UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Comparación entre el uso de órbitas cerradas y órbitas multivuelta para la evaluación de errores magnéticos.

Miguel Angel Morales Suarez

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física, Sede Bogotá
Bogotá, Colombia
2016

Comparación entre el uso de órbitas cerradas y órbitas multivuelta para la evaluación de errores magnéticos.

Miguel Angel Morales Suarez

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Física (MSc.)

Director:
Ph.D. Javier Fernando Cardona

Línea de Investigación:
Física de aceleradores
Grupo de Investigación:
Física de aceleradores

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física, Sede Bogotá
Bogotá, Colombia
2016

Dedicado:
A mi mamá por su inmenso apoyo
A mi familia por su comprensión
A mis amigos por su fraternidad

"Solo aquellos hombres con corazón de fuego y alma de cristal alcanzaran la llama de la eternidad"

A.D.

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a la Universidad Nacional de Colombia y al grupo de investigación Física de Aceleradores por haberme permitido realizar mis estudios de maestría. Expreso mis más sinceros agradecimientos al profesor Javier Fernando Cardona quien dirigió con infinita paciencia este proyecto durante su realización.

Un agradecimiento especial a Yohany Rodríguez García, compañero en el grupo de Física de aceleradores por su disposición para abordar conceptos físicos y detalles técnicos que aportaron al desarrollo de este trabajo. Igualmente un agradecimiento para Maria del Carmen Alabau Pons del CERN quien facilito los datos experimentales de órbitas cerradas del LHC analizados en este trabajo.

Resumen

Se presenta los conceptos básicos del movimiento transversal del haz en un acelerador de partículas. Se enuncian los métodos de corrección de órbitas y se establecen los fundamentos teóricos del método de acción y fase para la determinación localizada de errores magnéticos lineales. Simulaciones con órbitas cerradas y órbitas multivuelta (TBT) para determinar errores magnéticos normales y errores magnéticos equivalentes en los tripletes de la región de interacción 8 del LHC (IP8) son realizadas. Errores delgados son simulados y se encuentra que las órbitas cerradas comparten una precisión del método de hasta 7 cifras significativas al igual que las órbitas TBT. Para simulaciones de errores magnéticos equivalentes con ruido gaussiano de sigma 0.015mm (10 % del máximo de amplitud de las oscilaciones en los arcos) se encontró que la precisión es mayor para órbitas cerradas que para las órbitas TBT. Datos experimentales del año 2009 en el LHC son analizados para la región IP8 con órbitas cerradas y TBT, se hacen comparaciones de los errores equivalentes determinados en los tripletes de la región analizada.

Palabras clave: Métodos de corrección de órbitas, LHC, acción y fase, regiones de interacción, órbitas cerrada, órbitas multi-vuelta (TBT).

Contenido

Agradecimientos **7**

Resumen **9**

1. Introducción **2**
1.1. Objetivos 3
1.1.1. Objetivo general 3
1.1.2. Objetivos específicos 3

2. Modelo teórico del acelerador: ecuación de movimiento **6**
2.1. Análisis dinámico 6
2.2. Solución de la ecuación de movimiento 8
2.3. Análisis óptico: descripción del transporte del haz mediante matrices de transferencia. 9
2.4. Matriz de transporte en la aproximación de la lente delgada 11
2.5. Trayectoria y clases de órbita de un haz de partículas 12
2.5.1. La trayectoria 12
2.5.2. Órbita diseñada 13
2.5.3. Órbita cerrada 13
2.5.4. Órbitas vuelta tras vuelta TBT (turn by turn data) 13
2.6. Método de acción y fase 14
2.6.1. Análisis de acción y fase 14
2.7. Errores magnéticos dipolares y distorsión de la órbita cerrada 16

3. Simulación de órbitas cerradas en el LHC **20**
3.1. Estructura y óptica del LHC 20
3.2. Órbitas cerradas en el LHC 22
3.2.1. Simulación de órbitas cerradas en LHC con error dipolar 25

4. Estimación de errores cuadrupolares. **28**
4.1. Órbitas cerradas y análisis de acción y fase 28
4.2. Simulación de órbitas cerradas con errores cuadrupolares delgados. 29
4.3. Simulación de órbitas TBT con errores cuadrupolares delgados. 31
4.4. Simulación de órbitas TBT y órbitas cerradas incluyendo ruido gaussiano . . 33

4.5. Simulación de errores cuadrupolares en los tripletes de IR8. 34

5. Análisis experimentales de órbitas cerradas y órbitas TBT en el LHC 40
5.1. Datos experimentales: características y criterios de selección. 40
5.1.1. Órbitas diferencia 41
5.1.2. Determinación de errores equivalentes en la región IR8 mediante el uso de órbitas cerradas 43
5.1.3. Determinación de errores equivalentes en la región IR8 mediante el uso de órbitas TBT 47

6. Conclusiones y prospectos 50
6.1. Conclusiones 50
6.2. Prospectos 50

Bibliografía 51

Lista de Figuras

2-1. Sistema de coordenadas curvilíneo para el análisis de la trayectoria de una partícula en un acelerador. 6
2-2. Representación de una partícula atravesando elementos magnéticos simbolizados como lentes ópticas 9
2-3. Representación esquemática de los cambios producidos en las trayectoria de una partícula al atravesar los diferentes elementos magnéticos que componen la FODO celda 12
2-4. Trayectorias trazadas por 4 partículas durante una vuelta en el LHC alrededor de la trayectoria de referencia $s[m]$ 13
2-5. Efecto de un kick en la trayectoria de una partícula. En negro la trayectoria diseñada, en rojo la trayectoria producto del kick. 17

3-1. Diseño esquemático del LHC. 21
3-2. Diseño esquemático de un octante del LHC 22
3-3. Diseño esquemático de la red óptica del LHC: a) Funciones $\beta(s)$ b) FODO celdas 23
3-4. Zoom sobre una de las regiones de interacción.:Arriba fuciones $\beta(s)$, abajo sus respectivas FODO celdas 24
3-5. Trayectoria en el octante que contiene IR8 para la primera vuelta de una partícula simulada en el LHC con MAD-X, la órbita cerrada concuerda con la órbita diseñada en ausencia de errores magnéticos 25
3-6. Arriba: Trayectoria de una partícula simulada en el LHC con MAD-X por 183 vueltas con error dipolar superpuesta a la órbita cerrada obtenida del promedio de las 183 vueltas. Abajo: Oscilaciones de betatrón alrededor de la órbita diseñada $s = 0$, la órbitas cerrada y la órbita diseñada coinciden en ausencia de errores dipolares. 26
3-7. Zoom sobre una segmento del LHC, Arriba: Órbitas cerradas con error dipolar obtenidas con Twiss, modelo teórico, PTC-TRACK (promedio de órbitas TBT). Abajo: valor de las constantes de acción y fase durante el movimiento. 27

4-1. (a) Órbitas cerradas obtenidas con los correctores dipolares MCBH.24R4.B1 y MCBV.20L4.B1. Parte inferior: valor de las constantes de acción J y fase δ durante el movimiento (b) Zoom sobre IP8. 32

4-2. Órbitas TBT obtenidas mediante el uso del criterio de selección de rango con sus respetivas graficas de acción y fase. 34
4-3. (a) Relación entre el error magnético insertado en el triplete de IR8 y las posiciones s^* en el plano Horizontal para el corrector MCBH.14L5.B1 con diferentes intensidades. (b) Relación de acoplamiento entre las posiciones $x(s^*)$ y $y(s^*)$. 38
4-4. (a) Relación entre el error magnético insertado en el triplete de IR8 y las posiciones s^* en el plano vertical para el corrector MCBV.13L7.B1 con diferentes intensidades. (b) Relación de de acoplamiento entre las posiciones $x(s^*)$ y $y(s^*)$ 39

5-1. Funciones $\beta(s)$ del LHC para ópticas de inyección y colisión en los planos horizontal y vertical del acelerador 41
5-2. Órbitas cerradas de datos experimentales en los planos horizontal y vertical. 42
5-3. Órbitas diferencia entre dos órbitas cerradas experimentales 43
5-4. Cuatro órbitas diferencia generadas con un mismo dipolo corrector con diferentes fortalezas con amplitud máxima en el triplete izquierdo del IR8. . . . 44
5-5. ddórbitas generadas para valores distintos de la fortaleza de campo magnético del corrector dipolar RM.MCBH.17R3.B1 en el plano horizontal. 45
5-6. ddórbitas generadas para valores distintos de la fortaleza del campo magnético del corrector dipolar RM.MCBCV.6R3.B1 en el plano vertical. 45
5-7. Gráficas de las cuatro ddórbitas cerradas generadas por un mismo dipolo corrector con diferente fortaleza, los saltos en los valores promedio de la acción y la fase indican que existe errores magnéticos asociados a los tripletes de IR8. 46
5-8. (a) Dependencia del error magnético con la posición horizontal del haz. (b) relación de acoplamiento entre las posiciones transversales. (c) y (d) igual que para (a) y (b) pero para el plano vertical. 47
5-9. Se observan los saltos de los valores promedios de la acción y la fase antes y despues de le region IR8. 48

1 Introducción

Un acelerador es un dispositivo tecnológico utilizado para producir haces de alta energía de partículas cargadas tales como electrones, protones o iones pesados y su estructura, en términos generales, está conformada por una fuente de iones que suministran las partículas que van a ser aceleradas, una cavidad de radiofrecuencia que son campos electromagnéticos responsables de la aceleración, un sistema de imanes superconductores que guían, focalizan y corrigen imperfecciones del haz durante la trayectoria, unos tubos de vacío por donde circulan las partículas vuelta tras vuelta y un sistema de detectores.

Por otro lado, los aceleradores de partículas, originarios de las primeras civilizaciones, son estructuras diseñadas para incrementar la velocidad de un cuerpo; sin embargo, solo hasta el año de 1911 se dio paso a la creación de dichos mecanismos en su versión moderna, gracias al trabajo realizado por Ernest Rutherford y sus colaboradores Marsden y Geiger, quienes utilizaron una fuente de partículas alfa como proyectiles para comprobar el modelo atómico de Thomson.

Si bien el origen de los primeros aceleradores tenía como objetivo el estudio del núcleo atómico, con el transcurrir del tiempo sus aplicaciones fueron ampliando su espectro y hoy pueden ser encontradas en diferentes campos de investigación, como por ejemplo: la física de altas energías, física nuclear, tratamientos médicos, seguridad portuaria, implantación iónica, litografía, radioterapia entre otras. Un acelerador refleja el resultado del trabajo conjunto de las áreas de la ingeniera y la física que permite vincular las teorías del electromagnetismo, la superconductividad, la mecánica cuántica, dinámica de spin, física del plasma, física nuclear y de altas energías.

El Gran Colisionador de Hadrones (LHC, Large Hadron Collider) es el más grande y potente acelerador de partículas del mundo compuesto de varias decenas de miles de imanes superconductores e instrumentación especial, distribuida a lo largo de un anillo de 27 kilometros situado en las afueras de la ciudad de Ginebra sobre la frontera Franco - Suiza dirigido actualmente por la Organización Europea para la Investigación Nuclear (CERN, Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire) y corresponde sin lugar a dudas a uno de los proyectos más ambiciosos de la comunidad científica por la cantidad de información nunca antes generada en otro experimento, El LHC ofrece el escenario perfecto para la investigación y el conocimiento de la naturaleza en diferentes tópicos de la física.

Dentro del LHC el objetivo es lograr que dos haces de partículas de alta energía que viajan a velocidades cercanas a la de luz en direcciones contrarias en tubos de Ultra Alto Vacío (UHV), circulen en forma estable durante su trayectoria a lo largo del acelerador, para lograr esto es necesario configurar un sistema de imanes superconductores de diferente orden (dipolos y cuadrupolos) ubicados a lo largo del acelerador que guían, enfocan y compactan el haz. De la buena calibración y precisión en la instalación del sistema magnético se logrará producir el mayor numero posible de colisiones en los cuatro puntos de interacción donde se sitúan los experimentos. El principal parámetro para medir la eficacia de funcionamiento de un acelerador moderno es la energía a la cual se producen las colisiones y la luminosidad (número de colisiones por unidad de tiempo y de área).

En definitiva, para optimizar la calidad del haz se han diseñado técnicas cada vez más elaboradas para la detección y corrección de errores en la órbita centrados en la modificación de los elementos magnéticos que componen el acelerador haciendo uso de las mediciones de la posición del centroide del haz. Dentro de estas lineas de estudio el método de acción y fase se ha destacado en la detección y medición de errores locales lineales y no lineales en el RHIC haciendo uso de datos obtenidos de órbitas cerradas [1, 2], primeras vueltas [3] y análisis en el LHC mediante datos vuelta tras vuelta (TBT, Turn By Turn) [4–6]. A través del proyecto presentado se pretende concluir con cuál tipo de órbita el método adquiere mayor precisión para evaluar errores magnéticos en el LHC, si la órbita cerrada o la órbita TBT.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Realizar una comparación entre el uso de órbitas cerradas y órbitas multivuelta para indagar cuál de las dos órbitas es la más apropiada para la evaluación de errores magnéticos en el LHC mediante el método de acción y fase.

1.1.2. Objetivos específicos

- Simular con MAD-X órbitas cerradas con error cuadrupolar.
- Simular órbitas cerradas con error cuadrupolar incluyendo ruido gaussiano.
- Determinar el error introducido mediante el método de acción y fase.
- Simular órbitas multivuelta con error cuadrupolar incluyendo ruido gaussiano.

- Comparar los resultado de órbita cerrada y órbita multivuelta en la determinación del error magnético.
- Analizar órbitas cerradas experimentales del LHC.
- Concluir cuál de las dos órbitas es la más apropiada para la evaluación de errores magnéticos en el LHC mediante el método de acción y fase.

2 Modelo teórico del acelerador: ecuación de movimiento

La dinámica transversal de un haz de partículas cargadas en un acelerador describe el movimiento de una partícula bajo la influencia de campos externos transversales que guían y focalizan un haz alrededor de una órbita diseñada. En este capítulo se revisan los fundamentos físicos del movimiento transversal, para ello se describen el análisis dinámico y óptico empleados en física de aceleradores para describir el transporte de haces. Haciendo uso de los resultados anteriores se deduce el concepto de órbita cerrada, los efectos que produce un error dipolar en la distorsión de está órbita y su respectiva simulación.

2.1. Análisis dinámico

Para expresar la ecuación de movimiento de un haz de partículas que órbitan alrededor de un acelerador circular se hace uso de un sistema de coordenadas curvilíneas naturales [1] que permiten describir el movimiento en términos de la coordenada axial s y las coordenadas transversales x y y (ver figura **2-1**).

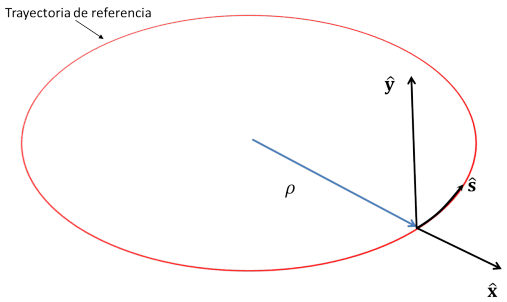

Figura 2-1: Sistema de coordenadas curvilíneo para el análisis de la trayectoria de una partícula en un acelerador.

[1] En física se refiere al sistema de coordenadas naturales como aquel sistema en el que una de las líneas coordenadas es la propia trayectoria de la partícula

- s : Representa la coordenada en la dirección de desplazamiento de la partícula.
- (x, y) : Representan las coordenadas ortonormales del desplazamiento transversal de las partículas con respecto a s .
- ρ : Representa el radio de la trayectoria de referencia de la partícula.

La fuerza requerida para acelerar, guiar y enfocar un haz de partículas a través de una trayectoria diseñada o por lo menos muy cerca de ella es conocida como la fuerza de Lorentz y se deriva de campos eléctricos y magnéticos por medio de:

$$F = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) \tag{2-1}$$

Ambos componentes de la fuerza de Lorentz se utilizan en la deducción de las ecuaciones de movimiento de un haz de partículas dentro de un acelerador, por un lado, las partículas cargadas experimentan un movimiento longitudinal debido a la tensión producida por la RF oscilante generada por los campos eléctricos $\vec{E}$ y por el otro, un movimiento transversal generado por el sistema magnético del acelerador $\vec{B}$. En este capítulo haremos referencia únicamente a los efectos producidos por los campos magnéticos, la ecuación de movimiento para estas condiciones descritos desde un marco de referencia no inercial [2] son :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{v} \times \vec{B}) + \vec{F}_{centrífuga} \tag{2-2}$$

En donde $\vec{p}$ es el momentum, q es la carga de la partícula, $\vec{v}$ es la velocidad longitudinal y $\vec{B}$ el campo magnético genérico. Las componentes transversales de la velocidad para haces de partículas relativistas son mucho menores comparados con la velocidad en la dirección de desplazamiento de la partícula v_s, es decir $(v_x \ll v_s, v_y \ll v_s, v_s \approx v)$ [7, pág 39] haciendo uso del momentum relativista $\vec{p} = m\gamma v$, los componentes horizontales y verticales de la ecuación (2-2) para el caso en que $(\gamma = cte)$ es:

$$\begin{aligned} m\gamma(\frac{d^2x}{dt^2}) &= -qvB_y + m\gamma\frac{v^2}{\rho + x} \\ m\gamma(\frac{d^2y}{dt^2}) &= -qvB_x \end{aligned} \tag{2-3}$$

En donde B_x y B_y representan el campo magnético horizontal y vertical respectivamente, ρ el radio de la órbita de referencia, v la velocidad longitudinal y q la carga de la partícula. Por simplicidad y sin restringir la generalidad de las ecuaciones (2-3), se considera que el efecto de los dipolos en la curvatura del haz ocurre únicamente en la dirección x. Los

[2] El hecho de que sea no- inercial obedece a que debe adicionarse una fuerza centrífuga en la dirección +x

campos magnéticos lineales producidos por los imanes para guiar y focalizar el haz, puede ser expresados en términos de una expansión de primer orden en x y y, es decir:

$$\begin{aligned} B_x(s) &= \frac{\partial B_y}{\partial x} y = B^{'}(s) y \\ B_y(s) &= B_0 + \frac{\partial B_y}{\partial x} x = B_0 + B^{'}(s) x \end{aligned} \tag{2-4}$$

Haciendo un cambio de variable $t \longrightarrow s$, aplicando la regla de la cadena y ciertas operaciones algebraicas la ecuación (2-3) quedaría expresada como

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} + \left[\frac{1}{\rho^2} + \frac{B^{'}(s)}{B\rho}\right] x = 0 \\ \frac{d^2y}{ds^2} - \frac{B^{'}(s)}{B\rho} y = 0 \end{aligned} \tag{2-5}$$

Estás son las ecuaciones básicas de movimiento en una aproximación líneal para la trayectoria de una partícula en los planos horizontal y vertical respectivamente. Ambas ecuaciones diferenciales pueden ser escritas en una ecuación simplificada aproximada que se cumple para el movimiento en ambos ejes (x, y), a dicha expresión se le conoce como la ecuación Hill [3]

$$z^{''} + K_z(s) z = 0 \tag{2-6}$$

En donde:

- z : Representa cualquiera de los dos ejes transversales x o y
- $K_z(s)$: Es una función periodica de s y representa las fuerzas sobre la partícula a lo largo de la trayectoria

2.2. Solución de la ecuación de movimiento

La solución a la ecuación de Hill (2-6) viene dada por:

$$z(s) = \sqrt{2J\beta(s)} \sin(\psi(s) - \delta) \tag{2-7}$$

Donde se cumple que

$$\psi(s) = \int_0^s \frac{ds}{\beta_s} \tag{2-8}$$

[3] El termino $\frac{1}{\rho^2} x$ en la ecuación (2-5) describe el enfocamiento débil de un dipolo magnético, en aceleradores tan largos como el LHC es despreciado en comparación con el termino $\frac{B^{'}(s)}{B\rho} x$ que representa el enfocamiento fuerte de los cuadruplos magnéticos.

Siendo β_s las funciones beta [4] y $\psi(s)$ el avance de fase del acelerador. Estas dos variables son enteramente resultado de la configuración del campo magnético que compone la red, por lo cual caracterizan la operación exclusiva del acelerador. Por otro lado J es llamada aquí la acción y δ la fase, las cuales caracterizan el movimiento de la partícula en amplitud y fase al atravesar la línea de transporte del acelerador.

2.3. Análisis óptico: descripción del transporte del haz mediante matrices de transferencia.

El transporte de partículas a lo largo del acelerador requiere de una red de imanes dipolares y cuadrupolares para guiar y focalizar el haz durante su trayectoria. El efecto producido por los imanes cuadrupolares sobre las partículas es similar al efecto producido por los lentes a un rayo de luz en óptica geométrica.
De acuerdo al resultado obtenido en las ecuaciones (2-6), los cuadrupolos magnéticos tienen la propiedad de enfoncar en un plano y desenfocar en otro, para enfocar los haces en ambos planos, se requiere una sucesión de imanes cuadrupolares de enfocamiento y desenfocamiento con espacios de deriva entre ellos, esta estructura se conoce con el nombre de FODO celda[5]. La figura (**2-2**) representa esquemáticamente una partícula que atraviesa diferentes cuadrupolos interpretados como lentes magnéticas y que compone la unidad básica de la línea de transporte del acelerador.

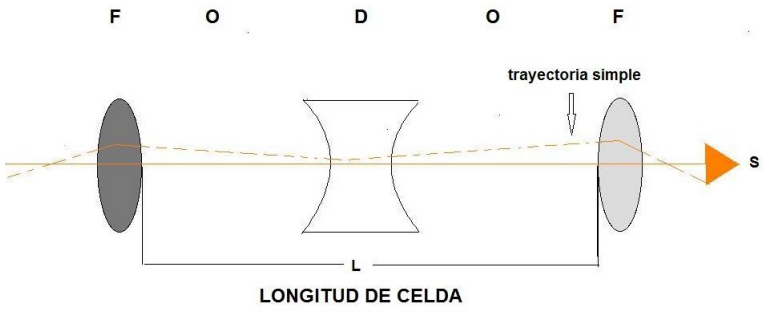

Figura 2-2: Representación de una partícula atravesando elementos magnéticos simbolizados como lentes ópticas

Después de que una partícula cargada atraviesa un sistema de lentes magnéticos puede ser

[4] β_s es una función que depende de la configuración de los campos magnéticos de cada uno de los elementos que conforman la línea de transporte del acelerador (en especial los cuadrupolos), por lo tanto las funciones β_s y $\psi(s)$ son aquellas que caracterizan el diseño y operación del acelerador para el transporte del haz.

[5] En física de aceleradores la sigla FODO corresponde a: F= focusing quadrupoles, D= focusing quadrupoles y 0 = drift spaces para el caso de dipolos.

reducido a un proceso de multiplicación de matrices, en cualquier posición especifica una partícula cargada en un sistema arbitrario puede ser representado por un vector X (matriz columna), cuyos componentes son las coordenadas en el espacio de fase de las posiciones y ángulos de un partícula en ambos planos con respecto a la trayectoria de referencia

$$\big[X\big] = \begin{bmatrix} x \\ x^{'} \\ y \\ y^{'} \end{bmatrix} \tag{2-9}$$

- x : Desplazamiento horizontal de una partícula con respecto a la trayectoria de referencia.
- $x^{'}$: Pendiente del ángulo que forma la partícula en el plano horizontal con respecto a la trayectoria de referencia.
- y : Desplazamiento vertical de una partícula con respecto a la trayectoria de referencia.
- $y^{'}$: Pendiente del ángulo que forma la partícula en el plano vertical con respecto a la trayectoria de referencia.

Uno de los principales objetivos en las líneas de transporte del haz dentro de un acelerador es determinar el vector X luego de atravesar un elemento magnético cualquiera. Durante el recorrido de la partícula a lo largo del acelerador, los valores del vector X irán cambiando bajo la influencia de los efectos producidos por los campos magnéticos de los dipolos, cuadrupolos y sextupolos, etc, todos estos efectos se pueden representar a través de una matriz de transporte M si se conoce el valor del vector X en un cierto punto del acelerador s_1, los valores del vector $X^{'}$ en otro punto s_2 se pueden expresar como:

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ \\ x_0^{'} \end{pmatrix}_{s_2} = M \begin{pmatrix} x_0 \\ \\ x_0^{'} \end{pmatrix}_{s_1} \tag{2-10}$$

haciendo uso de los resultados obtenidos en la ecuación (2-7), la matriz M con módulo unitario para una vuelta completa es:

$$M = \begin{pmatrix} \cos\psi + \alpha \sin\psi & \beta \sin\psi \\ -\gamma \sin\psi & \cos\psi - \alpha \sin\psi \end{pmatrix} \tag{2-11}$$

en donde β, α y γ corresponden a los parámetros de Courant-Snyder y ψ representa el avance de fase del acelerador. la matriz total M para un acelerador circular que esta compuesto de múltiples elementos magnéticos en una línea de transporte esta determinada por :

$$M = M_n ... M_i ... M_o \tag{2-12}$$

cada una de las matrices $M_n...M_i...M_o$ describen una sección con $K(s) = constante$. De esta forma se puede obtener una matriz que represente cada uno de los efectos producidos por la interacción de una partícula cargada atravesando cada uno de los elementos magnéticos que componen la línea de transporte del haz (dipolo, cuadrupolo, sextupolo, etc) . La formalización matemática de cada una de estas matrices para cada uno de los elementos magnéticos puede encontrarse en [7, capítulo 4]. Para una FODO celda tenemos:

- Espacios vacíos: espacios sin elementos magnéticos $\frac{1}{\rho} = 0$ y $k = 0$

  $M(s, s_0) = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- para un cuadrupolo que enfoca, con k > 0

$$M(s, s_0) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \frac{1}{\sqrt{k}}\sin\varphi \\ -\sqrt{k}\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \tag{2-13}$$

- para un cuadrupolo que desenfoca, con k < 0

$$M(s, s_0) = \begin{pmatrix} \cosh\varphi & \frac{1}{\sqrt{k}}\sinh\varphi \\ \sqrt{k}\sinh\varphi & \cosh\varphi \end{pmatrix} \tag{2-14}$$

En donde $l = s - s_0$ y $\varphi = \sqrt{k}l$, $K(s)$ en la ecuacion (2-6) es la función de focalización de los cuadrupolos magnéticos, para el caso del análisis óptico k presenta un valor constante.

2.4. Matriz de transporte en la aproximación de la lente delgada

En óptica geométrica se utiliza la aproximación de lentes delgadas, para aquellas situaciones en las que se considera que el radio de las superficies esféricas es mucho mayor que el grosor de la lente, para lo cual se emplean ecuaciones simplificadas. Para el caso de un acelerador circular del tamaño del LHC, por ejemplo, la longitud de los elementos magnéticos que componen una FODO celda es mucho menor que la longitud del acelerador. Utilizando la aproximación de lente delgada tenemos:

$$f = \lim_{l \to 0} \frac{1}{kl} \tag{2-15}$$

este tipo de simplificaciones indica que no existe diferencia entre los valores de la posición de la partícula a la entrada y la salida del elemento magnético, solamente cambia la pendiente

de viaje de la partícula. Para el caso de aceleradores en el rango de los TeV, en donde se cumple que $\frac{1}{\rho^2} \ll k \ll \frac{1}{l^2}$, la aproximación de lente delgada es excelente para la descripción matricial de la línea de transporte de este tipo de aceleradores. Las matrices M_D (Dipolos), M_{CF} (Cuadrupolo Focalizador), M_{CD} (Cuadrupulos Desenfocantes) y sus representaciones esquemáticas (figura 2-12) para los elementos de una fodocelda en la aproximación de lente delgada son:

$$M_D = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} , \qquad M_{CF} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -kl & 1 \end{pmatrix} , \qquad M_{CD} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ kl & 1 \end{pmatrix} \tag{2-16}$$

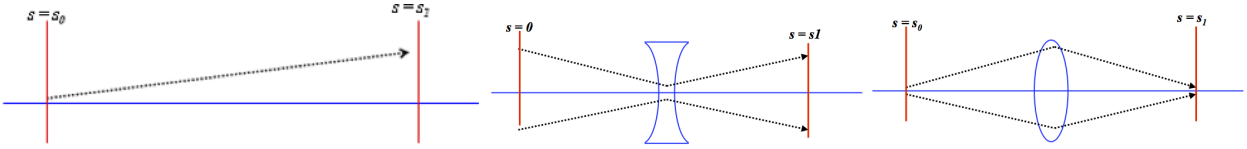

Figura 2-3: Representación esquemática de los cambios producidos en las trayectoria de una partícula al atravesar los diferentes elementos magnéticos que componen la FODO celda

2.5. Trayectoria y clases de órbita de un haz de partículas

2.5.1. La trayectoria

En un acelerador las partículas inician su recorrido con condiciones iniciales conocidas y durante su camino al atravesar el acelerador son leídas sus condiciones en puntos intermedios y al final del recorrido, toda la información recolectada permite construir la trayectoria de la partícula. Los resultados obtenidos de acuerdo a la ecuación (2-7) establecen que las partículas oscilan transversalmente durante su recorrido en el acelerador, lo que es conocido como oscilación de betatrón (figura **2-4**).

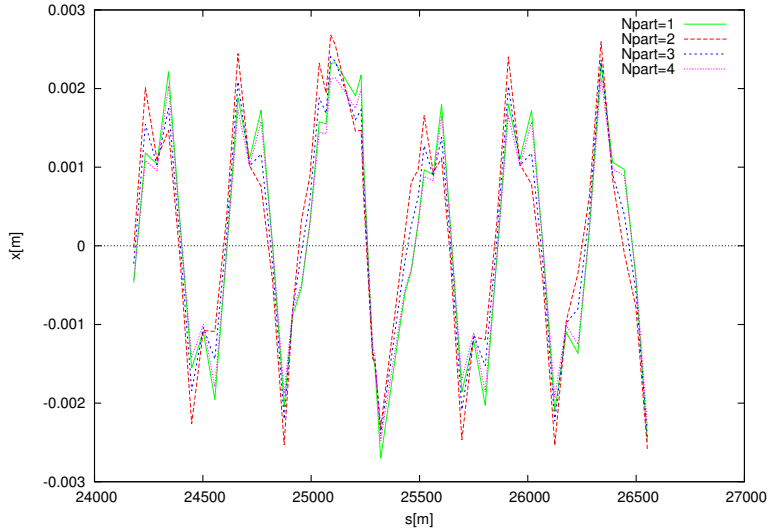

Figura 2-4: Trayectorias trazadas por 4 partículas durante una vuelta en el LHC alrededor de la trayectoria de referencia $s[m]$

2.5.2. Órbita diseñada

La trayectoria diseñada u órbita diseñada, corresponde al camino que deben recorrer las partículas de acuerdo a las características diseñadas del acelerador, quedando determinada por los campos magnéticos dipolares presentes en la línea de transporte del acelerador.

2.5.3. Órbita cerrada

En los aceleradores circulares, los errores magnéticos, como desalineaciones o errores de campo magnético producen un desplazamiento neto denominado órbita cerrada. Una órbita especial que se cierra en sí misma y alrededor de la cual oscilan las partículas. La definición de una órbita cerrada para un sincrotrón es: "la trayectoria de una partícula que se cierra sobre si misma después de una revolución completa". Es decir, llega a la misma posición con la misma pendiente $z^{'}$. Un aspecto importante a tener en cuenta, es que la órbita cerrada corresponde a la órbita diseñada cuando no existen en la red óptica del acelerador errores de campo dipolares.

2.5.4. Órbitas vuelta tras vuelta TBT (turn by turn data)

En la literatura de física de aceleradores hace referencia a la trayectoria de una partícula para N vueltas.

2.6. Método de acción y fase

En los aceleradores circulares la trayectoria del haz es muy importante en las regiones de interacción lugar donde están ubicados los experimentos, ya que de una buena calibración del sistema óptico magnético que conforma el sistema de transporte reducirá al mínimo las desviaciones del centroide del haz con respecto a la órbita diseñada, lo que permite aumentar la luminosidad del haz (número de colisiones por unidad de tiempo y de área). La red que conforma la línea de transporte del anillo puede presentar errores de campo magnético dipolar, cuadrupolar, sextupolar, etc. Los errores que presentan mayor influencia en la distorsión de la órbita son las desviaciones del campo esperado de orden 0 y 1 (dipolos y cuadrupolos respectivamente).
La importancia de obtener una órbita conforme a los parámetros diseñados de un acelerador, permitió crear áreas de investigación encargadas del estudio de la trayectoria de las partículas en las líneas de transporte del haz, dando inicio a los métodos de corrección de órbita (OCM, Orbit Correction Methods). Una revisión bibliográfica, arroja como métodos principales:

- Orbit Response Matrix (ORM): Publicaciones [8–16]
- Singular Value Decomposition (SVD): Publicaciones [17–27]
- Action and Phase (Accion y Fase): Publicaciones [2–4, 6, 28, 29]
- Segment by segment. [30, 31]

2.6.1. Análisis de acción y fase

En un acelerador ideal la acción J y la fase δ del centroide del haz se conservan a lo largo de toda la trayectoria (constantes de movimiento), tal como lo muestra [32]. Teniendo en cuenta lo anterior, el desarrollo realizado por J. F. Cardona [33], establece que errores magnéticos causan saltos abruptos, y que por lo tanto, los valores de la acción y la fase cambian en el punto donde existe el error sin afectar los parámetros de la red ψ y β. Suponiendo que existiera un error magnético en $s = s_\theta$ se dividiría la trayectoria en dos partes:

- Antes del error, $s < s_\theta$

$$Z(s) = \sqrt{2J_0\beta(s)}\sin(\psi(s) - \delta_0) \tag{2-17}$$

- Después del error, $s > s_\theta$

$$Z(s) = \sqrt{2J_1\beta(s)}\sin(\psi(s) - \delta_1) \tag{2-18}$$

Mediante álgebra e identidades trigonométricas, el salto puede ser evaluado como:

$$\theta(z) = \sqrt{\frac{2J_0 + 2J_1 - 4\sqrt{J_0 J_1}\cos(\delta_1 - \delta_0)}{\beta_z(s_\theta)}} \tag{2-19}$$

De la electrodinámica se conoce que el campo de cualquier elemento magnético puede ser escrito de forma general en función de sus componentes multipolares con la expresión

$$\Delta B_x + i\Delta B_y = B_0 \sum_n (b_n + ia_n)(x + iy)^n \tag{2-20}$$

con

$$b_n = \frac{1}{B_0 n!}\frac{\partial^n B_y}{\partial x^n}\bigg|_{x=y=0}, \quad a_n = \frac{1}{B_0 n!}\frac{\partial^n B_x}{\partial x^n}\bigg|_{x=y=0} \tag{2-21}$$

en donde b_n, a_n representan las componentes normales y rotadas respectivamente y B_0 es una constante de normalización escogida regularmente para que $b_0 = 1$ [6]. Así, la componente cero es dipolar, la uno es cuadrupolar, dos es sextupolar y así sucesivamente.

Expresando el campo magnético en términos de sus componentes y formulando el salto de la ecuación (2-19) en términos de dichas componentes obtenemos:

$$\begin{aligned}\theta_x = B_0 - B_1 x(s_\theta) + A_1 y(s_\theta) + 2A_2 x(s_\theta)y(s_\theta) \\ + B_2[-x^2(s_\theta) + y^2(s_\theta)] + \ldots\end{aligned} \tag{2-22}$$

$$\begin{aligned}\theta_y = A_0 + A_1 x(s_\theta) + B_1 y(s_\theta) + 2B_2 x(s_\theta)y(s_\theta) \\ + A_2[-x^2(s_\theta) - y^2(s_\theta)] + \ldots\end{aligned} \tag{2-23}$$

con [7]

$$A_n = \frac{B' l a_n}{B\rho} \qquad B_n = \frac{B' l b_n}{B\rho} \tag{2-24}$$

[6] Corresponde a la componente dipolar total necesaria para curvar la partícula a la energía diseñada alrededor de la circunferencia total del anillo

[7] El desarrollo en detalle se encuentra en el trabajo realizado por Cardona en [33]

Un caso particular es, por ejemplo, cuando el error corresponde únicamente a componentes cuadrupolares, de una sola órbita se puede obtener que

$$A_1 = \frac{\theta_x y(s_\theta) + \theta_y x(s_\theta)}{x^2(s_\theta) + y^2(s_\theta)} \tag{2-25}$$

$$B_1 = \frac{\theta_y y(s_\theta) - \theta_x x(s_\theta)}{x^2(s_\theta) + y^2(s_\theta)} \tag{2-26}$$

Para obtener los cálculos de acción y fase, se deben conocer previamente la red óptica del acelerador con el fin de extraer los parámetros de Courant-Snyder a lo largo del acelerador. Los cálculos de acción y fase, se realizan a lo largo de la coordenada longitudinal s del acelerador para obtener $J_{z,i}, \delta_{z,i}$, segmento por segmento, donde i representa cada segmento que debe contener como mínimo dos monitores de posición del haz (BPMs, Beam Position Monitor) [8] para poder hacer el cálculo de la acción y la fase de acuerdo a lo desarrollado por Cardona en [33]. Con más BPMs en cada sección se podrán realizar promedios de zonas, donde la acción y la fase permanezcan casi constantes.

2.7. Errores magnéticos dipolares y distorsión de la órbita cerrada

Una partícula que circula alrededor de un acelerador repite la misma órbita en cada revolución si sus coordenadas en el espacio de fase regresan al mismo valor inicial cuando retorna a la posición longitudinal de partida dentro del anillo. El objetivo inicial durante su diseño es garantizar que una partícula que circula a lo largo del acelerador vuelta tras vuelta permanezca en la órbita de referencia. La expresión que me permite relacionar las coordenadas en el espacio de fase al inicio y al final de una revolución es :

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix}_{o.c.} = M \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix}_{o.c.} \tag{2-27}$$

en donde M representa la matriz total de transferencia de la línea de transporte de acelerador. El subíndice o.c. indica que una partícula que comienza a circular con coordenadas (x_0, x_0') del espacio de fase debe continuar su trayectoria con respecto a la órbita cerrada para mantener la relación de la ecuación (2-27), por el contrario, si una partícula inicia con otras condiciones iniciales derivadas de un error de posición o ángulo no regresará a sus

[8] Los BPMs son instrumentos que permiten medir tanto en el plano horizontal como vertical la información de posición e intensidad del haz durante todo el recorrido respecto a las paredes de la cámara de vacío por donde circula el haz.

coordenadas iniciales después de una sola revolución.
Dentro de un acelerador existes varias fuentes de errores que producen una distorsión de la órbita cerrada con respecto a la trayectoria diseñada, este tipo de errores producen un kick, un termino utilizado en física de aceleradores para definir un golpe que produce un salto abrupto en la pendiente de la partícula producido por imperfecciones o desalineaciones en los campos magnéticos de los elementos que conforman la línea de transporte del acelerador[9]. El kick es representado generalmente por la letra θ. La figura (**2-5**) es un esquema que representa el cambio de la trayectoria de la partícula en presencia de errores magnéticos.

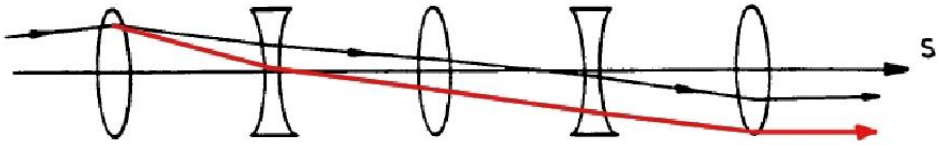

Figura 2-5: Efecto de un kick en la trayectoria de una partícula. En negro la trayectoria diseñada, en rojo la trayectoria producto del kick.

Las posibles fuentes de error dipolar incluyen imanes que han sido doblados durante su instalación o errores en su construcción que afectarían la intensidad del campo magnético $\vec{B}$ de los dipolos. Por otro lado, los errores cuadrupolares corresponden alineaciones erroneas del centro de éstos elementos magnéticos con respecto a la órbita de referencia. Este tipo de errores causan una deflexión angular haciendo que el centro de masa del haz siga la órbita cerrada real la cual describe oscilaciones de betatron alrededor de la órbita diseñada.
Durante la línea de transporte del haz un solo error magnético en algún punto puede causar una distorsión visible en la órbita cerrada, los errores dipolares producen un kick que altera la variable de estado $z^{'}$ más no la posición z. Las nuevas coordenadas en el espacio de fase de la órbita cerrada para cada revolución son:

$$\begin{pmatrix} x \\ x^{'} \end{pmatrix}_{o.c.} = M \begin{pmatrix} x \\ x^{'} \end{pmatrix}_{o.c.} + \begin{pmatrix} 0 \\ \theta \end{pmatrix} \tag{2-28}$$

En donde I es la matriz identidad

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2-29}$$

entonces

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\theta \end{pmatrix} = M - I \begin{pmatrix} x \\ x^{'} \end{pmatrix}_{o.c.} \tag{2-30}$$

[9]La única variable de estado de la partícula afectada por un kick es la pendiente $z^{'}$

la ultima expresión relaciona el valor del kick y el cambio en las variables de estado $(x, x^{'})$ de la trayectoria de la órbita cerrada en la posición del error. Reescribiendo la ultima expresión en terminos de los parámetros de la ecuación (2-11) obtenemos

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\pi\nu) + \alpha\sin(2\pi\nu) - 1 & \beta\sin(2\pi\nu) \\ -\gamma\sin(2\pi\nu) & \cos(2\pi\nu) - \alpha\sin(2\pi\nu) - 1 \end{pmatrix} \tag{2-31}$$

la ecuación matricial (2-30) da como resultado un sistema de ecuaciones 2x2

$$\begin{aligned} [\cos(2\pi\nu) + \alpha\sin(2\pi\nu) - 1]x + [\beta\sin(2\pi\nu)]x^{'} = 0 \\ [-\gamma\sin(2\pi\nu)]x + [\cos(2\pi\nu) - \alpha\sin(2\pi\nu) - 1]x^{'} = -\theta \end{aligned} \tag{2-32}$$

solucionando el sistema de ecuaciones, la posición y pendiente de una partícula en el punto en donde se presenta el error magnético dipolar es:

$$x = \frac{\beta\theta}{2}\left(\frac{\cos(\pi\nu)}{\sin(\pi\nu)}\right), \quad x^{'} = \frac{\theta}{2}\left(\frac{\sin(\pi\nu) - \alpha\cos(\pi\nu)}{\sin(\pi\nu)}\right) \tag{2-33}$$

en donde β y α son los valores de las funciones de betatron en la localización del kick dipolar. Haciendo uso de la ecuación (2-10) para obtener una posición arbitraria de la partícula en la nueva órbita cerrada generada por el kick magnético

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \\ x_2^{'} \end{pmatrix} = M(s_2 \mid s_1) \begin{pmatrix} x_1 \\ \\ x_1^{'} \end{pmatrix} \tag{2-34}$$

en donde $M(s_2 \mid s_1)$ es la matriz de transporte entre dos puntos generales s_1 y s_1 de acuerdo a [7, sección II.3], es

$$M(s_2 \mid s_1) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}[\cos\psi + \alpha_1\sin\psi] & \sqrt{\beta_1\beta_2}\sin\psi \\ -\frac{1+\alpha_1\alpha_2}{\sqrt{\beta_1\beta_2}}\sin\psi + \frac{\alpha_1-\alpha_2}{\sqrt{\beta_1\beta_2}}\cos\psi & \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}}[\cos\psi - \alpha_2\sin\psi] \end{pmatrix} \tag{2-35}$$

donde β_1, α_1, γ_1 y β_2, α_2, γ_2 son los valores de los parámetros de Courant-Snyder en s_1 y s_2 respectivamente. $\psi = \psi(s_2) - \psi(s_1)$. Finalmente la expresión de la órbita cerrada es

$$x(s) = \frac{\theta\sqrt{\beta(s)\beta(s_0)}}{2\sin\pi\nu}\cos(|\psi(s) - \psi(s_0)| - \pi\nu) \tag{2-36}$$

la ecuación de la órbita cerrada generada por un kick magnético es una función del tono ν [10] del acelerador como también del valor de la función beta en el lugar del kick y del punto de observación a lo largo de la línea de transporte. Un aspecto importante del funcionamiento del acelerador radica en que la ecuación (2-36) se vuelve una función infinita si el número de oscilaciones de betatrón por vuelta (ν) es un valor entero, lo que hará que la amplitud de betatrón aumente sin límite(conocido como resonancia entera).

[10] El tono es definido como el número de oscilaciones de betatron por revolución en un acelerador circular $\nu = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{ds}{\beta(s)}$
El tono de betatrón para un acelerador con N fodoceldas es $\nu = \frac{N\psi}{2\pi}$

3 Simulación de órbitas cerradas en el LHC

3.1. Estructura y óptica del LHC

El Gran Colisionador de Hadrones (LHC, Large Hadron Collider) es un acelerador circular de 27 kilómetros de longitud compuesto de varias decenas de miles de imanes superconductores e instrumentación especial conectado a los aceleradores Linac 2, PSB, PS y SPS que aumentan la energía de dos haces de partículas que circulan en direcciones contrarias a lo largo de un trayectoria diseñada para ser cruzados en los cuatro puntos de interacción donde se sitúan los experimentos Alice, Atlas, CMS y LHCb.
Las partículas que son aceleradas en el LHC corresponden a protones que son extraídos de un gas de hidrógeno mediante un campo eléctrico que separa los electrones del núcleo. El primer acelerador es el Linac 2 (linear particle accelerator), quien acelera los protones a una energía de 50 MeV para ser inyectados en el segundo acelerador, el PSB (Proton Synchrotron Booster), el cual continua con el proceso de aceleración y suministra al sincrotrón de protones (PS) un haz con una energía de 1.4 GeV, el PS a su vez, entrega al Super Sincrotrón de Protones (SPS) un haz con energía de 25 GeV, la energía final con la que el SPS inyecta el haz de protones al LHC es de 450 GeV.
En la actualidad la energía total de colisión alcanzada en el LHC es de 13 TeV a todos sus experimentos. Los dos haces de partículas circulan en direcciones opuestas, de acuerdo a la literatura del CERN Beam 1 circula en dirección horaria y Beam 2 en dirección antihoraria. El LHC está divido en ocho octantes y 8 inserciones, cada uno de los arcos tiene una longitud aproximada de 2.45 km de longitud y 8 ocho secciones rectas de 528 m de largo que incluyen los experimentos y sistemas de operación de la máquina, en la figura (**3-1**) se representa la estructura global. Las características de cada una de estas zonas son:

- Atlas: Es un experimento que se encuentra en busca de nuevos descubrimientos en las colisiones frontales de protones altamente energéticos. Uno de los objetivos principales es el estudio de las fuerzas básicas del universo, las dimensiones extra del espacio, la unificación de las fuerzas fundamentales, las pruebas para los candidatos a materia oscura en el universo, las propiedades del bosón de Higgs y la creación de materia.

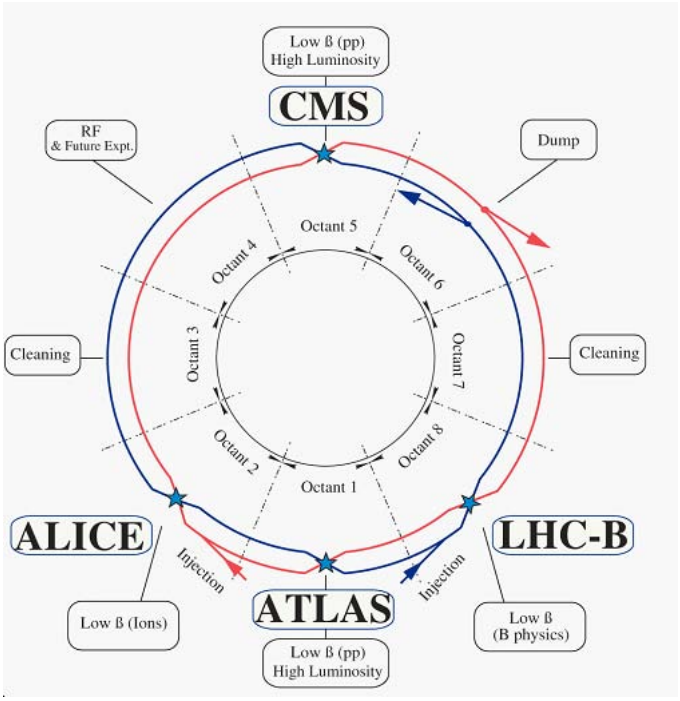

Figura 3-1: Diseño esquemático del LHC.

- Alice: Es un experimento especializado en el análisis de las colisiones de iones de plomo, allí se estudia las propiedades del plasma de quarks-gluones, un estado de la materia en que los quarks y los gluones, en condiciones de altas temperaturas y densidades ya no están confinados dentro de los hadrones. El estudio de la creación de este plasma y sus propiedades son el objetivo de la cromodinámica cuántica(QCD) para entender el confinamiento y la restauración de la simetría quiral.

- Momentum cleaning: Zona de absorción de partículas con momentum fuera de los limites inferior y superior de seguridad.

- RF : Etapa de aceleración del haz de partículas.

- CMS: Es un experimento que estudia el modelo estándar, el boson de Higgs, las dimensiones extra y partículas que podrían conformar la materia oscura. Aunque tiene los mismos temas de estudio del experimento atlas, su estructura para la detección de partículas es diferente.

- IP 6 Dump : zona de extracción del haz.

- Betatron cleaning: Zona de absorción de partículas con oscilaciones de amplitud superiores al limite.

- LHCb: Es un experimento que se centra en el estudio de la medida de parámetros de violación de simetría CP presente en las interacciones de partículas−B (partículas que contienen el quark b).

Un octante comienza en el medio de un arco y finaliza en el medio del siguiente y contiene una inserción (IP, Interaction Point) total que se encuentra en el centro de cada uno de los octantes , la figura (**3-2**) representa el esquema de un octante del anillo. Cada uno de los octantes define una zona diferente e independiente del acelerador.

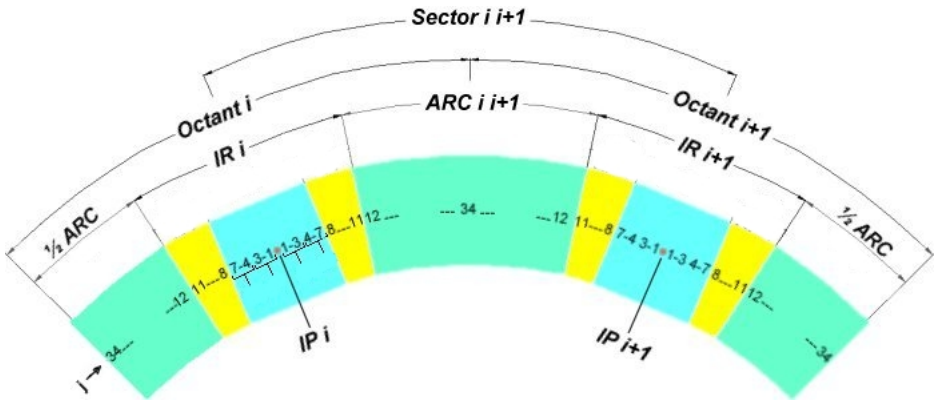

Figura 3-2: Diseño esquemático de un octante del LHC

Para la aplicación del método de acción y fase es necesario la medición de los BPM en los arcos del acelerador y solo uno en la región de interacción (IR, Interaction Region), ya que en este lugar se encuentran ubicados los experimentos, cualquier error magnético en ésta región traerá distorsiones en la órbita diseñada que alterarían las condiciones requeridas del haz, por lo cual la precisión en las correcciones locales es fundamental.

3.2. Órbitas cerradas en el LHC

La herramienta más potente para el diseño y simulación de aceleradores de partículas es el programa MAD en su ultima versión X, éste programa permite simular y optimizar la dinámica del haz en cualquier tipo de acelerador independientemente de sus dimensiones, ya sean lineales o de enfocamiento fuerte. La órbitas cerradas utilizadas en el desarrollo de este trabajo para determinar errores magnéticos lineales se construyen haciendo uso de MAD-X.

De acuerdo a los resultados obtenidos en la ecuación (2-36), la órbita cerrada es una función que depende de la magnitud del kick, las funciones $\beta(s)$ de todos los elementos incluyendo el kick y del tono del acelerador. El primer procedimiento para la simulación de trayectorias en la óptica del LHC, es obtener las funciones de red de todos los elementos del acelerador

en ausencia de imperfecciones magnéticas, es decir, los parámetros de Courant-Snyder (funciones beta, alfa, etc). En la figura **3-3** se presenta el modelo óptico de inyección de la red del LHC y sus respectivas funciones beta del acelerador en su versión 6.5., la representación gráfica para dipolos es mediante el uso de barras cortas de altura 1 y de altura 2 para elementos cuadrupolares.

La importancia de la figura (**3-3**), radica en el hecho de que las funciones $\beta(s)$ presentan

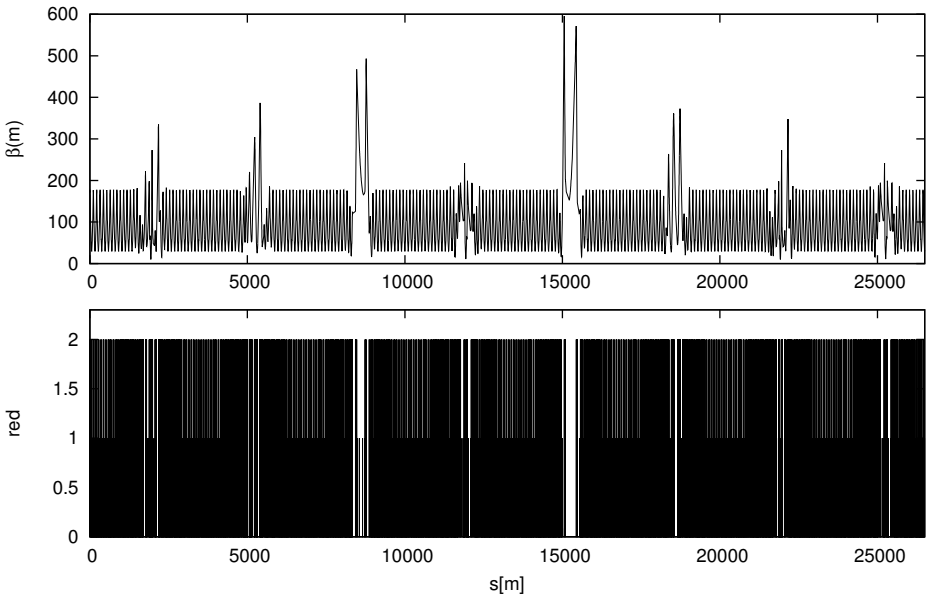

Figura 3-3: Diseño esquemático de la red óptica del LHC: a) Funciones $\beta(s)$ b) FODO celdas

máximos cerca a la regiones de interacción, lugar donde ocurren las colisones, de ahí la importancia que adquiere el método de acción y fase para la localización y correción de errores magnéticos, la figura (**3-4**) representa la óptica de un sector del LHC que incluye una región de interación. Existen varios procedimientos en MAD-X para obtener la simulación de una trayectoria u órbita cerrada en la red óptica del LHC, para el desarrollo de este proyecto se utilizaron dos tipos de procedimientos:

- Comando twiss: El programa MAD-X por defecto simula siempre órbitas cerradas para la obtención de los parámetros de red en ausencia de cualquier error magnético en el acelerador, la simulación corre una sola vez para obtener una órbita cerrada. Para la obtención de una sola trayectoria es necesario guardar los parámetros de red y simular el paso de una partícula en una línea de transporte con los parámetros de red obtenidos inicialmente.

- Modulo PTC-TRACK: Es un módulo basado en PTC (Polymorphic Tracking Co-

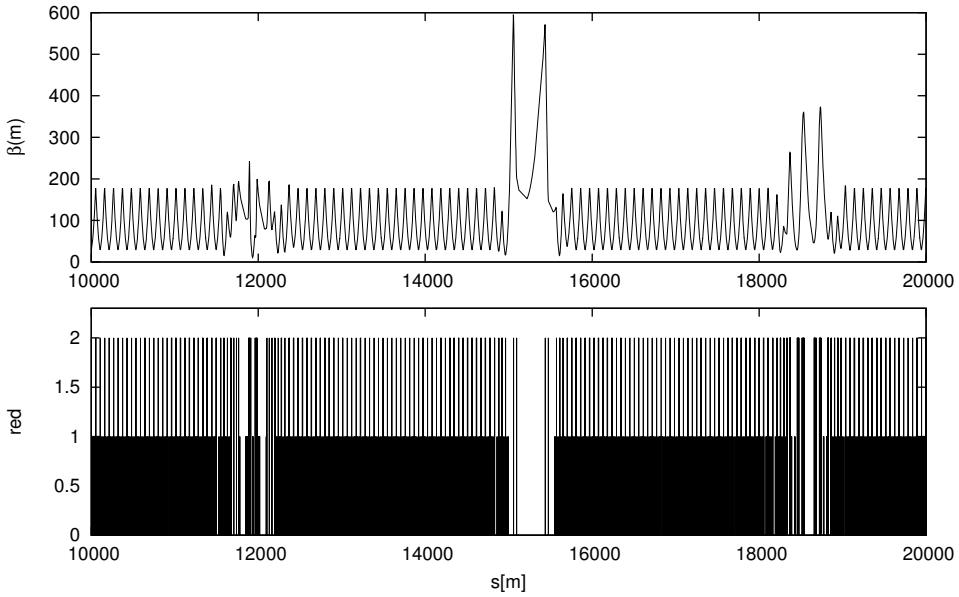

Figura 3-4: Zoom sobre una de las regiones de interacción.:Arriba fuciones $\beta(s)$, abajo sus respectivas FODO celdas

de) [34] que permite el seguimiento de un haz de partículas en una sola vuelta o múltiples vueltas a través de todos los elementos que componen una línea de transporte de un acelerador. Este modulo permite tener el control total sobre la precisión de los resultados de la simulación conforme a unas condiciones iniciales declaradas en el modulo (número de pasos y el tipo de integración). Para la obtención de una órbita cerrada mediante el uso de este módulo simplemente se promedian todas las medición de las posiciones del haz en cada uno de los BPMs, asumiendo que todos los BPMs funcionan correctamente para los dos ejes transversales.

La simulación de la trayectoria de una partícula mediante el uso del modulo PTC-TRACK con condiciones iniciales $x = 0{,}001mm$, $y = 0mm$ por 183 vueltas se muestra en la figura (**3-5**), las órbitas cerradas fueron obtenidas del promedio de las 183 vueltas simuladas con la activación de una fortaleza[1] de un dipolo corrector en el modulo PTC-TRACK.

[1]De aquí en adelante asumimos como fortaleza al valor de la intensidad del campo magnético producido por la activación de un dipolo corrector, la ecuación que relaciona el error magnético total ΔB acumulado al atraversar un elemento de longitud l y el kick es $\theta_z = \dfrac{\Delta B l}{B\rho}$.

La rigidez magnética ($B\rho$) se define como la cantidad de movimiento, por unidad de carga, de una partícula que se mueve perpendicularmente a un campo magnético, y que es proporcional al producto de la inducción magnética por el radio de curvatura del acelerador.

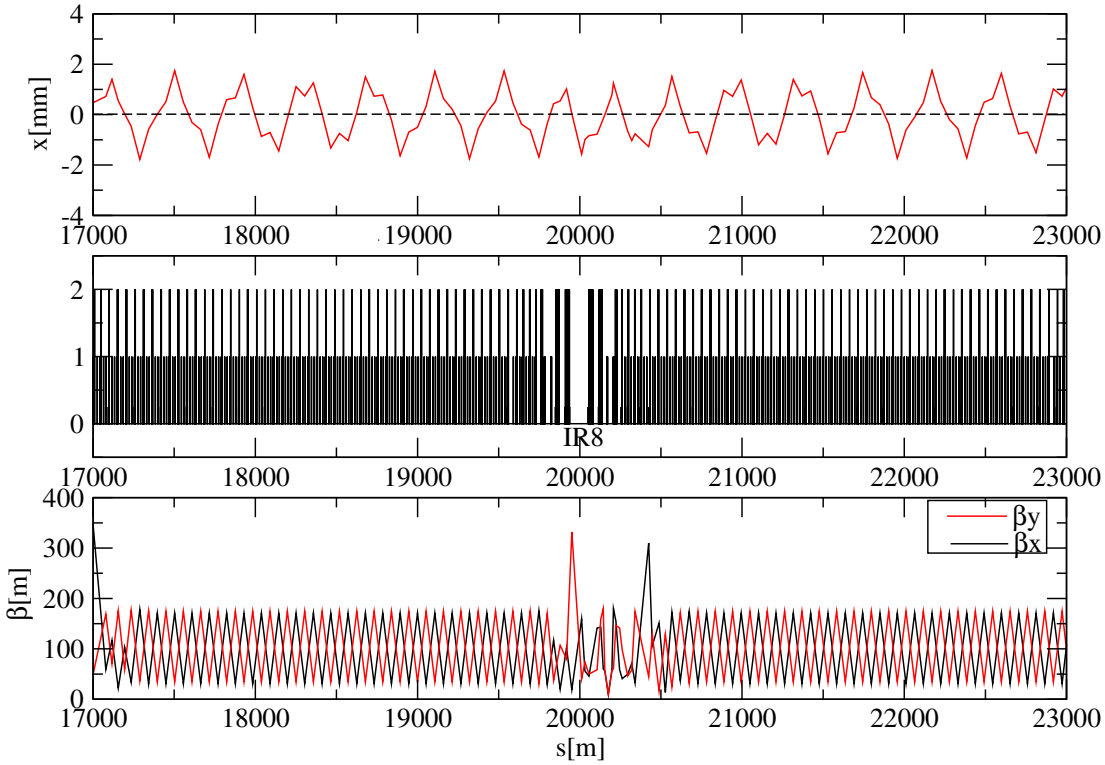

Figura 3-5: Trayectoria en el octante que contiene IR8 para la primera vuelta de una partícula simulada en el LHC con MAD-X, la órbita cerrada concuerda con la órbita diseñada en ausencia de errores magnéticos

3.2.1. Simulación de órbitas cerradas en LHC con error dipolar

Las órbitas cerradas son generadas en el LHC mediante una familia de imanes dipolares llamados MCB (Magnet Corrector Beam) que se encuentran ubicados en los arcos del acelerador. La función principal de estos elementos magnéticos es la excitación de las oscilaciones de betatrón y la corrección de órbitas en el acelerador.
Las características principales de los dipolos correctores MCB tanto para el plano vertical MCBV, como para el correspondiente plano horizontal MCBH se encuentra disponible en [35]. Para conseguir la órbita cerrada en presencia de un error dipolar se activa la fortaleza de un elemento magnético dipolar en la red del LHC (Kicker). Las órbitas cerradas y las trayectorias individuales se obtienen con MAD-X declarando al inicio de cada simulación los siguientes parámetros:

- Experimentos apagados
- Se usa el beam1 (LHCB1)
- Modelo versión 6.5.seq

- Energía 450GeV (inyección)
- Partícula: protón
- MCBH.20L3.B1, KICK:=0.00001; en la posición longitudinal s= 2609.940331 m
- MCBV.19L3.B1, KICK:=0.00001; en la posición longitudinal s= 2663.388847 m

La órbita cerrada presenta variaciones en las oscilaciones de betatron cuando el elemento dipolar magnético insertado (kick) en la línea de transporte del acelerador altera la trayectoria de la partícula, por ejemplo la figura (**3-6**) muestra que las diferentes trayectorias del haz ya no son oscilaciones de betatron alrededor de $x(s) = 0$ sino que por el contrario, realizan oscilaciones de betatron alrededor de una nueva trayectoria que se obtiene al promediar las mediciones realizadas por los BPMs del LHC, lo que se ha definido como órbita cerrada. La figura (**3-7**) muestra una comparación de los resultados simulados mediante el uso de los modulos Twiss, PTC-TRACK y los resultados teóricos de la ecuación (2-36) para la obtención de una órbita cerrada.

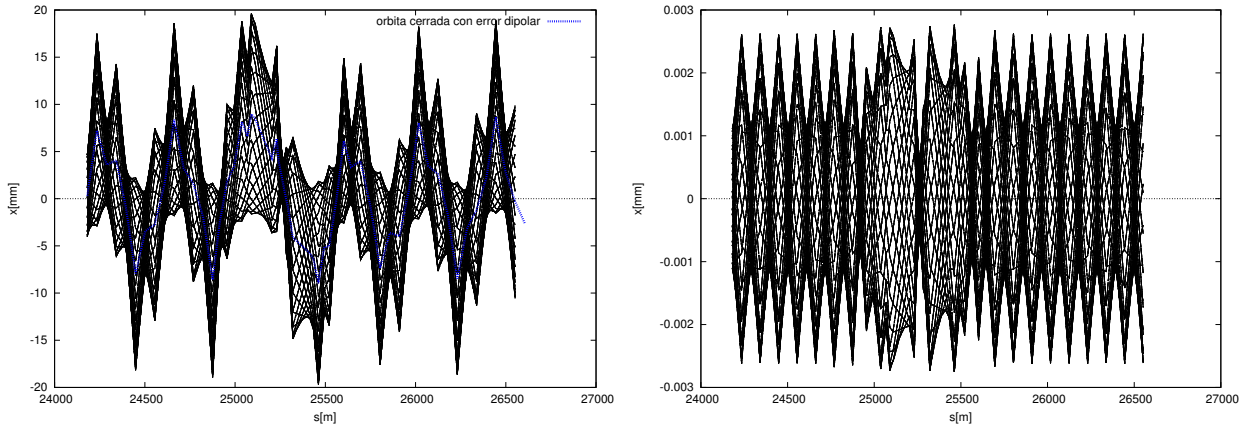

Figura 3-6: Arriba: Trayectoria de una partícula simulada en el LHC con MAD-X por 183 vueltas con error dipolar superpuesta a la órbita cerrada obtenida del promedio de las 183 vueltas. Abajo: Oscilaciones de betatrón alrededor de la órbita diseñada $s = 0$, la órbitas cerrada y la órbita diseñada coinciden en ausencia de errores dipolares.

De acuerdo a los resultados obtenidos en [33] las constantes de movimiento acción (J) y fase (δ) realizan un cambio o salto abrupto en sus gráficas justo en el lugar donde existe un error magnético en la óptica del acelerador, para el caso del kick insertado se observa un salto en la gráficas de acción y fase en la parte inferior de la figura (**3-7**) en $s = 2609{,}940331m$.

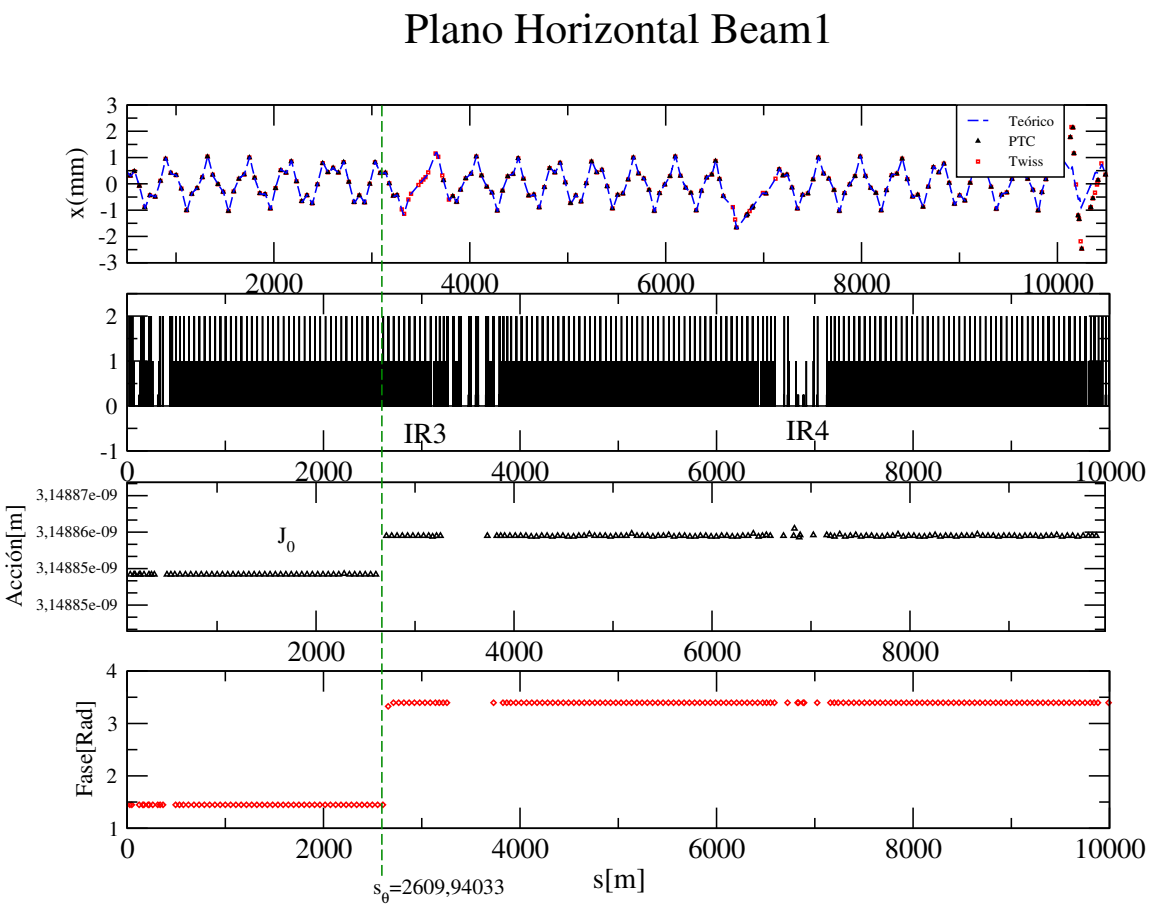

Figura 3-7: Zoom sobre una segmento del LHC, Arriba: Órbitas cerradas con error dipolar obtenidas con Twiss, modelo teórico, PTC-TRACK (promedio de órbitas TBT). Abajo: valor de las constantes de acción y fase durante el movimiento.

4 Estimación de errores cuadrupolares.

4.1. Órbitas cerradas y análisis de acción y fase

Para empezar, debe asumirse que existe un kick magnético θ_s localizado en un posición longitudinal $s = s_\theta$. Para generar órbitas cerradas, un dipolo corrector ha sido activado muy lejos del error magnético, la órbita cerrada antes del error tiene asociado una acción y una fase J_0 y δ_0 respectivamente. Usando el principio de superposición, y el hecho de que las funciones de red entre el dipolo corrector y el error magnético corresponden a las funciones de red diseñada, la órbita cerrada resultante justo antes del error para $s < s_\theta$ es:

$$\begin{aligned}\sqrt{2J_0\beta(s)}\sin(\psi(s)-\delta_0) = A\sqrt{\beta(s)}\sin(\psi(s)-\delta_A)+ \\ \frac{\theta_z\sqrt{\beta(s)\beta(s_\theta)}}{2\sin\pi\nu}\cos(\psi(s_\theta)-\psi(s)-\pi\nu)\end{aligned} \tag{4-1}$$

en donde A y δ_A son la amplitud y fase asociada con la órbita cerrada debido al dipolo corrector (error dipolar), $\beta(s_\theta)$ es la función beta en el lugar del error magnético, y ν corresponde al tono del acelerador. De una manera similar, se pueden obtener la ecuación de movimiento del haz para $s > s_\theta$, al igual que en el párrafo anterior se emplea el principio de superposición para determinar la órbita cerrada resultante:

$$\begin{aligned}\sqrt{2J_1\beta(s)}\sin(\psi(s)-\delta_1) = A\sqrt{\beta(s)}\sin(\psi(s)-\delta_A)+ \\ \frac{\theta_z\sqrt{\beta(s)\beta(s_\theta)}}{2\sin\pi\nu}\cos(\psi(s)-\psi(s_\theta)-\pi\nu)\end{aligned} \tag{4-2}$$

en el cual J_1 y δ_1 son la acción y la fase asociada de la órbita cerrada resultante $\psi(s) > \psi(s_\theta)$, de igual forma A y δ_A son la amplitud y fase asociada con la órbita cerrada debido al dipolo corrector (error dipolar). Luego de combinar la ecuaciones (4-1) y (4-2), con el uso de operaciones algebraicas e identidades trigonométricas, obtenemos que la magnitud del kick es:

$$\theta(z) = \sqrt{\frac{2J_0 + 2J_1 - 4\sqrt{J_0J_1}\cos(\delta_1-\delta_0)}{\beta_z(s_\theta)}} \tag{4-3}$$

La ecuación (4-3) corresponde al mismo resultado obtenido en la ecuación (2-19) para el análisis de acción y fase para una sola trayectoria, lo que resulta muy importante, ya que las órbitas cerradas también son posibles trayectorias de las partículas, y por lo tanto, el análisis del método de acción y fase empleado para órbitas TBT son también válidas para órbitas cerradas. En conclusión, es completamente correcto hacer uso de órbitas cerradas para la aplicación del método de acción y fase para la determinación de errores magnéticos en un acelerador.

4.2. Simulación de órbitas cerradas con errores cuadrupolares delgados.

Durante el comisionamiento de un acelerador de altas energías, el haz experimenta gradientes de campo magnético diferentes a la configuración óptica diseñada, los valores para cada uno de los imanes que componen el LHC están definidos en términos del gradiente de campo nominal y gradiente de campo integrado. Los errores delgados se definen teóricamente como errores producidos por elementos magnéticos de longitud cero.
El método de acción y acción de fase ha sido probado con anterioridad en el LHC [4–6] y comparado con otras técnicas. Los análisis presentados en los trabajos anteriormente citados hacen uso de datos experimentales de órbitas TBT para la determinación de errores magnéticos lineales en el LHC cerca a la IR1 y IR5 respectivamente. En el desarrollo de este trabajo el objetivo es realizar nuevas simulaciónes haciendo uso simultaneamente de órbitas cerradas y órbitas TBT con errores IR8.
Para realizar una comparación entre órbitas cerradas y órbitas TBT para la determinación de errores magnéticos en el LHC las condiciones iniciales deben ser iguales para las dos clases de órbitas, el módulo empleado para la creación de TBT es el PTC-TRACK y será la forma de crear órbitas cerradas para este capitulo.
los resultados de la precisión en la determinación de errores magnéticos lineales mediante el uso del método de acción y fase dependen de los valores de las funciones $\beta(s^*)$ en el lugar donde esta ubicado el error, ya que $\beta(s^*)$ con valores grandes conllevan a desplazamientos amplios en los ejes transversales, un aspecto relevante que permite una optimización del método que es altamente dependiente del cambio de la acción y fase de la trayectoria del haz en el acelerador. Para el caso de la region IR 8 no se cumple con esta condición ya que las funciones $\beta(s^*)$ no presentan valores máximos en los lugares específicos donde se ubica el error [1], sin embargo, el método puede ser aplicado experimentalmente si los errores magnéticos son de magnitud considerable, como por ejemplo en el comisionamiento del LHC en el año 2009 [30].

[1] Más adelante se definen los elementos magnéticos en los cuales se aplica el método de acción y fase y sus ventajas, aunque la técnica puede ser aplicada a cualquier conjunto de imanes de la red óptica de acelerador.

El procedimiento para simulaciones con MAD-X para determinar errores cuadrupolares delgados cerca a la región IR8 haciendo uso de órbitas cerradas se realizo de acuerdo a los siguientes procedimientos:

- Experimentos apagados
- Se usa el beam1 (LHCB1)
- Modelo versión 6.5.seq
- Energía 450GeV (inyección)
- Partícula: protón
- Realizar una modificación de la óptica diseñada del LHC activando un kicker inicial θ_k para generar las oscilaciones de betatron y un error magnético cuadrupolar θ_q normal y rotado $B_1 = 1 \times 10^{-3} m^{-1}$ y $A_1 = 2 \times 10^{-4} m^{-1}$ respectivamente.
- la órbita cerrada se obtiene del promedio de 1000 vueltas generadas por el módulo PTC-TRACK.
- Para obtener órbitas cerradas con una amplitud máxima cerca del error cuadrupolar se activa la fortaleza de un dipolo corrector en un lugar distante de θ_q, la lista de dipolos apropiados se determinan haciendo uso de la ecuación (2-36), la órbita cerrada tendrá un valor máximo cuando

$$|\psi(s) - \psi(s_0)| - \pi\nu = 0 \tag{4-4}$$

Se elabora un scripts que permite determinar los dipolos correctores que generan órbitas cerradas con un valor máximo en ambos planos transversales del acelerador. La tabla (**4-1**) muestra los resultados de los dipolos obtenidos que cumplen con la ecuación (4-4).

Corrector horizontal	Diferencia de fase[Rad]	Posición longitudinal[m]	Corrector vertical	Diferencia de fase[Rad]	Posición longitudinal[m]
MCBH.29L4.B1	0.01	5461.61890	MCBV.27R2.B1	0.01	1487.521497
MCBH.24R4.B1	0.02	7991.74438	MCBV.20L4.B1	0.02	5942.655547
MCBH.19R5.B1	0.007	11057.2486	MCBV.30L6.B1	0.03	12072.82688
MCBH.15R7.B1	0.03	17508.3159	MCBV.13L7.B1	0.02	16313.50769
MCBH.27L2.B1	0.02	25562.7753	MCBV.11L1.B1	0.01	23086.41037

Tabla 4-1: Correctores dipolares que generan órbitas cerradas con valor máximo en IP8, los correctores seleccionados son aquellos con un valor cercano a 0.

- los correctores dipolares seleccionados MCBH.24R4.B1 y MCBV.20L4.B1 cumplen con la ecuación (4-3) y sus posiciones longitudinales son lejanas con respecto a un error θ_q. Se elabora un script que extraiga la información de las posiciones obtenidas en cada uno de los BPMs de la red óptica del acelerador durante las 1000 vueltas simuladas y obtenga la órbita cerrada en el formato sdds.

- Procesar la órbita cerrada con los algoritmos de calculo de acción y fase para determinar el valor del error.

La figura (**4-1**) muestran las órbitas cerradas obtenidas con dipolos correctores con diferencia de fase entre $\psi(s)$ y $\psi(s_0)$ igual a $\pi\nu$. Las gráficas de acción y fase muestran un salto en los valores de las constantes de acción y fase en los lugares donde se introduce θ_k y θ_q, los errores magnéticos determinados con órbitas cerradas se encuentran en la tabla (**4-2**).

4.3. Simulación de órbitas TBT con errores cuadrupolares delgados.

Análisis realizados para determinar errores magnéticos lineales haciendo uso del método de acción y fase mediante órbitas TBT en LHC ha sido ya abordados en [4–6, 36], los mejores resultados fueron obtenidos con un conjunto de órbitas elegidas por medio del criterio de selección de rango de fase, el procedimiento para las construcción de este tipo de órbitas es:

- Creación de las dórbitas: se construyen a partir de la diferencia entre todas las trayectorias y una órbita base que en este caso corresponde con la órbita cerrada obtenida del promedio de las posiciones medidas por todos los BPMs del acelerador por el número total de vueltas simuladas, este tipo de dórbitas permiten eliminar errores dipolares.

- Selección rango de fase: las dórbitas son seleccionadas de acuerdo a una fase elegida con anterioridad que permite obtener trayectorias con valores máximos cerca a la región donde se inserto el error cuadrupolar. Al mismo tiempo se selecciona otro conjunto dórbitas pero en contra fase, es decir, valores mínimos en la trayectoria cerca al punto donde se inserto el error.

- Creación de las ddórbitas: con el grupo de dórbitas seleccionadas se construye una dórbita promedio que se resta con el promedio de las dórbitas en contrafase, esta nueva órbita es la que denominamos ddórbita con cual se realiza todo el análisis de acción y fase [29].

Los parámetros declarados en MAD-X para la simulación de órbitas TBT son :

- Experimentos apagados

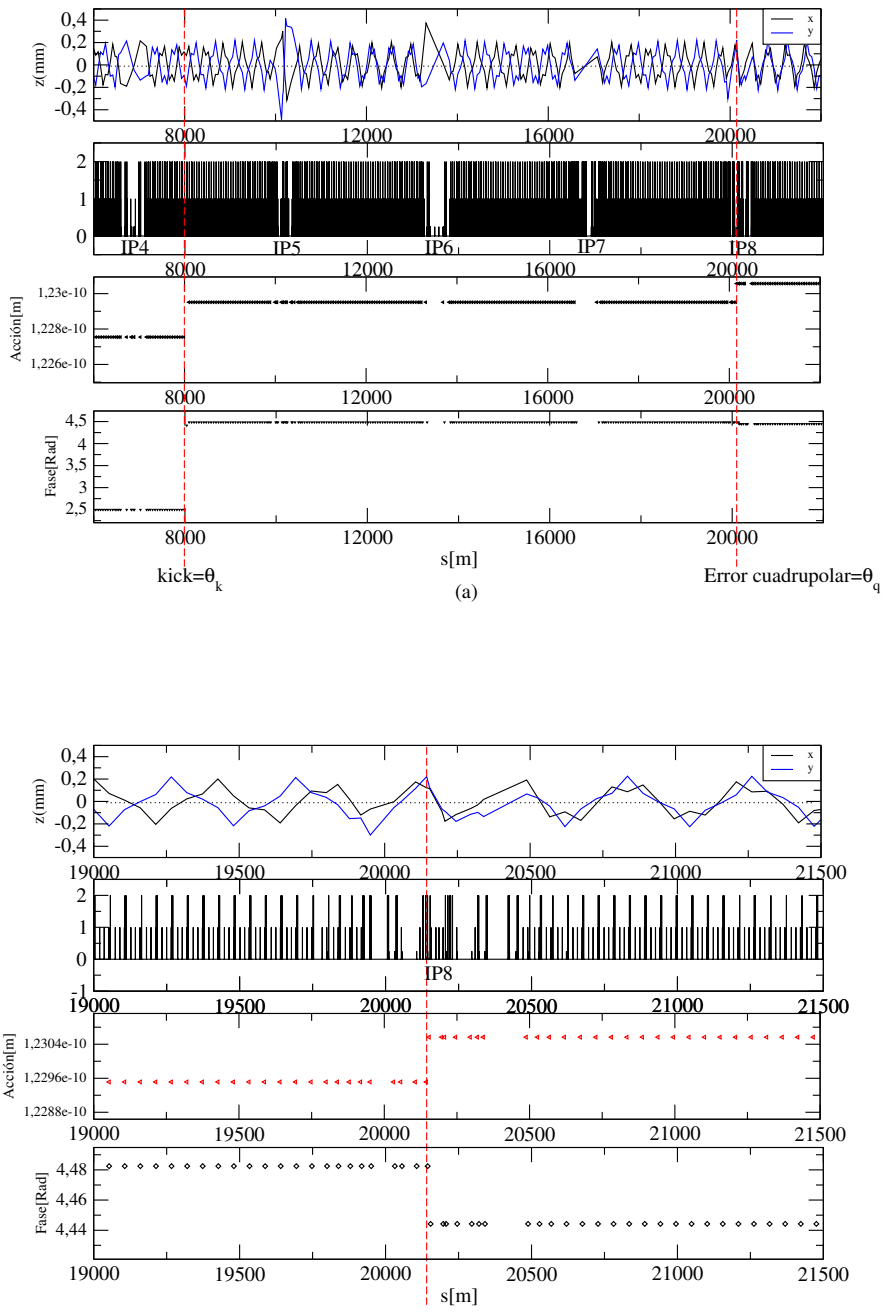

Figura 4-1: (a) Órbitas cerradas obtenidas con los correctores dipolares MCBH.24R4.B1 y MCBV.20L4.B1. Parte inferior: valor de las constantes de acción J y fase δ durante el movimiento (b) Zoom sobre IP8.

- Se usa el beam1 (LHCB1)
- Modelo versión 6.5.seq
- Energía 450GeV (inyección)
- Partícula: protón
- Para el módulo PTC-TRACK, la simulación tiene como condiciones iniciales x=0.0001 y=0.0001; por 1000 vueltas.

La figura (**4-2**) muestra órbitas TBT obtenidas con los criterios de selección de rango de fase, para el caso de estas trayectorias los saltos de acción y fase generados por cualquier elemento dipolar se anulan por el criterio de órbita diferencia, un resultado importante ya que los errores magnéticos determinados haciendo uso de este tipo de órbitas serán únicamente de orden 1 en adelante, es decir, errores cuadrupolares, sextupolares , etc. La tabla (**4-2**) muestra el resultado de los errores magnéticos determinados mediante el uso de las dos clases de órbitas.

Análisis	A_1 $2 \times 10^{-4} m^{-1}$	B_1 $1 \times 10^{-3} m^{-1}$
TBT	2.0000004	1.00000003
Órbita cerrada	1.99999996	1.00000002

Tabla 4-2: Resultados obtenidos de las ecuaciones (2-25) y (2-26).

los valores determinados para el error magnético muestran una precisión hasta de 7 cifras significativas para órbitas cerradas y 6 cifras significativas para órbitas TBT para el componente A_1. La importancia de especificar las cifras significativas radica en evidenciar la precisión del método con el uso de cada una de las órbitas.

4.4. Simulación de órbitas TBT y órbitas cerradas incluyendo ruido gaussiano

Las medidas experimentales de las posiciones del centroide del haz presentan un ruido entre el $1 \sim 10\,\%$ aproximado del valor máximo de la amplitud de las oscilaciones de betatron medidas por los BPMS en los arcos del acelerador. Para simulaciones cercanas a los valores esperados en los datos experimentales se introduce un ruido gaussiano de sigma 0,02 mm a las órbitas cerradas y órbitas TBT.
los resultados del error determinado haciendo uso de las dos clases de órbitas se encuentran en la tabla (**4-3**). Un aspecto importante es la fuerte dependencia de la efectividad del

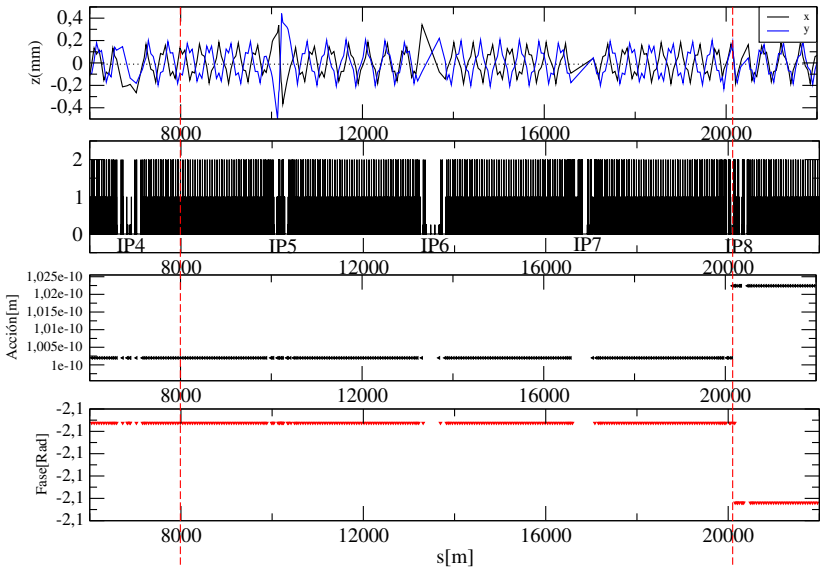

Figura 4-2: Órbitas TBT obtenidas mediante el uso del criterio de selección de rango con sus respetivas graficas de acción y fase.

método con especto a los valores de las mediciones realizadas por los BPMs, la presencia de ruido en los datos obtenidos para cada trayectoria afectan la precisión para la determinación del error. Una nueva formalización del método de acción y fase han permitido aumentar la precisión de los resultados, para una explicación más formal y resultados ver [37].

Análisis	A_1 $2 \times 10^{-4} m^{-1}$	B_1 $1 \times 10^{-3} m^{-1}$
TBT	2.1 ± 0.1	9.95 ± 0.01
Órbita cerrada	2.1 ± 0.1	9.95 ± 0.01

Tabla 4-3: Resultados obtenidos de las ecuaciones (2-25) y (2-26) para órbitas con promedio de ruido $20 \times 10^{-6} m$,

4.5. Simulación de errores cuadrupolares en los tripletes de IR8.

Dentro del LHC las fuentes de errores magnéticos son producidas por los diferentes elementos que componen la red óptica del acelerador, es decir, dipolos, cuadrupolos, sextupolos, octu-

polos, etc. Un elemento magnético importante para la corrección de los errores magnéticos es el triplete, una configuración especial de imanes que está definido desde el contexto de la física de aceleradores como un ensamble de tres cuadrupolos magnéticos separados una distancia corta uno del otro con planos focales intercalados utilizados con el fin de reducir las funciones beta en las regiones de interacción.

Para el caso del LHC los tripletes utilizados están ubicados al lado y lado de las regiones(IR1, IR2, IR5 y IR8) y permiten focalizar con precisiones micrométricas el haz antes y después de las regiones donde están localizados. Para implementar el método de acción y fase para la determinación de errores magnéticos a cada uno de los elementos que componen la red óptica del acelerador en las regiones de interacción requiere como mínimo la medición de dos bpm a cada lado del elemento magnético. Un aspecto importante del LHC es que no cuenta con más de 6 BPM en la regiones de interacción, pero esta dificultad se soluciona planteando errores equivales en los elementos más comunes ubicados en las regiones de interacción, los tripletes.

Para determinar errores magnéticos que presentan componentes de cuadrupolo normal integrado A_1 y cuadrupolo rotado integrado B_1, solo es necesario determinar un error equivalente en los elementos normales y rotados del triplete A_1^t, B_1^{tx} y B_1^{ty} [4]. El método de acción y fase es ahora aplicado a este nuevo grupo de imanes y la determinación de los errores de gradiente de campo de los tres cuadrupolos pueden ser compensados con la variación de la intensidad de dos de ellos, la expresion para el kick magnético experimentado por una partícula de acuerdo con este resultado es:

$$\begin{aligned} \theta_x^t &= A_1^t y(s^*) - B_1^{tx} x(s^*) \\ \theta_y^t &= A_1^t x(s^*) + B_1^{ty} y(s^*) \end{aligned} \tag{4-5}$$

Análisis de errores gruesos haciendo uso de órbitas TBT fueron abordados en trabajos anteriores [4–6], las simulaciones en estos desarrollos mostraron que existen cuatro tipos de órbitas que optimizan la recuperación del error en los tripletes del LHC, órbitas con máximos y mínimos en ambos planos simultáneamente o máximos y mínimos respectivamente(maxmax, maxmin, minmax, minmin) son empleadas para determinar errores magneticos lineales. Se introduce nuevamente en la red óptica diseñada un error magnético integrado en los imanes que conforman el triplete de la región IR8, los valores de los errores equivalentes determinados con órbitas TBT se muestran en la tabla (**4-5**).

Pero no siempre se cuenta con más de una clase de órbita para realizar el análisis de acción y fase, todo el desarrollo para la determinación de errores magnéticos lineales usando una sola clase de órbita cerrada se encuentra en [1, sección V.2]. Las ecuaciones (4-5) muestran que θ_x^t y θ_y^t son funciones de la posición horizontal y vertical del haz respectivamente. Las posiciones $x(s^*)$ y $y(s^*)$ son variables que se relacionan entre sí de acuerdo a la cantidad de acoplamiento presente en el acelerador, todas las relaciones son determinadas experimentalmente como:

$$\begin{aligned}\theta_x^t &= c_1^{xa} x(s^*) + constante \\ \theta_y^t &= c_1^{ya} x(s^*) + constante \\ \\ \theta_x^t &= c_1^{xb} y(s^*) + constante \\ \theta_y^t &= c_1^{yb} y(s^*) + constante\end{aligned} \tag{4-6}$$

y las relaciones de acomplamiento

$$\begin{aligned}y(s^*) &= m_a x(s^*) + b_a \\ x(s^*) &= m_b y(s^*) + b_b\end{aligned} \tag{4-7}$$

Donde el subíndice (a) corresponden a gráficas obtenidas de órbitas cerradas generadas con un dipolo corrector con diferentes fortalezas en el plano horizontal y un dipolo de fortaleza constante en el plano vertical, caso contrario para el subíndice (b) donde la fortaleza del corrector vertical varia y un corrector en el plano horizontal permanece constante.

Los valores de las constantes m_a, m_b, c_1^{xa}, c_1^{ya}, c_1^{xb} y c_1^{yb} son determinadas de la gráficas de ecuaciones (4-6) y (4-7). Se utilizan nuevamente los correctores MCBH.24R4.B1 y MCBV.20L4.B1, los resultados se muestra en las figuras (**4-3**) y (**4-4**).

La combinación de las ecuaciones (4-5), (4-6) y (4-7) y un proceso de álgebra permiten reescribir los valores de A_1^t, B_1^{tx} y B_1^{ty} en términos de las constantes m_a, m_b, c_1^{xa}, c_1^{ya}, c_1^{xb} y c_1^{yb} mediante las ecuaciones[2]

$$\begin{aligned}A_1^t &= \frac{c_1^{ya} - c_1^{yb} m_a}{1 - m_a m_b} \\ B_1^{tx} &= \frac{m_a c_1^{xb} - c_1^{xa}}{1 - m_a m_b} \\ B_1^{ty} &= \frac{m_b c_1^{ya} - c_1^{yb}}{1 - m_a m_b}\end{aligned} \tag{4-8}$$

Las gráficas de las figuras (**4-3**) y (**4-4**) permiten extraer los valores de la ecuación (4-8), la comparación entre los resultados de los errores equivalentes mediante el análisis de órbitas multivuelta y órbitas cerradas se muestran en la tabla (**4-5**), los errores magnéticos introducidos para la simulación en el grupo de imanes que conforma el triplete de IR8 se muestran en la tabla (**4-4**).

[2]Para un explicación más formal de la obtención de estas ecuaciones ver [1, pág 81]

Los valores obtenidos en la determinación del error magnético equivalente para simulaciones sin ruido con el uso de los dos tipos de órbitas son muy cercanos, por el momento no existe impedimento alguno para elegir entre órbita cerrada o TBT para la determinación de errores magnéticos lineales con el método de acción y fase.

Nombre de los imanes	Errores magnéticos $*10^{-5}m^{-2}$
MQXB.A2L8	-0.8
MQXB.B2L8	-0.8
MQXB.A2L8	-1.5
MQXB.B2L8	-1.5
MQSX.3L8	10

Tabla 4-4: Errores magnéticos integrados introducidos en la red óptica del acelerador para simulaciones con MAD-X tanto para órbita cerrada como órbita TBT.

Análisis	B_1^{tx} $*10^{-4}m^{-1}$	A_1^{t} $*10^{-1}m^{-1}$	B_1^{ty} $*10^{-1}m^{-1}$
TBT	-3.12	2.2	-2.01
órbita cerrada	-3.19	2.1	-1.94

Tabla 4-5: Comparación de los errores equivalentes obtenidos para órbitas cerradas y órbitas TBT sin ruido gaussiano

Para obtener simulaciones cercanas a las medidas experimentales en el caso de errores magnéticos equivalentes, se introduce igual que en la sección anterior un ruido gaussiano de sigma 0.015 mm, los resultados se encuentran en la tabla (**4-6**).

Análisis	B_1^{tx} $*10^{-4}m^{-1}$	A_1^{t} $*10^{-1}m^{-1}$	B_1^{ty} $*10^{-4}m^{-1}$
TBT	-3.1 $\pm$ 0.1	3.3 $\pm$ 0.1	-2.0 $\pm$ 0.4
órbita cerrada	-2.84 $\pm$ 0.08	2.05 $\pm$ 0.04	-1.88 $\pm$ 0.09

Tabla 4-6: Comparación de los errores equivalentes obtenidos para órbitas cerradas y órbitas TBT para órbitas con promedio de ruido $15 \times 10^{-6}m$

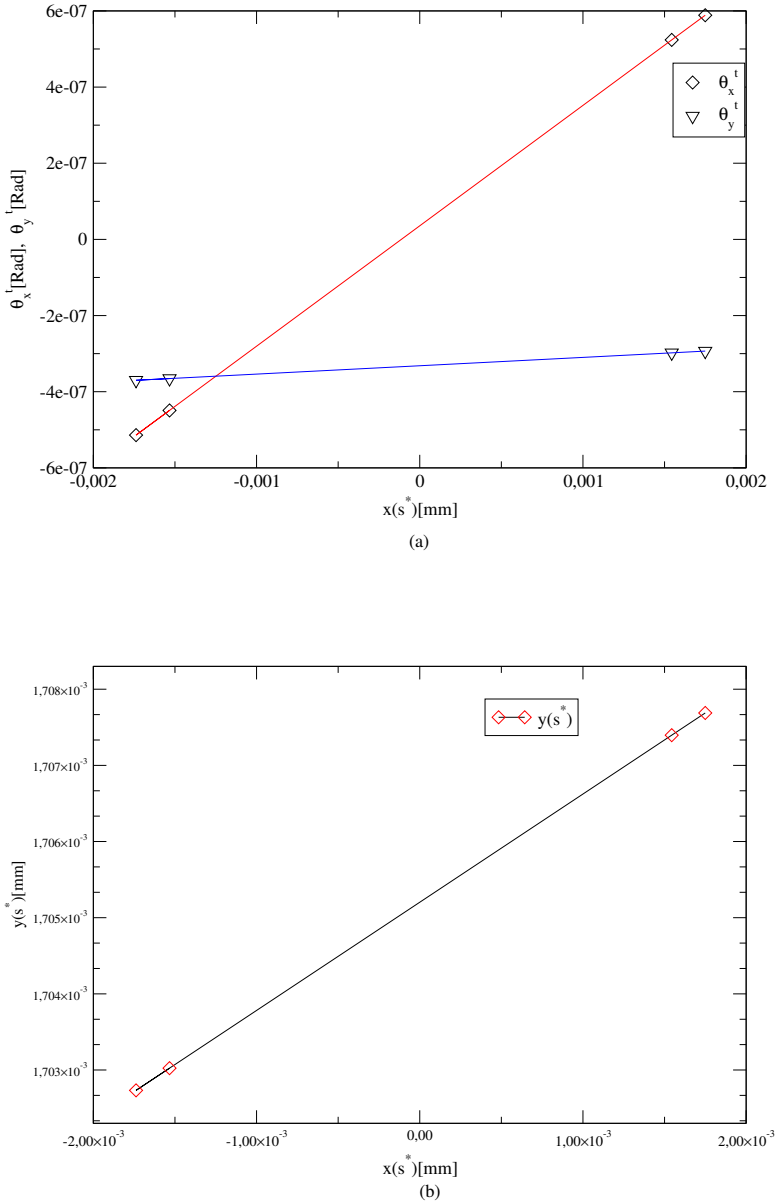

Figura 4-3: (a) Relación entre el error magnético insertado en el triplete de IR8 y las posiciones s^* en el plano Horizontal para el corrector MCBH.14L5.B1 con diferentes intensidades. (b) Relación de acoplamiento entre las posiciones $x(s^*)$ y $y(s^*)$.

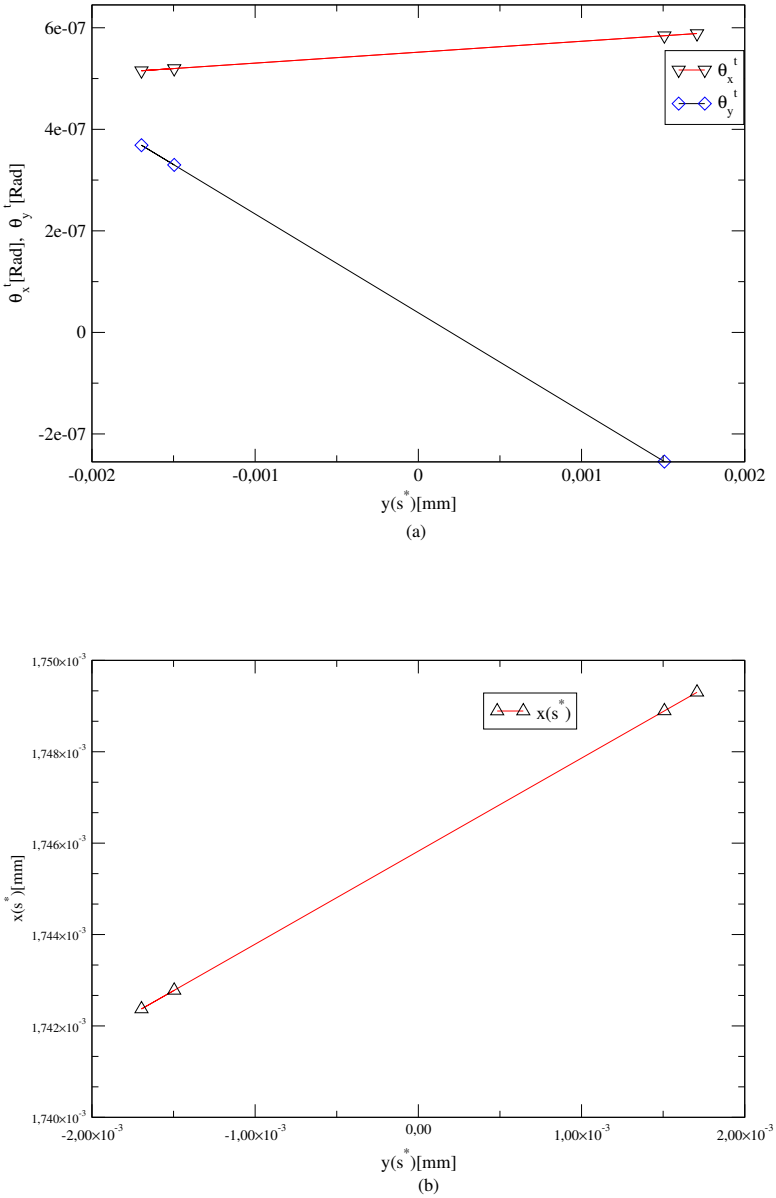

Figura 4-4: (a) Relación entre el error magnético insertado en el triplete de IR8 y las posiciones s^* en el plano vertical para el corrector MCBV.13L7.B1 con diferentes intensidades. (b) Relación de de acoplamiento entre las posiciones $x(s^*)$ y $y(s^*)$

5 Análisis experimentales de órbitas cerradas y órbitas TBT en el LHC

5.1. Datos experimentales: características y criterios de selección.

Los datos de órbitas cerradas fueron obtenidos de los resultados experimentales durante el comisionamiento del LHC en los meses de noviembre y diciembre de 2009 para energía de inyección del haz en el acelerador. Los criterios utilizados para la elección de la región de interacción donde el método de acción y fase será aplicado para determinar errores magnéticos lineales obedecen a los siguientes aspectos:

- Para ópticas de energía de inyección las funciones beta con valores muy grandes se encuentran en las regiones de interacción IR2 (Alice) y IR8 (Lhcb), La figura (**5-1**) muestra las valores de $\beta(s)$ para las ópticas de inyección y colisión del LHC en la versión 6.5, las funciones $\beta(s)$ con valores grandes presentan un cambio visible en las constantes de movimiento J y δ y los datos experimentales de órbitas cerradas y órbitas TBT solo serán funcionales para analizar dichas regiones mediante el método de acción y fase.

- En la figura (**5-1**) se observa que las funciones $\beta(s)$ tienen valores muy grandes cerca de las IR3, IR4, IR6 y IR7, una característica importante de este tipo de regiones es la ausencia de tripletes, lo que restringe el uso del método de acción y fase que determina errores magnéticos equivalentes únicamente en los tripletes de las IR.

- Durante el comisionamiento del 2009 las secciones del LHC con mayor fuentes de errores magnéticos eran la regiones cerca de IR3 y IR7, seguidas de los tripletes de las IR2 y IR8 [30, sección IV].

Teniendo en cuenta las aspectos anteriormente enunciados la región seleccionada para determinar errores magnéticos mediante el método de acción y fase es la IR8. Los datos experimentales fueron extraídos de la carpeta <measureddatafile>/nfs/cs-ccrnfs4/ lhcdata/OP DATA/FILLDATA/ALLFILLDATA/891/BPM/F891.data.gz y contienen órbitas cerradas obtenidas durante varios intervalos de tiempo, el formato de salida de estos archivos se muestra en la tabla (**5-1**). La columna 1 hace referencia al BPM que realizo la medida, la

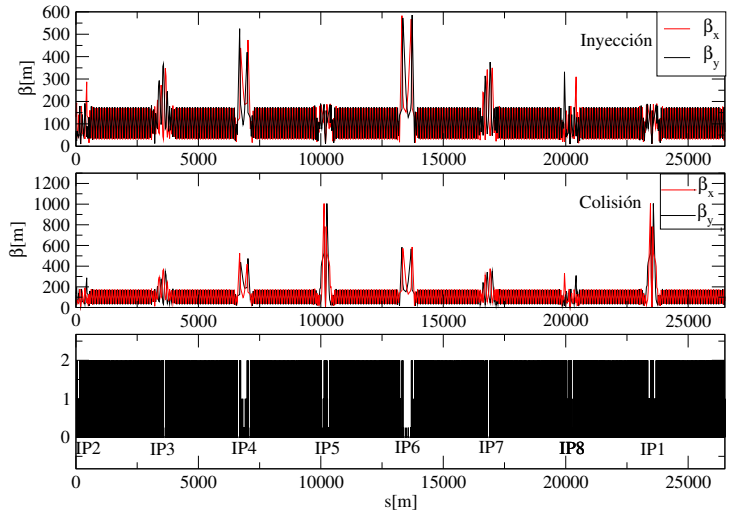

Figura 5-1: Funciones $\beta(s)$ del LHC para ópticas de inyección y colisión en los planos horizontal y vertical del acelerador

columna 2 indica el plano en que se registran las posiciones, columna 3 indica a que haz corresponde la medida (beam 1 o beam 2), columna 4 medición de la posición del centroide del haz con respecto a la órbita de referencia (μm), columna 5 valor cuadrático medio y las ultimas tres columnas dan información acerca del estado del BPM durante la medición.

NAME	PLANE	BEAM	POS	RMS	SUM	HW-STATUS	STATUS	STATUS-TAG

Tabla 5-1: Formato estándar de salida de órbitas cerradas en LHC

Los datos originales deben ser transformados mediante algoritmos que permitan obtener archivos de salida que conserven el formato sdds para ser procesados por el software de acción y fase. Durante el análisis de órbitas cerradas los datos presentan un nivel de ruido considerable como se muestra en la figura (**5-2**).

5.1.1. Órbitas diferencia

Las órbitas diferencia convencionales son útiles para la eliminación sistemática de contribuciones provenientes de errores dipolares en la red óptica del acelerador. En el caso de las órbitas diferencia empleadas en el análisis de acción y fase se evidencia una reducción del

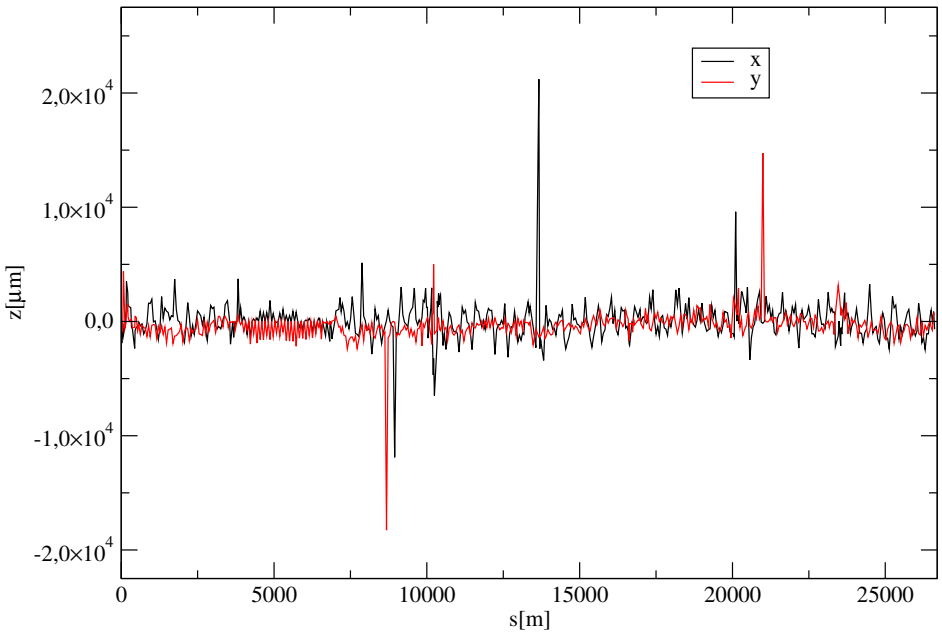

Figura 5-2: Órbitas cerradas de datos experimentales en los planos horizontal y vertical.

ruido y una magnificacion del valor del error magnético a determinar, cuando dos órbitas cerradas generadas por un mismo corrector dipolar pero con diferentes fortalezas se restan una de la otra, la órbita resultante tendrá un valor doble del efecto del error cuadrupolar en relación a las órbitas individuales.

La figura (**5-3**) muestra una órbita diferencia resultado de la resta entre dos órbitas cerradas experimentales generadas por un mismo dipolo corrector pero con una diferencia de signo en el valor del kick. Resultados posteriores al análisis de un grupo de 200 órbitas con su respectiva diferencia indican que únicamente se tiene experimentalmente en energía de inyección órbitas cerradas excitadas en un solo plano del acelerador; las oscilaciones de betatron en el plano no excitado son muy pequeñas y corresponden al fenómeno de acoplamiento del haz.

Durante el comisionamiento del LHC las oscilaciones de betratron para la apertura dinámica del haz fueron generadas por dipolos correctores que variaban su fortaleza hasta tocar el beam pipes; sin embargo, solo estas órbitas tienen asignado el nombre del elemento magnético con el cual fueron generados. Para obtener un conjunto de trayectorias similares a las órbitas utilizadas en la simulación del método de acción y fase para la recuperación de errores magnéticos integrados, basta con buscar en los datos experimentales órbitas tomadas en tiempos anteriores a la órbita que toca el tubo del haz.

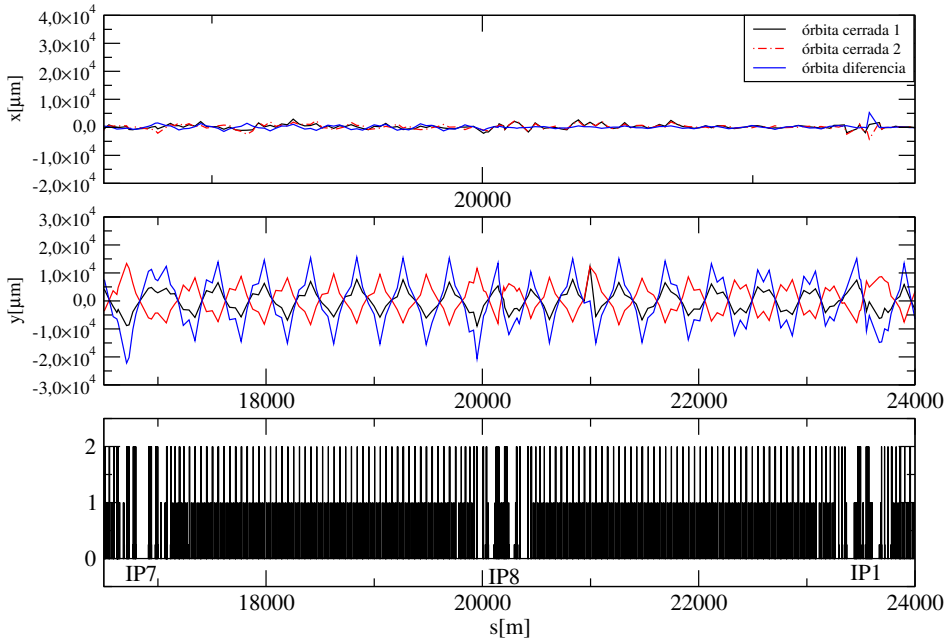

Figura 5-3: Órbitas diferencia entre dos órbitas cerradas experimentales

Retomando los criterios utilizados para la elección de trayectorias con mayores resultados de precisión para determinar los valores mediante el método de acción y fase, se eligen órbitas diferencia generadas por dipolos correctores que cumplan la relación de la ecuación (4-4) y tengan diferentes amplitudes de oscilación en el triplete del lado izquierdo de la IR8, los resultados se muestran en la figura (**5-4**) para el plano horizontal.

5.1.2. Determinación de errores equivalentes en la región IR8 mediante el uso de órbitas cerradas

Los resultados obtenidos de las figuras (**5-3**) y (**5-4**) establecen que las órbitas cerradas experimentales son excitadas únicamente con dipolos correctores activados en un solo plano; ya sea horizontal o verticalmente, lo que impide aplicar directamente el tratamiento hecho en la sección 4.3. para obtener una recuperación real de B_1^{tx}, A_1^t y B_1^{ty} .
Existe una técnica simple para hallar órbitas cerradas que cumplan con las características de las trayectorias simuladas en la sección 4.3. El objetivo es obtener órbitas con diferentes amplitudes excitadas por un mismo corrector dipolar en uno de los planos, mientras que en el otro debe existir una órbita cerrada producida por un kick magnético constante.

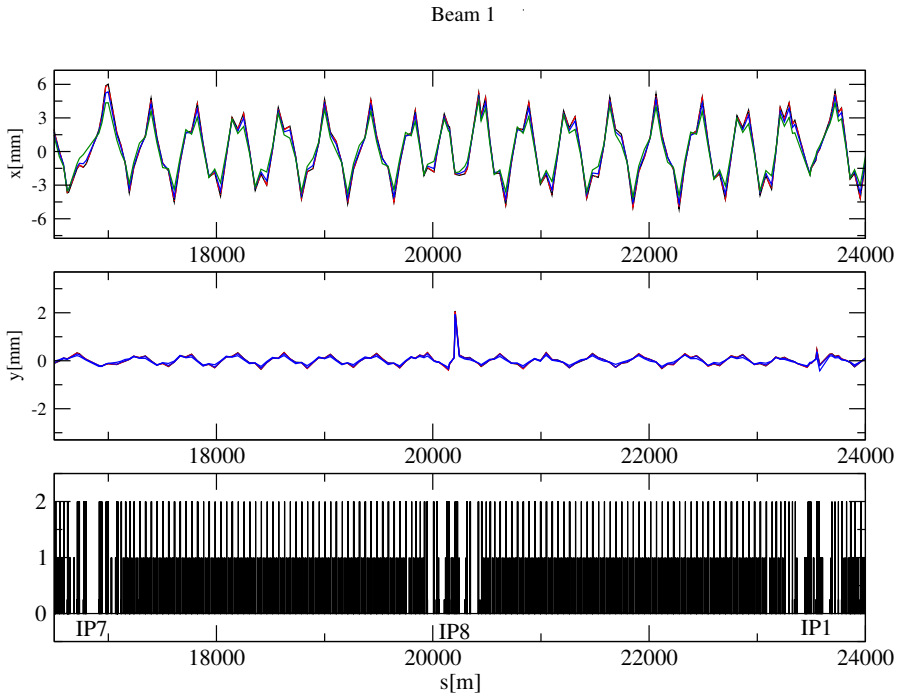

Figura 5-4: Cuatro órbitas diferencia generadas con un mismo dipolo corrector con diferentes fortalezas con amplitud máxima en el triplete izquierdo del IR8.

Por simplicidad se asigna el nombre de dórbita para las diferentes trayectorias construidas como la diferencia entre dos órbitas cerradas producidas por mismo dipolo corrector. Ahora se construye una nueva órbita diferencia llamada ddórbita, que no es más que la diferencia entre las dórbitas determinadas para el plano horizontal y una trayectoria base que corresponde a cualquiera de las dórbitas halladas para el plano vertical; se procede de la misma forma para determinar las ddórbitas en plano vertical. Las nuevas ddórbitas se muestran en las figuras (**5-5**) y (**5-6**).

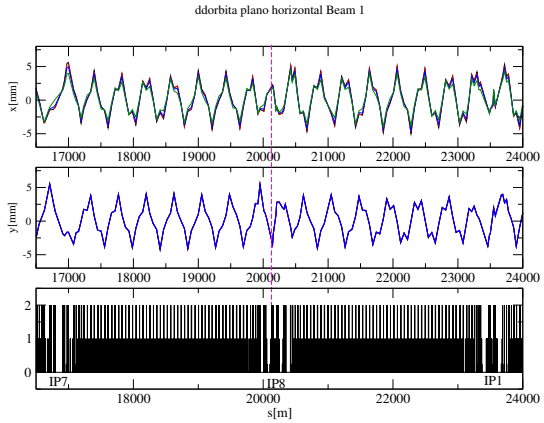

Figura 5-5: ddórbitas generadas para valores distintos de la fortaleza de campo magnético del corrector dipolar RM.MCBH.17R3.B1 en el plano horizontal.

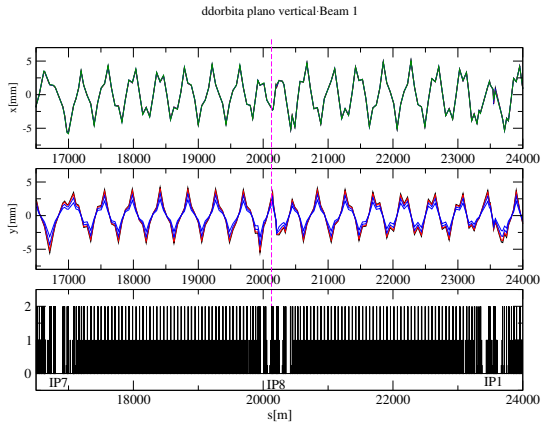

Figura 5-6: ddórbitas generadas para valores distintos de la fortaleza del campo magnético del corrector dipolar RM.MCBCV.6R3.B1 en el plano vertical.

Las ddórbitas son trayectorias similares al conjunto de órbitas cerradas empleadas en el capitulo anterior para determinar los errores magnéticos equivalentes en los tripletes de la región IR8. Se aplica el método de acción y fase para los dos conjuntos de órbitas y sus respectivas gráficas de acción y fase para las ddórbitas se muestran en la figura (**5-7**), un acercamiento a la región IR8 muestra un salto en el valor promedio de las constantes de movimiento J y δ en el plano horizontal. Para determinar los errores equivalentes A_1^t, B_1^{tx} y B_1^{ty} se determina las constantes m_a, m_b, c_1^{xa}, c_1^{ya}, c_1^{xb} y c_1^{yb} de la figura (**5-8**).

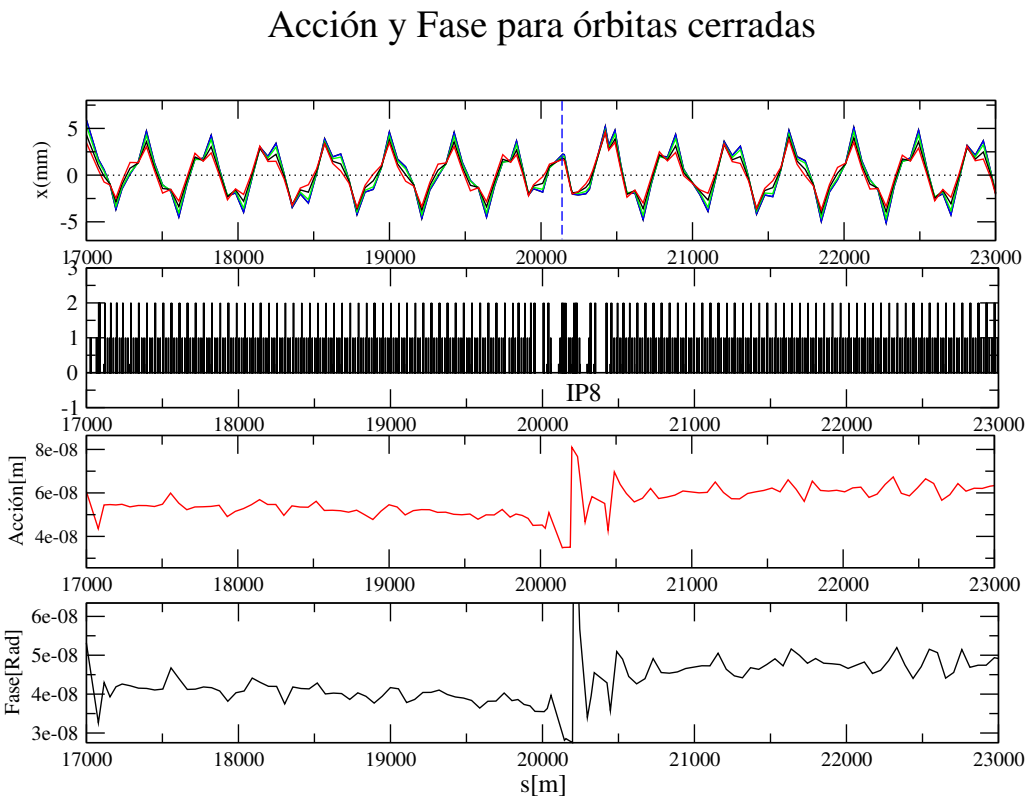

Figura 5-7: Gráficas de las cuatro ddórbitas cerradas generadas por un mismo dipolo corrector con diferente fortaleza, los saltos en los valores promedio de la acción y la fase indican que existe errores magnéticos asociados a los tripletes de IR8.

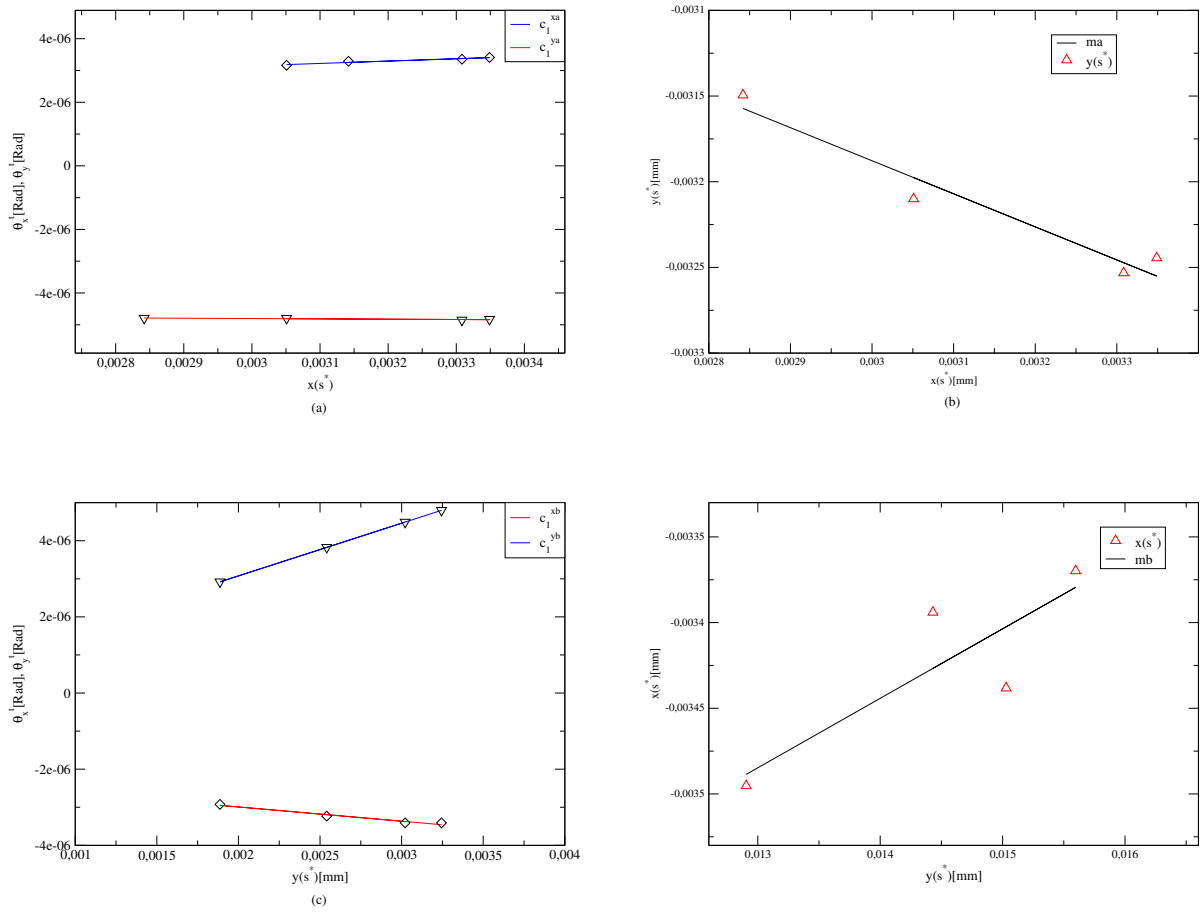

Figura 5-8: (a) Dependencia del error magnético con la posición horizontal del haz. (b) relación de acoplamiento entre las posiciones transversales. (c) y (d) igual que para (a) y (b) pero para el plano vertical.

5.1.3. Determinación de errores equivalentes en la región IR8 mediante el uso de órbitas TBT

Los datos seleccionados para el análisis de acción y fase corresponden al periodo de comisionamiento entre enero y diciembre de 2009. Todo el tratamiento de los datos y los criterios para la selección de órbitas con menor cantidad de ruido fueron desarrollados en detalle en [4, 36].

Para la elección del paquete de órbitas se toma como referencia trabajos preliminares que determinaron los datos experimentales con menor cantidad de ruido[1], los cuales corresponden a la carpeta: dataLHC/051109/lhc-b1-2009-12-05/InjTurnsLHCRING 05-12-09-F899.data.zip-

[1]para mayor detalle ver [38, sección IV.2]

. Para el procesamiento inicial de órbitas TBT se debe comprobar las unidades de salida de las mediciones de las posiciones hechas por cada uno de los BPMs, para este caso en particular el archivo de salida esta en micrometros. Se aplica la secuencia de selección de rango de fase y las órbitas resultante son procesadas mediante el software de acción y fase.
La órbita de salida maxmin y sus correspondientes gráficas de acción y fase se muestran en la figura (**5-9**), nuevamente al igual que en el caso de órbitas cerradas se observa un salto en el valor de las constantes de movimiento en la región IR8.

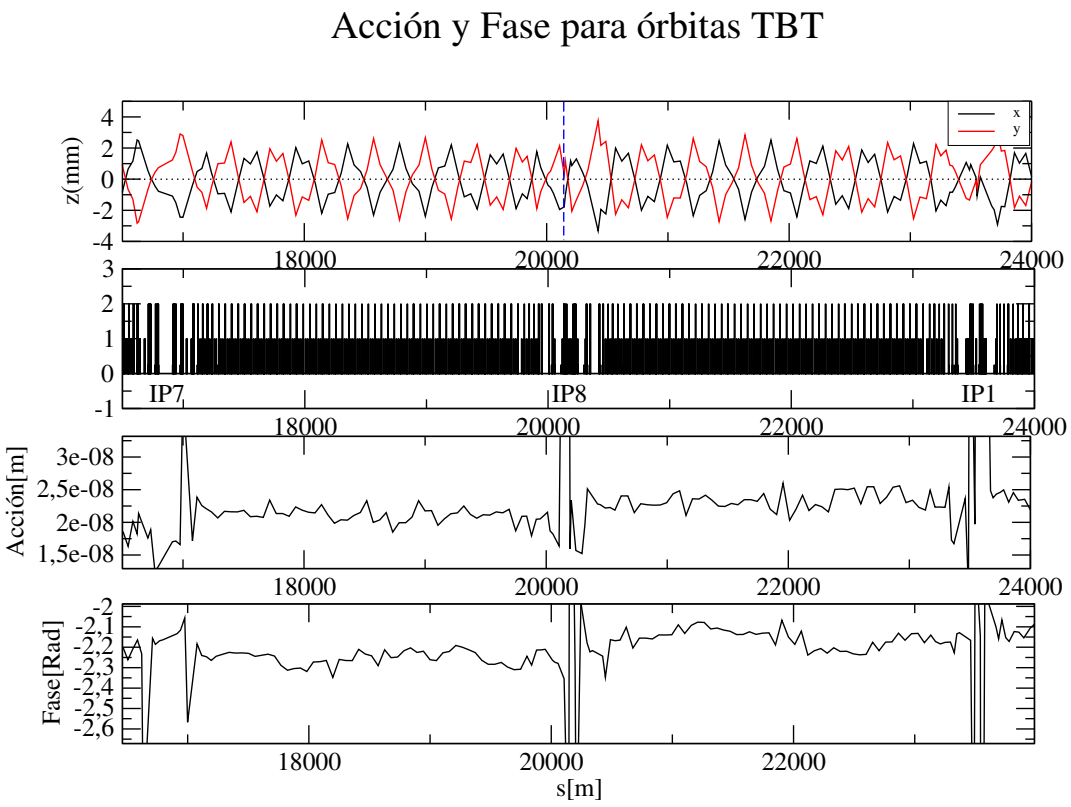

Figura 5-9: Se observan los saltos de los valores promedios de la acción y la fase antes y despues de le region IR8.

En los arcos del acelerador las funciones beta tiene un valor pequeño que no permiten visualizar los cambios en las constantes de acción y fase de la trayectoria del haz por errores magnéticos presentes en dicha región. De las gráficas de acción y fase obtenidas con órbita cerrada figura (**5-7**) y órbita TBT figura (**5-9**) indican que los valores presentan una cierta variación que no corresponde al comportamiento esperado. Estudios posteriores al 2009 indicaron la presencia de errores skew en los arcos del acelerador.
los resultados de los análisis experimentales mediante el uso de órbitas cerradas y órbi-

tas TBT se muestran en la tabla (**5-2**). El valor reportado en la determinación de errores magnéticos equivalentes en los tripletes de IR8 con órbitas TBT fueron obtenidos del promedio de 10 archivos experimentales multivuelta y el valor de la incertidumbre se determino mediante el cálculo de la desviación estándar de los paquetes analizados. Para el caso de órbitas cerradas se utilizo el método de propagacón de errores ya que los coeficientes m_a, m_b, c_1^{xa}, c_1^{ya}, c_1^{xb} y c_1^{yb} que permiten determinar A_1^t, B_1^{tx} y B_1^{ty} presentan incertidumbres $\triangle m_a$, $\triangle m_b$, $\triangle c_1^{xa}$, $\triangle c_1^{ya}$, $\triangle c_1^{xb}$ y $\triangle c_1^{yb}$ que se propagan a través del cálculo, lo que causa una incertidumbre en los valores de los errores equivalentes A_1^t, B_1^{tx} y B_1^{ty}.

Análisis	B_1^{tx} $*10^{-4}m^{-1}$	A_1^t $*10^{-4}m^{-1}$	B_1^{ty} $*10^{-4}m^{-1}$
TBT	-7.9 ± 0.4	-5.4 ± 0.4	1.67 ± 0.06
órbita cerrada	-4 ± 2	-7.2 ± 0.8	15 ± 1

Tabla 5-2: Comparación de los errores equivalentes en el triplete de IR8 obtenidos para órbitas experimentales cerradas y TBT

6 Conclusiones y prospectos

6.1. Conclusiones

- La determinación de errores magnéticos delgados por medio de simulaciones demostraron que la órbita cerrada ofrecía las mismas ventajas que las órbitas TBT para el caso ideal(ver tabla **4-2**), como también en situaciones de datos con ruido gaussiano de 10 % del máximo de la amplitud de las oscilaciones en los arcos (ver tabla **4-3**). Para el caso de errores gruesos determinados de errores magnéticos equivalentes se encontró que en ausencia de ruido son muy cercanos (ver tabla **4-5**), sin embargo, para simulaciones con ruido las órbitas cerradas comparadas con las órbitas TBT presentan mayor precisión con valores de incertidumbre mucho menor en sus mediciones (ver tabla **4-6**).

- Los criterios utilizados para la obtención y tratamiento de órbitas cerradas experimentales permitieron determinar errores magnéticos equivalentes en los tripletes de la region IR8 (ver tabla **5-2**), sin embargo, aunque los valores difieran con los resultados obtenidos mediante el uso de órbitas TBT, faltan análisis con diferentes datos experimentales que permita concluir cuál de las dos órbitas es la más apropiada para determinar errores magnéticos en el LHC.

- Las órbitas cerradas requieren mayor tiempo para ser reproducidas experimentalmente durante el comisionamiento de un acelerador, ya que dependiendo del experimento deseado los dipolos correctores deben ser excitados con diferentes fortalezas y en diferentes posiciones, problema que no afecta a las orbitas TBT que solo con una condición inicial generan un conjunto de órbitas que pueden ser extraidas de acuerdo a lo que el experimento requiera.

6.2. Prospectos

Tener acceso a órbitas cerradas experimentales en ópticas de colisión para realizar análisis mediante el método de acción y fase, logrando establecer correcciones magnéticas en los triplets de las regiones IR.

Bibliografía

[1] J. F. Cardona. *Linear and Non Linear Studies at RHIC Interaction Regions and Optical Design of the Rapid Cycling Medical Synchrotron.* PhD thesis, Stony Brook University, Department of Physics (2003).

[2] J. F. Cardona, S. Peggs, F. Pilat, V. Ptitsyn, and T. Satogata. *in Proceedings of EPAC 2002 (2002) p.311.*

[3] V. Ptitsyn, J.F. Cardona, F. Pilat, and J.-P. Koutchouk. *in Proceedings of PAC 2001 (2001) p.3132.*

[4] J. F. Cardona, R. Calaga, R. Miyamoto, R. Tomás, and G. Vanbavinckhome. *in Proceedings of the 2011 International Particle Accelerator Conference (2011) p. 2004.*

[5] J. F. Cardona and O. R. Blanco. "Action-phase analysis," (2011), -CERN Workshop "Optics Measurements,Corrections and Modeling for High-Performance Storage Ring".

[6] A. C. Garcia and J. F. Cardona. *in Proceedings of the 2015 International Particle Accelerator Conference (2015) p. 80.*

[7] H. Wiedermann. *Particle Accelerator Physics.* Third edition, 2007.

[8] D. Brandt, A. C. Garcia, and R. Tomás. Orbit processing for lep. *In EPAC*, 1990.

[9] Nagaoka. et al. Orbit correction in elettra. *In EPAC*, 1994.

[10] Nagaoka. et al. Machine stability and orbit correction in elettra. *In EPAC*, 1996.

[11] A. Filipchenko, , et al. Closed orbit correction and lattice parameters measurement at siberia-2. *In EPAC*, 1996.

[12] A. Nadji, , et al. Studies for the closed orbit correction system of soleil. *In EPAC*, 1996.

[13] Y. Lingyun et al. A new code for orbit response matrix analysis. *In EPAC*, 2007.

[14] L. Liu et al. Closed orbit correction at the lnls uvx storage ring. *In EPAC*, 2008.

[15] A.L. Romanov, D.E. Berkaev, A.N. Kirpotin, L.A. Koop, et al. Correcting the round beam lattice correction using response matrix at vepp-2000 collider using orbit response thechnique. *In IPAC*, 2010.

[16] K. Fuchsberger et al. Kick response measurements during lhc injection tests and early lhc beam commissioning. *In IPAC*, 2010.

[17] J. Carwardine et al. Evaluation of the global orbit correction algorith for the aps realtime orbit feedback system. *In IEEE*, 1998.

[18] L. Emery et al. Advances in orbit drift correction in the advance photon source storage. ring. *In IEEE*, 1998.

[19] D. Dinev et al. A computer code for simulation and correction of the closed orbit and rst turn in synhrotrons. *In EPAC*, 2000.

[20] L. Jingyi et al. Closed orbit correction of hls storage ring. *In EPAC*, 2002.

[21] J. Nadji et al. Simulation and correction of the closed orbit distortion for the new lattice of soleil. *In EPAC*, 2002.

[22] J.K. Wu et al. Closed orbit correction and orbit stabilisation scheme for the 6 gev synchrotron light source petra iii. *In EPAC*, 2004.

[23] K. S. Gajendra et al. Evaluation of the global orbit correction algorith for the aps realtime orbit feedback system. *In IEEE*, 1998.

[24] H. Riyasat et al. Global cod correction of saga-ls storage ring. *In PAC*, 2007.

[25] H. Ohgaki et al. Analysis and correction of the measured cod in indus-2. *In APAC*, 2007.

[26] I. Pinayev et al. On the optimal number of eigenvectors for orbit correction. *In EPAC*, 2008.

[27] Z. Shancai et al. Closed orbit correction of hefei light source (hls) upgrading storage ring. *In IPAC*, 2010.

[28] J. F. Cardona, S. Peggs, T. Satogata, and R. Tomás. *Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference*. Portland, OR(IEEE, Piscataway, NJ, 2003) p. 2901.

[29] R. Blanco and J. F. Cardona. *in Proceedings of the 2011 International Particle Accelerator Conference (2011) p. 796.*

[30] R. Tomás, O. Bruning, M. Giovannozzi, P. Hagen, M. Lamont, F. Schmidt, G. Vanbavinckhove, M. Aiba, R. Calaga, and R. Miyamoto. *Phys. Rev. ST Accel. Beams 12, 081002 (2009).*

[31] M. Aiba et al. First-beating measurement and optics analysis for the cern large hadron collider. *In PRST-AB*, 2009.

[32] S. Y. Lee. *Accelerator Physics*. World scientific edition, 1999.

[33] J. F. Cardona and S. Peggs. Linear and nonlinear magnetic error measurements using action and phase jump analysis. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2009.

[34] F. Schmidt. Mad-x ptc integration. *In PAC*, 2009.

[35] CERN. Lhc design report. *https://edms.cern.ch/ui/file/445830/5/VolI.pdf*, 2010.

[36] J. F. Cardona, A. C. Garcia, and R. Tomás. Local Correction of Linear Error at LHC Interaction Regions using Action and Phase Jump Analysis on Turn-by-Turn Data. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2016.

[37] A. C. Garcia. *Reformulation of the Action and Phase Jump Method to Obtain Magnetic Errors in the LHC*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Física(2016).

[38] O. R. Blanco. Análisis de órbitas experimentales del LHC usando el método de salto de acción y fase. Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Física(2012).