ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DEL HIDROGRAMA UNITARIO

Ricardo A. Smith y Luz Dary Rendón
Posgrado en Aprovechamiento de los Recursos Hidráulicos
Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia, Sede de Medellín

RESUMEN

El hidrograma unitario es uno de los modelos de lluvia-escorrentía más utilizado en hidrología. En general se puede decir que hay dos grandes grupos de modelos del hidrograma unitario: los hidrogramas unitarios sintéticos o regionalizados que no requieren información de lluvias y caudales para que puedan ser estimados, y los hidrogramas unitarios generalizados, o simplemente hidrogramas unitarios, que si requieren información de lluvias y caudales para poderlos estimar. Se presenta en este trabajo una revisión general de los diferentes métodos propuestos en la literatura para estimar el hidrograma unitario. En total se revisaron e implementaron 35 métodos distintos de estimar el hidrograma unitario. Estos métodos se utilizaron para estimar el hidrograma unitario para tres cuencas ubicadas en Antioquia, se calcularon los respectivos hidrogramas de escorrentía directa, y se hizo un análisis comparativo de los resultados. Ese análisis muestra que hay un grupo de excelentes métodos de estimación del hidrograma unitario, mientras que un conjunto de métodos utilizados dan resultados poco satisfactorios. Estos resultados coinciden con resultados obtenidos en otras aplicaciones tanto en Colombia como en otras regiones del mundo, y son por lo tanto generalizables. Se presentan finalmente conclusiones y recomendaciones.

ABSTRACT

Unit hydrograph is probably the most used rainfall-runoff model in hydrology. In general it can be said that there are two general unit hydrograph models: the synthetic unit hydrograph model which can be estimated without rainfall-runoff data and the generalized unit hydrograph model which needs rainfall-runoff data. A general review of the proposed estimation procedures of the generalized unit hydrograph model is presented here. About 35 different estimation procedures were reviewed here. All the procedures were used to estimate the unit hydrograph in three watersheds of a Colombian region. Also the direct runoff hydrograph was estimated and a comparative analysis is presented. The results shows that there is a group of excellent estimation procedures and a group that does not gives good results. The obtained results are in agreement with results obtained in other reported researchs in Colombia and in the United States and Europe. Some conclusions and recommendations are also presented.

1. MODELOS LLUVIA - ESCORRENTÍA

Muchos son los modelos presentados en la literatura para representar el sistema cuenca que transforma precipitación en escorrentía y muchas son también las clasificaciones o agrupaciones que se han presentado en la literatura de estos modelos. Se intentará presentar una visión general de los modelos Lluvia - Escorrentía disponibles de tal manera que se pueda tener un conocimiento de la ubicación del modelo del Hidrograma Unitario con respecto a todas las posibilidades que existen.

Clasificaciones amplias de los modelos Lluvia - Escorrentía han clasificado estos modelos como (Singh, 1988; O'Donnell, 1984; Amisial et al, 1981):

- Abstractos o Físicos: Dependiendo si se usan representaciones abstractas (canales, embalses, etc.) o físicas de los diferentes fenómenos o procesos de la cuenca.

- Abiertos o Cerrados: Dependiendo si la representación de la operación del sistema es independiente o no de la respuesta producida.

- Simples o Complejos: Dependiendo del grado de detalle y de los fenómenos o procesos incluidos en el modelo.

- Agregados o Desagregados: Dependiendo del grado de agregación en que se representan los diferentes fenómenos o procesos de la cuenca.

- Continuos o Discretos: Dependiendo del intervalo de tiempo considerado para la representación de las diferentes variables del modelo.

- Determinísticos o Estocásticos: Dependiendo si se asume o no que las variables involucradas en el modelo son variables aleatorias.

- Continuos o de Eventos: Si el modelo puede ser utilizado para la representación continua en el tiempo de las variables o solo para eventos específicos.

- Casuales o no Casuales: Dependiendo de si la respuesta del modelo no puede o puede preceder su excitación o entradas.

- Memoria o sin Memoria: Si se asume que el pasado guarda o no alguna información sobre el futuro.

- Secuencial o no Secuencial: Si los fenómenos o procesos ocurren o se puede asumir o no de manera secuencial.

- Dinámicos o Estáticos: Si los modelos son capaces o no de considerar la dinámica espacio - temporal de los diferentes fenómenos o procesos.

- Lineales o no Lineales: Dependiendo de si se hacen o no consideraciones de linealidad (proporcionalidad y superposición).

- De Análisis o de Síntesis: Si el modelo hace representación tipo caja negra o si intenta simular en algún detalle el sistema cuenca.

- Invariantes o Variantes en el tiempo: Si se asume o no que la relación excitación - respuesta no cambia con el tiempo.

- Homogéneos o Heterogéneos: Si se asume o no que las características básicas del modelo no cambian espacialmente.

- Generales o Regionales: Si se requiere o no información sobre el fenómeno que se esta modelando (Lluvia - Escorrentía).

- Univariados o Multivariados: De acuerdo a si modelan sólo una variables al tiempo o un conjunto de variables al mismo tiempo.

Muchos son los modelos que han sido propuestos en las clasificaciones anteriores o en combinaciones de las mismas, lo cual puede dar una idea de la gran cantidad de modelos (cientos) del sistema cuenca que transforma lluvia en escorrentía que han sido presentados en la literatura.

Recientemente, González (1989) discutió en detalle la clasificación propuesta por O'Donnell (1984) para los modelos determinísticos en donde se incluyen sistemas lineales o no lineales, variantes o invariantes con el tiempo y métodos de análisis y de síntesis. Similar a esta clasificación pero algo más general se presenta en la Figura 1 la clasificación propuesta en este trabajo y que corresponde a una modificación de la presentada por Amisial y otros (1981). Según esta clasificación los modelos inicialmente se agrupan en modelos de generalización o de regionalización de acuerdo a si requieren o no información de Lluvia - Escorrentía para estimar sus parámetros. Los modelos de regionalización son usados en condiciones de escasez de información o de ninguna información de lluvia-escorrentía mientras que los modelos de generalización se usan cuando hay información de lluvia-escorrentía que permite estimar o calibrar sus parámetros. Cada uno de estos grupos de modelos se subdividen al mismo tiempo en modelos determinísticos o estocásticos según si se asume que las variables involucradas en el modelamiento no son o son variables aleatorias, respectivamente.

Los modelos determinísticos en general son modelos de entrada - salida que de alguna manera representan esa transformación que produce la cuenca sobre la lluvia para convertirla en escorrentía. Estos modelos se pueden clasificar a su vez en modelos funcionales o de análisis y modelos de síntesis. Los modelos funcionales representan la cuenca mediante una función matemática de tipo convolutivo que puede ser lineal (ecuación convolutiva) o no lineal (ecuación convolutiva generalizada). Los modelos de síntesis intentan representar en mayor o menor detalle la fenomenología que ocurre en la cuenca y que transforma la lluvia en escorrentía. Esta representación puede ser conceptual mediante el uso de tanques, canales y embalses que se interconectan para representar los distintos fenómenos de interés, o estos fenómenos pueden ser descritos por ecuaciones matemáticas derivadas de acuerdo a principios físicos y en donde hay un conjunto de parámetros a ser definidos (modelos paramétricos). Ejemplos típicos de modelos determinísticos de generalización son:

Funcionales Lineales: Hidrograma Unitario.

Funcionales no Lineales: Modelo de Amorocho.

De Síntesis Conceptuales: Modelo de tanques de Salas y Cárdenas.

De Síntesis Paramétricos: Stanford, USGS, SSARR, HSPF.

En este caso los modelos de regionalización pueden ser los mismos modelos pero usando relaciones entre sus parámetros y características geomorfoclimáticas conocidas de la cuenca para la estimación de los primeros. El ejemplo típico de los modelos de regionalización es el Hidrograma Unitario Sintético.

Los modelos estocásticos en general modelan directamente la variable de respuesta de interés, en este caso la escorrentía, asumiendo que la misma es una variable aleatoria. Estos modelos pueden ser probabilísticos si se modela una variable totalmente aleatoria o estocástico si se modela una variable parcialmente aleatoria. Los modelos probabilísticos son continuos si la variable aleatoria puede tomar cualquier valor en un rango y son discretos si la variable aleatoria puede tomar solo un número finito contable de valores. Los modelos estocásticos pueden ser estacionarios si modelan una variable aleatoria estacionaria en algún grado y no estacionario si modelan una variable aleatoria no estacionaria. Los modelos estocásticos estacionarios pueden ser tipo ARIMA si tienen una configuración autoregresiva en sí misma y de dependencia en la componente aleatoria como la propuesta por Box y Jenkins (1970), y pueden

ser de otro tipo si no la tienen. Ejemplos típicos de modelos estocásticos de generalización son:

- Probabilísticos: Funciones de distribución de probabilidades.
- Estocásticos: Autoregresivos, ARIMA, Línea quebrada, ruido normal fraccionado.

Al igual que en el caso de los modelos determinísticos, los modelos estocásticos de regionalización pueden encontrarse relacionando los parámetros de los modelos con características geomorfoclimáticas conocidas de la cuenca. Ejemplo típico de esto son el uso del método del flood index o de las curvas regionales de frecuencia (González, 1989).

La clasificación presentada siendo bastante detallada no se puede decir que es completa, lo cual da una idea del intenso trabajo que en el modelamiento de lluvia-escorrentía se ha efectuado en hidrología. Cada rama de esta clasificación, y de cualquier otra, siempre ofrecerá un gran número de modelos disponibles. La escogencia de una forma de modelamiento sobre otra dependerá de un gran número de factores tales como:

- Experiencia del analista.
- Información disponible.
- Objetivo del estudio.
- Fondos disponibles para el estudio.
- Disponibilidad computacional.
- Software disponible.

No es que haya unos modelos mejores que otros, sino que hay una gama de buenos modelos disponibles y la determinación del modelo por usar dependerá de los factores anteriores y algunos otros.

2. EL HIDROGRAMA UNITARIO

Los modelos funcionales usan una relación tipo caja negra para representar el proceso precipitación - escorrentía que permite estimar escorrentía en el punto de interés. La entrada al sistema, excitación, es convertida en la respuesta mediante la acción del sistema, el modelo, del cual sólo se conoce la función de transformación. Estos modelos son técnicas de estimación del sistema cuenca que transforma la precipitación en escorrentía.

Si $Q(t)$ es la respuesta del sistema, ella puede ser expresada por la convolución generalizada de una función Kernel $U(t)$ con la excitación o entrada al sistema $P(t)$ como (Amorocho, 1973):

$$Q(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}U_n(t,\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_n)P(\tau_1)\ldots P(\tau_n)d\tau_1\ldots d\tau_n \quad (1)$$

Si sólo el primer término de esta convolución generalizada es usado para representar el sistema se tendrá:

$$Q(t) = \int_0^{\infty} U(t,\tau)P(\tau)d\tau \quad (2)$$

en cuyo caso se asume que el sistema responde en forma lineal. Se dice que un sistema es lineal si cumple con las propiedades de proporcionalidad y superposición, las cuales se pueden resumir en la condición:

$$Q = H(aP_1 + bP_2) = aH(P_1) + bH(P_2) \quad (3)$$

En donde Q representa la respuesta, P_1 y P_2 las entradas y H la función de transformación entrada - respuesta.

El Hidrograma Unitario es un modelo lineal del sistema cuenca que transforma precipitación en escorrentía, siendo por tanto su relación con la respuesta y la entrada al sistema del tipo lineal convolutivo de la ecuación (2). El concepto de Hidrograma Unitario está basado en el concepto de elemento unitario, es decir, si el efecto debido a una acción unitaria es conocido, el efecto debido a cualquier otra acción está dado por la combinación de esa acción y el efecto debido a la acción unitaria. Esta combinación puede se

multiplicativa, divisoria o convolutiva. El Hidrograma Unitario fue introducido por Sherman (1932) y se puede definir como el hidrograma de escorrentía directa que resulta de una precipitación efectiva de profundidad unitaria, uniformemente distribuida sobre la cuenca y de una duración específica. Esta definición combinada con las suposiciones de linealidad, estacionariedad, y de un sistema inicialmente relajado constituye lo que se conoce con el nombre de teoría del Hidrograma Unitario (Chow, 1964).

Las siguientes suposiciones básicas son inherentes al modelo del Hidrograma Unitario (Chow, Maidment y Mays, 1988):

1. La precipitación efectiva tiene una intensidad constante dentro de la duración de la misma.
2. La precipitación efectiva está uniformemente distribuida sobre toda el área de la cuenca.
3. El tiempo base del hidrograma de escorrentía directa que resulta de una precipitación efectiva de cierta duración es constante.
4. Las ordenadas de todo hidrograma de escorrentía directa de tiempo base igual son directamente proporcionales a la cantidad total de escorrentía directa (volumen) representado por cada hidrograma.
5. Para cada cuenca, el hidrograma resultante de una precipitación efectiva específica refleja las características estáticas de la cuenca.
6. Para una cuenca dada, el hidrograma de escorrentía directa asociado a una precipitación efectiva de cierta duración es único.

Si la duración de la lluvia se vuelve infinitesimal el Hidrograma Unitario resultante recibe el nombre de Hidrograma Unitario Instantáneo (HUI). De acuerdo con la definición de Hidrograma Unitario, cada elemento infinitesimal de precipitación efectiva produce un hidrograma de escorrentía directa igual al producto de ese elemento y el HUI. Usando el principio de superposición, el hidrograma de escorrentía directa esta dado por la integral de convolución como :

$$Q(t) = \int_0^t U(w)\, P(t - w)\, dw \qquad (4a)$$

o escrita de otra forma,

$$Q(t) = \int_0^t U(t - w)\, P(w)\, dw \qquad (4b)$$

En donde $P(t)$ y $Q(t)$ son respectivamente, las funciones de entrada (precipitación efectiva) y respuesta (escorrentía directa), y $U(t)$ es el HUI.

El HUI puede ser visto como una respuesta a la excitación impulsiva, o como una función Kernel, de un sistema agregado, invariante y lineal. Cuando el HUI es conocido, el Hidrograma Unitario de duración específica puede obtenerse como,

$$Q(T, t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} U(w)\, dw \qquad (5)$$

En donde $U(T,t)$ es el Hidrograma Unitario de T de horas de duración, y $U(T)$ es el HUI.

En la ecuación (5) se asume que $t - T = 0$ cuando $t < T$. La duración T del Hidrograma Unitario corresponde al intervalo de duración de la lluvia con igual intensidad. Si se tiene un hietograma compuesto con varias intensidades, la duración del Hidrograma Unitario no es la duración total de la tormenta sino la duración de cada intervalo con intensidad constante.

La forma discreta de la ecuación (4) puede ser escrita como,

$$Q(t) = \sum_{i=1}^{N} U(T, i)\, P(t - i + 1)\, Dt \qquad (6)$$

En donde N representa la memoria del sistema. Es importante recordar que el Hidrograma

Unitario Instantáneo o el Hidrograma Unitario de cierta duración T para una cuenca especifica son únicos. Aunque la teoría del Hidrograma Unitario es difícil de satisfacer en la práctica (la transformación de la lluvia en escorrentía no es un proceso lineal) este es uno de los modelos lluvia - escorrentía más utilizados y discutidos en la literatura. En general cuando la información hidrológica se escoge de tal manera que se cumpla de manera aceptable con la teoría (suposiciones) del Hidrograma Unitario, los resultados que se obtienen son bastantes adecuados. Por ejemplo, se podría recomendar :

- Para cumplir con la suposición de que la precipitación efectiva sea de intensidad constante dentro de la duración, se deben escoger tormentas intensas de corta duración ya que ellas probablemente producirían una tasa de precipitación efectiva constante.
- Para cumplir con la suposición de una precipitación efectiva uniformemente distribuida sobre la cuenca, se deben escoger cuencas de tamaño pequeño a mediano.
- Para cumplir con la suposición de que el Hidrograma Unitario es único para una cuenca dada e invariante en el tiempo, el modelo se aplicaría solo a cuencas cuyas condiciones no cambien con el tiempo y que no tengan un almacenamiento significativo.

Desde la introducción del concepto de Hidrograma Unitario (Sherman, 1932), una gran cantidad de técnicas de estimación del mismo han sido presentadas en la literatura. Estas técnicas pueden ser clasificadas en dos grupos (Eagelson et al., 1966): verdaderamente lineales, y lineales óptimas. Las técnicas verdaderamente lineales estiman el Hidrograma Unitario asumiendo que la ecuación (4) o la ecuación (6) son las únicas ecuaciones que caracterizan el sistema. Técnicas como la solución directa de la integral de convolución (Blank et al., 1971); el uso de funciones ortogonales (O'Donnell, 1960; O'Donnell, 1966; Diskin, 1967; Dooge, 1973; Papazafiriou, 1975); el uso de transformaciones (Levi y Valdés, 1964; Delleur y Rao, 1971; Blank et al., 1971); y mínimos cuadrados en forma matricial (Snyder, 1955; Newton y Vinyard, 1967, Dooge, 1973; Singh, 1976) forman parte de este grupo. Las técnicas lineales óptimas estiman el Hidrograma Unitario dándole una solución aproximada a la ecuación (6) mediante el uso de un procedimiento computacional que define el Hidrograma Unitario óptimo en cierto sentido (mínimos cuadrados o mínimas desviaciones absolutas). El uso de series de tiempo (Eagelson et al., 1966), el uso de modelos conceptuales (Nash, 1958; Dooge, 1959;Nash,1960), el uso de Programación Lineal (Eagelson et al., 1966; Deiniger, 1969; Mays y Coles, 1980) el uso de procedimientos de búsqueda (Diskin y Boneh, 1975; Singh, 1977; Amisial et al., 1981) forman parte de este grupo.

La diferencia básica entre los dos grupos es que en general las técnicas verdaderamente lineales estiman un Hidrograma Unitario de cierta duración para cada evento de precipitación escorrentía. Estas técnicas tienen que recurrir a procedimientos de promediación para definir un Hidrograma Unitario único de esa duración para la cuenca. Las técnicas lineales óptimas pueden estimar un Hidrograma Unitario para todos los eventos de precipitación - escorrentía al mismo tiempo, evitando de esta forma tener que estimar un Hidrograma Unitario promedio. Otra ventaja de estas técnicas es que en general todas ellas garantizan la estimación de Hidrogramas Unitarios físicamente posibles (sin ordenadas negativas), mientras que la mayoría de las técnicas verdaderamente lineales no pueden garantizar esto.

Los métodos de generalización para la estimación del Hidrograma Unitario que se revisan en este trabajo son entonces los siguientes:

1. Métodos verdaderamente lineales.
1.1 Método de los volúmenes.
1.2 Sustituciones progresivas.
1.3 Métodos iterativos.
1.4 Solución directa integral de convolución.
1.5 Método de Delaine.

1.6 Método de las funciones ortogonales.
Métodos de Relación de Coeficientes.
- Armónicos.
- Laguerre.
- Polinomios de Meixner.
Método de Regresión Múltiple.
- Armónicos.
- Laguerre.
- Polinomios de Meixner.
- Chebyshev
- Pesos Unitarios.
- Funciones Ortogonalizadas.
Método matricial.
- Armónicos.
- Laguerre.
- Polinomios de Meixner.
- Chebyshev.
- Pesos Unitarios.
- Funciones Ortogonalizadas.
1.7 Método Transformaciones Matemáticas.
- Transformada de Fourier.
- Transformada de Laplace.
- Transformada z.
1.8 Uso de análisis espectral.
1.9 Método matricial de mínimos cuadrados.

2. Métodos Lineales Óptimos.
2.1 Modelos conceptuales.
- Modelo de Nash.
- Método de los momentos.
- Método de búsqueda al Pico.
- Mínimos cuadrados total.
- Modelo de Zoch.
- Modelo de Clarck.
- Modelo de O'Kelly.
- Cascada de embalses lineales distintos.
- Modelo de Dooge.
2.2 Modelos basados en ecuaciones diferenciales.
2.3 Uso de Métodos de Búsqueda.
2.4 Uso de Programación Lineal.
2.5 Uso de Redes Neuronales.

Ninguno de estos métodos es descrito en este trabajo. Acá sólo se presenta el análisis comparativo de estos métodos. El lector interesado puede encontrar los detalles de cada método en las referencias bibliográficas que se presentan al final.

3. ANÁLISIS COMPARATIVO

Muchos intentos se han hecho en la literatura para comparar diferentes formas de estimación del hidrograma unitario (Singh, 1976; Nash y Sutcliffe, 1970; Sarma et al., 1973; Hoffmeister y Wesiman , 1977; Singh y Woolhiser, 1976; Naef, 1981). En general cuando cada autor introduce por primera vez una forma de estimación del hidrograma unitario, ésta va acompañada de un breve estudio comparativo con otras dos o tres formas de hacerlo para mostrar la bondad de su método (Singh, 1976; Blank et al. 1971; Diskin y Boneh, 1975). Las comparaciones efectuadas han usado diferentes criterios que van desde la simple comparación visual hasta la comparación de complejos indicadores como el coeficiente de masa residual (Aitken, 1973), usando siempre como guía las características del hidrograma de escorrentía directa observado.

Lo que se quiere intentar acá es hacer un análisis comparativo de los métodos de generalización de estimación del hidrograma unitario. Este análisis se basará en los resultados obtenidos y presentados acá para cada método, y en los resultados reportados por diferentes autores en la literatura.

Inicialmente se presenta una breve descripción de los indicadores utilizados en las tablas presentados en los capítulos anteriores, luego se presentan algunos resultados y finalmente se hace un análisis comparativo acompañado de conclusiones y recomendaciones.

4. DESCRIPCIÓN DE LOS INDICADORES UTILIZADOS

Se describen acá los indicadores utilizados en el análisis sobre la bondad del ajuste de los hidrogramas de escorrentía directa calculados con los diferentes hidrogramas unitarios, con respecto a los hidrogramas observados. Los indicadores tratan de evaluar con qué exactitud, los hidrogramas de escorrentía directa calculados, repro-

ducen las características de los hidrogramas observados.

Se propone calcular algunas características y parámetros estadísticos del hidrograma de escorrentía directa calculado con el HU y comparar los valores obtenidos con los del hidrograma de escorrentía directa observado. Estas características y parámetros estadísticos propuestos están relacionados con las características más importantes del hidrograma de escorrentía directa. Las características consideradas fueron:

- Caudal Pico (Q_p).
- Tiempo al Pico (T_p).
- Volumen del Hidrograma (v).

Los estadísticos que se proponen calcular para el hidrograma de escorrentía directa son:

Media **:** Caudal medio del hidrograma

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^{N} Q_i}{N} \tag{7}$$

en donde Q_i es la ordenada i del hidrograma de escorrentía directa, N es el número de ordenadas y $\bar{Q}$ es el valor medio de las ordenadas del hidrograma.

Desviación estándar **:** Mide la dispersión de los caudales respecto al caudal medio.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left(Q_i - \bar{Q}\right)^2}{N}} \tag{8}$$

En donde S es la desviación estándar de las ordenadas del hidrograma de escorrentía directa.

Coeficiente de Variación (CV) **:** Al igual que la desviación estándar, da una medida (adimensional) de la desviación de los caudales respecto al caudal medio. Se calcula como la desviación estándar sobre la media.

$$CV = \frac{S}{\bar{Q}} \tag{9}$$

Se propone calcular algunos indicadores que miden el grado de asociación entre el hidrograma de escorrentía directa observado y calculado o algún tipo de error al comparar ambos hidrogramas. Mientras mayor sea el grado de asociación o menor sea el error más se aproxima el hidrograma calculado al observado. Los indicadores propuestos para ser calculados son:

Coeficiente de correlación **:** Este coeficiente mide el grado de asociación entre los caudales observados y los calculados, simplemente calculando la correlación entre ellos. Varía entre uno y menos uno. En este caso se espera que la asociación encontrada este cercana a uno ya que valores de menos uno indicarían que valores altos de un hidrograma son seguidos por valores bajos del otro. Mientras más cercano su valor a uno mayor la asociación que hay entre el hidrograma de escorrentía directa observado y el calculado. El coeficiente de correlación entre los dos hidrogramas puede calcularse como :

$$\rho = \frac{N\sum_{i=1}^{N} Q_o(i)Q_c(i) - \left(\sum_{i=1}^{N} Q_o(i)\right)\left(\sum_{i=1}^{N} Q_c(i)\right)}{\sqrt{\left[N\sum_{i=1}^{N} Q_o^2(i) - \left(\sum_{i=1}^{N} Q_o(i)\right)^2\right]\left[N\sum_{i=1}^{N} Q_c^2(i) - \left(\sum_{i=1}^{N} Q_c(i)\right)^2\right]}} \tag{10}$$

En donde $Q_o(i)$ representa la ordenada i del hidrograma de escorrentía directa observado, $Q_c(i)$ es la ordenada i del hidrograma calculado, r es el coeficiente de correlación y las demás variables ya fueron definidas.

Suma de diferencias al cuadrado (SDC)**:** Expresa en magnitud cual es el error al estimar las ordenadas del hidrograma de escorrentía directa (Singh, 1976). Mientras menor sea este

valor mejor es la estimación realizada. La SDC puede calcularse como:

$$SDC = \sum_{i=1}^{N} (Q_o - Q_c)^2 \qquad (11)$$

Error cuadrado medio (ECM): Es el promedio del error al estimar cada ordenada del diagrama de escorrentía directa al cuadrado (Singh, 1976). Mientras menor sea su valor mejor es la estimación. El ECM está dado como :

$$ECM = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(Q_o(i) - Q_c(i)\right)^2}{N} \qquad (12)$$

Eficiencia (E_f): Este parámetro mide el grado de asociación entre los hidrogramas observados y los estimados (Nash y Sutcliffe, 1970). Su valor siempre es menor que la unidad y mientras más se acerque a ella mejor es la estimación realizada. La eficiencia está dada como :

$$Ef = \frac{S_o^2 - ECM}{S_o^2} \qquad (13)$$

En donde S_o^2 es la varianza del hidrograma de escorrentía directa observado.

Error integral cuadrado (EIC): Este parámetro da una idea del porcentaje del error en la estimación del hidrograma de escorrentia directa (Sarma et al., 1973). Mientras más cercano sea a cero mejor es la estimación. El EIC está dado como :

$$EIC = \frac{\left[\sum_{i=1}^{N} (Q_o(i) - Q_c(i))^2\right]^{1/2}}{\sum_{i=1}^{N} Q_o(i)} x100\% \qquad (14)$$

Coeficiente de correlación espacial (RE): Este estadistico tiene el mismo significado que el coeficiente de correlación. El valor de este coeficiente varía entre cero y uno, y mientras mayor sea su valor mejor es el modelo (March y Eagelson, 1965). El RE está dado como :

$$RE = \sqrt{\frac{2\sum_{i=1}^{N} Q_c(i)Q_o(i) - \sum_{i=1}^{N} Q_c^2(i)}{\sum_{i=1}^{N} Q_o^2(i)}} \qquad (15)$$

Error promedio del pico (EPP): Da una idea del porcentaje de desviación del caudal pico calculado con respecto al observado. El EPP está dado como :

$$EPP = \frac{Q_{po} - Q_{pc}}{Q_{po}} \qquad (16)$$

En donde Q_{po} es el caudal pico del hidrograma de escorrentía directa observado y Q_{pc} es el caudal pico del hidrograma calculado.

Error promedio del tiempo al pico (EPTP): Da una idea del porcentaje de desviación del tiempo al pico del hidrograma calculado con respecto al observado. El EPTP está dado como :

$$EPTP = \frac{TP_o - TP_c}{TP_o} \qquad (17)$$

En donde TP_o es el tiempo al pico en el hidrograma de escorrentía directa observado y TP_c es el caudal pico del hidrograma calculado.

Error promedio del volumen (EPV) : Da una idea del porcentaje de desviación del volumen del hidrograma calculado con respecto al observado. El EPV está dado como:

$$EPV = \frac{V_o - V_c}{V_o} \qquad (18)$$

En donde V_o es el volumen del hidrograma de escorrentía directa observado y V_c es el volumen del hidrograma calculado.

Error promedio de la media (EPQ): Da una idea del porcentaje de desviación de la media del hidrograma calculado con respecto al observado. El $EP\overline{Q}$ está dado como:

$$EP\overline{Q} = \frac{Q_o - Q_c}{\overline{Q}_o} \qquad (19)$$

En donde $\overline{Q}_o$ es la media del hidrograma de escorrentía directa observado y $\overline{Q}_c$ la media del hidrograma calculado.

Independientemente de los errores inherentes a los métodos de estimación utilizados, se deben considerar otros factores que afectan el desempeño de los modelos en la estimación del hidrograma unitario, tales como (Laureson y O'Donnel, 1969):

- La forma del verdadero desconocido hidrograma unitario.
- La forma del hietograma de la precipitación efectiva.
- Errores en la recopilación de la información (curva de calibración, calibración de instrumentos, etc.)
- La magnitud de los errores en la información.

5. CASOS DE APLICACIÓN

No es fácil encontrar información disponible en Colombia sobre precipitación efectiva y su correspondiente escorrentía directa. Debido a esta situación se calcularon estos datos para varias tormentas en varias cuencas de una región de Antioquia. Para tal efecto, se seleccionó un grupo de cuencas con su correspondiente información hidrológica (datos de precipitación y caudal de diferentes eventos máximos para cada cuenca) necesaria para dicha aplicación. Luego, a partir de los datos hidrológicos de cada creciente se deriva el hidrograma de escorrentía directa, el cual se denomina hidrograma de escorrentía directa observado y el hietograma de precipitación efectiva.

Las cuencas finalmente escogidas se encuentran localizadas en la zona montañosa del departamento de Antioquia y por lo tanto se encuentran afectadas por los mismos procesos meteorológicos, estas cuencas corresponden a las de las estaciones de Empresas Públicas de Medellín (EPM) llamadas: Palmichal (G-8), Caracolí (PP-6) y Salazar (PP-9). La estación G8 (Palmichal) se encuentra localizada sobre las aguas del río Guadalupe, abarcando una área de 276,0 km^2. Las estaciones de precipitación que cubren el área de influencia a la cuenca son las estaciones pluviográficas Montañitas, Rionegrito y Haiton. La estación PP6 (Caracolí) cubre una área de 23,2 km^2 de la quebrada Caracolí. La única estación de precipitación que tiene influencia en el área de la cuenca es la estación pluviográfica Cajamarca. La estación PP9 (Salazar) se encuentra localizada sobre las aguas de la quebrada La Animas, con una área de influencia de 33,1 km^2. Las estaciones de precipitación que cubren el área de la cuenca son las estaciones pluviográficas Salazar y El Silencio.

En cada una de las estaciones mencionadas, se seleccionó tres tormentas que cumplieran con los siguientes criterios:

- Hidrogramas simples, es decir, que tuvieran un solo pico.
- Hidrogramas que tuvieran una recesión seguida por un decrecimiento suave (sin altibajos) y cualitativamente (visualmente) exponencial.
- Hidrogramas que presentaran un pico notoriamente mayor que el caudal promedio de las corrientes.

De esta manera, para cada estación se obtuvieron 3 hidrogramas simples, independientes y correspondientes a lluvias intensas. Para G8, que es una estación sobre el río Guadalupe se seleccionó las tormentas de agosto 15 de 1982, agosto 17 de 1983 y julio 30 de 1990. Para PP6 se seleccionó las tormentas de agosto 17 de 1982, agosto 26 de 1983 y octubre 5 de 1985. Para PP9 se seleccionó las tormentas de julio

14 de 1987, agosto 17 de 1989 y febrero 6 de 1990. A cada una de esas tormentas se le determinó el hietograma de precipitación efectiva y el correspondiente hidrograma de escorrentía directa.

Igualmente se tienen datos de tormentas reportadas en la literatura, sobre cuyas aplicaciones el autor tiene experiencia utilizando varias de las metodologías descritas anteriormente. Estos datos son los siguientes :

- Río Cache en Forman, Illinois, Estados Unidos, con un área de 242 millas cuadradas (Diskin y Boneh, 1975).
- Río Potomac cerca a Cumberland, Manyland, Estados Unidos, con un área de 2.266 km^2 (Singh, 1976).
- Río Nenagh en Clariana, Irlanda, con un área de 295 km^2 (Bree, 1978).

6. RESULTADOS

Se trata de presentar los resultados de tal manera de que las metodologías puedan ser comparadas y se pueda concluir sobre las metodologías por recomendar. Los resultados obtenidos con cada metodología para cada una de las tormentas seleccionadas se desplegaron en forma gráfica y tabular. A manera de ejemplo se presentan los resultados para la tormenta de agosto 15 de 1982 de la cuenca G8 (tabla 1); para la tormenta de octubre 5 de 1985 de la cuenca PP6 (tabla 2); y para la tormenta de febrero 6 de 1990 de la cuenca PP9 (tabla 3).

De acuerdo con los resultados obtenidos inicialmente se pueden descartar algunas metodologías por los pobres o regulares resultados obtenidos con ellas, y se pueden seleccionar otras por los buenos o excelentes resultados obtenidos con ellas. En este sentido se descartarían de los métodos verdaderamente lineales las siguientes metodologías :

- Método de Sustituciones Progresivas.
- Métodos Iterativos.
- Solución Directa de la Integral de Convolución.
- Método de Delaine.
- Método de las Transformadas.
- Método de Análisis Espectral.

De los métodos Verdaderamente Lineales se seleccionaron, por dar resultados aceptables, las siguientes metodologías:

- Método de los Volúmenes.
- Método de las Funciones Ortogonales.
- Método Matricial de Mínimos Cuadrados.

De los métodos lineales óptimos, las metodologías que se descartaron fueron debido a su complejidad o por su similitud con otras metodologías y no por los resultados obtenidos. En este sentido se descartaron los métodos :

- Modelo de Clarck.
- Modelo de O'Kelly.
- Cascada de embalses distintos.
- Modelo de Dooge.

De los métodos Lineales óptimos se seleccionaron, por dar resultados aceptables, las siguientes metodologías:

- Modelo de Nash.
- Modelo de Zoch
- Modelos basados en ecuaciones diferenciales
- Uso de métodos de búsqueda.
- Uso de programación lineal
- Uso de Redes Neuronales.

Se seleccionaron entonces un total de 9 metodologías y es sobre ellas que se va a hacer el análisis comparativo.

Algunos de estos métodos tienen varios procedimientos de estimación del hidrograma unitario. En esos casos se escogió para este análisis comparativo el procedimiento que mejores resultados presentó. Esos procedimientos fueron :

- Métodos de los volúmenes : Procedimiento MPT.
- Método de las Funciones Ortogonales : Procedimiento matricial que estima directamente el único hidrograma usando todas las tormentas con funciones de Chebyshev, de Peso Unitario o Meixner.
- Modelo de Nash : Método de estimación por método de optimización el cual estima directamente el único hidrograma unitario usando todas las tormentas.
- Modelo de Zoch : TAC rectangular estimando los parámetros por métodos de optimización el cual estima directamente el único hidrograma unitario usando todas las tormentas.
- Modelos basados en ecuaciones diferenciales : Ecuaciones de tercer orden estimando los parámetros por métodos de optimización el cual estima directamente el único hidrograma unitario usando todas las tormentas.

Los otros métodos seleccionados no tienen procedimientos alternativos de estimación del hidrograma unitario.

De acuerdo con estos resultados obtenidos, la experiencia del autor con las tormentas presentadas en la literatura y los análisis comparativos encontrados en la literatura se pueden hacer las siguientes observaciones:

- Existe un grupo de metodologías que se pueden considerar como excelentes en la estimación del hidrograma unitario.

- El método de los volúmenes en este caso dio resultados bastante aceptables. Sin embargo este método ha sido duramente criticado por otros autores, en cuyas aplicaciones se han obtenido resultados muy insatisfactorios. (Diskin y Boneh, 1975; Singh, 1976; Smith y Amisial, 1982).

- El uso de funciones ortogonales da excelentes resultados. Se logró una mejoría sustancial con el proceso de estimación propuesto que estima, por los procedimientos de regresión múltiple y matricial, directamente el único hidrograma unitario usando todas las tormentas al mismo tiempo. Los resultados obtenidos con las funciones ortogonales de Chebyshev, Peso Unitario y Meixner son excelentes y comparables. Queda la duda si se justifica usar este método en la estimación del hidrograma unitario si hay otros más sencillos que dan igualmente excelentes resultados. A manera de ejemplo se presentan en la figura 2 los resultados para la estación PP6 usando el método de regresión múltiple con polinomios Meixner, y en la figura 3 los resultados para la estación PP9 usando el método matricial con funciones de Laguerre.

- El método matricial de Mínimos Cuadrados es un método muy sencillo y fácil de implementar que produjo excelentes resultados. Los resultados obtenidos son de los mejores entre todas las metodologías. Esto coincide con resultados de análisis comparativos anteriores (Singh, 1976; Smith y Amisial, 1982). A manera de ejemplo se muestra en la figura 4 los resultados para la estación G8 usando este método.

- Los modelos conceptuales de Nash y Zoch producen igualmente excelentes resultados, con tal vez una leve mejoría usando el modelo de Zoch. La ventaja de estas metodologías es que definen todo el hidrograma unitario estimando únicamente dos parámetros en lugar de todo el hidrograma. Esto los hace ver como modelos de alto potencial en procedimientos de regionalización. El procedimiento propuesto acá de estimación por métodos de optimización estimando directamente el único hidrograma unitario de la cuenca (el único conjunto de parámetros del modelo) constituye una mejora significativa sobre el método de estimación de momentos. A manera de ejemplo se presentan en la figura 5 los

resultados para la estación G8 usando el modelo de Zoch con una TAC rectángular, y en la figura 6 los resultados para la estación PP9 usando el modelo de Nash.

- El método de ecuaciones diferenciales es de los métodos que mejores resultados arrojó. Igualmente se encontraron significativas mejorías estimando los parámetros por el procedimiento propuesto acá usando un método de optimización para estimar directamente el único hidrograma unitario de la cuenca (el único conjunto de parámetros).

- Los métodos de optimización usando métodos de búsqueda o programación lineal estimando directamente el único hidrograma unitario dan resultados excelentes, con tal vez mejores resultados usando programación lineal. Los resultados obtenidos por estas metodologías son de los mejores obtenidos. Esto coincide con los resultados presentados por otros autores (Diskin y Boneh, 1975; Smith y Amisial, 1982). Estos métodos son bastantes sencillos en su uso. A manera de ejemplo se presntan en la figura 7 los resultados para la estación PP6 usando el método de programación lineal.

- Los resultados obtenidos con redes neuronales aunque aceptables, no son del todo satisfactorios si se comparan con los resultados de los otros métodos. Esta es una metodología a la que se le ve mucho potencial y que debe continuar siendo explorada. Se le ve mucho potencial no solo en la estimación el hidrograma unitario sino también en la estimación directa del hidrograma de escorrentía.
- Los resultados obtenidos acá coinciden en gran medida con los resultados obtenidos por el autor en la aplicación de algunos de estas metodologías con tormentas de otros países, en donde se habían identificado como metodologías muy satisfactorias a:
  - Modelo de Nash
  - Método Matricial de Mínimos Cuadrados
  - Uso de Funciones Ortogonales
  - Métodos de Búsqueda.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A continuación se presentan las conclusiones y recomendaciones finales sobre los métodos de generalización par la estimación del hidrograma unitario:

Existe un grupo de métodos de estimación del hidrograma unitario cuyos resultados son excelentes y comparables. Estos métodos son :

- Métodos de las funciones ortogonales usando el procedimiento matricial, que estima directamente el único hidrograma unitario usando todas las tormentas al mismo tiempo, y con las funciones ortogonales de Chebyshev, Peso Unitario o Meixner.
- Método Matricial de Mínimos Cuadrados.
- Modelos Conceptuales de Nash y Zoch (TAC rectangular) estimando los parámetros por métodos de optimización, el cual estima directamente el único conjunto de parámetros (único hidrograma unitario), usando todas las tormentas al mismo tiempo.
- Modelos basados en ecuaciones diferenciales (ecuaciones de tercer orden) estimando los parámetros por métodos de optimización, el cual estima directamente el único conjunto de parámetros (único hidrograma unitario), usando todas las tormentas al mismo tiempo.
- Uso de métodos de búsqueda.
- Uso de programación lineal.

- Son mucho mejores las metodologías que estiman directamente el único hidrograma unitario usando todas las tormentas al mismo tiempo que aquellos que definen el

único hidrograma unitario por procedimientos de promediación.

- Debido a que los métodos anteriormente recomendados producen resultados comparables habría una tendencia a usar los más sencillos. En este caso se recomendaría el uso de los métodos :

  - Método Matricial de Mínimos Cuadrados.
  - Modelos Conceptuales de Nash o Zoch.
  - Uso de métodos de búsqueda
  - Uso de programación lineal.

  Observe que todos estos métodos involucran directa o indirectamente procedimientos de optimización en el proceso de estimación del único hidrograma unitario o del único conjunto de parámetros que define el único hidrograma unitario.

- Aunque en la literatura se critica de manera generalizada el uso del hidrograma unitario como modelo lluvia - escorrentía por sus suposiciones básicas de linealidad, lo cierto es que este modelo continua siendo el modelo más utilizado en hidrología. Los resultados obtenidos en esta investigación y reportados en la literatura, cuando se usa un método de estimación adecuado, son excelentes. Se requiere de una investigación que compare los resultados del modelo del hidrograma unitario con los resultados que se obtengan con el uso de modelos mucho más complejos. A la luz de los resultados obtenidos acá va a ser difícil mejorar lo que se obtuvo con el hidrograma unitario utilizando los métodos de estimación finalmente recomendados.

TABLA 1 Análisis comparativo de metodologías. Cuenca G8, tormenta agosto 15/82.

Indicador	Historia	Método Volumenes MPT	Funciones Ortogonales Chebishev	Matricial Mínimos Cuadrados	Nash	Zoch	Ecuaciones Diferenciales	Mét de Búsqueda	Programación Lineal	Redes Neuronales
Caudal Pico	83.19	76.47	85.90	88.92	79.35	86.72	83.19	53.29	57.04	69.11
Tiempo al Pico	2.00	3.00	2.25	2.00	2.00	2.00	2.00	2.75	2.25	2.75
Volumen	1.35E+06	1.36E+06	1.37E+06	1.29E+06	1.4E+6	1.3E+6	1.34E+06	9.64E+05	9.66E+05	1.34E+06
Desv. Población :	21.44	21.69	23.32	22.33	24.29	23.36	23.52	15.95	16.83	19.35
Desv. Muestra	21.56	21.80	23.45	22.45	24.42	23.49	23.65	16.08	16.97	19.46
Coef V. Pob	1.33	1.34	1.43	1.45	1.51	1.45	1.46	0.89	0.94	1.21
Coef V. Mue	1.34	1.34	1.43	1.46	1.52	1.46	1.47	0.90	0.95	1.22
Coef Correlación Simple		0.89	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.94	0.95	0.90
Eficiencia		0.77	0.97	0.98	0.97	0.98	0.98	0.86	0.87	0.80
Coef. Correlación Espacial		0.92	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.96	0.96	0.93
Error Cuadrado Medio		106.89	12.95	8.71	15.11	9.02	10.32	62.88	55.02	90.93
Error Integral		257.62	89.68	73.54	96.87	74.82	80.05	191.15	178.81	237.61
Suma Diferencias ^{2}		9941.07	1204.65	809.99	1405.7	838.53	959.96	3772.60	3301.29	8456.70
Error Promedio del Pico		0.08	-0.03	-0.07	0.05	-0.04	0.00	0.29	0.24	0.17
Error Prom Tiempo al Pico		-0.50	-0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.22	0.00	-0.38
Error Promedio Volumen		-0.01	-0.02	0.05	0.00	0.00	0.00	-0.04	-0.04	0.01
Error Promedio Medias		-0.01	-0.02	0.05	0.00	0.00	0.00	-0.04	-0.04	0.01
Error Prom Desviaciones		-0.01	-0.09	-0.04	-0.13	-0.09	-0.10	0.24	0.20	0.10

TABLA 2 Análisis comparativo de metodologías. Cuenca PP6, tormenta octubre 5/85.

Indicador	Historia	Método Volumenes MPT	Funciones Ortogonales Chebishev	Matricial Minimos Cuadrados	Nash	Zoch	Ecuaciones Diferenciales	Mét de Búsqueda	Programación Lineal	Redes Neuronales
Caudal Pico	4.97	2.90	2.89	2.59	2.32	2.47	2.43	3.69	2.76	1.94
Tiempo al Pico	1.00	2.25	1.75	2.25	1.75	2.00	2.00	2.25	1.75	2.75
Volumen	3.70E+04	3.75E-04	3.66E+04	3.55E+04	3.7E+4	3.6E-4	3.58E+04	3.91E-04	3.66E+04	3.16E+04
Desv. Población :	1.23	0.84	0.83	0.69	0.68	0.70	0.69	1.05	0.68	0.56
Desv. Muestra :	1.25	0.85	0.84	0.70	0.69	0.71	0.70	1.07	0.69	0.56
Coef V. Pob	1.11	0.75	0.75	0.65	0.62	0.65	0.65	0.90	0.62	0.58
Coef V. Mue	1.13	0.76	0.76	0.66	0.62	0.66	0.65	0.91	0.62	0.59
Coef Correlación Simple		0.57	0.84	0.77	0.83	0.81	0.81	0.7	0.9	0.21
Eficiencia		0.32	0.68	0.55	0.61	0.59	0.6	0.47	0.69	-0.03
Coef. Correlación Espacial		0.79	0.91	0.87	0.89	0.88	0.88	0.84	0.91	0.66
Error Cuadrado Medio		1.04	0.49	0.69	0.59	0.62	0.61	0.81	0.48	1.57
Error Integral		96.82	66.33	78.62	73.14	74.95	74.12	85.24	65.44	118.94
Suma Diferencias ^{2}		38.53	18.09	25.41	22	23.1	22.59	29.87	17.61	58.17
Error Promedio del Pico		0.42	0.42	0.48	0.53	0.50	0.51	0.26	0.44	0.61
Error Prom Tiempo al Pico		-1.25	-0.75	-1.25	-0.75	-1.00	-1.00	-1.25	-0.75	-1.75
Error Promedio Volumen		-0.01	0.01	0.04	0.01	0.03	0.03	-0.06	0.01	0.15
Error Promedio Medias		-0.01	0.01	0.04	0.01	0.03	0.03	-0.06	0.01	0.15
Error Prom Desviaciones		0.32	0.33	0.44	0.45	0.44	0.44	0.15	0.45	0.55

TABLA 3 Análisis comparativo de metodologías. Cuenca PP9, tormenta febrero 6/90.

Indicador	Historia	Método Volumenes MPT	Funciones Ortogonales Chebishev	Matricial Mínimos Cuadrados	Nash	Zoch	Ecuaciones Diferenciales	Mét de Búsqueda	Programación Lineal	Redes Neuronales
Caudal Pico	4.70	4.74	4.41		4.17	4.26		4.50	4.70	4.38
Tiempo al Pico	3.00	3.00	3.25		3.50	3.50		3.25	2.75	3.25
Volumen	7.55E+04	7.62E+04	7.53E+04		7.6E+4	7.5E+4		7.58E+04	7.55E+04	7.41E+04
Desv. Población :	1.29	1.38	1.34		1.45	1.30		1.31	1.35	1.31
Desv. Muestra :	1.30	1.39	1.35		1.46	1.31		1.33	1.36	1.32
Coef V. Pob	0.92	0.98	0.96		1.03	0.94		0.94	0.97	0.95
Coef V. Muc	0.93	0.98	0.97		1.04	0.95		0.94	0.97	0.96
Coef Correlación Simple		0.98	0.99		0.98	0.98		0.94	0.99	0.96
Eficiencia		0.96	0.98		0.94	0.96		0.88	0.98	0.93
Coef. Correlación Espacial		0.99	0.99		0.99	0.99		0.97	1.00	0.98
Error Cuadrado Medio		0.07	0.04		0.11	0.07		0.20	0.03	0.12
Error Integral		21.89	16.27		27.48	22.55		37.91	14.30	29.56
Suma Diferencias ^{2}		4.02	2.22		6.34	4.27		12.06	1.72	7.34
Error Promedio del Pico		-0.01	0.06		0.11	0.09		0.04	0.00	0.07
Error Prom Tiempo al Pico		0.00	-0.08		-0.17	-0.17		-0.08	0.08	-0.08
Error Promedio Volumen		-0.01	0.00		0.00	0.01		0.00	0.00	0.02
Error Promedio Medias		-0.01	0.00		0.00	0.01		0.00	0.00	0.02
Error Prom Desviaciones		-0.07	-0.04		-0.13	-0.01		-0.02	-0.05	-0.01

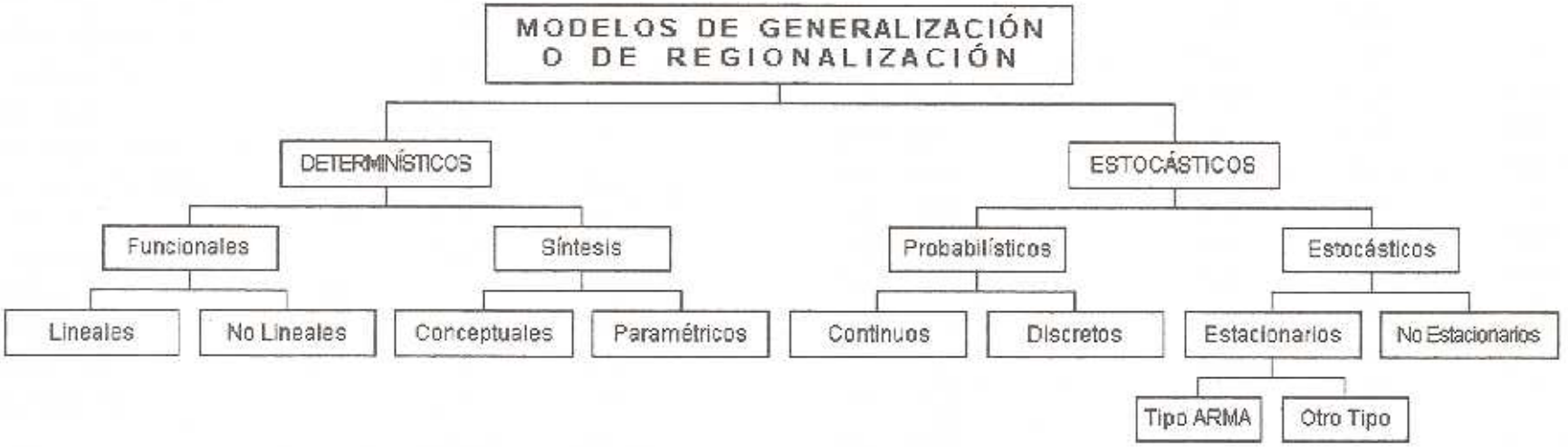

FIGURA 1 Clasificación de los métodos en Hidrología

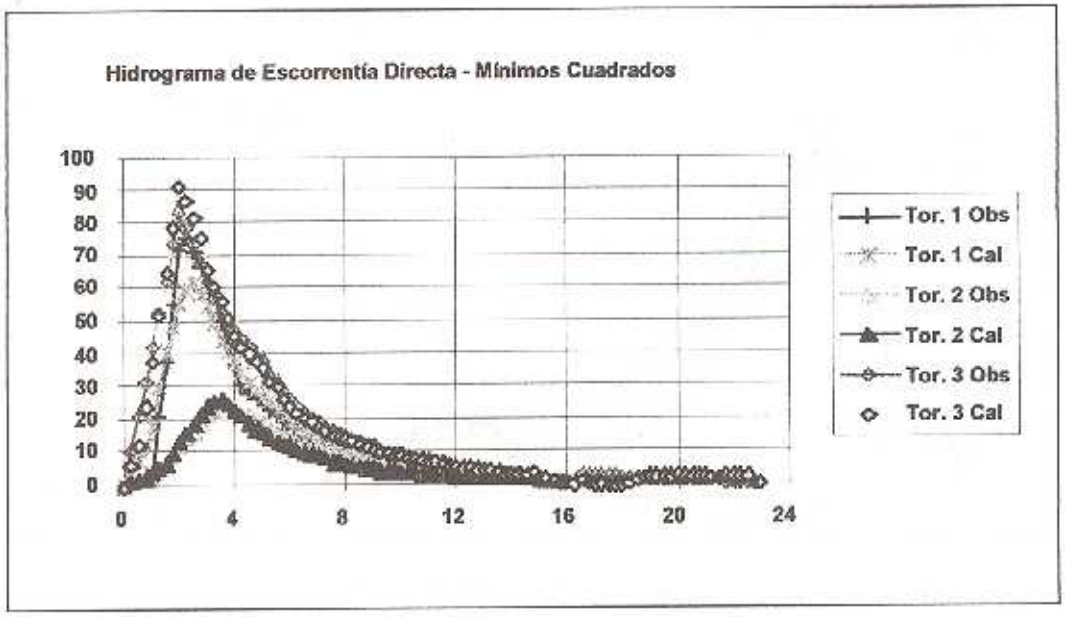

FIGURA 2 Hidrogramas de Escorrentia Directa. Método Minimos Cuadrados. Estación G8.

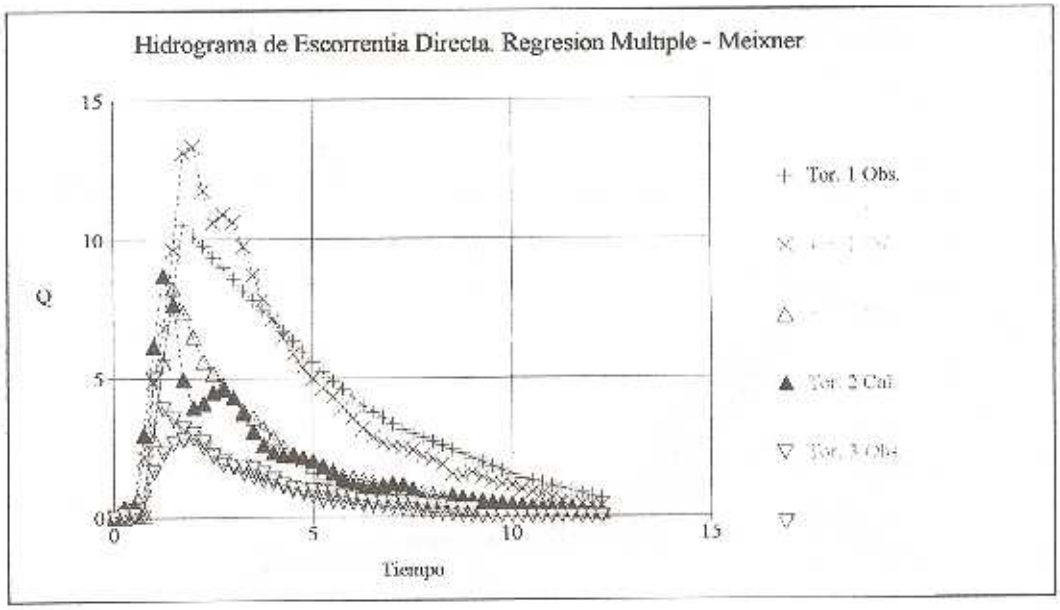

FIGURA 3 Hidrograma de Escorrentía Directa. Método Funciones Ortogonales. Mét Regresión Múltiple. Meixner. Estación PP6.

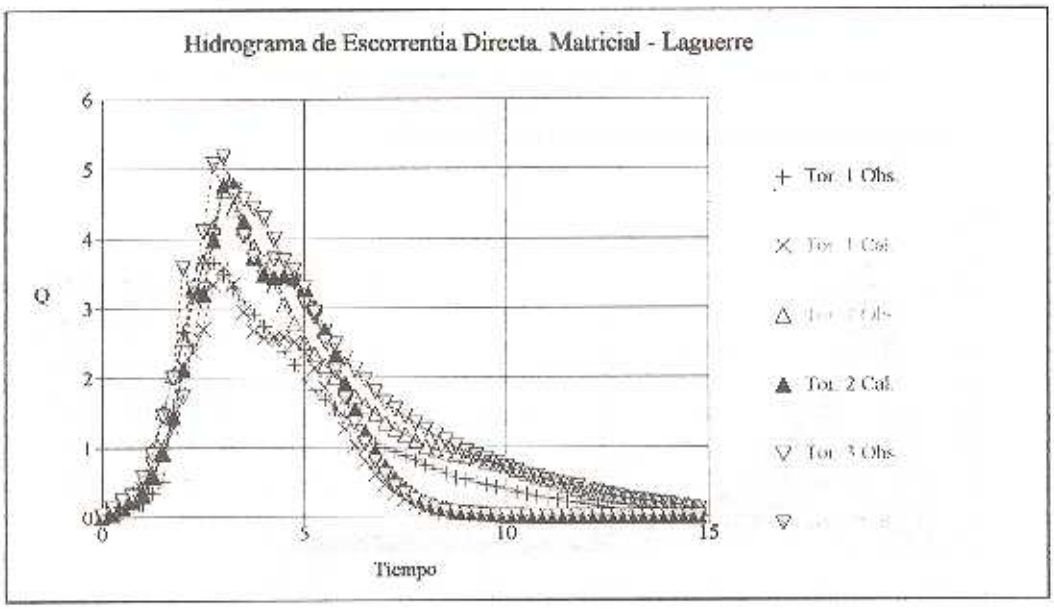

FIGURA 4 Hidrograma de Escorrentia Directa. Método Funciones Ortogonales. Mét Matricial. Laguerre. Estación PP9.

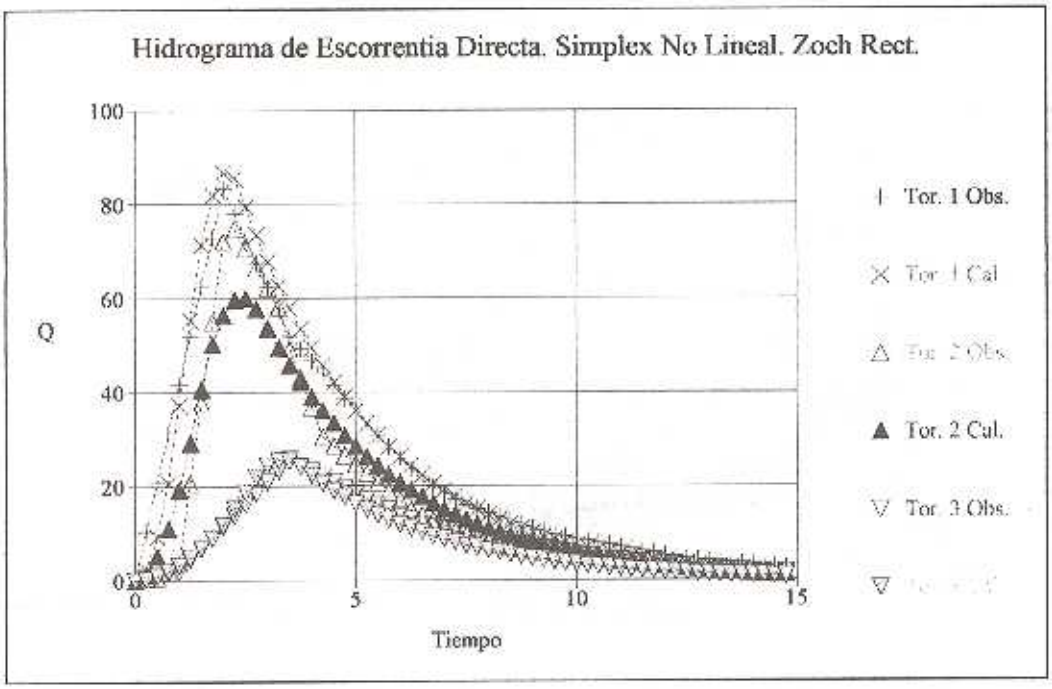

FIGURA 5 Hidrograma de Escorrentia Directa. Modelo de Zoch - TAC Rectangular. Método Simplex No Lineal Estación G8.

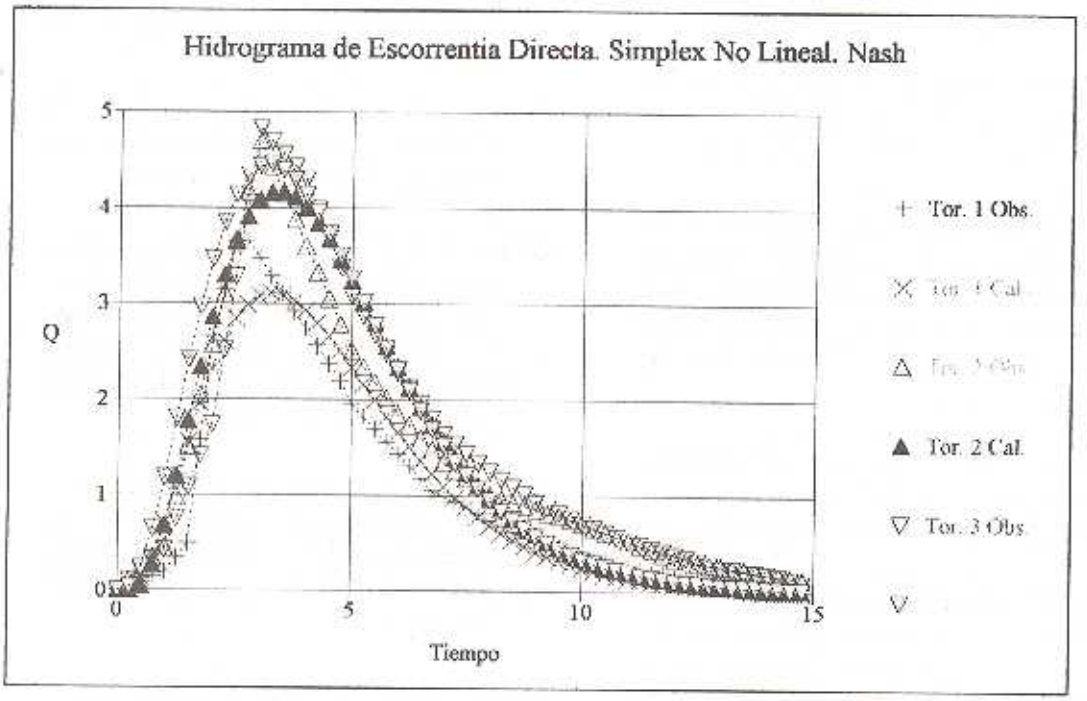

FIGURA 6 Hidrograma de Escorrentía Directa. Modelo de Nash. Método Simplex No Lineal. Estación PP9.

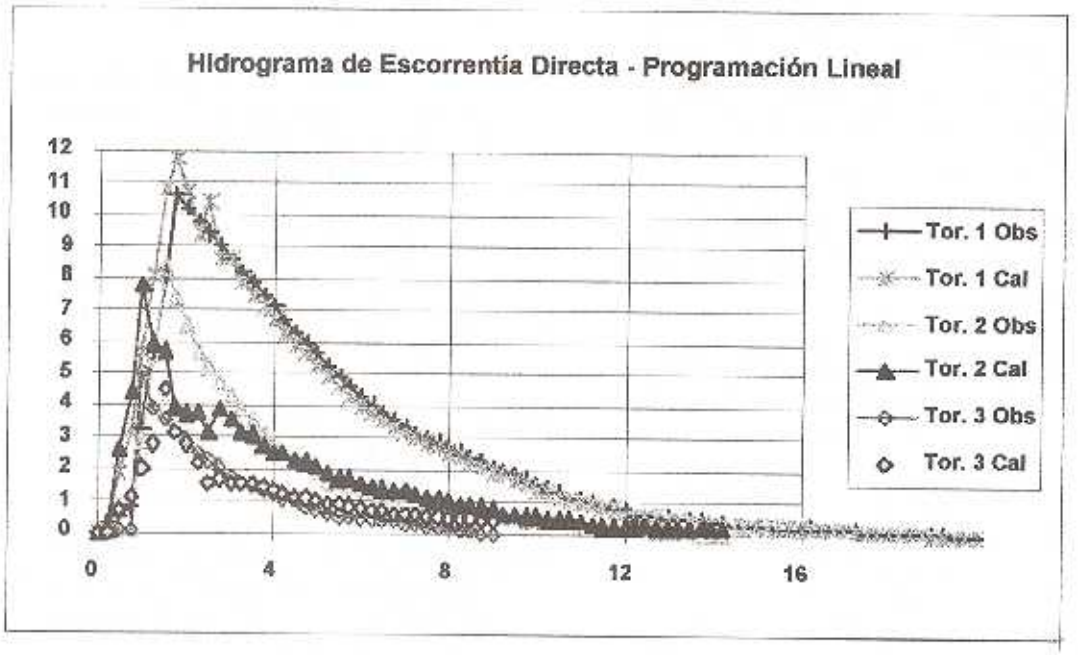

FIGURA 7 Hidrograma de Escorrentía Directa. Programación Lineal. Estación PP6.

8. REFERENCIAS

Aitken A.P. Assessing systematic errors in rainfall - runoff models. J. of Hydrology, vol. 20 :121 -136,1973.

Amisial R.A, Smith R.A, Bandes T.A. y Castro M. Incidencia de los métodos de generalización y Regionalización sobre la selección de las medidas de control de inundaciones. CIDIAT, Mérida, 1981.

Amorocho J. Nonlinear Hydrologic Analysis. en Advances in Hydroscience, vol. 9. Academic Press. N.Y, 1973.

Bagazit M. Instantaneous unit hydrograph derivation by spectral analysis and its numerical application. Proceedings of the C.T.O Symposium on Hydrology and Water Resources Development. Turkia, p 127-149, 1966.

Blank D, Delleur J.W y Giorgini A. Oscillatory Kernel Functions in Linear Hydrologic Models. Water Resources Research, vol 7(5). p. 1102-1117, 1971.

Box G.E.P y Jenkins G.M. Time Series analysis forecasting and control. Holden - Day, 1970.

Bree T. The Stability of parameter estimation in the general linear model. J. Hydrology, 37:47-66, 1978.

Chow V.T. Runoff. Handbook of Applied Hydrology, Chow VT. Editor McGraw Hill Inc., New York, 1964.

Chow V.T, Maidment D.R y Mays L.W. Applied Hydrology. Mc Graw Hill Book Co, New York, 1988.

Clarke R.T. A review of some mathematical models used in hydrology, with observations on their calibration and use. J. Hydrology. 19 : 1-20, 1973.

Deininger R.A. Linear programming for Hydrologic Analyses. Water Resources Research. 5(5): 1105-1109, 1969.

Delleur J.W y Rao R.A. Linear Systems Analysis in Hydrology. The Transform approach, the Kernel oscillations and the effect of noise. Seminario Bilateral sobre Hidrología entre Estados Unidos y Japón, Honolulu, 1971.

Diskin M.H. A Laplace Transform proof of the theorem of Moments for the instataneous Unit Hydrograph, Water Resources. Research, vol 3 (2). p. 385-388, 1967.

Diskin M.H. y Boneh A. Determination of the an optimal IUH for linear time invariant systems from multi-storm records. J. of Hydrology 24:57-76, 1975.

Diskin M.H y Simon E. A procedure for the selection of the objetive Functions for Hydrologic simulation models. J. of Hydrology 34: 129-149, 1977.

Dooge J.C.I. Linear Theory of Hydrologic Systems Technical Bulletin N°1468, U.S. Dept of Agriculture, Washington, pp 327, 1973

Dooge J.C.I. A General of the unit hydrograph. J. Geophys. Res. 64(2): 241-256, 1959.

Eagelson P.S, Mejia-R.R y March F. Computation of optimun realizable Unit Hydrograph. Water Resources Research 2(4): 755-764, 1966.

González C.A. Simulación Hidrológica. Revista Ingeniería e Investigación, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. No 19, p 63-70, 1989.

Hall M.J. On the smoothing of oscillations in finite-period unit hydrographs derived by the Harmonic method. Hydrological Sciences Bulletin, 22(2) : 313 - 324, 1977.

Levi E. y Valdés R. A method for direct analysis of hydrographs. J. of Hydrology 2(2): 182-190, 1964.

March F y Eagelson P.S. Approaches to the linear synthesis of urban runoff systems. MIT Hydrodynamics Lab. Report 85, 1965.

Mays L.W y Coles L. Optimization of unit Hydrograph determination. J. Hydraulic. Div. ASCE 106 (HY1): 85-97, 1980.

Naef F. Can we model the rainfall - runoff process today ?. Hydrological Sciences Bulletin, vol 26 : 281 - 289, 1981

Nash J.E. The form of the instantaneos unit Hydrograph. Intern. Assoc. Hydr. Sciences Publication 42: 114-118, 1958.

Nash J.E. Determining runoff from rainfall. Procedings of the Institution of Civil Engineers. Dublin, Ireland, 1958.

Nash J.E. A Unit Hydrograph study with particular reference to British catchments. Proceedings the institute of civil engineers. Vol 17, p 249-282, 1960.

Nash J.E. y Sutcliffe J.V. River flow forecasting through conceptual models. A discussion of principles. J. of Hydrology, vol 10 : 282 - 290, 1970

Newton D.W. y Vinyard J.W. Computer determined unit hydrograph from floods. Journal Hydraulic. Division ASCE, vol. 93 (HY5), pp 219-235, 1967.

O' Donnell T. Instantaneous Unit Hydrograph derivation by harmonic Analysis int. Ass. Sci. Hydr. 51:546-557, 1960.

O' Donnell T. Methods of computation in Hydrograph Analysis and Synthesis, Part III. Recent trend in Hydrograph Synthesis, TNO Proc. and Inform Note 13, The Hague, 1966.

O' Donnell T. Deterministic catchment modelling in real time river flow forecasting. Edited by J.R. Moll, 1984.

Papazafiriou Z.G. Polynomial approximation of the Kernel of closed linear Hydrologic Systems. J. of Hydrology 27:319-329, 1975.

Phillippe I.T y Wiggert J.M. Instantaneous unit hydrograph response by Harmonic analysis. Water Resources Research. Center Bulletin 15, Virginia Polytechnic Institute, Virginia, 1969.

Sarma P.B.S, Delleur J.W, Rao A.R. Comparison of rainfall - runoff models for urban areas. Journal of Hydrology, vol 18, pp 329-347. 1973.

Singh K.P. Unit hydrographs. A comparative study. Water Resources. Bulletin. 12(2): 381-392, 1976.

Singh V.P. Comparison of two mathematical models of surface runoff. Hydrol. Sciencies Bulletin. 21(2): 285-299, 1976.

Singh V.P y Woolhiser D.A. Sensitivity of linear and nonlinear surface runoff models to input errors. J. of Hidrology. 29:243-249, 1976.

Singh V.P. Hidrologic Systems Rainfall - Runoff Modeling. Volume I. De.

Prentice Hall. United States of America, 1988.

Smith R.A. y Amisial R.A. Análisis comparativo de los métodos convencionales de generalización. Conferencia invitada al seminario sobre hidrología con enfásis en el problema de la información escasa, Medellín, Colombia 23 al 26 de Marzo, 1982.

Smith R.A. y Amisial R.A. A comparative analysis of various rainfall - runoff models, presented at the international Symposium on Hydrometeorology, Denver, 13-17, 1982.

Snyder W.M. Hydrograph analysis by the method of least squares. Proceedings ASCE, No 793, 1955.

Viessman W., Knapp J.W., Lewis G.L. y Harbaugh T.E. Introduction to Hydrology. Harper y Row Publishers, New York, U.S.A., 1977.

Zoch R.T. On the relation between rainfall and streamflow I. Monthly weather review. Vol 62(9), p 315-322,1934.

Zoch R.T. On the relation between rainfall and streamflow II. Monthly weather review. Vol 64(4), p 105-121,1936.

Zoch R.T. On the relation between rainfall and streamflow III. Monthly weather review. Vol 65(9), p 135-147,1937.