UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

El entorno, pieza fundamental en el momento de desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes de grado octavo a través de situaciones problema contextualizadas en su realidad

The setting, a cornerstone in the time to develop the thought metric eighth grade students through contextualized problem situations in their reality

Diana Milena López López

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Manizales, Colombia

2013

El entorno, pieza fundamental en el momento de desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes de grado octavo a través de situaciones problema contextualizadas en su realidad

Diana Milena López López

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Gonzalo Medina Arellano

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Manizales, Colombia

2013

Resumen

En el presente trabajo se propone la enseñanza del sistema de medidas a través de situaciones problema contextualizadas en la realidad del estudiante, dicho trabajo se realizó en el grado octavo de la Institución Educativa Pío XI del Municipio de Aranzazu en el Departamento de Caldas. El objetivo principal del trabajo es la elaboración de una Unidad Didáctica con tres guías, las cuales están diseñadas con la estructura sugerida por el Modelo Escuela Activa Urbana, modelo de la Institución, el tema central de la unidad es el Sistema de Medidas y la metodología es basada en situaciones problemas. Antes de aplicar la propuesta se hizo un pre-test y finalmente un pos-test, con el fin de analizar los logros de los estudiantes en el tema y el impacto causado en el aprendizaje; los logros fueron positivos, puesto que los estudiantes adquirieron el conocimiento propuesto

Con la elaboración de esta propuesta, se busca darle importancia a la geometría y posteriormente al sistema de medidas, pues son muy útiles y necesarios en la cotidianidad de cada persona; otra de las razones principales es rescatar el estudio de la geometría, porque en la actualidad sólo se le da espacio al finalizar cada unidad o periodo académico. Se eligió la estrategia metodológica basada en problemas contextualizados, con el fin de despertar el interés en los estudiantes y mostrarle la aplicabilidad del conocimiento.

Palabras clave: Sistema de medidas, situaciones problema, Modelo escuela activa urbana

Abstract

This work proposes the teaching of the system of measures through problem situations contextualized in the reality of students. This work was done with students of eighth grade of the Educational Institution Pio XI (high School), in the town of Aranzazu in Caldas. The main goal of this work is the elaboration of Didactic Unit with three guides, which are designed with the suggested structure by the Urban Active School Model, institution's model, the central issueof the unit is the system of measures and the methodology based in problem situations. Before applying the propose was made a pre-test and finally a post-test with the purpose of analyse the achievements of the students in the subject and the

impact caused in the learning; the achievements were positive, since students gained the knowledge proposed.

With the elaboration of this proposal, itseeks to giveimportance to the geometry and posteriorly to the system of measures, because they are very useful and necessary in the everydayness of each person; another of the main reasons is to rescue the study of the geometry, because currently only given space at the end of each unit or academic period. Was chosen the methodology strategy based in the contextualized problems, with the purpose of arousethe interest in the students and show the applicability of knowledge.

Key words: System of measures, problem situations, Urban Active School Model.

Contenido

Pág.

Resumen ..... **V**

Introducción **1**

1. Objetivos **3**
1.1 Objetivo General 3
1.2 Objetivos Específicos 3

2. Justificación **5**

3. Marco Teórico **7**
3.1 Historia del Sistema de Medidas 7
3.2 Pensamiento métrico y sistema de medidas 11
3.3 La medida en los grados 6 – 8 14
3.4 Las situaciones problemáticas: un contexto para acercarse al conocimiento matemático en la escuela 16
3.5 La resolución y el planteamiento de problemas 18
3.6 Escuela Activa Urbana 22
3.7 El sistema de medidas y las situaciones problema 24

4. Propuesta Metodológica **25**

5. Análisis de la información **29**

6. Conclusiones y recomendaciones **41**
6.1 Conclusiones 41
6.2 Recomendaciones 41

Anexo: Unidad Didáctica **43**

Bibliografía **83**

Introducción

Desde sus primeras manifestaciones, la metrología, al igual que hoy, ha formado parte de la vida diaria de los pueblos, normalmente incluida dentro de la antropología general, pasando por la arquitectura y la agrimensura hasta las transacciones comerciales, la propiedad de la tierra y el derecho a percibir rentas, donde rápidamente se encuentra el rastro de alguna operación de medida. Por tal razón el conocimiento de la medida es esencial para que el individuo pueda interpretar el contexto donde interactúa; se hace entonces necesario examinar qué elementos traen los estudiantes de años atrás para diseñar mejores acciones y estrategias con el fin de fortalecer este aprendizaje.

El objetivo de este trabajo final de maestría es desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes de grado octavo, a través de situaciones problema contextualizadas en la realidad del estudiante, ya que la actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático. Se eligió este tema con el fin de hacer un llamado a que se le preste más atención al estudio de la geometría, principalmente al sistema de medidas, pues está muy descuidado en la actualidad.

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentado su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel y lo más importante, le van a dar la suficiente importancia a su estudio ya que están aplicando el conocimiento.

Los estudiantes con quienes se realizó el trabajo, pertenecen al grado octavo de la Institución Educativa Pío XI del Municipio de Aranzazu, el grupo estaba conformado por 46 estudiantes, sus edades oscilaban entre los 12 y los 15 años.

Con esta propuesta se pretende aportar estrategias y metodologías para la enseñanza de las matemáticas principalmente en el sistema métrico; por esto fue diseñada una unidad didáctica para el fortalecimiento de dicho saber.

El trabajo está distribuido en 5 capítulos que exponen lo planteado y realizado con los estudiantes. En el capítulo 1 se presenta la formulación de los objetivos del trabajo, objetivo general y específicos. En el capítulo 2 se presenta la justificación, donde muestra, en términos generales, lo trabajado en la propuesta. En el capítulo 3 se encuentra la sustentación teórica del trabajo, hace referencia a la historia del sistema de

medidas, el estudio de los sistemas métricos en el grado octavo, desarrollo de situaciones problema, fundamentos de Escuela Nueva, entre otros, apoyados, en su gran mayoría, en los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional y Principios y Estándares para la Educación Matemática. El capítulo 4 contiene la propuesta metodológica que constituye la parte central del trabajo, en esta se habla del diseño de la Unidad Didáctica y posteriormente la aplicación de las guías. El capítulo 5 es el análisis de la información, donde se hace un paralelo entre los resultados del pre-test y el pos-test, este análisis es presentado tanto de forma cuantitativa como cualitativamente. Finalmente aparece el capítulo 6 donde se hacen las conclusiones y las recomendaciones, que surgen después de aplicar la propuesta metodológica.

Se anexa al trabajo la Unidad Didáctica, que consta del pre-test, el pos-test y tres guías diseñadas con los momentos de la Metodología escuela activa, estas presentan los diferentes temas relacionados con el sistema métrico.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

- Desarrollar el pensamiento métrico y afianzar los sistemas de medidas en los estudiantes de grado octavo, a través de situaciones problema, contextualizadas en su realidad.

1.2 Objetivos Específicos

- Diseñar una unidad didáctica con tres guías de aprendizaje, con los pasos del modelo escuela activa urbana, que despierten el interés en los estudiantes, en el momento de trabajar el pensamiento métrico y los sistemas de medidas.

- Impactar en la Institución Educativa los procesos de enseñanza de los sistemas de medidas, por medio de una estrategia basada en problemas aplicados en la realidad del estudiante.

2. Justificación

“El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problema procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas” [1]

El aprendizaje basado en problemas despierta el interés en los estudiantes, ya que es una forma en la que ellos pueden aplicar sus conocimientos, por lo tanto le dan la suficiente importancia a lo que aprenden y este aprendizaje será más duradero.

La solución de problemas aplica en todas las áreas del conocimiento es por eso que “La interacción dinámica que el proceso de medir genera entre el entorno y los estudiantes, hace que estos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas. Actividades de la vida diaria relacionadas con las compras en el supermercado, con la cocina, con los deportes, con la lectura de mapas, con la construcción, etc. acercan a los estudiantes a la medición y les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas”. [1]

Teniendo en cuenta lo anterior, se hace necesario afianzar el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, tan importantes dentro de las matemáticas, en los estudiantes de grado octavo, a través de situaciones problema contextualizadas en la realidad del estudiante, las cuales permitirán que estos interpreten el contexto donde interactúan, apliquen las operaciones, las ideas geométricas, entre otras.

Con esta propuesta se pretende rescatar en la escuela el estudio de la geometría, parte importante de las matemáticas, que en la actualidad se tiene muy olvidada y también, desarrollar el pensamiento métrico al trabajar el sistema de medidas; por lo tanto, se hace necesario revisar los pre – saberes de los estudiantes y, a partir de estos, diseñar las estrategias que se aplicarán en esta propuesta.

Dentro de esta propuesta se integrarán situaciones problema, desarrollo del pensamiento métrico y modelo escuela nueva – escuela activa; dicha propuesta se desarrollará en el grado octavo y consiste en diseñar una unidad didáctica, la cual contará con 3 guías de aprendizaje, las cuales serán elaboradas siguiendo los pasos de escuela activa, modelo de la Institución donde se aplicará. Los ejes temáticos planteados en las guías serán

desarrollados por medio de situaciones problema, uno de los objetivos principales dentro del trabajo.

3. Marco Teórico

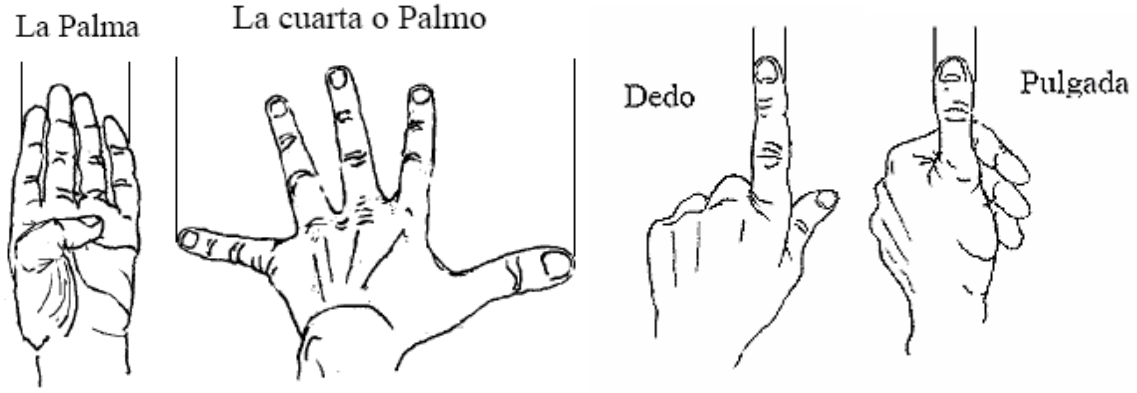
En el presente Marco Teórico se hace un recuento de toda la parte conceptual que apoya la propuesta, se inicia con una reseña histórica del sistema de medidas, se da a conocer su evolución en el tiempo y como van apareciendo los diferentes sistemas e instrumentos de medidas, se continúa hablando del pensamiento métrico y del trabajo que se debe hacer con los estudiantes, principalmente en el grado octavo, además se habla de la importancia de las situaciones problema y como se pueden ir involucrando en el estudio de las diferentes ramas de las matemáticas, en el marco teórico también se hace referencia a la metodología escuela nueva – escuela activa pues está muy involucrada con la propuesta, ya que es el modelo que maneja la Institución donde fue desarrollado el trabajo, finalmente se hace una integración de todos los temas. La elaboración del marco teórico fue apoyada principalmente en los lineamientos curriculares del área de Matemáticas, los estándares y en los principios y estándares para la educación matemática.

3.1 Historia del Sistema de Medidas

Desde sus primeras manifestaciones, normalmente incluida dentro de la antropología general, pasando por la arquitectura y la agrimensura, hasta las transacciones comerciales, la propiedad de la tierra y el derecho a percibir rentas, donde rápidamente se encuentra el rastro de alguna operación de medida, la metrología, al igual que hoy, ha formado parte de la vida diaria de los pueblos.

Antes del Sistema Métrico Decimal, los humanos no tenían más remedio que usar su propio cuerpo para contabilizar e intercambiar productos. Poco a poco fueron surgiendo las primeras medidas; así aparece el pie, casi siempre apoyado sobre la tierra, como unidad de medida útil para medir pequeños terrenos, del orden de la cantidad de suelo que se necesita, por ejemplo, para hacerse una choza. Aparece el codo, útil para medir piezas de tela u otros objetos que se pueden colocar a la altura del brazo, en un mostrador o algo similar. Aparece el paso, útil para medir terrenos más grandes. Para medidas más pequeñas, de objetos delicados, aparece la palma y, para menores longitudes, el dedo.

Fig. 1: La figura muestra las primeras medidas, mencionadas anteriormente, usadas por los hombres, es de anotar que en la actualidad estas medidas también son usadas



Fuente: [2]

Al necesitarse una correspondencia entre unas unidades y otras, aparecen las primeras equivalencias: una palma tiene cuatro dedos; un pie tiene cuatro palmas; un codo ordinario tiene un pie y medio, esto es, 6 palmas; y si a ese codo se le añade un pie más, tenemos el grado o medio paso que es igual, por tanto, a un codo más un pie, o dos pies y medio, o diez palmas; y por fin el paso que es la distancia entre dos apoyos del mismo pie al caminar. Así que una vez decidido cuánto mide un pie, o un codo, todas las demás medidas se obtienen a partir de él, con lo cual puede hacerse un primer esbozo de un sistema antropométrico coherente, como el que muestra la Tabla

Tabla 1: Esta tabla muestra las equivalencias en el sistema antropométrico.

	Dedo	Pulgada	Palma	Pie	Codo	Vara
Línea	1/9	1/12				
Grano	1/4	3/16				
Dedo		3/4				
Pulgada	4/3			1/12		
Palma	4	3		1/4		
Cuarta o Palmo	12		3	3/4		1/4
Pie	16	12	4			
Codo	24		6	1,5		
Grado	40		10	2,5	5/3	
Vara	48		12	3	2	
Paso	80		20	5	10/3	
Braza	96		24	6	4	

Fuente: [2]

Cada una de estas medidas, además, se corresponde con un gesto humano característico. Así, la braza es la altura del cuerpo humano, pero se forma al poner los

brazos en cruz con las puntas de los dedos estiradas; y la vara, al doblar los brazos, es lo que mide el hombre de codo a codo.
Hasta el Renacimiento, la mayor parte de la información existente sobre metrología se refiere a su aplicación en las transacciones comerciales y en las exacciones de impuestos. Solo a partir del Renacimiento se hace visible la distinción entre metrología científica y otras actividades metrológicas, que podríamos denominar “de aplicación”.

Posteriormente, entre el final del siglo XV y el XVIII, se consiguieron importantes avances en la astronomía, la geodesia y la medida del tiempo. La aparición de nuevas ideas marca para siempre el devenir de la ciencia en los países desarrollados. La metrología acompaña y precede en muchos casos a los avances científicos. Todo esto tiene lugar cuando se establece con firmeza la superioridad del método experimental frente a la especulación. A partir de esta idea, los científicos exigen ya instrumentos cada vez más perfectos, pudiendo ser considerados como metrólogos aquellos que fueron capaces de construirlos por sí mismos.

El nacimiento de la ciencia moderna y su gran desarrollo evidenció la falta de un sistema de medición unificado.

El 8 de mayo de 1870, con la Revolución Francesa, se aprobó el denominado sistema métrico, que es un conjunto de unidades cuya unidad fundamental de longitud es el metro, y que es empleado actualmente en todos los países. Incluso, las unidades inglesas, que todavía se usan en Estados Unidos e Inglaterra, se definen ahora a partir del sistema métrico.

La idea era adoptar una longitud patrón más estándar y significativo que la distancia medida por ejemplo mediante un paso o un codo, dado que variaban con el tiempo, de regiones a regiones y de personas a personas. Además no existían relaciones simples entre todas esas medidas.

Los ejércitos de Napoleón Bonaparte fueron los encargados de extender el sistema métrico poco a poco en Europa, aunque los enemigos jurados de Napoleón, los ingleses, se negaron a aceptar cualquier cosa que el emperador sugiriera. A partir del sistema métrico, la comunidad científica mundial adopto; en 1960 el llamado Sistema Internacional (SI).

El sistema métrico se diseñó teniendo en cuenta varios objetivos:

- Neutral y universal, los diseñadores del sistema métrico querían que fuera lo más neutral posible para facilitar su más amplia adopción.
- Cualquier laboratorio debía poder reproducirla, en todos los países habían de referir sus patrones al patrón del país que tuviera los originales.
- Múltiplos decimales, todos los múltiplos y submúltiplos de las unidades bases serian en base a potencias decimales.

- Prefijos comunes, todas las unidades derivadas habrían de usar un mismo conjunto de prefijos para indicar cada múltiplo. Por ejemplo, Kilo, se usaría tanto para múltiplos de peso (Kilogramo) como de longitud (Kilómetro) en ambos casos indicando 1000 unidades base.
- Práctica. Las nuevas unidades debían de ser cercanas a valores de uso corriente en cualquier entonces.

LA HISTORIA DEL METRO

Sin medir, no hay ciencia posible. El patrón de las longitudes es sin duda el más conocido, el más útil; En diferentes comarcas se empleó en otros tiempos el pie, la pulgada, la línea, la brazada, el codo, etc. Según los lugares una misma palabra representaba muchas veces varias medidas y resultaba una gran confusión. Los proyectos de unificación aparecieron bajo Philippe el bello, Louis XI, François Lero y Louis XIV, pero sin tener éxito.

El metro a través de la historia:

Con el paso del tiempo fueron apareciendo diversidad de metros, con propósitos específicos, algunos son:

- Plegables: utilizados por los carpinteros. Estaban graduados por una cara en varas y por otra en metros para facilitar el manejo cuando se produjo el cambio entre ambos sistemas.
- Plegable tipo tijera: es un diseño práctico para los artesanos.
- Para tela: típicos metros que se usan aunque construidos con otros materiales, como su nombre indica se usa en el comercio de costureras.
- Escuadra y Cartabón: denominadas medidas escolares, fueron instrumentos que sirvieron para que generaciones enteras conocieran el uso del sistema métrico decimal.
- Compases de hierro: servían para dibujar círculos y tomar medidas y transportarlas en los objetos a reproducir. Los diferentes tipos de compás se empleaban en distintos oficios (carpinteros, herreros).
- Calibre o pie de rey: permitía tomar medidas con una precisión de hasta una décima de milímetro.
- Cadenas de agrimensor: herramienta básica para tomar medidas en el campo. Su forma de construcción hacia que no se deformara y que se pudiese plegar para guardarse.
- Cartabón de agrimensor: complemento de las cadenas de agrimensor que se utilizaba para trazar ángulos rectos sobre el terreno.
- Cinta métrica enrollable: a pesar de su antigüedad, solo se diferencia de las de ahora por los materiales empleados en su construcción.

Haciendo un recuento histórico por las últimas décadas, algunos de los eventos que tuvieron más trascendencia fueron:

- Las enmiendas de la educación 1974 efectuadas en Estados Unidos, establecieron a las agencias y a las Instituciones Educativas que prepararan a estudiantes para utilizar el sistema métrico de medida como parte del programa educativo regular.

- En 1983 en la 17 Convención general de Pesas y Medidas, se estableció la quinta y actual definición del metro en función de la velocidad de la luz.

- En 1994, el acto de empaquetado y de etiquetado (FPLA), fue enmendado por la Administración de Alimentos y Drogas (FDA) para requerir el uso de unidades dobles (libra – pulgada y métrico) en todos los productos de consumo norteamericano.

- 1996, las cuatro bolsas de acciones canadienses comenzaron a negociar el decimal, los primeros intercambios de forma norteamericana para abandonar el viejo “pedazo ocho u octavos” de sistema que negociaba y para dar la bienvenida al nuevo sistema decimal.

- Redefinición del Kilogramo. Los científicos alrededor del mundo han pasado años desarrollando experimentos para encontrar una definición confiable basada en la naturaleza para sustituir el patrón internacional actual del Kilogramo (única unidad base, referida a un artefacto) Octubre de 2005 el NIST mejora la exactitud de “Balanza de Watt” un método para definir el kilogramo, para su aprobación se requiere sea aceptada por un grupo internacional, el Comité Internacional de Pesas y Medidas CIPM, y ratificada por una conferencia general de Pesos y Medidas (CGPM). El retraso actual para su redefinición, se debe a que los grupos de científicos del mundo deben de confirmar los nuevos resultados del NIST.

3.2 Pensamiento métrico y sistema de medidas

La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes, hace que estos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas. Actividades de la vida diaria relacionadas con las compras en el supermercado, con la cocina, con los deportes, con la lectura de mapas, con la construcción, etc., acercan a los estudiantes a la medición permitiéndoles desarrollar conceptos y destrezas matemáticas.

La desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y por otro reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica. No es extraño, en nuestro medio, introducir a los niños y niñas en el mundo de la medida con instrumentos refinados y complejos descuidando la construcción de la magnitud objeto de la medición y la comprensión y el desarrollo de procesos de medición cuya culminación sería precisamente aquello que hemos denunciado como prematuro.

No se les ha permitido conocer el desarrollo histórico de la medida, lo que conlleva a que no se den cuenta de la necesidad misma de medir, ni de cómo la medida surgió de una "noción de igualdad socialmente aceptada" al comparar el tamaño, la importancia, el valor, etc., en situaciones comerciales o de truque.

Algunos investigadores afirman que los niños no tienen conciencia de la sutileza de la noción de replicación de la unidad, es decir, la repetición de una única unidad de medida, a partir de la cual el hombre ha llegado al número y al recuento; y que de este hecho nació la necesidad de patrones de medida fijos. Las experiencias de los niños con las medidas comienzan normalmente con el número, y están a menudo restringidas a él, con pocas posibilidades de explorar los principios en los cuales se apoya la medición.

Osborme (1976) [3] afirma:

"En las escuelas, gran parte de lo que se aprende sobre medición es de naturaleza puramente incidental. Los conceptos de medida aparecen en situaciones cuyo propósito es enseñar y aprender sobre el número. Se supone que la medida es intuitiva y está lo suficientemente poseída y comprendida por los alumnos como para servir de marco intuitivo en cuyo seno explicar las operaciones aritméticas. Tal presunción a de estar puesta en tela de juicio. Además, la naturaleza de la forma en que los niños aprenden a medir y se valen de medidas en el contexto de esta transferencia exige cuidadosa atención".

Los procesos de medición comienzan "desde las primeras acciones con sus éxitos y fracasos codificados como más o menos, mucho o poco, grande o pequeño, en clasificaciones siempre relacionadas en alguna forma con imágenes espaciales, esto es con modelos geométricos, aún en el caso del tiempo.

Podemos hablar del segundo como actividad de metrización en el sentido estricto o restrictivo de la palabra, mientras que el sentido amplio o inclusivo de la misma se puede referir también a esas comparaciones y estimaciones llamadas cualitativas previas a la asignación numérica.

Por eso nos referimos separadamente a los sistemas geométricos, que se inician con modelos cualitativos del espacio, y a los sistemas métricos, que pretenden llegar a cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen en la construcción de los modelos geométricos y en las reacciones de los objetos externos a nuestras acciones". (Carlos E. Vasco) [4]

De acuerdo a lo expuesto anteriormente, se han propuesto diferentes logros para el estudio de los sistemas métricos, los cuales van encaminados a acompañar a los estudiantes a desarrollar procesos y conceptos; según los lineamientos curriculares, [4] estos son:

- La construcción de la magnitud

Una primera actividad de quien aprende es la de crear y abstraer en el fenómeno u objeto la magnitud concreta o cantidad susceptible de medición. El concepto de magnitud empieza a construirse cuando se sabe que hay algo que es más o menos que otra cosa.

- La estimación de magnitudes

La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de "capturar lo continuo con lo discreto" están íntimamente relacionados con los conceptos de medida y conteo. A propósito de esta relación "Brookes (1970) adopta un planteamiento histórico, considerando que la base de todo proceso de medida es la reiteración de una unidad. Sin embargo los conceptos numéricos asociados al proceso de medida suponen más que el mero contar en sentido ordinario, puede suceder que en el proceso de medida las propias unidades sean indistinguibles unas de otras. De ordinario, el recuento se ocupa de las llamadas variables discretas, es decir, se aplica a situaciones en las que cada una de las unidades individuales que hay que contar es una entidad distinta y separable, con asignación de un número o un conjunto" [3]

- La selección de unidades

No es necesario seleccionar unidades en un proceso de medición. Este puede terminar con la ubicación de la cantidad respectiva en un rango de magnitudes, o en la afirmación o negación de una comparación con una instancia conocida de la misma magnitud, no necesariamente con la unidad.

Pero si se requiere refinar el resultado de la medición, es necesario seleccionar una unidad de medida apropiada para el rango ya determinado. Tiene que ser la cantidad o instancia de la magnitud que pueda identificarse lo suficientemente bien para poder utilizarlo en combinación con un sistema numérico ya previamente construido.

Hay una diferencia importante entre la unidad y el patrón de medida. El patrón es más concreto, la unidad es más abstracta. El patrón debe de tener en lo posible una unidad de área. Pero la unidad no tiene por qué estar ligada a un patrón determinado.

La estimación de medidas ayuda a los niños no sólo a reforzar la comprensión de los atributos y el proceso de medición sino a que adquieran conciencia del tamaño de las unidades.

Llegamos a lo que usualmente se considera como lo más importante de la medición: la asignación numérica. Este es apenas el último subproceso de un complejo proceso de medición y uno al que no necesariamente hay que llegar para que se pueda decir que si hubo medición.

3.3 La medida en los grados 6 – 8

Los principios y estándares para la educación matemática [5], es una propuesta constructiva para el desarrollo de la educación matemática que aborda la complejidad de la educación matemática desde una perspectiva sistemática; la visión resultante singulariza y atiende las dificultades, propone planes de trabajo y tareas organizadas; es una buena herramienta en el momento de planificar las actividades que posteriormente serán desarrolladas por los estudiantes dentro y fuera del aula de clase. En cuanto al pensamiento métrico da aportes significativos, que serán relatados a continuación, para tener en cuenta en este ciclo 6 – 8.

Al ingresar en esta etapa, los estudiantes aportan muchas y diversas experiencias con medidas, provenientes de los niveles anteriores y de la vida diaria. A partir de estas experiencias formales e informales, deberían seguir construyendo sus conocimientos sobre la longitud, el área y el volumen, y las unidades y sistemas de medidas.

Son aspectos relevantes para tratar en los niveles medios los siguientes: elegir y utilizar unidades acordes con los atributos a medir, estimar medidas, seleccionar unidades y escalas apropiadas de acuerdo con la precisión deseada y resolver problemas sobre cálculos y perímetros y áreas de figuras bidimensionales, y áreas y volúmenes de objetos tridimensionales. Los estudiantes también deberían llegar a ser eficientes en las medidas de ángulos, y en el uso de razones y proporciones para resolver problemas sobre escalas, semejanzas y magnitudes derivadas.

Los conceptos y las destrezas sobre la medida pueden desarrollarse y utilizarse a lo largo de todo el año escolar, en vez de ser tratados como una unidad de estudio separada. Muchos temas de la medida están íntimamente relacionados con lo que los estudiantes aprenden en geometría. En particular; los estándares de Medida y de Geometría abarcan muchos tópicos importantes de los niveles medios, como son la semejanza, el perímetro, el volumen, y la clasificación de figuras según la longitud de sus lados o la medida de sus ángulos. La medida también está ligada a ideas y destrezas numéricas, algebraicas y del análisis de datos, en temas como el sistema métrico de medidas, las relaciones entre distancias, velocidad y tiempo y la recogida de datos a través de mediciones directas o indirectas. Finalmente, muchos conceptos y destrezas relativos a la medida pueden aprenderse y aplicarse junto con el estudio de otras disciplinas científicas.

Por sus experiencias extraescolares y sus estudios anteriores, los alumnos de los niveles medios deben comprender los atributos mensurables de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida, saben que la medida es un proceso que asigna valores numéricos y atributos espaciales y físicos, como la longitud.

Tienen cierta familiaridad con las unidades de medida, especialmente con las de longitud. Deberían conocer algunas equivalencias entre unidades; por ejemplo que 100 centímetros es igual a 1 metro, y que 36 pulgadas equivalen a 3 pies, o también a 1 yarda. En esta etapa deberían llegar a adquirir destreza en expresar medidas en diferentes unidades de un sistema y en reconocer equivalencias nuevas como: 1 metro cúbico es igual a 1.000.000 de centímetros cúbicos. Trabajar con el sistema métrico favorece la comprensión del cálculo con decimales y la destreza con el mismo, y el uso de la notación científica para expresar números grandes. Al pasar del sistema inglés al decimal, los estudiantes encuentran probablemente equivalencia aproximadas muy útiles; por ejemplo: un cuarto de galón es un poco menos que un litro y una yarda es algo menos que un metro.

En esta etapa los estudiantes deberían llegar a ser hábiles en seleccionar el tamaño y tipo de unidad requeridos para una situación de medida dada. Deberían saber que para determinar la cantidad de refresco que se necesita para la fiesta de la escuela, tiene sentido utilizar litros en vez de mililitros.

Aunque hayan iniciado la comprensión de los conceptos de área y de volumen, muchos necesitan experiencias adicionales con mediciones directas para profundizar en su comprensión del área de figuras de dos dimensiones y el área y el volumen en objetos tridimensionales. Incluso en los niveles medios, puede ser conveniente para muchos estudiantes medir áreas recubriendo las superficies, y calcular volúmenes interiores de objetos llenándolos de líquidos. A través de estas experiencias los profesores pueden ayudar a los estudiantes a clarificar conceptos asociados con estos temas. Pasar prematuramente a usar fórmulas, sin tener una base conceptual adecuada del área y el volumen, podría acarrear confusiones a muchas estudiantes que interferirían de forma significativa en su trabajo con la toma de medidas.

Las experiencias frecuentes en medir superficies y volúmenes, pueden ayudar también a formar una buena comprensión de las relaciones entre atributos, y de las unidades apropiadas para medirlos.

Cuando los estudiantes miden un objeto, el resultado debería tener sentido; las estimaciones y las referencias pueden ayudar a los estudiantes a reconocer cuando es razonable una medida. Para estimar medidas, pueden utilizar su conocimiento del tamaño de cosas conocidas; por ejemplo: el alto de la puerta del aula es casi dos metros, lleva cerca de diez minutos caminar desde el edificio de la escuela media al de la secundaria, o el libro de texto pesa alrededor de dos libras. Deberían también ser capaces de utilizar referencias usuales para estimar medidas grandes; por ejemplo: la distancia que separa dos edificios.

La comprensión de los conceptos de perímetro, área y volumen iniciada en los niveles inferiores, se amplia y profundiza en los niveles de 6 – 8. Siempre que sea posible, los estudiantes deberían desarrollar fórmulas y procedimientos significativos a través de investigaciones, en vez de memorizarlos. Incluso las fórmulas que son difíciles de justificar de forma rigurosa en los niveles medios, como la del área del círculo, deberían de ser tratadas de manera que se ayude a los estudiantes a justificar intuitivamente que son razonables.

3.4 Las situaciones problemáticas: un contexto para acercarse al conocimiento matemático en la escuela

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

Tradicionalmente los estudiantes aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto. Con frecuencia “estos problemas de aplicación” se dejan para el final de una unidad o para el final del programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo.

Las aplicaciones y los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellos puedan y deban utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. El contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no solo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los estudiantes descubren o reinventan las matemáticas.

Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los estudiantes puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos.

Miguel de Guzmán plantea que “La enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante:

- Que el estudiante manipule los objetos matemáticos.
- Que active su propia capacidad mental.
- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de manejarlo conscientemente.
- Que, de ser posible, haga transferencia de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- Que adquiera confianza en sí mismo.
- Que se divierta con su propia actividad mental.
- Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
- Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia” [6].

Existen varias razones para considerar la importancia de las situaciones problemáticas como contexto. El autor antes mencionado aporta las siguientes:

- Porque es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas.
- Porque el mundo evoluciona muy rápidamente, los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletas.
- Porque el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio, auto – realizador y creativo.
- Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas.
- Porque es aplicable a todas las edades.

Otras razones para utilizar problemas en la enseñanza de las matemáticas.

- Se puede ver la importancia de distintos tópicos de las matemáticas, como por ejemplo la proporción y la pendiente de una línea y la manera como contribuyen a que los alumnos entiendan como se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana.
- Los alumnos aprenden a usar las matemáticas en la sociedad y a descubrir que matemáticas son relevantes para su educación y profesión posteriores. Puesto que es importante que todos los alumnos aprendan matemáticas como parte de su educación básica, también es importante que sepan por qué las aprenden. A través del contexto desarrollarán una actitud crítica y flexible ante el uso de las matemáticas en problemas que deberán afrontar en la vida real.
- Se acerca a los estudiantes a la historia tanto de las matemáticas como de las demás disciplinas e incrementa su interés por esta.
- Despiertan la creatividad de los alumnos y los impulsa a emplear estrategias informales y de sentido común. Al afrontar un problema en un contexto eficaz, los alumnos desarrollan la capacidad de analizar dicho problema y de organizar la información. Las estrategias que desarrollan pueden construir un buen punto de partida natural en la evolución de las matemáticas más formales, es decir de la búsqueda de sentido.
- Un buen contexto puede actuar como mediador entre el problema concreto y las matemáticas abstractas. En el proceso de resolución. El problema se transformará en un modelo que puede evolucionar desde un modelo de la situación a un modelo para todos los problemas que se le asemejan desde el punto de vista matemático.

3.5 La resolución y el planteamiento de problemas

La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático.

En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser el eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objeto primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática.

En la medida en la que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas. Van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las cuales las más conocidas son las de los investigadores György Pólya y Alan Schoenfeld. Para Pólya “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”.

Pólya escribió las siguientes cuatro frases para resolver problemas:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva

Para cada fase sugiere una serie de preguntas que el estudiante se puede hacer, o de aspectos que debe considerar para avanzar en la resolución del problema, para utilizar el razonamiento heurístico, el cual se considera como las estrategias para avanzar en problemas desconocidos y no usuales, como dibujar figuras, introducir una notación adecuada, aprovechar problemas relacionados, explorar analogías, trabajar con problemas auxiliares, reformular el problema introducir elementos auxiliares en un problema, generalizar, especializar, variar el problema, trabajara hacia atrás.

Aunque las matemáticas reconocen en los trabajos de Pólya actividades que ellos mismos realizan al resolver problemas, también plantea que las estrategias de pensamiento heurístico resultan demasiado abstractas y generales para el estudiante.

Alan Schoenfeld reconoce el potencial de las estrategias discutidas por Pólya, pero dice que los estudiantes no las usan. Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas y se fundamenta en las siguientes ideas:

- En el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que las matemáticas experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas. Schoenfeld mencionó que los estudiantes necesitan aprender matemáticas en un salón de clase que representa un microcosmos de la cultura matemática, esto es, clase en donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejadas en la práctica cotidiana.
- Para entender como los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en el proceso de resolver problemas influyen los siguientes factores:

El dominio del conocimiento: Recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante, que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema.

Estrategias Cognoscitivas: Incluye métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable.

Estrategias Metacognitivas: En esta se encuentran las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias.

El sistema de creencias: Determina la forma como una persona se aproxima al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otros.

La formulación y solución de problemas permite alcanzar metas significativas en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Las siguientes son algunas de ellas.

- Desarrollar la habilidad para comunicarse matemáticamente.
- Provocar procesos de investigación que subyacen al razonamiento matemático.
- Investigar comprensión de conceptos y de procesos matemáticos a través de reconocimiento de ejemplos y contraejemplos.
- Investigar estrategias diversas, explorar caminos alternos y flexibilizar la exploración de ideas matemáticas.

A través de la resolución de problemas, los estudiantes pueden experimentar la potencia y utilidad de las matemáticas. La resolución de problemas es fundamental para la investigación y la aplicación de las matemáticas, y debería entrecruzarse a través del currículo para proporcionar un contexto donde aprender y aplicar las ideas matemáticas.

¿Cómo debería ser la resolución de problemas en los niveles 6 – 8?

La resolución de problemas durante esta etapa debería promover el aprendizaje matemático. Los estudiantes pueden aprender conceptos matemáticos y profundizar en la comprensión de los mismos, trabajando en problemas cuidadosamente seleccionados que permitan aplicar las matemáticas a otros contextos. Las experiencias de la vida diaria pueden sugerir muchos problemas interesantes.

La enseñanza debería aprovechar las crecientes capacidades de los estudiantes de estas edades, para incluir problemas más complejos que integren temas como el sistema de medidas, la geometría, la estadística y los números racionales. Las situaciones y enfoques deberían basarse en los conocimientos, destrezas y lenguajes ya adquiridos por los estudiantes y ampliarlos. Los problemas bien elegidos pueden ser particularmente valiosos para desarrollar o hacer más profunda la comprensión de ideas matemáticas importantes.

¿Cuál debería ser el papel del profesor para desarrollar la resolución de problemas en los niveles 6 – 8?

El aprendizaje de los estudiantes sobre la resolución de problemas y a través de ésta, y su predisposición hacia las matemáticas, se configuran por las decisiones y acciones de los profesores. Éstos pueden hacer de la resolución de problemas una parte integral de la actividad matemática de la clase, eligiendo problemas interesantes que incorporen ideas matemáticas relevantes del currículo. Para ayudar a los estudiantes a orientarse en la resolución de problemas, los profesores pueden permitirles elegir o crear algunos de los problemas. Pueden ayudarles en la adquisición de destrezas en el análisis de problemas, incluyendo tareas que contengan información extraña o insuficiente.
"La solución de problemas se basa en el planteamiento de situaciones abiertas y sugerentes que exijan de los estudiantes una actitud activa y un esfuerzo por buscar sus propias respuestas, su propio conocimiento. La enseñanza basada en la solución de problemas supone fomentar en los estudiantes el dominio de procedimientos, así como la utilización de los conocimientos disponibles para dar respuesta a situaciones cambiantes y distintas. Así, enseñar a los estudiantes a resolver problemas supone dotarles de la capacidad de aprender a aprender, en el sentido de habituales a encontrar por sí mismos respuestas a las preguntas que les inquietan o que necesitan responder, en lugar de esperar una respuesta ya elaborada por otros" [1]

Una persona que tiene éxito en el campo de las matemáticas es una persona que sabe razonar y pensar de una manera adecuada. Y, a la inversa, una persona que sabe razonar aprenderá fácilmente el conocimiento matemático. Cuando existe un problema, la persona que está resolviendo esa tarea tiene que encontrarse con alguna dificultad que le obligue a plantearse cuál es el camino que tiene que seguir hacia la meta y los medios útiles para alcanzarla, realizar actividades de clasificación, seriación, ordenación de objetos, utilización de distintos tipos de medida pueden constituir problemas con objetivos tan diversos como traducir las experiencias cotidianas a un lenguaje matemático puesto que los conocimientos matemáticos son una construcción del propio estudiante que tiene sus raíces en la actividad inductiva en la vida cotidiana.

3.6 Escuela Activa Urbana

Fundamentos Escuela Nueva

El propósito principal del Sistema Escuela Nueva es el mejoramiento de la eficiencia y la calidad de la educación, prioritariamente en escuelas rurales de uno o dos docentes y en escuelas urbanas de escasos recursos. Específicamente quiere disminuir las tasas de repitencia y deserción, ofrecer, por lo menos, la primaria completa y mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

Promueve procesos de aprendizaje activo, evaluación cualitativa y permanente, promoción flexible, fortalecimiento de la relación escuela – comunidad. Esto lo logra a través de sus cuatro componentes: Curricular, de formación, comunitario y de gestión, los cuales tienen relación directa con sus cuatro niveles de actores.

Escuela Nueva se organizó a partir de las bases de Escuela Unitaria promovida por la UNESCO en los años sesenta, pero introdujo nuevas estrategias bajo dos hipótesis fundamentales. La primera: “Para introducir cambios al nivel del niño, se necesita, además, innovar en las estrategias de capacitación de los docentes, en el trabajo con la comunidad y en la gestión escolar”. La segunda, “Asume que es esencial desarrollar mecanismos que sean replicables, descentralizados, y financiera, técnica y políticamente viables.

Componentes del sistema Escuela Nueva

1. Un componente curricular, con estrategias adecuadas a las necesidades del medio donde se aplique.
2. Un componente de formación para los docentes en servicio.
3. Un componente comunitario, tendiente a fortalecer la relación escuela – comunidad.
4. Un componente de gestión, que permita una oportuna respuesta a las necesidades de los actores y de las escuelas.

Cada componente se desarrolla a través de mecanismos operativos que constituyen estrategias a un nivel más específico, en permanente interacción y sinergia.

Escuela Nueva estimula

- Aprendizaje centrado en el estudiante
- Contenidos relevantes basados en la vida cotidiana del estudiante
- Evaluación cualitativa permanente
- Promoción flexible
- Relaciones cercanas entre la Escuela y la Comunidad
- Énfasis en la formación de valores democráticos
- Practicas y efectivas estrategias de formación para los docentes en servicio
- Una nueva colección de textos interactivos o de guías de aprendizaje, coherentes con el aprendizaje cooperativo y personalizado.

Escuela Nueva se interesa en incluir ciertas actitudes y habilidades en los estudiantes, maestros, agentes administrativos y demás miembros de la comunidad. Así pues, propone objetivos específicos para cada uno de ellos:

Para los Estudiantes:

- Promoverles procesos de aprendizaje activo, reflexivo y participativo
- Desarrollarles la habilidad de aplicar conocimientos a nuevas situaciones.
- Mejorarles la autoestima y el auto concepto.
- Desarrollarles competencias básicas y actitudes cooperativas y democráticas

Para los Maestros

- Desarrollarles destrezas para actuar como orientadores en los procesos de aprendizaje.
- Incentivarles las habilidades para desempeñarse como líderes en la comunidad.
- Fomentarles actitudes positivas para el trabajo en el entorno rural y en Escuela Nueva.
- Escuela Nueva en Colombia se ha caracterizado como sistema, como modelo, como programa y como metodología.

Escuela Nueva se caracteriza como sistema porque está constituido por un conjunto de componentes y elementos en permanente interacción y funciona como tal, mediante procesos pedagógicos, de organización y de gestión, para el logro de objetivos, propósitos y políticas educativas. Además, porque en el análisis de su funcionamiento se pueden identificar claramente sus insumos, procesos, productos y resultados y un contexto dentro del cual se activa y con el cual interactúa permanentemente.

Escuela Nueva en Colombia se ha caracterizado también como modelo, porque ofrece una estructura básica de componentes que interactúan a través de mecanismos previstos y de otros que surgen durante el proceso de su aplicación, acordes con la naturaleza de sus componentes y elementos pedagógicos, organizativos y de gestión, y del contexto en el que se pone en funcionamiento.

Escuela Nueva también es un programa educativo que aplica principios, criterios y conceptos teóricos de planificación de la educación, siguiendo un hilo conductor lógico que tiene en cuenta las realidades de las escuelas en las que se implementa. Como programa responde a políticas de desarrollo educativo, a través del cumplimiento de una misión y una visión bien definidas de la educación rural y urbana de escasos recursos.

Escuela Nueva también es entendida como una metodología cuando trata de destacar, particularmente, los procesos pedagógicos en el aula o en cualquier escenario de aprendizaje que utilice para su desarrollo. Esto se refiere al uso de las guías de aprendizaje para el alumno, como medio básico, con sus características interactivas en el sentido de que inducen en el aprendizaje cooperativo y el uso de medios de apoyo, para la ampliación y profundización del objeto de conocimiento que se construye, a través de los Rincones de Aprendizaje, la biblioteca – aula, el computador, la internet y otros recursos del medio circundante.

3.7 El sistema de medidas y las situaciones problema

En la actualidad los estudiantes presentan dificultades al momento de resolver situaciones, que requieren el sistema de medidas; esto puede ser causa de múltiples situaciones como, la inadecuada enseñanza del sistema de medidas, la poca dedicación al tema de la geometría dentro de los cursos de matemáticas y confusión de terminología en el momento de hallar el área y/o perímetro a determinada figura. Se hace necesario entonces profundizar y fortalecer este aprendizaje y nada mejor que a través de Situaciones Problema, ya que la educación de hoy exige que el conocimiento sea contextualizado y aplicado a la realidad del estudiante.

Esta estrategia además de contextualizar el conocimiento permite que el estudiante aprenda a analizar su entorno, a solucionar los problemas que diariamente se le presentan, además de transversalizar con otras asignaturas como: Sociales, Español, Ciencias Naturales, entre otras. Este aspecto también es otra exigencia de la educación de hoy.

4. Propuesta Metodológica

Las matemáticas han sido de los saberes con gran poder formador, ayudan a las personas a desenvolverse mejor en el mundo actual, pues continuamente se enfrentan con situaciones cuya solución depende mucho de apreciaciones numéricas. Cálculos y mediciones hay en todos los oficios, aún cuando se trata del manejo del dinero y del intercambio de bienes y servicios.

La presente propuesta "El entorno, pieza fundamental en el momento de desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes de grado octavo a través de situaciones problema contextualizadas en la realidad" pretende incentivar en los estudiantes el estudio por las matemáticas, principalmente el sistema de medidas, mediante el desarrollo de situaciones problema encontradas en la realidad.

Si el estudiante traduce las experiencias cotidianas a un lenguaje matemático apoyado por un ambiente de confianza, comprensión y apoyo permitirá que sus construcciones tengan las raíces en la actividad inductiva de la vida cotidiana, además si manifiesta gusto por este saber será la puerta de entrada a un gran mundo de retos e innovaciones que desde siglos atrás ha cautivado a filósofos, matemáticos, científicos, físicos hasta llegar a ser reconocidos como grandes matemáticos.

La propuesta se desarrolló a través de una unidad didáctica, esta unidad contiene un pre-test, tres guías y un post-test; en el pre-test se presentan cinco preguntas, cada una con un objetivo específico. La primera busca que los estudiantes hagan estimaciones, la segunda es la asignación de unidades de longitud a determinados objetos y/o situaciones, la tercera es efectuar conversiones correctamente dentro de algún sistema de medidas (longitud, capacidad o peso), con la cuarta pregunta se pretende el reconocimiento de los sólidos geométricos y algunas de sus características y con la quinta pregunta se desea que los estudiantes relacionen gráficas con medidas reales.

Las guías están diseñadas con los pasos de la metodología escuela nueva – escuela activa, allí se presentan tres momentos: el momento A, denominado Actividades Básicas, evalúa los saberes previos de los estudiantes y da a conocer el nuevo conocimiento; el momento B, denominado Actividades de Práctica, consolida el aprendizaje adquirido a través de la práctica y la ejercitación, desarrollando habilidades y destrezas para lograr un desempeño ágil y eficaz; el momento C, denominado Actividades de Aplicación,

permite comprobar que cada estudiante puede aplicar el aprendizaje adquirido en una situación de su vida diaria, estimula a cada estudiante a profundizar en sus conocimientos, recurriendo a otras fuentes.

La guía 1 tiene como nombre “Comprendamos los atributos mensurables de los objetos, las unidades y sistemas de medidas, trabajo con las medidas de longitud”, esta guía recopila variados ejercicios en cada una de los momentos, en las actividades básicas se realizan análisis de dibujos, explicaciones guiadas siempre hacia la cotidianidad, se les presenta la teoría del nuevo conocimiento; en las actividades de práctica se alternan ejercicios y situaciones de la vida diaria, por ejemplo,

- *Mido y escribo mi estatura en términos de la unidad principal de longitud y sus múltiplos.*
- *En la Institución Educativa Pío XI, en el grado octavo, se desea armar una comparsa para el primer día de logros, en el mes de marzo, por lo tanto se necesita confeccionar algunos disfraces. Por tal motivo se compraron 36 metros de tela y a la fecha se han utilizado 45 dm y 845 cm de tela ¿Cuántos metros de tela se han utilizado?*

En las actividades de aplicación se muestra, como su nombre lo indica, la aplicación del conocimiento en determinado espacio

La guía 2 tiene como nombre “Conozcamos áreas y volúmenes de sólidos geométricos, aprendamos a medir superficies”, dentro de las actividades básicas se involucran juegos con sólidos geométricos, acá los estudiantes deben mostrar qué conocen al respecto, para así ampliar su conocimiento, es allí donde se integra el conocimiento a aprender en la guía; un ejemplo de las situaciones problema contextualizadas en la realidad del estudiante trabajada en las actividades de práctica, fue la siguiente:

- *Para la fiesta, del día de la mujer, Luís ha hecho 15 gorros de forma cónica con cartón. ¿Cuánto cartón habrá utilizado si las dimensiones del gorro son 15 cm de radio y 25 cm de generatriz?*

En las actividades de aplicación cada estudiante construye sólidos geométricos, con esta actividad los estudiantes se familiarizan con los sólidos, conocen sus partes, además van ampliando su vocabulario matemático.

La guía 3 tiene como nombre “Aprendamos a medir el peso y la capacidad”, para evaluar los conocimientos previos de los estudiantes, se hace a través de situaciones reales como: ordenar objetos de masas diferentes con ayuda de una balanza, peso de frutas, entre otras, se resuelven inquietudes, es en este momento donde se conectan

los pre saberes con los nuevos conocimientos; en las actividades de práctica se presentan situaciones como las siguientes:

- *En una lechería han empacado 3 kilolitros de leche en envases de 750 mililitros ¿Cuántos envases resultan?*
- *Un bus de pasajeros tiene cupo para 40 personas con un promedio de 60 kilos de peso. El conductor transporta hasta 60 personas en promedio. El peso de los asientos y la registradora es de 70 kilos y el peso máximo que soporta el bus de 3 toneladas ¿Cuál es el sobrepeso que soporta el bus?*

En las actividades de aplicación se contextualiza el conocimiento a través de salidas pedagógicas.

Por último se encuentra el post-test, cabe aclarar que es el mismo pre-test con un bloque de tres problemas adicionales, que se encuentran al final (pregunta 6), allí se recopila lo trabajado en el transcurso de la aplicación de la propuesta. *La Unidad Didáctica se encuentra en el Anexo*

5. Análisis de la información

“La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y el estudiante, hace que estos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas”

Después de aplicar la propuesta “El entorno, pieza fundamental en el momento de desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes de grado octavo a través de situaciones problema contextualizadas en su realidad”, se pudo obtener la siguiente información

PRE-TEST

Un pre-test se realiza con la intención de indagar sobre los conocimientos previos que traen los estudiantes en el momento de iniciar la aplicación de una propuesta pedagógica y así determinar qué actividades se deben desarrollar o qué acciones se deben emprender para lograr el conocimiento y dominio completo de un tema, en este caso el sistema de medidas.

Al aplicar el pre-test se escogió un grupo de 46 estudiantes del grado octavo, quienes dispusieron de dos horas para el desarrollo de todas las actividades, este se hizo de manera individual, permitiendo detectar los conocimientos que cada estudiante poseía en el momento, respecto al tema.

El pre-test constaba de cinco actividades en las que se tuvo en cuenta lo siguiente:

- Usar la estimación en diferentes situaciones de medida.
- Conocer la unidad de medida utilizada en diferentes campos.
- Utilizar las medidas de longitud y hacer conversiones con estas.
- Usar las medidas de peso en diferentes situaciones y hacer comparaciones con las medidas de longitud.
- Usar las medidas de capacidad y establecer relaciones con las medidas de peso.
- Diferenciar sólidos geométricos y establecer comparaciones entre ellos.
- Conocer la definición de volumen y la aplicación en diferentes contextos.
- A partir de gráficas, hacer relaciones con medidas reales.

En el momento de calificar la prueba se tuvo en cuenta el decreto 1290 adoptado por la Institución, por medio del cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media que deben realizar los establecimientos educativos.

VALORACIONES Y FÓRMULAS RESUMEN	VALORACIÓN NUMÉRICA
DESEMPEÑO SUPERIOR DSU	5.0
DESEMPEÑO ALTO DAL	4.0 – 4.9
DESEMPEÑO BÁSICO DBS	3.0 – 3.9
DESEMPEÑO BAJO DBJ	1.0 – 2.9

En la siguiente tabla se aprecia claramente los resultados obtenidos después de la aplicación del pre–test.

PREGUNTA	DBJ	DBS	DAL	DSU
1	8	37	1	0
2	10	36	0	0
3	43	3	0	0
4	43	3	0	0
5	39	7	0	0

POS-TEST

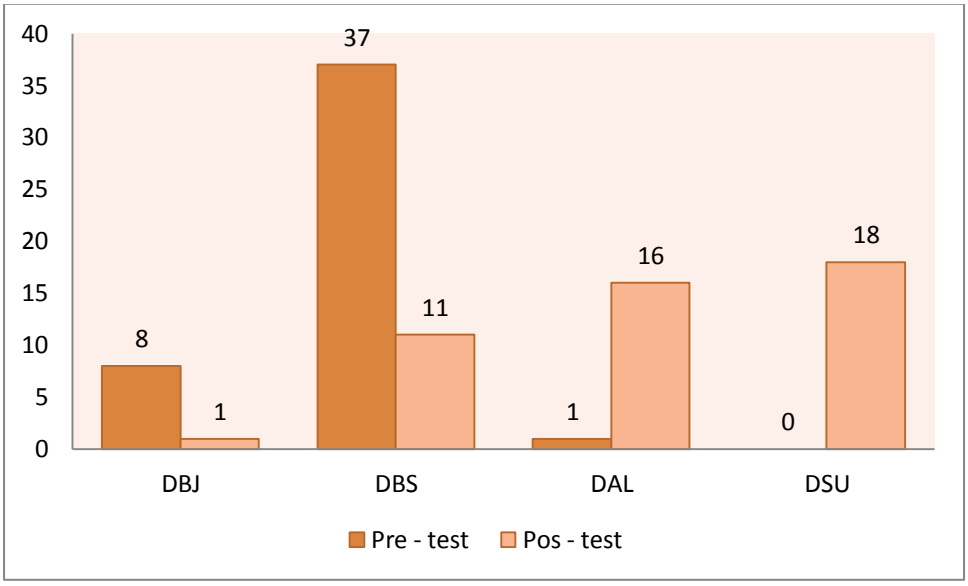
Después de aplicada la Unidad Didáctica propuesta se realizó el pos-test, este fue el mismo pre-test empleado inicialmente, además se incluyó al final otra actividad (6), que

constaba de un bloque de tres problemas; se quería observar el avance que habían tenido los estudiantes en el momento de aplicar el sistema de medidas a situaciones de la vida cotidiana, cabe anotar que los resultados de este pos-test fueron satisfactorios ya que la mayoría de los estudiantes a quienes se les aplicó la propuesta, alcanzaron los logros planteados inicialmente, en la siguiente tabla se encuentran los resultados.

PREGUNTA	DBJ	DBS	DAL	DSU
1	1	11	16	18
2	3	11	14	18
3	7	18	11	10
4	4	10	20	12
5	5	8	13	20
6	13	18	7	8

Haciendo una comparación entre el pre-test y el pos-test se puede observar:

PREGUNTA 1



En la pregunta número 1 del test se presentó un ejercicio de apareamiento, donde el estudiante debía unir una situación que presentaba una medida con su correspondiente valor y el sistema de medidas utilizado, acá los estudiantes debían hacer estimaciones.

El ejercicio constaba de 10 puntos, el estudiante que acertara menos de cinco puntos se le calificaba con desempeño bajo, el que acertara entre 6 y 7 puntos tenía un desempeño básico, el que acertara entre 8 y 9 puntos tenía un desempeño alto y el que acertara los 10 puntos tenía un desempeño superior. En el pre-test el 17.3%, correspondiente a 8 estudiantes obtuvieron un desempeño bajo; el 80.4%, correspondiente a 37 estudiante obtuvieron un desempeño básico y el 2.1% correspondiente a 1 estudiante obtuvo desempeño alto, no hubo estudiantes de desempeño superior. Se pudo evidenciar que la mayor dificultad presentada era en el momento de aplicar las medidas de capacidad y de peso.

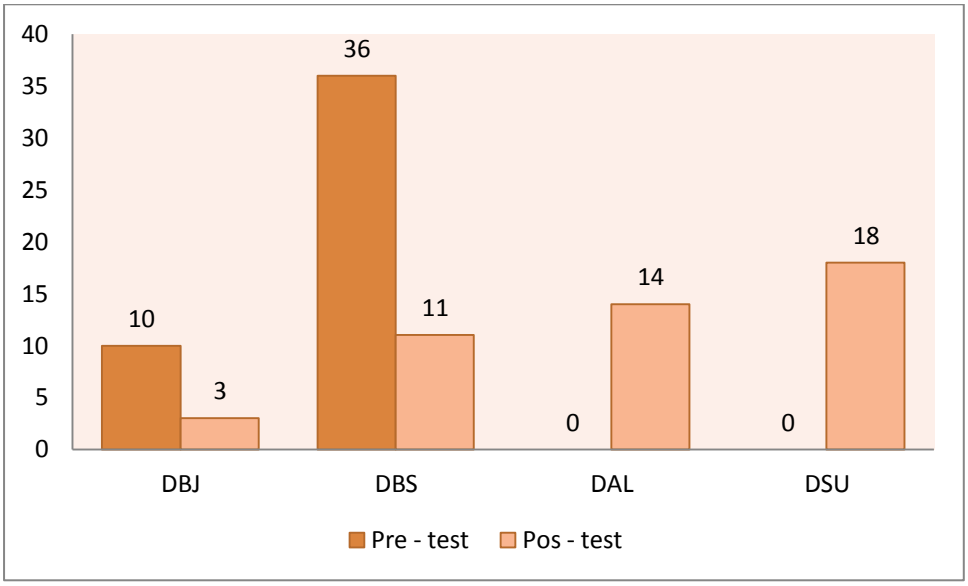
Después de realizar la propuesta y aplicar el pos-test, los resultados para este mismo ejercicio fueron los siguientes: El 2.1% correspondiente a 1 estudiante obtuvo un desempeño bajo, notándose poco dominio y aprehensión del tema; el 23.9% correspondiente a 11 estudiantes obtuvieron un desempeño básico, demostraron habilidad en el momento de desarrollar el ejercicio, pero no en su totalidad, presentan confusiones entre los diferentes sistemas de medidas; el 34.7% correspondiente a 16 estudiantes obtuvieron un desempeño alto, presentaron mínimas fallas en el momento de hacer estimaciones y el 39.1% correspondiente a 18 estudiantes obtuvieron un desempeño superior, demostrando con esto interés y dominio del tema.

La estimación es una actividad matemática muy poderosa para usar tanto en la resolución de problemas como en la comprobación de lo razonable de los resultados. Incluye tomar decisiones sobre si la respuesta del cálculo es razonable o no, si un número dado es mayor o menor que la respuesta exacta, si la respuesta es mayor o menor que un número dado como referencia y si una estimación está en el correcto orden de magnitud.

Algunos autores no distinguen entre estimación y aproximación; otros afirman que mientras la estimación es un ejercicio mental, la aproximación usualmente requiere de alguna herramienta. Alba Thompson llama a la estimación “una adivinanza educada visualmente, que generalmente se hace en el contexto del número de objetos de una colección, del resultado de un cálculo numérico o de la medida de un objeto”

Además de la utilidad que en la vida cotidiana tiene la realización de cálculos mentales, exactos o aproximados, su necesidad se ve reforzada con la aparición de la calculadora. Un manejo inteligente de esta exige el desarrollo de técnicas de cálculo mental, que anticipen el resultado esperado para controlar posibles errores de manejo.

PREGUNTA 2



La finalidad de la pregunta 2 era que los estudiantes asociaran una unidad de longitud con cada ejemplo dado. El ejercicio constaba de ocho puntos, quien acertara menos de 4 puntos su desempeño sería bajo, quien acertara entre 5 y 6 puntos su desempeño sería básico, quien acertara 7 puntos su desempeño sería alto y quien acertara 8 puntos su desempeño sería superior. En el momento de aplicar el pre-test las calificaciones fueron: el 21.7% correspondiente a 10 estudiantes, obtuvieron un desempeño bajo, presentaban confusiones en el momento de asignar una unidad de longitud a una característica dada; el 78.2% correspondiente a 36 estudiantes, obtuvieron un desempeño básico, a pesar de que respondieron acertadamente gran parte de los ejemplos, no diferenciaban las unidades mayores y las menores del metro, ningún estudiante tuvo desempeño alto y superior, en estas calificaciones se evidencia el poco dominio y la confusión de los conceptos.

En el momento de aplicar el pos-test los resultados fueron los siguientes: el 6.5% correspondiente a 3 estudiantes obtuvieron un desempeño bajo, no fue suficiente la unidad estudiada, continúan confundiendo las unidades de medida o simplemente no saben; el 23.9% correspondiente a 11 estudiantes obtuvieron un desempeño básico, estos estudiantes siguen presentando confusiones entre las unidades mayores y menores del metro; el 30.4% correspondiente a 14 estudiantes obtuvieron un desempeño alto, presentaron mínimos errores, pequeñas confusiones, asociadas a la falta de atención y el 39.1% restante correspondiente a 18 estudiantes obtuvieron un desempeño superior.

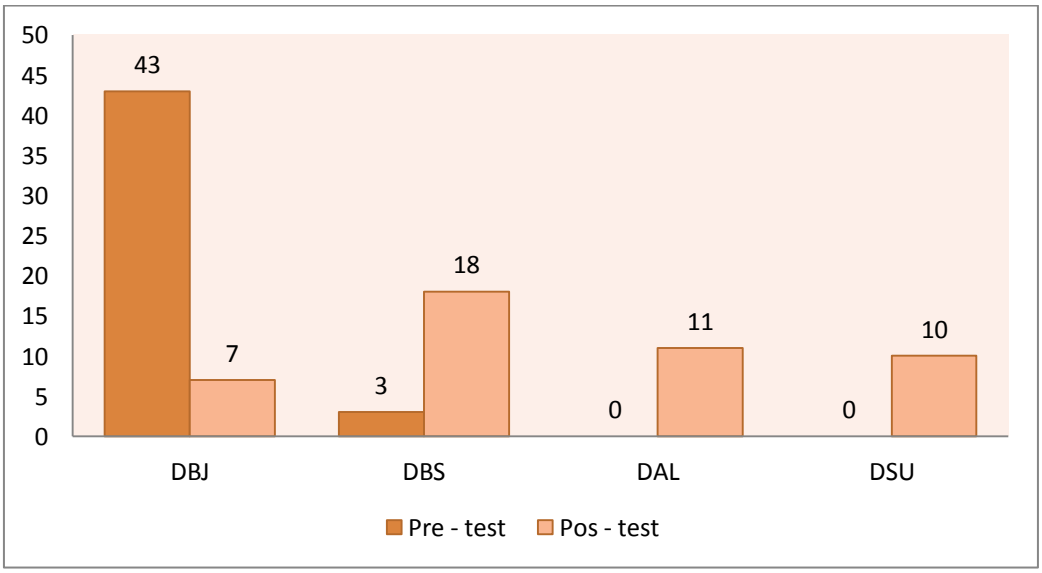
La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entrono y el estudiante, hace que estos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas.

Actividades de la vida diaria relacionadas con las compras en el supermercado, con la cocina, con los deportes, con la lectura de mapas, con la construcción, etc., acercan a los estudiantes a la medición y les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas.

La desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y por otro reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica.

No se les ha permitido conocer el desarrollo histórico de la medida, lo que conlleva a que no se den cuenta de la necesidad misma de medir. Se hace necesario hacer un llamado a retomar el estudio de la geometría, principalmente el sistema de medidas, para ir subsanando este tipo de inconvenientes en los estudiantes.

PREGUNTA 3



En la pregunta 3, se seleccionaron 9 situaciones problema, donde el estudiante debía leer y hacer conversiones tanto en las medidas de longitud, como de capacidad y de peso. En el momento de aplicar el pre-test, principalmente en la resolución de las situaciones problema, los estudiantes lanzaban expresiones como:

- "¿Cómo se resuelve este problema?"
- "Nunca habíamos visto este tema"
- "Esto está muy difícil"
- "Yo no soy capaz"

Por lo tanto todos los estudiantes exceptuando tres, no resolvieron nada, entregaron el pre-test en blanco, los estudiantes que solucionaron dichos problemas tenían idea de cómo hacerlo, presentaron algunos errores en el momento de realizar las conversiones necesarias. Los porcentajes de los estudiantes en estos problemas estuvieron muy parejos. En el momento de calificar presentaban desempeño bajo los estudiantes que resolvieron menos de 4 situaciones problema, desempeño básico los estudiantes que resolvieran entre 5 y 7 problemas correctamente, desempeño alto los estudiantes que desarrollaron 8 problemas con mínimos errores en sus cálculos matemáticos y desempeño superior los estudiantes que no presentaron errores en el momento de realizar todas las situaciones.

Los porcentajes quedaron de la siguiente manera en el momento de aplicar el pre – test: el 93.4% correspondiente a 43 estudiantes, obtuvieron un desempeño bajo, en el momento de resolver las situaciones problema no tenían ni idea de lo que se les estaba preguntando, la gran mayoría entregó la hoja en blanco; el 6.5% correspondiente 3 estudiantes obtuvieron un desempeño básico, estos estudiantes tenían idea de cómo hacerlo pero presentaban algunos errores, ya fuera en el momento de hacer las conversiones o en el momento de realizar los cálculos matemáticos, ningún estudiante presentó desempeño alto ni superior evidenciándose con esto el poco conocimiento y dominio del tema.

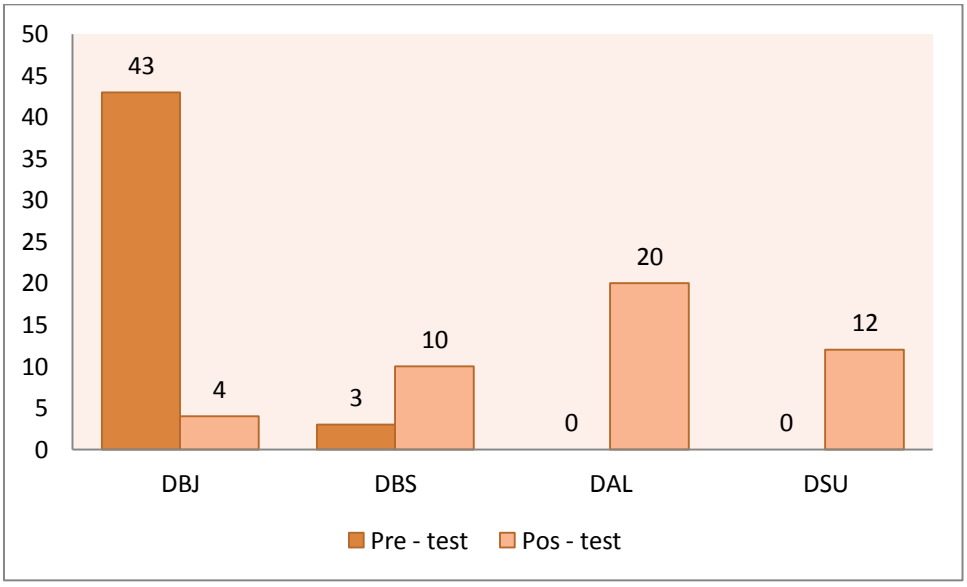
Los siguientes son los datos arrojados después de aplicar el pos-test: el 15.2% correspondiente a 7 estudiantes obtuvieron un desempeño bajo, estos estudiantes no alcanzaron las competencias establecidas desde el principio de la propuesta, se les dificultaba interpretar la situación, hacer conversiones y aplicar las operaciones aritméticas de acuerdo a la situación planteada; el 39.1% correspondiente a 18 estudiantes obtuvieron un desempeño básico, en su gran mayoría planteaban la solución del problema pero en algunas ocasiones presentaban dificultades al hacer las conversiones; el 23.9% correspondiente a 11 estudiantes obtuvieron un desempeño alto, en el momento de trabajar con las medidas de longitud lo hacían perfectamente, presentaban un poco de dificultad en el momento de trabajar con las medidas de peso y de capacidad, aún no dominan los múltiplos y submúltiplos de estas medidas y el 21.7% restante correspondiente a 10 estudiantes obtuvieron un desempeño superior, presentando acertividad y precisión en la solución de las situaciones problema planteadas.

La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático.

En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe de ser el eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe de ser un objeto primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deberá permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos.

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

PREGUNTA 4



En la pregunta número 4 se les presentaron a los estudiantes una serie de figuras para que las clasificaran de acuerdo a su criterio, esta actividad se hizo con el fin de indagar sobre los sólidos geométricos que conocían los estudiantes, una forma de irlos involucrando al concepto de volumen, en el momento de calificar dicha actividad se procedió de la siguiente manera: desempeño bajo los estudiantes que no tenían claridad en la clasificación de los sólidos geométricos, desempeño básico los estudiantes que

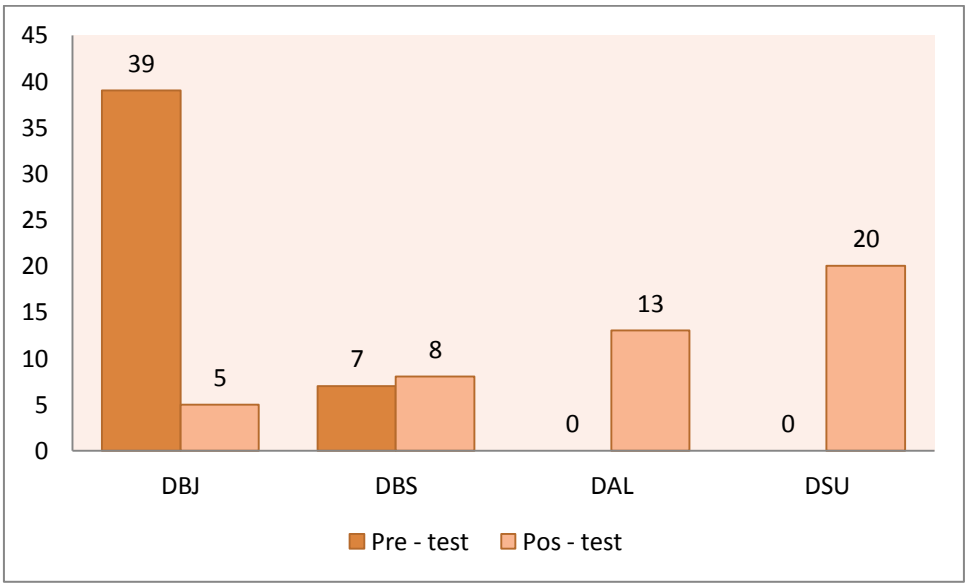
tuvieron algún criterio de clasificación de los sólidos geométricos, desempeño alto los que clasificaron los sólidos geométricos y además sabían sus nombres y desempeño superior los que clasificaron los sólidos geométricos, sabían sus nombres y argumentaban correctamente el por qué de su clasificación.

Al aplicar el pre-test los datos fueron los siguientes: el 93.4% correspondiente a 43 estudiantes obtuvieron un desempeño bajo, no supieron cómo realizar la actividad, presentaban desconocimiento total acerca de los sólidos geométricos; el 6.5% correspondiente a 3 estudiantes obtuvieron un desempeño básico, tuvieron un criterio de clasificación pero no sabían los nombres de los sólidos geométricos y tampoco tenían una argumentación clara al respecto; ningún estudiante presentó desempeño alto ni superior.

Posteriormente se aplicó el pos-test y se recogieron los siguientes datos: el 8.6% correspondiente a 4 estudiantes obtuvieron un desempeño bajo, no presentaron ningún criterio de clasificación en el momento de realizar la actividad; el 21.7% correspondiente a 10 estudiantes obtuvieron un desempeño básico, presentaron algún criterio de clasificación de los sólidos geométricos como forma, tamaño, base; el 43.4% correspondiente a 20 estudiantes obtuvieron un desempeño alto, además de tener un criterio de clasificación definido, diferenciaban cada uno de los nombres de los sólidos geométricos; el 26.08% correspondiente a 12 estudiantes obtuvieron un desempeño superior, alcanzando la meta propuesta para dicha actividad.

Como es mencionado en el marco teórico: Los conceptos y las destrezas sobre la medida pueden desarrollarse y utilizarse a lo largo de todo el año escolar, en vez de ser tratados como una unidad de estudio separada. Muchos temas de la medida están íntimamente relacionados con lo que los estudiantes aprenden en geometría. En particular; los estándares de Medida y de Geometría abarcan numerosos tópicos importantes de los niveles medios, como son la semejanza, el perímetro, el volumen, y la clasificación de figuras según la longitud de sus lados o la medida de sus ángulos. La medida también está ligada a ideas y destrezas numéricas, algebraicas y del análisis de datos, en temas como el sistema métrico de medidas, las relaciones entre distancias, velocidad y tiempo y la recogida de datos a través de mediciones directas o indirectas. Finalmente, muchos conceptos y destrezas relativos a la medida pueden aprenderse y aplicarse junto con el estudio de otras disciplinas científicas.

PREGUNTA 5



El propósito de la pregunta 5 era hacer relaciones a partir de gráficas con medidas reales, esta pregunta era de selección múltiple con única respuesta, a partir de unas gráficas debían responder 4 preguntas, señalando la respuesta correcta dentro de cuatro opciones. Para calificar dicha pregunta se procedió de la siguiente manera, quienes respondieran 1 pregunta correcta tenían desempeño bajo, 2 preguntas correctas desempeño básico, 3 preguntas correctas desempeño alto y 4 preguntas correctas desempeño superior.

Al aplicar el pre-test las siguientes fueron las calificaciones: el 84.7% correspondiente a 39 estudiantes obtuvieron un desempeño bajo; el 15.2% correspondiente a 7 estudiantes obtuvieron un desempeño básico, ninguno de los estudiantes presento desempeño alto ni superior, demostrando con esto el poco conocimiento al respecto.

Después de aplicar el pos-test, los siguientes fueron los resultados: el 10.8% correspondiente a 5 estudiantes obtuvieron un desempeño bajo; el 17.3% correspondiente a 8 estudiantes obtuvieron un desempeño básico; el 28.2% correspondiente a 13 estudiantes obtuvieron un desempeño alto y el 43.4% correspondiente a 20 estudiantes obtuvieron un desempeño superior. Se nota asimilación y aprehensión del conocimiento en el momento de comparar datos a partir de gráficas dadas.

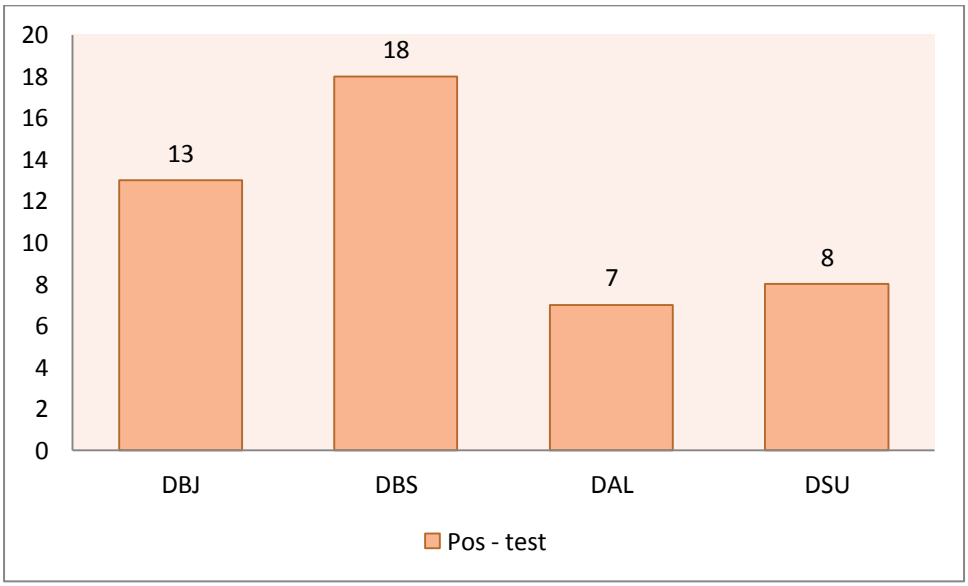
Dentro del contexto de planteamiento y resolución de problemas, el razonamiento matemático tiene que ver estrechamente con las matemáticas como comunicación, como modelación y como procedimiento.

De manera general entendemos por razonar la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión.

Conviene enfatizar que el razonamiento matemático debe de estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y por consiguiente, este eje se debe de articular con todas sus actividades matemáticas. Razonar en matemáticas tiene que ver con:

- Dar cuenta del cómo y del por qué de los procesos que se sigue para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar.

PREGUNTA 6 SÓLO SE REALIZÓ EN EL POS-TEST



Con la pregunta 6 se buscaba conocer la capacidad de cada estudiante para analizar y dar solución correcta a situaciones problema, donde debía aplicar los conocimientos adquiridos, en este caso la aplicación de las diferentes fórmulas para hallar el volumen de un sólido geométrico. En esta actividad se seleccionar 3 situaciones que involucraban sólidos, aquí los estudiantes debían reconocerlos y aplicar la fórmula correspondiente para encontrar la respuesta correcta. En el momento de calificar se procedió de la siguiente manera: los estudiantes que no desarrollaran correctamente el ejercicio tenían un desempeño bajo, los estudiantes que resolvieran correctamente una de las tres situaciones tenían desempeño básico, los estudiantes que resolvieran dos de las tres situaciones tenían desempeño alto y los que resolvieran correctamente las tres situaciones tenían desempeño superior.

Después de aplicar el pos-test, los avances fueron los siguientes: el 28.2% correspondiente a 13 estudiantes obtuvieron un desempeño bajo, no presentaban competencias suficientes para desarrollar la actividad; el 39.1% correspondiente a 18 estudiantes obtuvieron desempeño básico, estos estudiantes presentaban dificultades en el momento de interpretar y aplicar algunas de las fórmulas; el 15.2% correspondiente a 7 estudiantes obtuvieron un desempeño alto, la mayor dificultad notada fue la confusión de fórmulas, no las dominaban totalmente y el 17.3% restante correspondiente a 8 estudiantes obtuvieron un desempeño superior, mostrando dominio y comprensión del tema.

Para entender como los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en el proceso de resolver problemas influyen los siguientes factores:

- El dominio del conocimiento, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos, y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio.
- Estrategias Cognoscitivas que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.
- Estrategias Metacognitivas se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir.

6. Conclusiones y recomendaciones

6.1 Conclusiones

- En el transcurso del trabajo se crearon ambientes propicios para el fortalecimiento del pensamiento métrico a través de situaciones problemas donde los estudiantes vivenciaron la aplicabilidad de la matemática en su cotidianidad, hallaron sentido a lo que estudiaban en la escuela y se les notó más gusto por el aprendizaje.

- Las situaciones problemas se convirtieron en una fuente de ilustración y apropiación de la realidad, lo que permitió integrar nuevos conocimientos a los procesos de enseñanza aprendizaje de los estudiantes.

- El constante acompañamiento a los estudiantes en este proceso permitió que reflejaran avances muy positivos en su aprendizaje. El ambiente fraterno que se vivió les brindó la oportunidad de indagar para aclarar las dudas que se les presentaban hasta satisfacer sus inquietudes y ampliar sus conocimientos.

- A partir de las diferentes actividades realizadas en la Unidad Didáctica, los estudiantes coincidieron en que todo lo que les rodea induce a hacer uso de las actividades matemáticas y es necesario tener la capacidad para dar solución correcta a cada situación.

6.2 Recomendaciones

- El entorno ofrece todos los mecanismos para desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes, para privilegiar un aprendizaje de calidad, está en los orientadores del proceso saber escoger situaciones significativas que lleven al estudiante a explorar y a construir su propio conocimiento.

- Se sugiere que los temas propuestos en matemáticas, tengan aplicabilidad en situaciones problema para que el estudiante explore, se movilice, interactúe con

el medio, cree sus hipótesis y las confronte con la realidad y así le encuentre más sentido a esta disciplina.

- Se recomienda que el desarrollo de las estrategias vayan evolucionando, según las necesidades e intereses de los estudiantes y las innovaciones que propone el mundo actual.

- Se recomienda que el desarrollo de las estrategias vayan evolucionando, según las necesidades e intereses de los estudiantes y las innovaciones que propone el mundo actual.

Anexo: Unidad Didáctica

UNIDAD DIDÁCTICA

DESARROLLEMOS NUESTRO PENSAMIENTO MÉTRICO A TRAVÉS DE SITUACIONES PROBLEMA

GRADO OCTAVO

JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

La geometría ha sido desde los principios de la humanidad un mecanismo utilizado para encontrar soluciones a los problemas más comunes de quienes la han aplicado en su vida, pues, entre otros usos, facilita la medición de estructuras sólidas reales, tanto tridimensionales como superficies planas y además es bastante útil para la realización de complejas operaciones matemáticas.

En este trabajo se busca destacar la importancia del sistema de medidas y su aplicación en la cotidianidad, también se pretende la consecución de nuevos y diversos conocimientos que de seguro serán muy útiles en la vida escolar, universitaria y profesional de los estudiantes.

Presentación de la Unidad Didáctica

Tema	Enseñanza del sistema de medidas a través de Situaciones Problema
Nivel	Grado Octavo
Población	Estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Pío XI del Municipio de Aranzazu
Materiales	Guías de aprendizaje, lecturas de apoyo, instrumentos de medidas Acceso a recursos bibliográficos, Internet y otras fuentes de información.

DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Objetivos de la Unidad:

- Comprender los atributos mensurables de los objetos.
- Establecer diferencias entre las unidades y procesos de medidas.
- Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiadas para obtener el área y el volumen de sólidos geométricos.
- Reconocer la relación entre medidas de capacidad, peso y volumen.

Contenidos:

Los contenidos a tratar son aquellos relacionados con el tema de *las medidas*, por lo tanto será

- Unidades de longitud, masa y capacidad
- Múltiplos y submúltiplos
- Instrumentos de medida
- Unidades de superficie
- Unidades de volumen
- Área y volúmenes de cuerpos geométricos
- Equivalencias entre unidades

PRE–TEST

1. Une cada magnitud con su unidad correspondiente

El agua de un embalse	36 kilómetros por hora
La capacidad de una lata de refresco	7450 metros cuadrados
La capacidad de una piscina	45 kilogramos
La velocidad de un ciclista	12000 litros
El peso de un bulto de papas	4500 kilogramos
La longitud de un bolígrafo	350 metros
El área de un cultivo de flores	33 centilitros
La distancia entre dos pueblos	15 centímetros
El peso de un camión	145 hectómetros cúbicos
La altura de un edificio	25 Kilómetros

2. Asocia una unidad de longitud con cada ejemplo

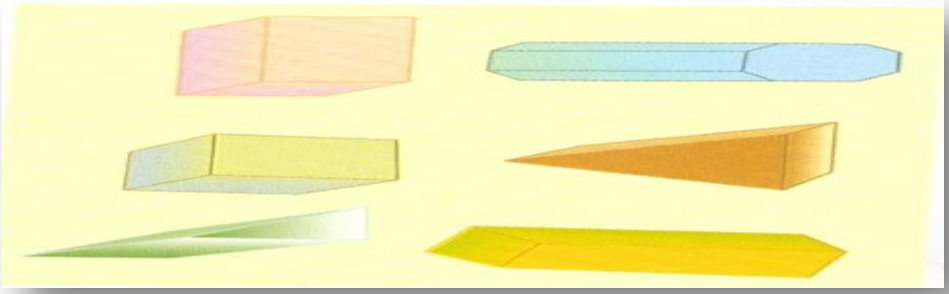
a. La altura de una casa
b. La longitud de una hormiga
c. Tu altura
d. La distancia entre dos ciudades
e. El tablero de tu pupitre
f. La anchura de una calle
g. Una ventana

h. Tu habitación

3. Resuelve las siguientes situaciones problema.

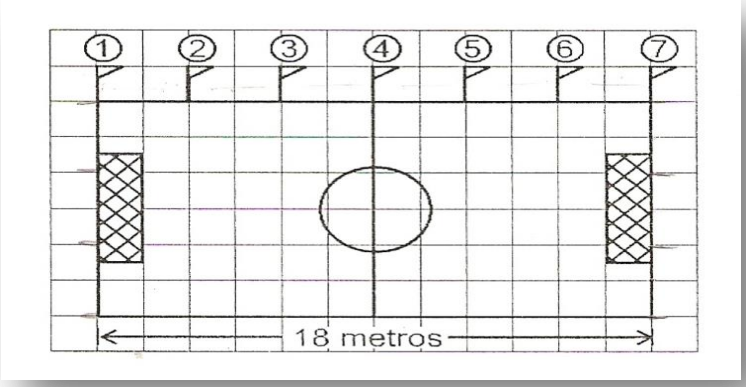
A. Alberto, Luis y Adrián participan y ganan un concurso de salto de altura. Alberto salta 1,34 m., Luis 5 cm menos que Alberto y Adrián 0,6 dm más que Luis. Escribe ordenado el resultado de la prueba. ¿Cuántos milímetros ha saltado más Adrián que Luis?
B. De Zaragoza a Barcelona hay 303 km. Haces un viaje con tus padres y paras dos veces antes de llegar. La primera parada la realizas cuando llevas recorrido 700 hm 25 m y la segunda 13.156 dam más adelante ¿Cuántos metros recorres en la tercera etapa?
C. De tu casa al colegio hay 3 hm 25 dam y 26 m de distancia. La casa de tu amigo Pedro está 167 metros más cerca del colegio que la tuya. ¿Cuál es la distancia que hay entre tu casa y la de tu amigo? ¿Cuántos kilómetros recorres de lunes a viernes en tus idas y venidas al colegio si cada día haces 4 viajes?
D. Para el verano, en mi pueblo, realizan una carrera de relevos para recorrer la distancia que hay entre la Plaza Mayor y la ermita de la Virgen. La distancia a recorrer es de 45 hm 64 dam 23 m. El primer relevista recorre 15 hm, el segundo la mitad que el primero, el tercero 240 dam y el cuarto el resto. Expresa la distancia recorrida por cada uno en metros y en kilómetros.
E. Una pista de baloncesto mide 40 metros de larga y 20 metros de ancha. Pepe tiene que dar 20 vueltas completas. ¿Cuántos kilómetros recorrerá?
F. La distancia entre dos pueblos es de 8 km 6 hm 25 dam. Sergio ha tardado en recorrer la distancia 3 horas. ¿Qué velocidad ha llevado? La velocidad se expresa en Km/hora.
G. A las bodegas del supermercado “El Caficultor” llegaron en un camión los siguientes artículos: 3 toneladas de arroz, 80 bultos de papa, cada bulto de 4 arrobas, 100 bultos de azúcar, cada bulto de 50 kilos ¿Cuál es el peso en toneladas de la carga recibida?
H. Un tanque de reserva se llena con 70.000 litros de agua. Si el tanque tiene 500 Hectolitros de agua ¿Cuántos litros hacen falta para que se llene?
a. Expresar 500 Hectolitros en litros.
b. Calcular los litros que faltan para llenar el tanque
I. A una distribuidora de leche llegan cada día 700 litros de leche ¿Cuánta leche se recibió durante 7 días y cuál es su valor si la botella se paga a $1.200?
a. Averigüe la cantidad de litros de leche que se reciben en los 7 días
b. Halle el número de botellas de leche, correspondientes a los litros de leche.
c. Calcule el precio total de las botellas de leche.

4. Observa las diferentes figuras que se presentan y clasifícalas como consideres que sea más adecuado, exponiendo el criterio aplicado para el efecto.



5. Selecciona la respuesta correcta

Se quieren colocar banderines situados a la misma distancia unos de otros, en un solo costado de la cancha de microfútbol, que tiene 18 metros de lado, como se muestra en la figura



- La distancia entre los banderines 3 y 4 mide
  a. 1 metro
  b. 2 metros
  c. 3 metros
  d. 4 metros
- Para colocar banderines alrededor de toda la cancha, el número total de banderines que se necesita es:
  a. 11 banderines
  b. 16 banderines
  c. 18 banderines
  d. 22 banderines

La longitud de cada uno de los listones de madera que se muestran a continuación puede obtenerse con ayuda de una regla, cuya longitud es de 30 centímetros.

- ¿Cuánto mide de largo el tercer listón?
  a. 2 centímetros
  b. 4 centímetros
  c. 26 centímetros
  d. 30 centímetros

- ¿Cuántos listones como el segundo se necesitan para construir otro, cuyo largo sea aproximadamente igual al primer listón?
  a. Menos de dos listones
  b. Más de siete listones
  c. Entre cinco y seis listones
  d. Entre tres y cuatro listones

GUIA # 1

COMPRENDAMOS LOS ATRIBUTOS MENSURABLES DE LOS OBJETOS, LAS UNIDADES Y SISTEMAS DE MEDIDAS, TRABAJO CON LAS MEDIDAS DE LONGITUD

LOGROS:

- Identificar atributos mensurables en diferentes contextos
- Reconocer el metro como la unidad de las medidas de longitud
- Identificar los múltiplos y submúltiplos del metro
- Solucionar problemas sobre medidas de longitud

ACTIVIDADES BÁSICAS

MOTIVACIÓN:

En la vida diaria constantemente se hacen mediciones, por ejemplo: el tiempo que toma trasladarse de un lugar a otro, la cantidad de mercancías que se compran, etc. Las mediciones son importantes, tanto en la vida cotidiana como en la experimentación en donde permiten reunir información para después organizarla y obtener conclusiones.

El científico inglés William Thomson Kelvin (1824 – 1907) resumió la importancia de la medición como parte esencial del desarrollo de la ciencia, en el siguiente comentario *"Con frecuencia digo que cuando se puede medir y expresar con números aquello sobre lo cual se está hablando, se sabe algo del tema; pero cuando no se puede medir, es decir, cuando no es posible expresarlo con números, el conocimiento es insuficiente".*

Si utilizamos cualquier objeto para medir, los resultados serán diferentes, dependiendo del objeto empleado para comparar. Para evitar esto se utilizan los patrones de medida, que son acuerdos internacionales para medir y obtener el mismo resultado.

Con mi equipo de trabajo

1. Observamos el siguiente video y lo discutimos con los demás compañeros

http://aprendemosconlasmates.wordpress.com/unidades-de-medida-2/

2. Analizo las siguientes láminas y

- Escribo todos lo que se puede medir.
- ¿Qué instrumentos de medición se podrían emplear?
- Realizo estimaciones para calcular las posibles medidas de todo lo que observo en las láminas

Leo, analizo y consigno en mi cuaderno lo más importante

MEDIDAS DE LONGITUD

Cuando medimos la longitud de un objeto, estamos viendo cuantas veces entra una unidad de medida en el largo del objeto. Para que todos obtengamos el mismo resultado debemos usar la misma unidad de medida. Para ello se creó una unidad principal de longitud llamada metro que es fija, universal e invariable.

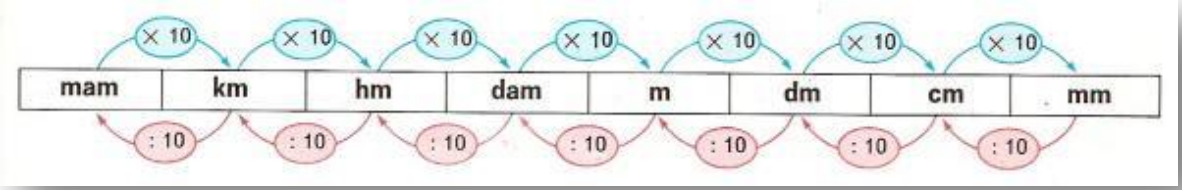
El sistema de unidades de medida que incluye al metro junto a sus múltiplos y submúltiplos se llama Sistema Métrico Decimal.

Si deseamos medir longitudes más pequeñas que el metro, utilizaremos:

decímetro	dm	1 dm = 0,1 m
centímetro	cm	1 cm = 0,01 m
milímetro	mm	1 mm = 0,001 m
1 m = 10 dm = 100 cm = 1.000 mm		

Si deseamos medir longitudes más grandes que el metro, utilizaremos:

decámetro	dam	1 dam = 10 m
hectómetro	hm	1 hm = 100 m
kilómetro	km	1 km = 1.000 m
1 m = 0,1 dam = 0,01 hm = 0,001 km		



Otras medidas de longitud

Para medir distancias grandes

Para medir distancias muy grandes, sobre todo en astronomía, se utilizan las siguientes medidas:

- 1. Unidad astronómica
- 2. El año-luz
- 3. El pársec

1. Unidad astronómica

Una unidad astronómica es la distancia media Tierra−Sol. Se utiliza en la medición de órbitas y trayectorias dentro del Sistema Solar.

Equivalencia:
1 UA = 149 597 871 km

Para medir distancias microscópicas

Para medir distancias muy pequeñas se utilizan las siguientes medidas:

- 1. Micra o micrómetro
- 2. Nanómetro
- 3. Ángstrom

1. La micra o micrómetro

Equivale a una millonésima parte de un metro.

Equivalencia:
1 μm = 0.000001 m

2. El nanómetro

Utilizado para medir la radiación ultravioleta, radiación infrarroja y la luz. Recientemente la unidad ha cobrado notoriedad en el estudio de la nanotecnología, área que estudia materiales que poseen dimensiones de unos pocos nanómetros. Equivale a una mil millonésima parte de un metro.

Equivalencia:

1 nm = 0.000000001 m

3. El ángstrom

Es la unidad empleada principalmente para expresar longitudes de onda, distancias moleculares y atómicas.
Equivale a una diez mil millonésima parte de un metro.

Equivalencia:
1 Å = 0.0000000001 m

ACTIVIDADES DE PRÁCTICA

Resuelvo en mi cuaderno

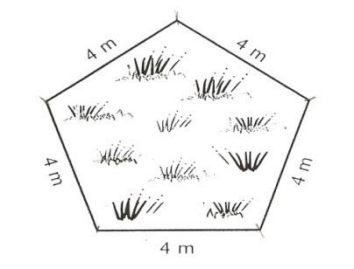
1. Mido y escribo mi estatura en términos de la unidad principal de longitud y sus múltiplos.
2. Completo la siguiente tabla

Metros	Hm	dm	cm	mm	Km
34,02					
48,564					
0,453					
1,23					
128,243					
1.248,5					

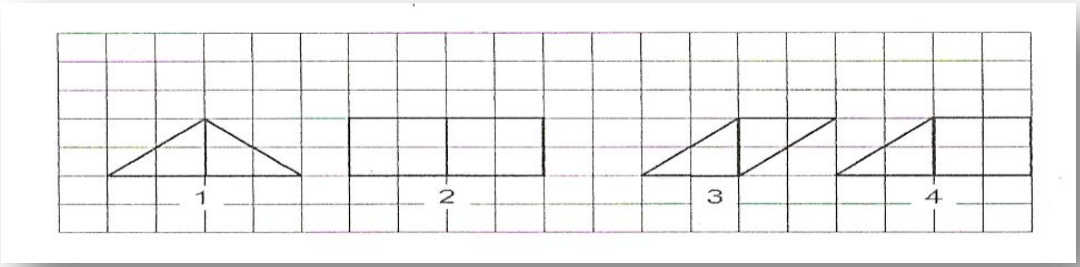
3. Dentro de las unidades de longitud existen algunas que no pertenecen al sistema decimal, consulto el valor de cada una de ellas en metros.
   a. 1 yarda = _____ metros
   b. 1 vara = _____ metros
   c. 1 pie = _____ metros

d. 1 pulgada = _____ metros
e. 1 cuarta = _____ metros
f. 1 milla = _____ metros

4. En la Institución Educativa Pío XI, en el grado octavo, se desea armar una comparsa para el primer día de logros, en el mes de Marzo, por lo tanto se necesita confeccionar algunos disfraces. Por tal motivo se compraron 36 metros de tela y a la fecha se han utilizado 45 dm y 845 cm de tela ¿Cuántos metros de tela se han utilizado?
5. Roberto da un paseo en bicicleta y recorre 4,2 km. ¿Cuántos metros ha recorrido?
6. Una pieza de tela mide 3 dam y 7m y se han vendido 2 dam y 3m ¿Cuántos dm de tela quedan por vender?
7. ¿Cuántos cm quedan de una tabla que mide 65 dm de larga si se corta un trozo de 257 cm?
8. Una calle mide 450 m de larga, ¿Cuántos m se deben añadir para que mida 1 km de larga?
9. Un chico quiere recorrer 7 km. Si ha andado 2.345 m ¿Cuántos metros le faltan para llegar al final?
10. Una finca tiene la forma que muestra el dibujo. Se quiere colocar luz en todos los bordes de esa finca. Para ello se colocarán postes cada 4 metros. Además se deben de dar dos vueltas alrededor de la finca con el cable que lleva la electricidad.



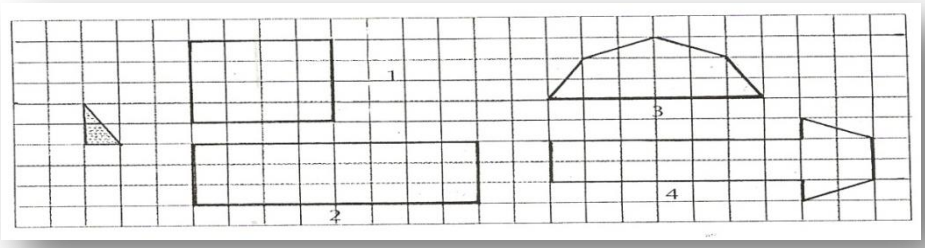
- ¿Cuántos postes se utilizarán en total?
  a. 5
  b. 3
  c. 6
  d. 7
- ¿Cuántos decímetros mide el borde de la finca?
  a. 20 decímetros
  b. 2 decímetros
  c. 200 decímetros
- ¿Cuántos metros de cable se necesitan?
  a. 20 metros
  b. 400 metros
  c. 40 metros
  d. 200 metros



11. El par de figuras cuya superficie tiene el mismo tamaño es:
    a. La 1 y la 2
    b. La 2 y la 4
    c. La 3 y la 4
    d. La 1 y la 3

12. Responde observando las figuras

- ¿Cuántos triángulos mide el cuadrado?
    a. Mide 16 triángulos
    b. Mide 40 triángulos
    c. Mide 8 triángulos
    d. Mide 12 triángulos



- ¿Qué figuras tienen la misma superficie?
    a. La 2 y la 3
    b. La 2 y la 4
    c. La 1 y la 3
    d. La 1 y la 4

ACTIVIDADES DE APLICACIÓN

VISITEMOS UNA FINCA Y APLIQUEMOS EL CONOCIMIENTO

GUIA DE TRABAJO

1. Miro todo lo que hay a mi alrededor, escribo todo lo que se puede medir en este lugar.

_____
_____
_____

2. ¿Cómo creo que se mide el tamaño de la finca?

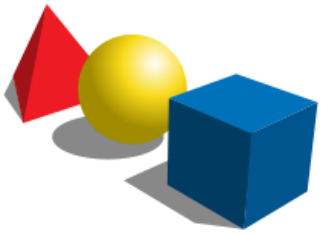
_____
_____
_____

Después de escuchar la explicación del instructor respondo las siguientes preguntas.

3. ¿Qué distancia hay del pueblo a este lugar?
4. ¿Cuántos cultivos tiene la finca? _____
5. ¿Cuántos metros son destinados para cada cultivo? ¿Por qué? _____
   _____
6. ¿Qué instrumentos de medida usa el agricultor diariamente?, ¿qué uso le da a cada uno? _____
7. ¿Si el agricultor, en el momento de medir, no cantara con el instrumento adecuado, como podría hacer sus medidas? _____
   _____
   _____

8. Teniendo en cuenta el lugar, invento 3 situaciones problema y las doy a otros compañeros para que las resuelvan.
9. Elaboro el dibujo de la finca
10. ¿Este conocimiento para qué me sirve en la cotidianidad? Justifico mi respuesta.

11. ¿Qué fue lo que más me gusto de esta guía y de la salida?



GUIA # 2

CONOZCAMOS ÁREAS Y VOLÚMENES DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS. APRENDAMOS A MEDIR SUPERFICIES

LOGROS:

- Establecer las diferencias y analogías (semejanzas) entre prismas, pirámides, conos, cilindros y esferas.
- Construir sólidos geométricos como: cubos, pirámides, prismas, cilindros; utilizando patrones establecidos.
- Hallar el área y el volumen de diferentes figuras y sólidos geométricos.
- Solucionar situaciones problema aplicando el conocimiento adquirido.

ACTIVIDADES BÁSICAS

Con mi equipo de trabajo respondo los interrogantes

1. ¿Qué sólidos geométricos conocemos?
2. ¿Cómo nos damos cuenta que espacio están ocupando?
3. ¿Qué diferencias existen entre sólido geométrico y figura geométrica?
4. ¿Qué fórmulas conocemos para hallar el volumen y el área de cualquier figura o sólido geométrico?
5. Tomo una hoja en blanco:
   - Dibujo por lo menos en ella siete figuras geométricas (triángulos, cuadrados, rectángulos, trapecios, paralelogramos) hasta cubrirla por completo.
   - Recorto todas las figuras
   - Invento un juego o cualquier otra actividad creativa con ellas. Para este juego debes de tener en cuenta los cálculos de áreas y volúmenes. Elaboro mis propias conclusiones.
6. ¿Qué sólidos geométricos se identifican en las siguientes láminas?

Watch on YouTube

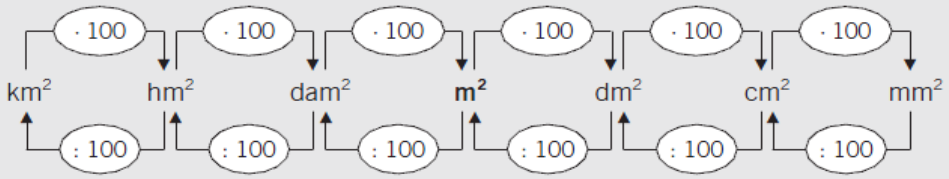
Leo, analizo y consigno en mi cuaderno lo más importante

UNIDADES DE SUPERFICIE

- El **metro cuadrado** es la unidad principal de superficie. Se escribe **m^2**.
- Un metro cuadrado es la superficie de un cuadrado que tiene 1 metro de lado.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del m^2 son:

MÚLTIPLOS DEL METRO CUADRADO			UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL METRO CUADRADO		
1.000.000 m^2 kilómetro cuadrado km^2	10.000 m^2 hectómetro cuadrado hm^2	100 m^2 decámetro cuadrado dam^2	**metro cuadrado m^2**	0,01 m^2 decímetro cuadrado dm^2	0,0001 m^2 centímetro cuadrado cm^2	0,00001 m^2 milímetro cuadrado mm^2

- Para medir superficies de grandes objetos se utilizan:

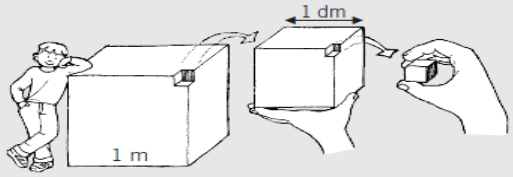


- Para medir grandes superficies, como extensiones agrarias o terrestres, se emplean otras unidades:

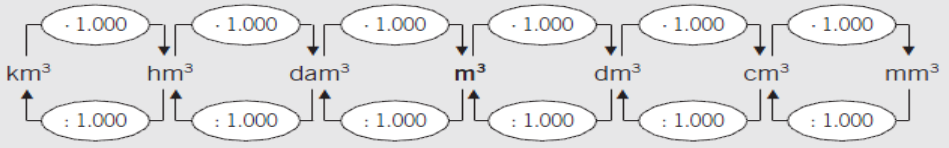
Unidades	Símbolo	Equivalencia	Equivalencia (en m^2)
Hectárea	ha	1 hm^2	10.000 m^2
Área	a	1 dam^2	100 m^2
Centiárea	ca	1 m^2	1 m^2

UNIDADES DE VOLUMEN

- El **metro cúbico** es la unidad principal de volumen. Se escribe **m^3**.
- Un metro cúbico es el volumen de un cubo que tiene 1 metro de arista.
- Los múltiplos del m^3 son cubos que tienen de arista múltiplos del metro:
  - 1 decámetro cúbico, dam^3, es un cubo que tiene de arista 1 dam.
  - 1 hectómetro cúbico, hm^3, es un cubo que tiene de arista 1 hm.
  - 1 kilómetro cúbico, km^3, es un cubo que tiene de arista 1 km.
- Los submúltiplos del m^3 son cubos que tienen de arista submúltiplos del metro:
  - 1 decímetro cúbico, dm^3, es un cubo que tiene de arista 1 dm.
  - 1 centímetro cúbico, cm^3, es un cubo que tiene de arista 1 cm.
  - 1 milímetro cúbico, mm^3, es un cubo que tiene de arista 1 mm.

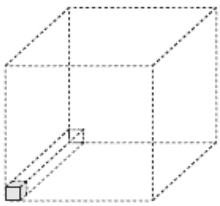


- Para transformar una unidad de volumen en otra se multiplica o se divide por 1.000.

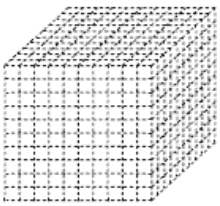


EJEMPLO

El volumen de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa.
Sabemos que 1 $dm^3 = 1.000\ cm^3$, es decir, que en un cubo de 1 dm (10 cm) de arista caben 1.000 cubos de 1 cm de arista.



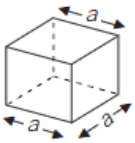
1 cm^3



1 $dm^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000\ cm^3$

El volumen de un cubo es igual a:
largo · ancho · alto $= a \cdot a \cdot a = a^3$

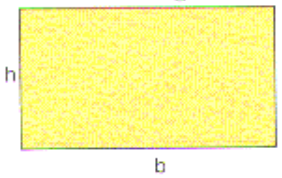
$V_c = a^3$



AREAS DE FIGURAS

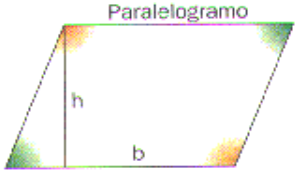
❖ Área de figuras poligonales

Rectángulo



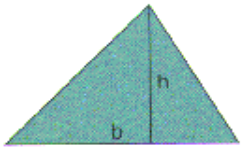
$S = b \cdot h$

Paralelogramo



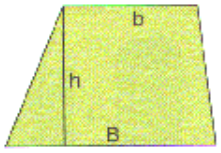
$A = b \cdot h$

Triángulo



$A = \frac{b \cdot h}{2}$

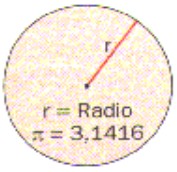
Trapecio



$A = \frac{(B + b)}{2} h$

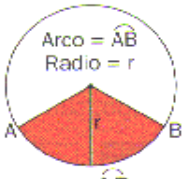
❖ Área de figuras curvilíneas

Círculo



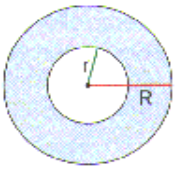
$A = \pi r^2$

Sector circular



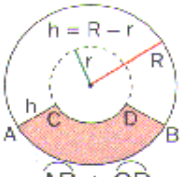
$A = \frac{\overset{\frown}{AB} \cdot r}{2}$

Corona circular



$A = \pi R^2 - \pi r^2$

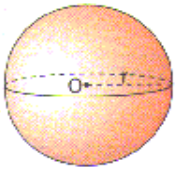
Trapecio circular



$A = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2} h$

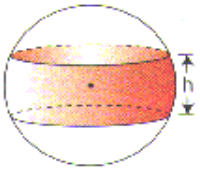
❖ Área de figuras esféricas

Esfera



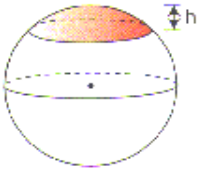
$A = 4\pi r^2$

Zona esférica



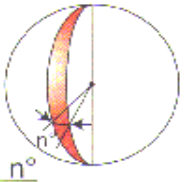
$A = 2\pi r \cdot h$

Casquete esférico



$A = 2\pi r \cdot h$

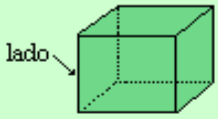
Huso esférico



$A = \frac{4\pi r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ}$

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

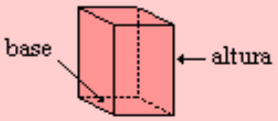
Cubo



Volumen cubo $= l^3$

El volumen de un cubo se obtiene elevando al cubo la longitud de su arista

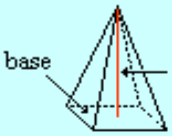
Prisma



Volumen prisma = sup. base x h

El volumen de un prisma se obtiene multiplicando la superficie de su base por la altura del prisma.

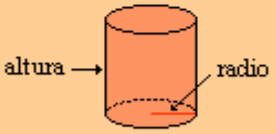
Pirámide



Volumen pirámide $= \frac{\text{sup. base x h}}{3}$

El volumen de una pirámide es equivalente a un tercio del volumen de un prisma de igual base y altura.

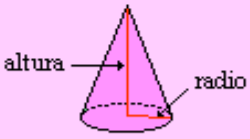
Cilindro



Volumen cilindro $= (\pi \times r^2) \times h$

El volumen de un cilindro se obtiene multiplicando la superficie de su base por la altura del cilindro.

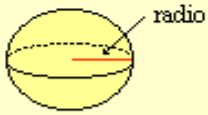
Cono



Volumen cono $= \frac{(\pi \times r^2) \times h}{3}$

El volumen de un cono es equivalente a un tercio del volumen de un cilindro de igual base y altura.

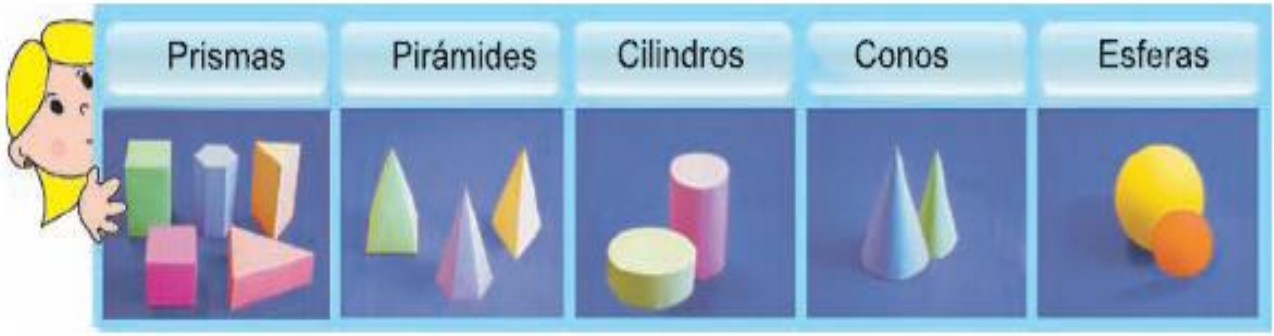
Esfera



Volumen esfera $= \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

El volumen de una esfera es igual a $\frac{4}{3}$ de π por el radio al cubo.

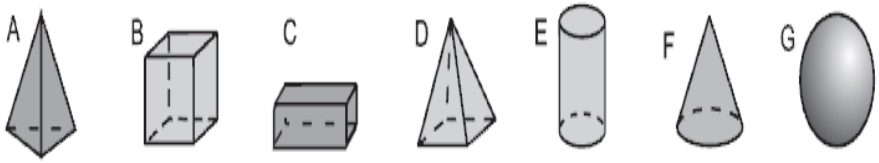
CARACTERÍSTICAS DE LOS SÓLIDOS



ACTIVIDADES DE PRÁCTICA

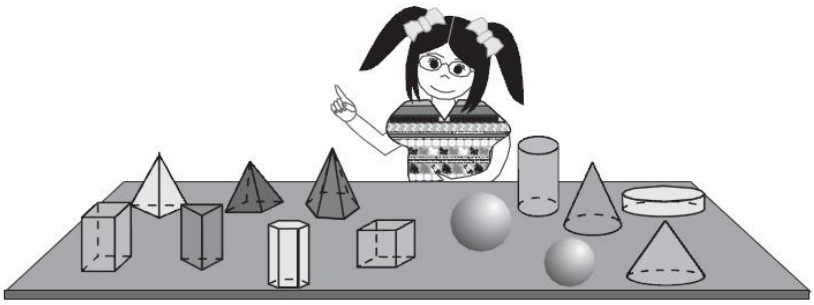
Resuelvo en mi cuaderno

1. Escriba el nombre de cada sólido geométrico



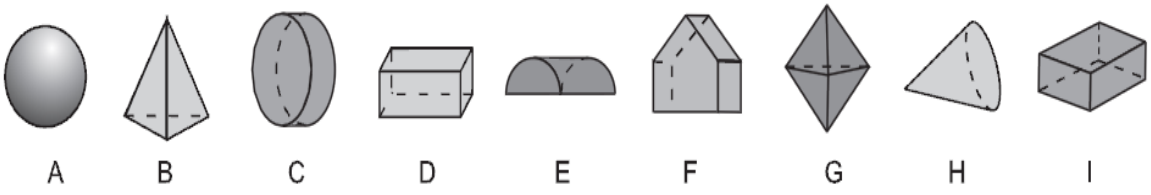
2. Escriba el nombre de los elementos indicados en cada sólido geométrico

3. Observo como una niña clasifica los sólidos geométricos

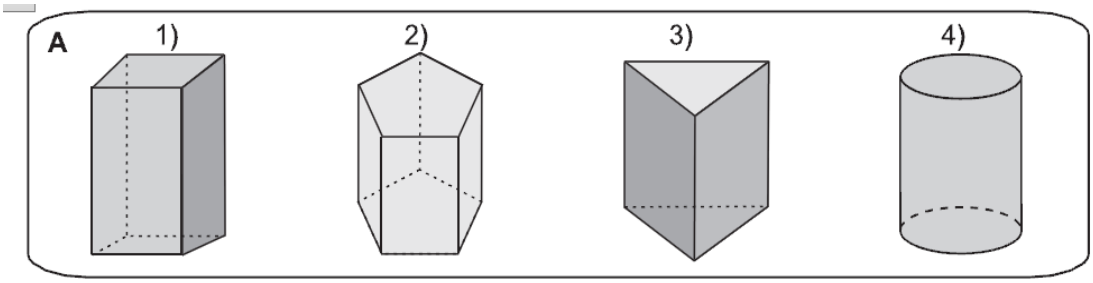


¿Qué criterio utilizó la niña para clasificarlos?

4. Clasifico los sólidos en poliedros o cuerpos redondos



5. Observo las siguientes figuras y respondo:
   a. ¿Qué descubro si comparo la cara paralela a la cara que está como base de cada sólido?
   b. ¿Son iguales las caras que están arriba y debajo de cada sólido?



Resuelvo en mi cuaderno los siguientes problemas

6. Calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de una habitación que tiene 5 m de largo, 40 dm de ancho y 2500 mm de alto.

7. Una piscina tiene 8 m de largo, 6 m de ancho y 1.5 m de profundidad. Se pinta la piscina a razón de $ 6.000 el metro cuadrado.

   a. Cuánto costará pintarla.

   b. Cuántos litros de agua serán necesarios para llenarla.

8. En un almacén de dimensiones 5 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de alto queremos almacenar cajas de dimensiones 10 dm de largo, 6 dm de ancho y 4 dm de alto. ¿Cuantas cajas podremos almacenar?

9. Determina el área total de un tetraedro, un octaedro y un icosaedro de 5 cm de arista.

10. Calcula la altura de un prisma que tiene como área de la base 12 dm2 y 48 l de capacidad.

11. Un cilindro tiene por altura la misma longitud que la circunferencia de la base. Y la altura mide 125.66 cm. Calcular:

    a. El área total.

    b. El volumen

12. En una probeta de 6 cm de radio se echan cuatro cubitos de hielo de 4 cm de arista. ¿A qué altura llegará el agua cuando se derritan?

13. La cúpula de una catedral tiene forma semiesférica, de radio 50 m. Si restaurarla tiene un costo de 300.000 el m^2, ¿A cuánto ascenderá el presupuesto de la restauración?

14. ¿Cuántas losetas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para recubrir las caras de una piscina de 10 m de largo por 6 m de ancho y de 3 m de profundidad?

15. Un recipiente cilíndrico de 10 cm de radio y y 5 cm de altura se llena de agua. Si la masa del recipiente lleno es de 2 kg, ¿cuál es la masa del recipiente vacío?

16. Para una fiesta, Luís ha hecho 10 gorros de forma cónica con cartón. ¿Cuánto cartón habrá utilizado si las dimensiones del gorro son 15 cm de radio y 25 cm de generatriz?

17. Un cubo de 20 cm de arista está lleno de agua. ¿Cabría esta agua en una esfera de 20 cm de radio?

18. Me fijo en la siguiente figura y completo el cuadro que aparece a continuación

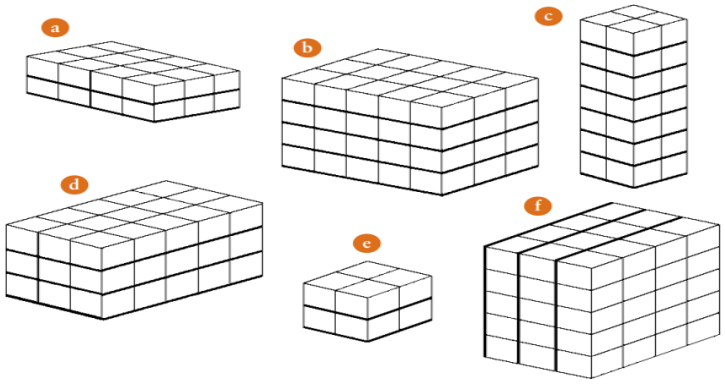


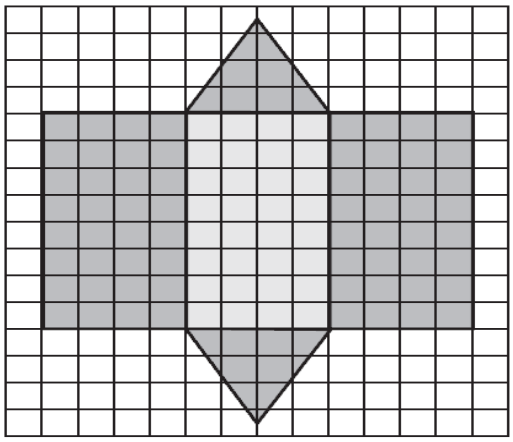
Figura	Cajas por capa	Número de capas	Número total de capas
a			
b			
c			
d			
e			
f			

ACTIVIDADES DE APLICACIÓN

1. CONSTRUYAMOS ALGUNOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Utilizo cartulina para construir los sólidos geométricos, encuentro el área y el volumen de cada sólido construido.

PRISMA



1) ¿Qué figura geométrica forma cada base?

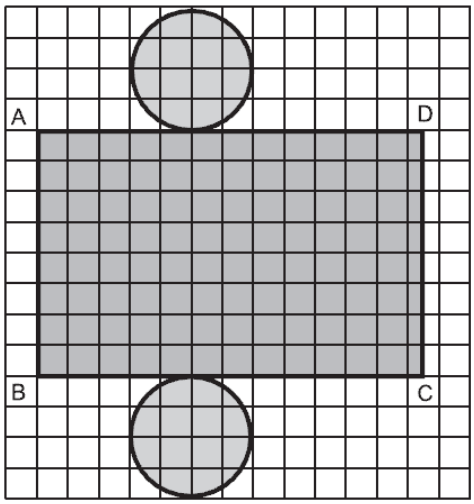
2) ¿Qué figura geométrica forma cada cara lateral?

3) ¿Cuántas caras laterales hay?

4) En el desplegado, ¿dónde está la altura?

5) Copie el desplegado o desarrollo sobre una hoja cuadriculada. Después péguelo sobre una hoja de papel construcción o sobre un cartón delgado y constrúyalo.

CILINDRO



1) ¿Qué figura geométrica forma las bases?

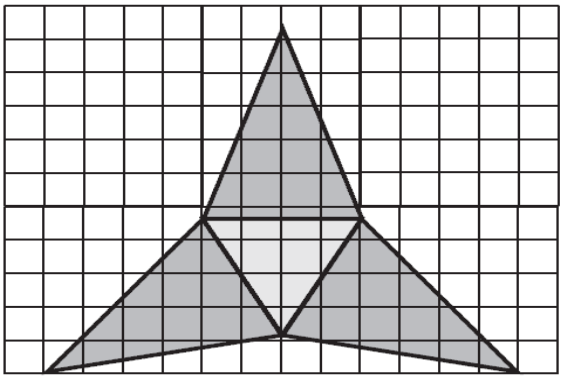
2) ¿Qué figura geométrica forma la cara lateral?

3) ¿Con cuál longitud de la base coincide el lado AD?

4) ¿Cuánto mide el lado AD?

5) Copie el desplegado o desarrollo sobre una hoja cuadriculada. Después péguelo sobre una hoja de papel construcción o sobre un cartón delgado y constrúyalo.

PIRÁMIDE



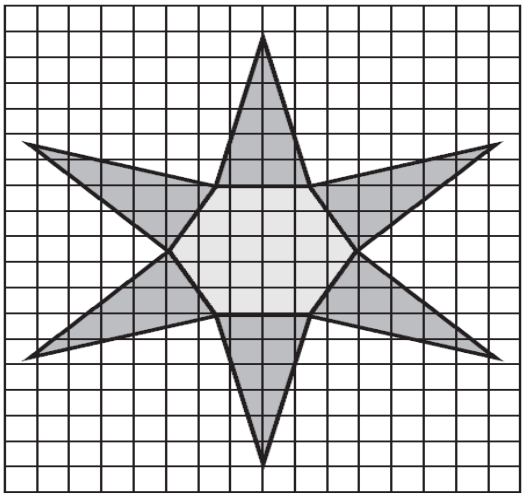
1) ¿Qué figura geométrica forma la base?

2) ¿Qué figura geométrica forma cada cara lateral?

3) ¿Cuántas caras laterales hay?

4) Copie el desplegado o desarrollo sobre una hoja cuadriculada. Después péguelo sobre una hoja de papel construcción o sobre un cartón delgado y constrúyalo.

PRISMA HEXAGONAL



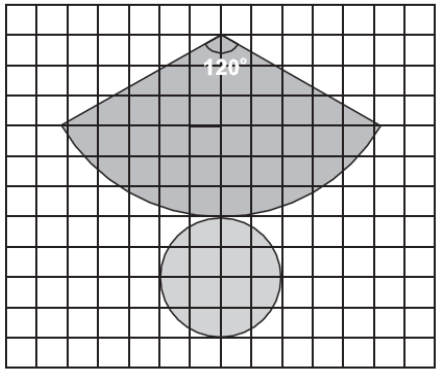
1) ¿Qué figura geométrica forma la base?

2) ¿Qué figura geométrica forma cada cara lateral?

3) ¿Cuántas caras laterales hay?

4) Copie el desplegado o desarrollo sobre una hoja cuadriculada. Después péguelo sobre una hoja de papel construcción o sobre un cartón delgado y constrúyalo.

CONO



1) ¿Qué figura geométrica forma la base?

2) ¿Qué forma tiene la cara lateral?

2. VISITEMOS LA PISCINA MUNICIPAL Y APLIQUEMOS EL CONOCIMIENTO

GUIA DE TRABAJO

1. ¿Qué forma tiene la piscina?
2. ¿Cuántos litros de agua podría tener la piscina?
3. Utilizo los instrumentos necesarios para calcular el volumen de la piscina
4. ¿Cuál es el área de la superficie de la piscina? ¿Cómo hago para encontrarla?
5. ¿Cuántas losetas cuadradas fueron necesarias para recubrir las caras de la piscina? ¿Cuál es el área de cada loseta?

GUIA # 3

APRENDAMOS A MEDIR EL PESO Y LA CAPACIDAD

LOGROS:

- Reconocer el litro como la unidad de las medidas de capacidad.
- Reconocer el gramo como la unidad de las medidas de peso
- Identificar los múltiplos y submúltiplos del litro y del gramo
- Reconocer la relación entre las medidas de capacidad, peso y volumen
- Solucionar problemas sobre medidas de capacidad, peso y volumen

ACTIVIDADES BÁSICAS

MOTIVACIÓN:

La leche, el aceite de cocina, las bebidas gaseosas, entre otras, se venden por litros. El contador del acueducto mide en metros cúbicos el agua consumida en cada casa. El contenido de las drogas viene expresado en mililitros o en miligramos. La mayoría de los productos de la llamada “Canasta Familiar” se compran por kilogramos o libras.

Como se puede ver, las medidas de volumen, capacidad, y peso son temas corrientes de la vida cotidiana. Por eso su conocimiento exacto y profundo es absolutamente necesario.

Con mi equipo de trabajo

- Ordeno varios objetos de masas diferentes según éstas, sirviéndome de la balanza. Las masas han de ser lo suficientemente próximas como para no poderse ordenar usando solo la estimación dada por la sopesada de las manos.
- Fabrico con bolsas de arena, cajas de cerillas, plastilina o similares objetos más o menos pesados que uno dado, el doble, el triple, la mitad, etc.

- Estimo cuántas piezas de frutas entran en un kilo según se trate de ciruelas, naranjas, manzanas, entre otras.
- Escribo situaciones de la vida diaria donde encontremos el litro como unidad de medida.

Pienso y resuelvo:

Hay tres montones A, B y C de cajas de cerillas, idénticos en cuanto a su aspecto externo.

Cada uno de los montones está formado por cajas de cerillas de 40, 50 y 80 gramos, respectivamente; no hay, por tanto, cajas de distinto tipo en un mismo montón.

¿Cómo proceder para averiguar en una sola pesada donde se encuentran, respectivamente, las cajas de 40, 50 y 80 gramos?

Leo, analizo y consigno en mi cuaderno lo más importante

EL GRAMO COMO UNIDAD DE LAS MEDIDAS DE PESO

En muchas ocasiones es posible responder a preguntas como: ¿Cuánto pesa usted? ¿Cuánto cree que pesa tal cuerpo? Para responder exactamente a ellas, es necesario conocer las unidades utilizadas para medir el peso de los cuerpos.

La unidad con la que se mide el peso de los cuerpos es el gramo, peso que equivale al peso de un centímetro cúbico de agua destilada.

IMPORTANTE: El peso de un centímetro cúbico de agua destilada se llama un grano y se escribe 1 gr

Los submúltiplos del gramo son: el decigramo, el centigramo y el miligramo. Las unidades de peso también aumentan o disminuyen de 10 en 10 como las de la longitud y la capacidad que hemos estudiado. Por esta razón se han escrito estas equivalencias:

1 gramo: 10 decigramos (dg). Se multiplica por 10

1 gramo: 100 centigramos (cg) Se multiplica por 100

1 gramo: 1.000 miligramos (mg). Se multiplica por 1000

Ejemplo:

Expresar 15 gramos en decigramos 15 gr = 15 x 10 = 150 dg

EXPRESIÓN DE LOS SUBMÚLTIPLOS DEL GRAMO EN GRAMOS

Nos podemos valer de la regla práctica que acabamos de estudiar para efectuar un procedimiento inverso al anterior así:

PARA EXPRESAR:

Decigramos en gramos se divide entre 10

Centigramos en gramos se divide entre 100

Miligramos en gramos se divide entre 1000

Ejemplo:

Expresar 15 decigramos en gramos 15 dg = 15 / 10 = 1,5 gr

MÚLTIPLOS DEL GRAMO

Los múltiplos del gramo o unidades mayores que el gramo son:

El Decagramo = 10 gramos

El Hectogramo = 100 gramos

El Kilogramo = 1.000 gramos

Con estas equivalencias se concluye: para expresar el Decagramo (Dg), el Hectogramo (Hg) y el Kilogramo (Kg) en gramos, se multiplica por 10, 100 y 1000 respectivamente.

Ejemplo:

¿A Cuántos gramos equivalen 29 Decagramos? 29 Dg = 29 x 10 = 290 gramos

EXPRESAR EL GRAMO COMO PARTE DE SUS MÚLTIPLOS

Podemos valernos de la regla práctica para expresar los múltiplos en gramos, efectuando un proceso inverso al anterior, de acuerdo con las equivalencias conocidas. Con estas equivalencias se concluye:

Para expresar el gramo en Decagramo, Hectogramo y kilogramo, se divide entre 10, 100 y 1.000 respectivamente.

Ejemplo:

Expresar 392 gramos en Decagramos: 392 gr = 392 / 10 = 39,2 Dg

OTRAS UNIDADES DE PESO

En Colombia se utilizan además de las ya estudiadas, otras unidades de peso. Las principales son:

1 tonelada = 80 arrobas = 1.000 Kilos = 2.000 libras

1 libra = 500 gramos

Para afianzar mis conocimientos observo el siguiente video http://www.youtube.com/watch?v=-6CPDmQLZoA

EL LITRO COMO UNIDAD DE LAS MEDIDAS DE CAPACIDAD

Para medir líquidos como el agua, la leche, el vino, la gasolina, el alcohol, etc. Se utilizan las medidas de capacidad. La unidad principal para medir la capacidad es el **LITRO**

Las medidas de capacidad, al igual que las medidas de peso también tiene múltiplos y submúltiplos, para hacer las conversiones se utiliza el mismo procedimiento.

UNIDADES DE MEDIDA DE LA CAPACIDAD

MULTIPLOS			UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS		
Kl	**Hl**	**Dl**	**Litro**	**dl**	**cl**	**ml**

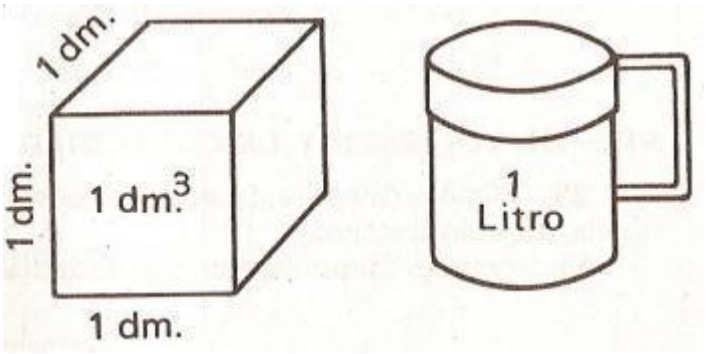
OTRAS MEDIDAS DE CAPACIDAD

En Colombia utilizamos otras medidas de capacidad como el galón y la botella.

Un galón equivale aproximadamente a 5 botellas y a 3,75 litros.

Una botella equivale a 750 mililitros.

Un litro equivale a 1,33 de botella.



A un dm^3 de volumen le corresponde un litro de capacidad y pesa 1 kg. Téngase en cuenta que el peso corresponde al agua destilada y no a otro líquido.

EJEMPLOS:

1. ¿Qué volumen en dm^3 ocupan 52 litros de agua pura y cuál es su peso en kilogramos?

   SOLUCIÓN: La relación entre el volumen y la capacidad expresa que 1dm de volumen corresponde 1 litro, luego 52 litros ocupan 52 dm^3 de volumen. Como un dm^3 de agua pura pesa 1 kg: 52 dm^3 pesan 52 kg.

2. 38,2 litros de agua pesan 38,2 kg ¿Qué volumen en dm^3 ocupan?

   SOLUCIÓN: Si un litro de agua ocupa 1 dm^3 de volumen, 38,2 L ocupan 38,2 dm^3 de volumen.

3. En un estanque caben 100 litros de agua pura ¿Cuál es el peso del agua en gramos?

   SOLUCIÓN: 1 litro de agua pura pesa 1 kg. Luego 100 litros pesan 100 kg. Expresemos el peso en gramos multiplicando los kg por 1.000 100kg = 100 x 1.000 = 100.000 gr. El peso del agua es de 100.000 gramos.

4. ¿Cuál es el volumen en m^3 que ocupan 85 litros de agua?

   Los 85 litros ocupan un volumen de 85 dm^3. Expresemos los dm^3 en m^3 dividiendo los dm^3 entre 1000: 85 / 1.000 = 0,085 m^3

5. ¿Cuál es la capacidad en Kilolitros y el peso en toneladas de 4m^3 de agua? 4m^3 = 4.000 dm^3 4000 dm^3 corresponden a una capacidad de 4000 litros.

   a. Expresamos los litros en kl: 4000 / 1000 = 4 kilolitros

Con este ejemplo hemos encontrado una equivalencia importante: Un volumen de 1m^3 de agua corresponde a una capacidad de 1 kilolitro y en el cuadro resumen colocamos esta equivalencia

RECORDAR

A un volumen de	**Le corresponde una capacidad de**	**Y el agua contenida pesa**
1 decímetro cúbico	1 litro	1 Kilogramo
1 metro cúbico	1 Kilolitro	1 Tonelada

b. Calculemos el peso en toneladas. Como 1 dm^3 de agua pesa 1kg 1.000 dm^3 (o sea 1 m^3) pesarán 1.000 kilogramos (o sea 1 tonelada). Podemos escribir esta equivalencia importante

1 metro cúbico de agua pesa 1 tonelada

En el momento de la explicación se llevará el material necesario para hacer las demostraciones de dichas medidas.

ACTIVIDADES DE PRÁCTICA

Resuelvo en mi cuaderno

1. ¿Cuál es el peso en Kilogramos de 6 bultos de cemento si cada bulto pesa 0,8 toneladas?
   a. Peso de los 6 bultos en toneladas
   b. Peso en kilos
2. En un ascensor caben 15 personas cuyo peso en promedio es de 150 libras cada una ¿Cuántos kilos de peso soporta el ascensor?
3. Un camión puede transportar 8 toneladas de peso en un viaje ¿Cuántos viajes debe de hacer para transportar 24.000 kilos de carga?
4. Cuantos kilos faltan a:
   a. 3.500 kilos para completar 5 toneladas
   b. 1.890 kilos para completar 2,5 toneladas
   c. 189 kilos para completar 1 y media tonelada
5. Escriba el número correspondiente para que la igualdad sea verdadera:
   a. 7 litros = _____ decilitros
   b. 83 centilitros = _____ decilitros
   c. 3,4 litros = _____ Decalitros
   d. 2,8 Hectolitros = _____ Decalitros
   e. 15 Decalitros = _____ Litros
6. Completo las siguientes expresiones, escribiendo las unidades correspondientes
   a. 5 litros caben en un recipiente cuyo volumen interior es de _____
   b. 15 dm^3 de agua pura pesan _____
   c. 0,80 kilogramos de agua pura caben en un recipiente cuya capacidad es de _____
   d. 1.000 gramos es el peso de _____ de agua pura
   e. 8 litros de agua pesan _____ gramos y ocupan un volumen de _____
   f. 1.000 litros de agua o sea 1 _____ pesa _____ kg. o _____
7. Una vasija llena de agua pesa 40 kilogramos y después de sacar la cuarta parte de agua pesa 32 kilogramos ¿Cuál es la capacidad en litros de la vasija? ¿Cuántos kilogramos pesa la vasija vacía?

a. Peso en kilogramos de la cuarta parte de agua que se sacó
b. Peso total en kg del agua contenida en la vasija
c. Capacidad de la vasija
d. Peso de la vasija vacía

8. Un tanque tiene de largo 3,25 metros; de ancho 2,8 metros y de profundidad 2,5 metros y se encuentra con agua hasta la mitad.
   a. ¿Cuántos metros cúbicos de agua le caben al tanque cuando se llena?
   b. ¿Cuántos litros de agua contiene el tanque lleno?
   c. ¿Cuántos kilogramos pesa el agua que cabe en el tanque?
9. El volumen de un salón que mide 7 m de largo por 5,2 m de ancho es de 76,44 m^3 ¿Cuántos metros de altura tiene el salón?
10. La capacidad de una alberca es de 1.200 metros. Si se le han echado 0,8 kilolitros de agua, ¿Cuántos litros faltan para llenarla?
11. En una familia de 6 personas han gastado 42 m^3 de agua de un mes ¿Cuántos decímetros cúbicos gasta en promedio mensual cada persona?
12. Un rollo de alambre de púa de 300m pesa 40 kilogramos y cuesta $5.900. Si se divide en 50 chipas de alambre ¿Cuál es el peso en kg y el precio de cada chipa?
13. En una lechería han empacado 3 kilolitros de leche en envases de 750 mililitros ¿Cuántos envases resultan?
14. Un bus de pasajeros tiene cupo para 40 personas con un promedio de 60 kilos de peso. El conductor transporta hasta 60 personas en promedio. El peso de los asientos y la registradora es de 70 kilos y el peso máximo que soporta el bus de 3 toneladas ¿Cuál es el sobrepeso que soporta el bus?

VISITEMOS LA PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS DE ARANZAZU Y APLIQUEMOS EL CONOCIMIENTO

GUIA DE TRABAJO

1. Miro todo lo que hay a mi alrededor, escribo todo lo que se puede medir en este lugar.

_____

_____

_____

2. ¿Cómo creo que se mide el agua que llega a este lugar?

_____
_____
_____

Después de escuchar la explicación del instructor respondo las siguientes preguntas.

3. ¿Cuántos litros de agua llega a la planta por minuto? _____
4. ¿Cómo miden esta cantidad de agua que llega a la planta? _____ _____
5. ¿Cuántos litros de agua aproximados almacena la planta? _____
6. ¿Cuántos litros de agua son consumidos por los aranzacitas diariamente? _____ ¿Cómo se calcula dicha cantidad? _____ _____
7. ¿De qué forma es medido el cloro que aplican al agua para la potabilización de la misma?

_____
_____

8. ¿Qué otros químicos son utilizados en la potabilización del agua? ¿qué medida deben de tener?, ¿cómo lo hacen?

_____
_____

9. ¿En qué momento son utilizadas las medidas de peso en esta planta de tratamiento?

_____
_____

10. Elaboro el dibujo de la planta de tratamiento

11. ¿Este conocimiento para qué me sirve en la cotidianidad? Justifico mi respuesta.

_____
_____

12. ¿Qué fue lo que más me gusto de esta guía?

POS-TEST

1. Une cada magnitud con su unidad correspondiente

El agua de un embalse	36 kilómetros por hora
La capacidad de una lata de refresco	7450 metros cuadrados
La capacidad de una piscina	45 kilogramos
La velocidad de un ciclista	12000 litros
El peso de un bulto de papas	4500 kilogramos
La longitud de un bolígrafo	350 metros
El área de un cultivo de flores	33 centilitros
La distancia entre dos pueblos	15 centímetros
El peso de un camión	145 hectómetros cúbicos
La altura de un edificio	26 Kilómetros

2. Asocia una unidad de longitud con cada ejemplo

   a. La altura de una casa
   b. La longitud de una hormiga
   c. Tu altura
   d. La distancia entre dos ciudades
   e. El tablero de tu pupitre
   f. La anchura de una calle
   g. Una ventana
   h. Tu habitación

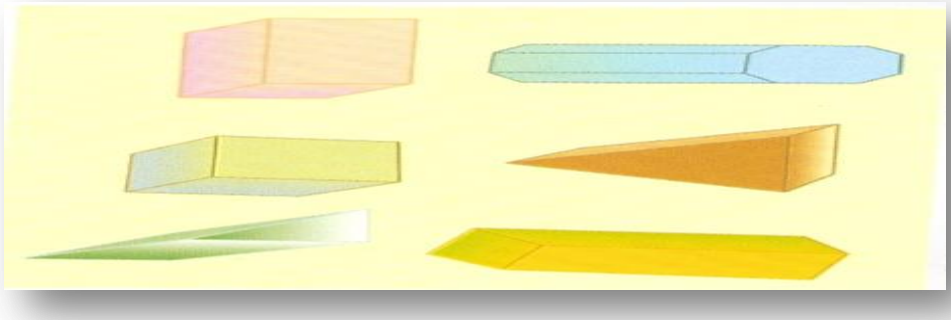
3. Resuelve las siguientes situaciones problema.

   a. Alberto, Luis y Adrián participan y ganan un concurso de salto de altura. Alberto salta 1,34 m., Luis 5 cm menos que Alberto y Adrián 0,6 dm más que Luis. Escribe ordenado el resultado de la prueba. ¿Cuántos milímetros ha saltado más Adrián que Luis?
   b. De Zaragoza a Barcelona hay 303 km. Haces un viaje con tus padres y paras dos veces antes de llegar. La primera parada la realizas cuando llevas recorrido 700 hm 25 m y la segunda 13.156 dam más adelante ¿Cuántos metros recorres en la tercera etapa?
   c. De tu casa al colegio hay 3 hm 25 dam y 26 m de distancia. La casa de tu amigo Pedro está 167 metros más cerca del colegio que la tuya. ¿Cuál es la distancia que hay entre tu casa y la de tu amigo? ¿Cuántos kilómetros

recorres de lunes a viernes en tus idas y venidas al colegio si cada día haces 4 viajes?

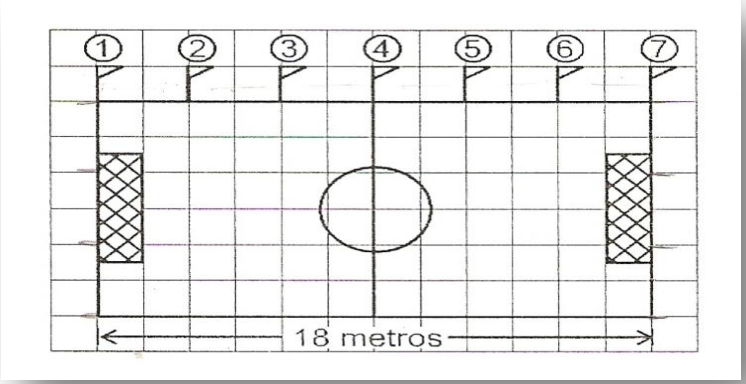
d. Para el verano, en mi pueblo, realizan una carrera de relevos para recorrer la distancia que hay entre la Plaza Mayor y la ermita de la Virgen. La distancia a recorrer es de 45 hm 64 dam 23 m. El primer relevista recorre 15 hm, el segundo la mitad que el primero, el tercero 240 dam y el cuarto el resto. Expresa la distancia recorrida por cada uno en metros y en kilómetros.
e. Una pista de baloncesto mide 40 metros de larga y 20 metros de ancha. Pepe tiene que dar 20 vueltas completas. ¿Cuántos kilómetros recorrerá?
f. La distancia entre dos pueblos es de 8 km 6 hm 25 dam. Sergio ha tardado en recorrer la distancia 3 horas. ¿Qué velocidad ha llevado? La velocidad se expresa en Km/hora.
g. A las bodegas del supermercado “El Caficultor” llegaron en un camión los siguientes artículos: 3 toneladas de arroz, 80 bultos de papa, cada bulto de 4 arrobas, 100 bultos de azúcar, cada bulto de 50 kilos ¿Cuál es el peso en toneladas de la carga recibida?
h. Un tanque de reserva se llena con 70.000 litros de agua. Si el tanque tiene 500 Hectolitros de agua ¿Cuántos litros hacen falta para que se llene?
    a. Expresar 500 Hectolitros en litros.
    b. Calcular los litros que faltan para llenar el tanque
i. A una distribuidora de leche llegan cada día 700 litros de leche ¿Cuánta leche se recibió durante 7 días y cuál es su valor si la botella se paga a $1.200?
    a. Averigüe la cantidad de litros de leche que se reciben en los 7 días
    b. Halle el número de botellas de leche, correspondientes a los litros de leche.
    c. Calcule el precio total de las botellas de leche.

4. Observa las diferentes figuras que se presentan y clasifícalas como consideres que sea más adecuado, exponiendo el criterio aplicado para el efecto.

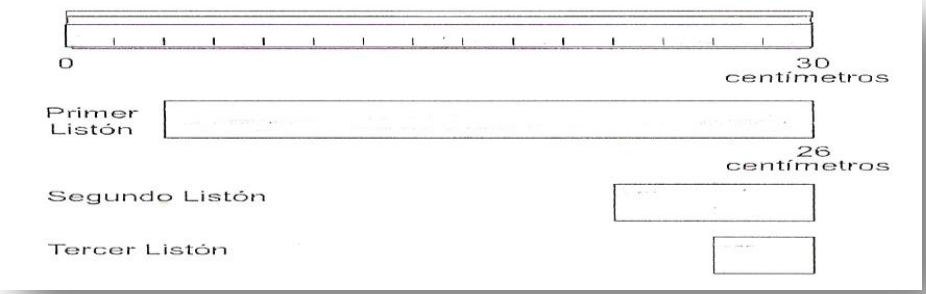


5. Selecciona la respuesta correcta

Se quieren colocar banderines situados a la misma distancia unos de otros, en un solo costado de la cancha de microfútbol, que tiene 18 metros de lado, como se muestra en la figura



- La distancia entre los banderines 3 y 4 mide
  a. 1 metro
  b. 2 metros
  c. 3 metros
  d. 4 metros
- Para colocar banderines alrededor de toda la cancha, el número total de banderines que se necesita es:
  a. 11 banderines
  b. 16 banderines
  c. 18 banderines
  d. 22 banderines



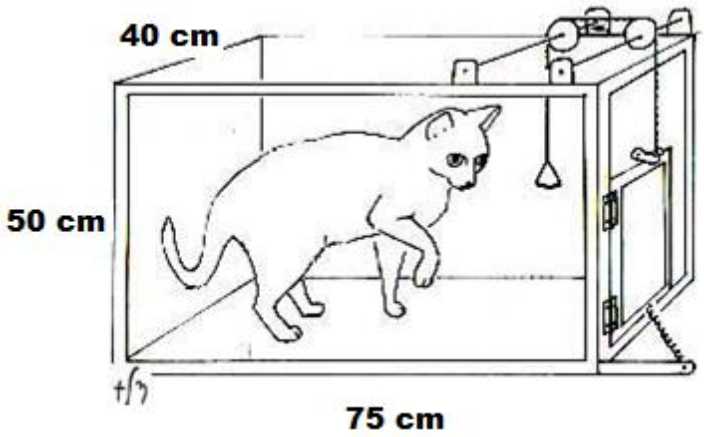
La longitud de cada uno de los listones de madera que se muestran a continuación puede obtenerse con ayuda de una regla, cuya longitud es de 30 centímetros.

- ¿Cuánto mide de largo el tercer listón?
    a. 2 centímetros
    b. 4 centímetros
    c. 26 centímetros
    d. 30 centímetros

- ¿Cuántos listones como el segundo se necesitan para construir otro, cuyo largo sea aproximadamente igual al primer listón?
    a. Menos de dos listones
    b. Más de siete listones
    c. Entre cinco y seis listones
    d. Entre tres y cuatro listones

6. Para dar una correcta solución a las siguientes situaciones, encuentra el volumen de cada una de las figuras

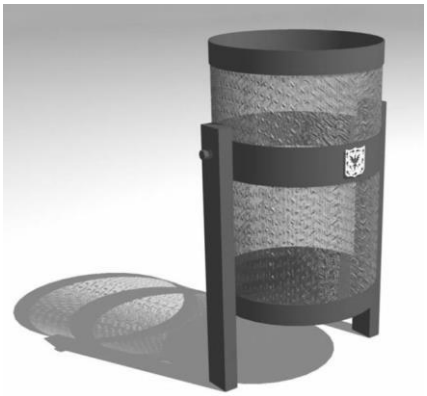
a. Según la gráfica, ¿Cuál es el espacio que ocupa la caja donde se encuentra el gato?



Para la fiesta de cumpleaños de Martín se diseñaron gorros como los que muestra la figura. si la altura del gorro son 30 cm y el radio de su base son 12 cm y su generatriz es de 32,31 cm

- ¿Qué espacio ocupa cada gorro?
- ¿Cuánta cartulina es necesaria para elaborar un gorro?

b. El grupo ambiental, “cuidadores del entorno”, dentro de su cronograma de actividades tiene, dotar la institución con recipientes como los que muestra la figura. Sabiendo que cada recipiente tiene una altura de 90 cm y un diámetro de 40 cm ¿Qué volumen ocupa cada caneca?



Bibliografía

[1] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Serie lineamientos curriculares de Matemáticas. 1998.

[2] PACHÓN VEIRA, Ramón Francisco, MANZANO AGUGLIARO Francisco. Metrología en las Civilizaciones de Mesopotamia, Egipto, Fenicia, Israel, Grecia, Cartago, Roma y otras culturas de la Antigüedad, XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, Santander, España – 5-7 junio de 2002.

[3] DICKSON, Linda y otros. El aprendizaje de las matemáticas, Editorial labor S.A., Madrid, 1991

[4] VASCO, Carlos E. El Constructivismo genético, Universidad Nacional. Bogotá, (en prensa)

[5] NTCM (2000). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Primera edición en castellano. Sevilla: S.A.E.M. Thales.

[6] DE GUZMAN, Miguel. Enseñanza de las ciencias y de las Matemáticas, Editorial popular, Madrid, 1993 pg. 111

Material Complementario

FUNDACIÓN ESCUELA NUEVA VOLVAMOS A LA GENTE. (2009). Escuela Nueva – Escuela Activa Manual para el docente. Bogotá. D.C: Fundación Escuela Nueva Volvamos a la Gente.

PEREZ Echeverría, María del Puy y Pozo Municio Juan Ignacio. Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender.

BROSSEAU, Guy; Brosseau, Nadie (1991 – 1992). El peso de un recipiente. Estudio de los problemas de la medición en CM traducción: Juan D. Godino. “Gran N”, n° 50, 65 – 87.

CHAMORRO Palza M. d. (1991). El problema de la medida: didáctica de las magnitudes lineales. Matemáticas: Cultura y aprendizaje. Madrid: Síntesis, S.A

FIGUEIRAS Ocaña, L. (2002). Tesis doctoral. Historia, matemáticas y realidad. El caso de la medida en la formación matemática de futuros maestros. Recuperado el 4 de Junio de 2007, de www.tesisenxarxa.net/TESIS_UAB/AVAILABLE/TDX-0123104-151356//lforesum1de1.pdf

Historia del Sistema Internacional de Unidades (SI). Febrero 2006, de http://www.metas.com.mx/guiametas/la-guia-metas-06-02-historia-del-si.pdf