LA IGUALDAD -- El Juicio Matemático

Especial para "DYNA"
Por JUAN C. HIEDRA LOPEZ
Estudiante ecuatoriano de la Facultad

En el estudio de las matemáticas aprendemos a establecer lo que llamamos igualdad, a buscar la relación que existe entre los términos que expresan magnitudes o cantidades. Y con la práctica y el ejercicio, estos procedimientos llegan a hacerse tan habituales al matemático que casi los ejecuta automáticamente.

Pero cuando ya se llega a operar de esta manera con cierta habilidad, no tarda en presentarse a la mente del trabajador matemático, un interrogante de índole filosófica, si es que es posible decirlo así, pero no confundir con el problema práctico que resuelve la ciencia que nos ocupa. Interrogante que consiste en averiguar los fundamentos racionales que autorizan el uso de los procedimientos que he mencionado al comenzar este estudio, o en analizar lo que es una igualdad, indagando qué es lo que nos manifiestan o explican estas comparaciones. O sea: lo que la igualdad significa dentro del campo de la lógica.

En realidad el matemático se preocupa por conocer los orígenes de tal o cual fórmula, del proceso que conduce a establecerla y de las razones que llevan a concretar una expresión fácil y práctica para las necesidades del cálculo. Por ello se fundamenta en principios que constituyen su punto de partida, pero que no son otra cosa que las mismas igualdades cuyo significado nos preocupa; son, pues, axiomas en forma de igualdades. Así, por ejemplo, cuando decimos: dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí, tenemos un axioma que satisface a nuestra intuición y que, sirviéndonos de él podemos avanzar en deducciones progresivas, hasta establecer verdaderos monumentos de trabazón matemática.

Pero veamos cómo se puede concebir el punto de partida, veamos cómo está constituída la primera piedra de esta construcción silogística, justifiquemos la primera ecuación, busquemos cuál es su significado lógico, hagamos la pregunta: ¿Qué es una igualdad en el sentido de la dialéctica? ¿Cómo podemos clasificarla como instrumento mental, como proceso mental de expresión?

Siendo el axioma la igualdad que equivale a la piedra fundamental de todas las construcciones matemáticas, a él nos referiremos en primer término. Se dice que axioma es una proposición evidente por sí mismo que no necesita demostración. Como proposición que es, constará de un sujeto y de un predicado que afirme o niegue algo sobre el sujeto, pero esta afirmación debe estar contenida en la idea del sujeto, con tal claridad que no requiera otra explicación para el entendimiento, de tal manera que no necesitamos de ningún término mediante el cual se facilite una deducción. Estamos en el caso de intuir a partir de la idea del sujeto la idea del predicado. Esta coincidencia de ideas que nos expresa un axioma nos hace percibir una identidad del sujeto con el predicado.

Cuando se dice que una cosa es igual a otra, según algunos autores, estamos expresando una identidad, entendiéndose por identidad la igualdad de una cosa consigo misma. Según otros autores, la igualdad no es una identidad, porque los dos términos de la comparación difieren en algo, y en general no hay dos cosas idénticas. Analicemos la igualdad matemática. Si es que afirmamos que una igualdad matemática encierra una identidad, surge la curiosidad de saber cómo es que esta ciencia ha progresado en sus conocimientos a partir de ciertos principios de identidad, ya que la identidad como expresión misma, no encierra nada nuevo. Por medio del axioma o de una igualdad o desigualdad estamos formulando un juicio afirmativo o negativo, y estos juicios son los que utilizaremos como igualdades matemáticas.

Ahora bien, podemos creer que las igualdades y los axiomas son juicios que indican una identidad, porque si no tuvieran esta característica no pudiéramos decir que una cosa es igual a otra; en efecto entre el predicado y el sujeto de una igualdad debe haber una comunidad de idea, y por eso nos conformamos cuando tienen que darnos 7 pesos si nos dan primero 3 y luégo 4 porque en $3 + 4$ está contenida la idea de 7 idéntica a la de la suma 7, y decimos que es lo mismo. Sin embargo, pueden objetarme diciendo que debe existir en las igualdades algo de distinto entre el predicado y el sujeto o entre el primer miembro de la igualdad y el segundo para que los dos miembros de la igualdad estén expresados con símbolos diferentes y sobre todo, para explicarnos la adquisición de nuevos conocimientos por vía deductiva, por vía analítica, o sea para que haya sido posible el progreso científico, porque si siempre expresáramos algo idéntico a sí mismo no habría necesidad de tal expresión. Explicándome mejor, tomemos la igualdad $3 + 4 = 7$; estamos convencidos de poder escribir esta igualdad porque en los dos miembros de ella están expresados el valor 7, valores que son idénticos. Sin embargo la forma de expre-

sión 3 4 no es igual a la forma de expresión 7. Pero se ve claramente y más aún en otros ejemplos que la diferencia de expresión se refiere a que por medio de nuestro entendimiento estamos acostumbrados a concebir todas las cosas bajo diferentes aspectos, sin que la cosa cambie en su integridad única, la idéntica consigo misma; y aquí está la solución a nuestra primera dificultad, expresamos por medio de una igualdad que una cosa es idéntica a sí misma, pero en la segunda está el análisis de la misma bajo el aspecto que la consideremos, pero sin que la hayamos cambiado, ni disminuído, ni aumentado en mínima parte. De ahí que se puede decir del método o procedimiento matemático, que utiliza expresiones desiguales para expresar cosas ideas idénticas, y pone el signo de comparación entre los dos. Las expresiones y los símbolos son convencionales y pueden ser diferentes, al contrario las ideas son constantes e idénticas mientras nuestra naturaleza psicológica sea como hasta aquí ha sido. Y es así como decimos que la ciencia matemática ha progesado cuando ha hallado nuevas maneras, nuevos métodos de expresar identidades analíticamente. El Cálculo Diferencial e Integral se diferencian de las matemáticas inferiores porque expresa las mismas relaciones en otra forma; sabemos hacer la suma, buscar el todo a partir de sus partes de una manera diferente de la suma aritmética, de manera que nos brinda un nuevo aspecto de la idea, que nos permite analizarla mejor y someterla a otras aplicaciones de acuerdo con la fase que nos interesa. La Goeometría Analítica se diferencia de la Geometría de Descartes en que utiliza el simbolismo algébrico en vez del raciocinio de comparación por visibilidad de las magnitudes para expresar las mismas propiedades de las figuras geométricas.

Pero no hay que creer que este cambio se refiere sólo al sistema de expresión, sino a la manera misma de concebir las cosas, las propiedades de las cosas analizadas; no consiste el nuevo método en cambiar el nombre de las cosas analizadas sino en buscar nuevas relaciones entre la parte y el todo o la manera de relacionarse todo lo que encierra una cosa con la cosa misma.

Según ésto, el axioma o igualdad fundamental y, en general todas las igualdades son juicios de identidad, por lo tanto juicios analíticos por medio de los cuales expresamos la identidad de valores matemáticos. Para ésto nos servimos de los dos miembros de que consta una igualdad: al primero lo podemos llamar el sujeto de proposición y se concibe bajo un símbolo que expresa una idea de carácter cuantitativo o una magnitud que deseamos analizarla, estudiarla. En el segundo miembro indicamos lo que se afirma del sujeto, pero esta afirmación desarrolla un análisis de lo que es el sujeto bajo cierta for-

ma de conceptuarlo, pero con una particularidad especial que es la de que en este predicado no afirmamos solamente una propiedad parcial del sujeto, sino que estamos expresando ya descompuesto, hecho partes relacionadas, en cuya relación estamos viendo, estamos percibiendo el todo con claridad de evidencia, y he aquí la característica del juicio de identidad de valores dentro de la diversidad de expresiones.

En los juicios no matemáticos como el que dice: "El hombre es racional", y que podemos cambiarlo en "El hombre es un sér racional" se observa una diferencia esencial con el juicio matemático, pues a pesar de ser la racionalidad una característica exclusiva del hombre, vemos en ella sólo una cualidad humana, pero no vemos toda la idea de hombre; sin embargo, hay identidad entre las partes del juicio, y así un filósofo nos dice: "El juicio consiste esencialmente en declarar que dos conceptos diversos en cuanto conceptos se identifican en la cosa". De donde se deduce que en todo juicio hay percepción de identidad.

Pero en los juicios matemáticos no sólo hay identidad, sino que, como acabamos de ver, todo lo que contiene el predicado está contenido en el sujeto y por lo tanto además de la identidad tenemos la igualdad entre el predicado y el sujeto, cosa que no es posible en la mayor parte de los juicios comunes. No podemos decir "Lo racional es hombre". Por eso la lógica, que es una ciencia que tiende a hacer matemático a todo juicio, trata de cuantificar el predicado para que como cuanto sea igual al sujeto y pueda ser convertido el juicio en una igualdad.

La esencia del juicio matemático es la igualdad; lo que busca la ciencia de las matemáticas es establecer relaciones de igualdad entre los dos términos que pueden parecer distintos por su forma o expresión, pero cuyo fondo es igual o idéntico, fondo que los unifica o iguala a pesar de su aparente diversidad. Quizá todas las ciencias aspiran a algo análogo, pero en las matemáticas tal tendencia o fin adquiere un sentido preciso, exacto, que, justamente es aquello que denominamos igualdad. De ahí que todo el razonamiento matemático, por complicado, extenso y trabajoso que sea, se reduce a una serie de juicios de igualdad en que alternando los términos de modo que uno sirva de enlace se llega a encontrar las más remotas y escondidas igualdades entre dos de ellos. Toda la matemática es eso: servirse de igualdades conocidas para buscar y encontrar una última igualdad desconocida.

De ahí que el principio fundamental en que se basa toda deducción matemática, según mi concepto, es el siguiente: que dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí.