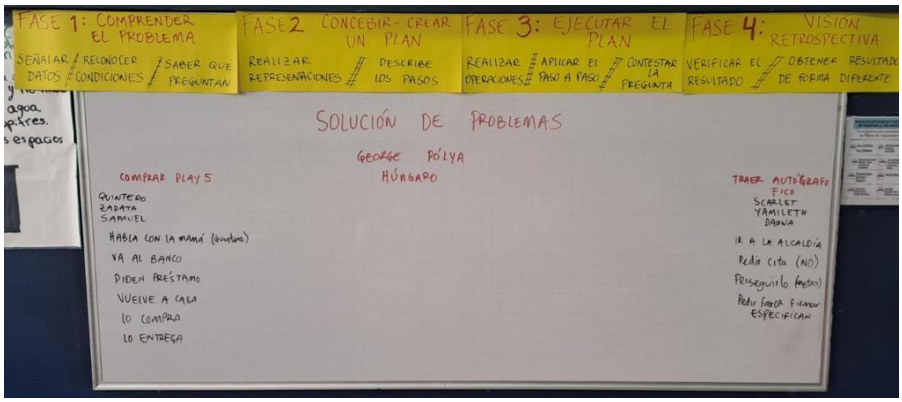
   b) ¿Cuántos helados se sirven si hay $\frac{18}{5}$ de helado de chocolate en la caja y $\frac{12}{5}$ de frutos rojos?

PARTE 2: Responde: ¿Qué diferencia y qué parecido encuentras entre los cuatro problemas?

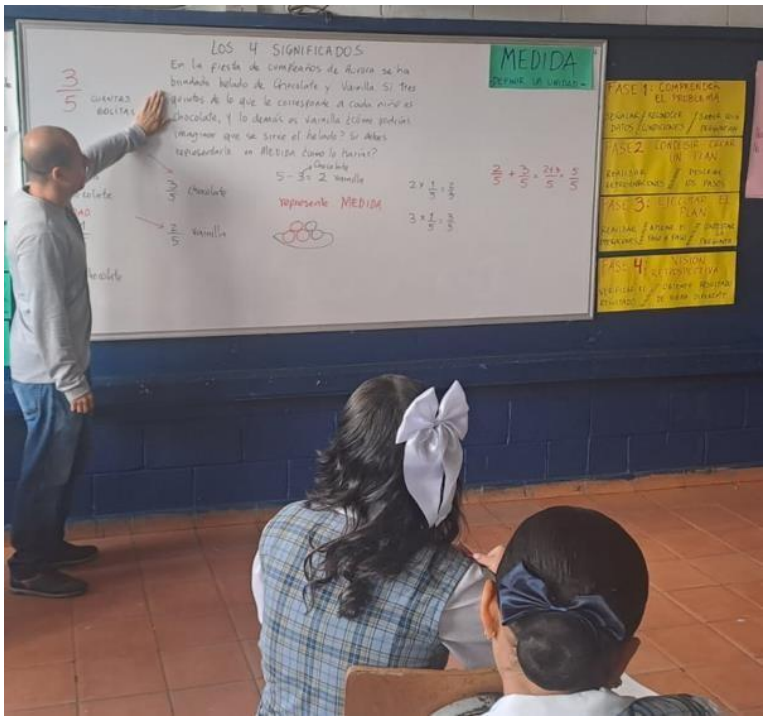
Anexo C. Evidencias fotográficas del proceso de aplicación

Teoría de los racionales	

Fases de solución de problemas

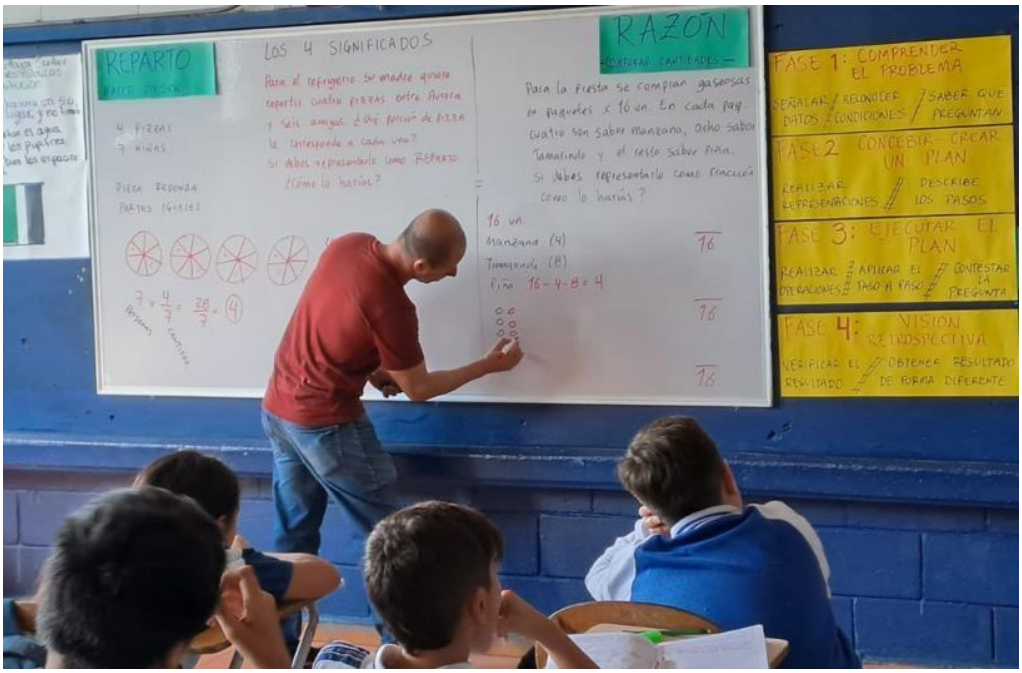


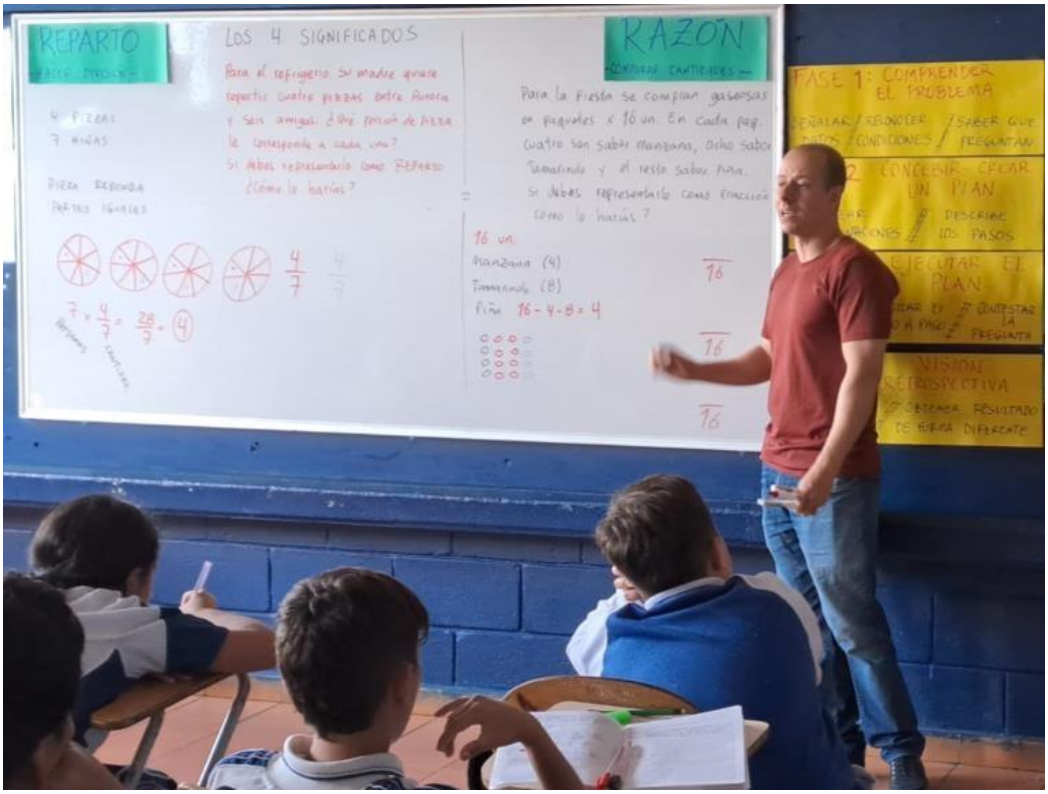
Primer significado: Medida



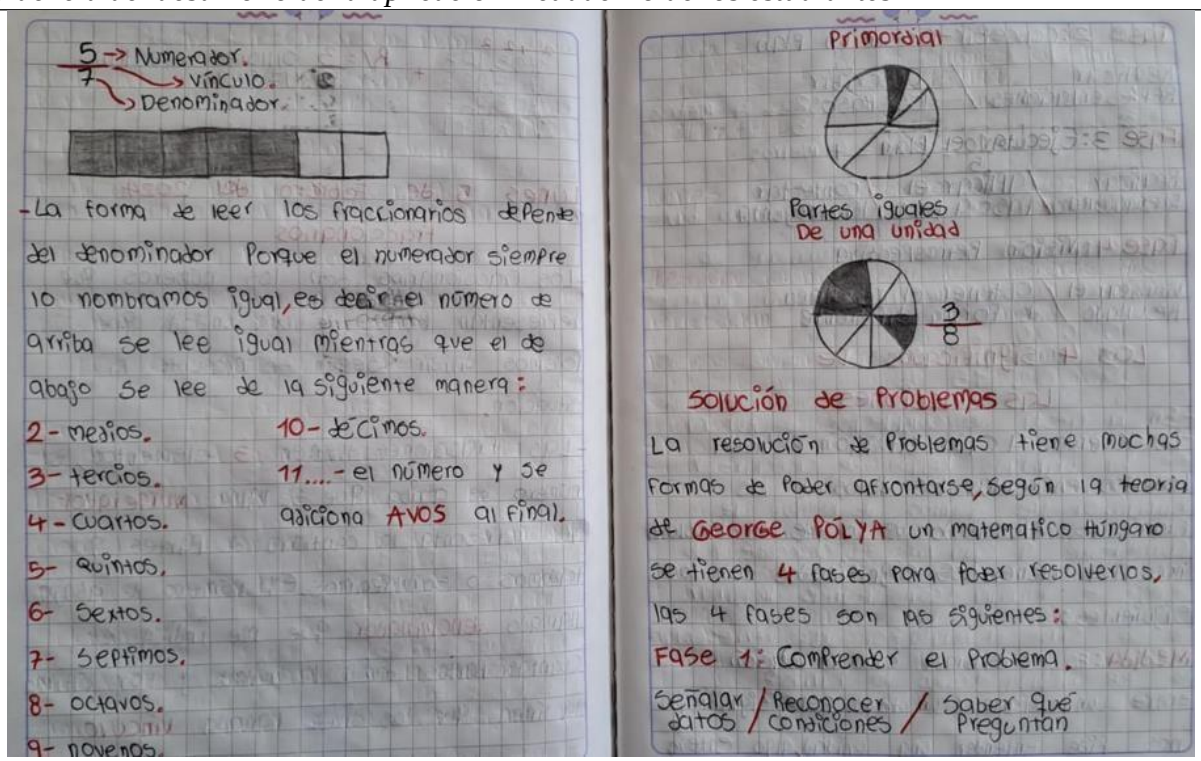
Segundo significado: Operador

Tercer y Cuarto significado: Reparto y Razón





Evidencia del desarrollo de la aplicación – cuaderno de los estudiantes



5 → Numerador.
7 → Vínculo.
→ Denominador.

-La forma de leer los fraccionarios depende del denominador porque el numerador siempre lo nombramos igual, es decir el número de arriba se lee igual mientras que el de abajo se lee de la siguiente manera:

2- medios.
3- tercios.
4- cuartos.
5- quintos.
6- sextos.
7- septimos.
8- octavos.
9- novenos.
10- décimos.
11.... - el número y se adiciona AVOS al final.

Primordial

Partes iguales
De una unidad

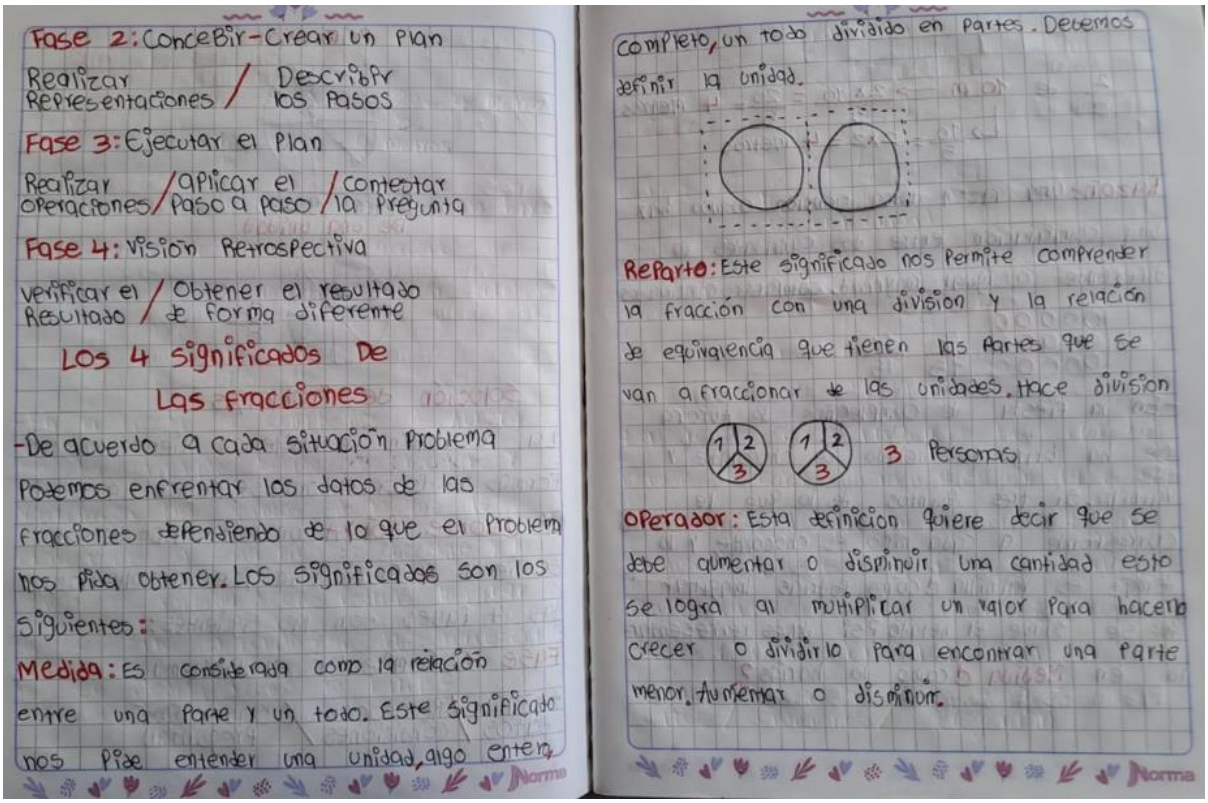
$\frac{3}{8}$

Solución de Problemas

La resolución de problemas tiene muchas formas de poder afrontarse, según la teoria de GEORGE PÓLYA un matematico húngaro se tienen 4 fases para poder resolverlos, las 4 fases son las siguientes:

Fase 1: Comprender el Problema.

Señalar datos / Reconocer condiciones / Saber qué Preguntan



Fase 2: Concebir-Crear un Plan

Realizar Representaciones / Describir los Pasos

Fase 3: Ejecutar el Plan

Realizar operaciones / aplicar el paso a paso / contestar la pregunta

Fase 4: Visión Retrospectiva

verificar el Resultado / Obtener el resultado de forma diferente

Los 4 Significados De Las Fracciones

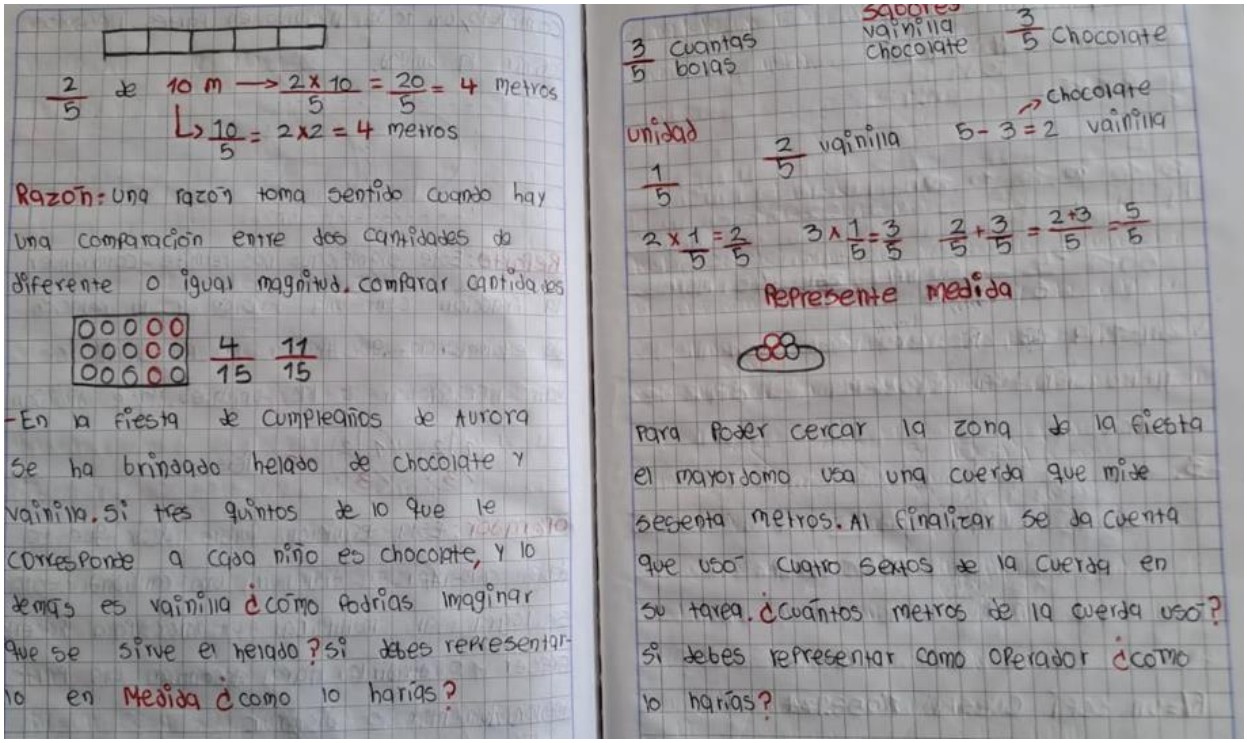
-De acuerdo a cada situación problema podemos enfrentar los datos de las fracciones dependiendo de lo que el problema nos pida obtener. Los significados son los siguientes:

Medida: Es considerada como la relación entre una parte y un todo. Este significado nos pide entender una unidad, algo entero completo, un todo dividido en partes. Debemos definir la unidad.

Reparto: Este significado nos permite comprender la fracción con una division y la relación de equivalencia que tienen las partes que se van a fraccionar de las unidades. Hace division

3 Personas

Operador: Esta definición quiere decir que se debe aumentar o disminuir una cantidad esto se logra al multiplicar un valor para hacerlo crecer o dividirlo para encontrar una parte menor. Aumentar o disminuir.



$\frac{2}{5}$ de 10 m → $\frac{2 \times 10}{5} = \frac{20}{5} = 4$ metros

↳ $\frac{10}{5} = 2 \times 2 = 4$ metros

Razón: Una razón toma sentido cuando hay una comparación entre dos cantidades de diferente o igual magnitud. comparar cantidades

$\frac{4}{15}$ $\frac{11}{15}$

-En la fiesta de cumpleaños de Aurora se ha brindado helado de chocolate y vainilla. Si tres quintos de lo que le corresponde a cada niño es chocolate, y lo demás es vainilla ¿cómo podrías imaginar que se sirve el helado? Si debes representarlo en Medida ¿como lo harías?

Sabores vainilla chocolate

$\frac{3}{5}$ cuantas bolas

$\frac{3}{5}$ Chocolate

unidad $\frac{1}{5}$

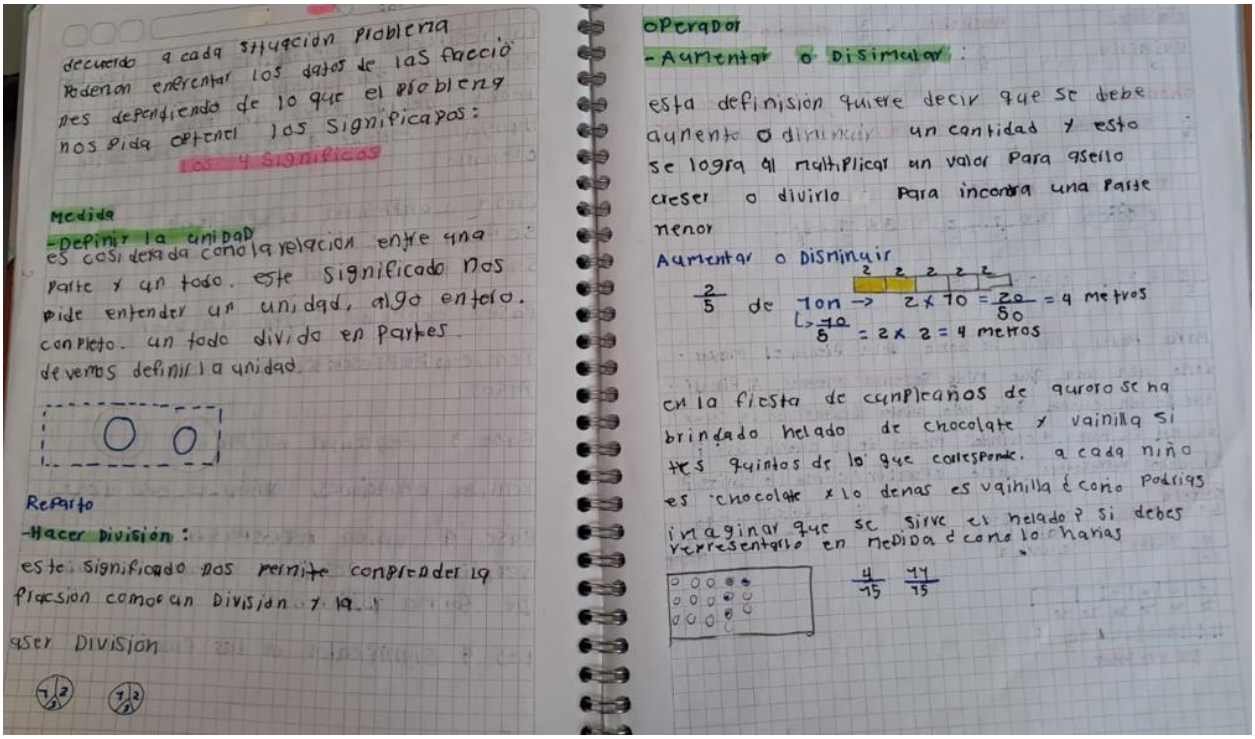
$\frac{2}{5}$ vainilla

5 - 3 = 2 vainilla (chocolate)

$2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ $3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5}$

Represente Medida

Para poder cercar la zona de la fiesta el mayordomo usa una cuerda que mide sesenta metros. Al finalizar se da cuenta que usó cuatro sextos de la cuerda en su tarea. ¿Cuántos metros de la cuerda usó? Si debes representar como operador ¿como lo harías?



decuerdo a cada situación problema podemos enfrentar los datos de las fracciones dependiendo de lo que el problema nos pida obtener los significados:

Los 4 Significados

Medida

-Definir la unidad

es considerada como la relación entre una parte y un todo. este significado nos pide entender un unidad, algo entero. completo. un todo divido en partes. debemos definir la unidad.

Reparto

-Hacer División:

este significado nos permite comprender la fracción como un División y la aser División

$\frac{7}{2}$ $\frac{7}{2}$

Operador

-Aumentar o Disimular:

esta definisión quiere decir que se debe aumento o disminuir un cantidad y esto se logra al multiplicar un valor para aserlo creser o dividirlo para incontra una parte menor

Aumentar o Disminuir

$\frac{2}{5}$ de 10m → $2 \times 10 = \frac{20}{5} = 4$ metros

↳ $\frac{10}{5} = 2 \times 2 = 4$ metros

en la fiesta de cumpleaños de aurora se ha brindado helado de chocolate y vainilla si tres quintos de lo que corresponde a cada niño es chocolate y lo demas es vainilla ¿como podrias imaginar que se sirve el helado? si debes representarlo en medida ¿como lo harias

$\frac{4}{15}$ $\frac{11}{15}$

Aplicación del Test de salida