UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

PROPUESTA DE ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE PRODUCTO VECTORIAL A TRAVÉS DE LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE CABRI 3-D

Óscar David Palacio Muñoz

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2015

PROPUESTA DE ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE PRODUCTO VECTORIAL A TRAVÉS DE LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE CABRI 3-D

Óscar David Palacio Muñoz

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:
M. en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Jorge Alejandro Ortiz Giraldo

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2015

Agradecimientos

A dios por permitirme conocer a mi hermosa familia, en quien tengo un apoyo incondicional y con los que encuentro la paz y tranquilidad en cada momento de mi vida.

Al M.g Jorge Alejandro Ortiz Giraldo, quien con sus saberes oriento esta propuesta de enseñanza y aprendizaje en la secundaria.

A la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez por permitir realizar la práctica y en particular a los estudiantes del grado décimo uno, quienes presentaron una disposición correcta para el desarrollo de las actividades y a la rectora Alexandra Ahumada.

Resumen

Al iniciar a desarrollar temáticas en el área de matemáticas o ciencias naturales (física) en las cuales intervienen aplicaciones del concepto de producto vectorial, se observan serias dificultades en los estudiantes del grado decimo de la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, motivo por el cual se ha planteado un trabajo para tratar de redimir estas dificultades, el cual presenta como base la utilización de las Tic, más específicamente el uso del software académico Cabri 3D. Dicha propuesta se ha desarrollado en cinco capítulos, los cuales están estructurados como: Los dos primeros hacen referencia al diseño teórico, donde se resaltan los siguientes elementos: enseñanza para la comprensión, proyecto de aula, la génesis instrumental y aprendizaje significativo, entre otros. Asimismo en el capítulo tres se desarrolla la metodología que sustenta la propuesta. Además en el capítulo cuatro se plantea el desarrollo y análisis de las intervenciones realizadas con la propuesta. Y por último, se realizan las conclusiones y recomendaciones del trabajo.

Palabras claves: Producto vectorial, Uso de las Tic (software Cabri 3D), proyecto de aula, la génesis instrumental y aprendizaje significativo, situaciones problema.

Abstract

On having initiated to developing subject matters in the area of mathematics or natural sciences (physics) in which they control applications of the concept of vectorial product, serious difficulties are observed in the students of the tenth degree of the Educational Institution Joaquín Vallejo Arbeláez, motive for which a work has appeared to try to redeem these difficulties, who presents like bases the utilization of the Tic, more specifically the use of the academic software Cabri 3D. The above mentioned offer has developed in five chapters, which are structured like: Both first ones refer to the theoretical design, where the following elements are highlighted: education for the comprehension, project of classroom, the instrumental genesis and significant learning, between(among) others. Likewise in the chapter three there develops the methodology that sustains the offer. In addition in the chapter four there appears the development and analysis of the interventions realized with the offer. And finally, there are realized the conclusions and recommendations of the work.

Keywords: Vectorial product, Use of the Tic (software Cabri 3D), I project of classroom, the instrumental genesis and significant learning, situations problem

Contenido

Agradecimiento……...V
Resumen …….....VII
Contenido …….....IX
Lista de figuras ……..XI
Lista de tablas ……..XII
Introducción ……...13
1. Aspectos preliminares ……16
1.1 Selección y delimitación del tema……...16
1.2 Planteamiento del problema 16
1.2.1 Antecedentes 16
1.2.2 Descripción del problema 24
1.2.3 Formulación de la pregunta 26
1.3 Justificación 27
1.4 Objetivos 29
1.4.1 Objetivo general 29
1.4.2 Objetivos específicos 29
2. Marco referencial 30
2.1 Marco Teórico 30
2.1.1 Enseñanza para la comprensión. 30
2.1.2 Situación problema 31
2.1.3 La génisis instrumental y el aprendizaje significativo. 33
2.1.3.1 La génesis instrumental 33
2.1.3.2 Aprendizaje significativo 34
2.1.4 Proyecto de aula 35
2.1.5 Herramienta Tic, como el elemento diferenciador y potencializador de la propuesta pedagógica 36
2.2 Marco conceptual-disciplinar 37
2.2.1 Producto vectorial 37
2.3 Marco legal……39

2.3.1 Contexto internacional 39
2.3.2 Contexto Nacional 39
2.3.3 Contexto Institucional 44
2.4 Marco espacial 44
3. Diseño de metodología: Investigación aplicada. 46
3.1 Tipo de investigación 47
3.2 Método 47
3.3 Instrumento de recolección de la información 48
3.4 Población y muestra 49
3.5 Delimitación y alcance 49
3.6 Cronograma 50
3.6.1 Planificación de actividades 50
3.6.2 Cronograma de actividades 51
4. Trabajo final 52
4.1 Resultados y análisis de la intervención 52
4.2 Diseño de la propuesta para enseñar el concepto de producto vectorial 58
4.2.1 La contextualización 58
4.2.2 Metodología del proyecto de aula 60
4.2.3 Evaluación 61
5. Conclusiones y Recomendaciones 62
5.1 Conclusiones 62
5.2 Recomendaciones 63
Referencias 64
A. Anexo 67

Lista de figuras

Figura 2.1 Explicación de la interacción de los elementos que propone la génesis instrumental 34

Figura 2.2 Representación del producto vectorial 37

Figura 2.3 Representación del producto vectorial en Cabri 3D 38

Figura 4.1 Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las tres primeras preguntas..... 53

Figura 4.2 Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron la pregunta cuatro..... 54

Figura 4.3 Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las preguntas cinco, seis y diez..... 55

Figura 4.4 Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las preguntas siete y ocho..... 56

Figura 4.5 Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron la pregunta nueve..... 57

Lista de tablas

Tabla 1.1 Cuadro de antecedentes 17

Tabla 3.1 Planificación de actividades 50

Tabla 3.2 Cronograma de actividades 51

Tabla 4.1 Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las tres primeras preguntas 52

Tabla 4.2 Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron la pregunta cuatro 53

Tabla 4.3 Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las preguntas cinco, seis y diez 54

Tabla 4.4 Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las preguntas siete y ocho 56

Tabla 4.5 Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron la pregunta nueve 57

Introducción

La presente propuesta surge de la experiencia en la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez del sector de Llanadas, con estudiantes del grado décimo, los cuales manifiestan poca comprensión del concepto de producto vectorial, siendo esto una dificultad al momento de abordar situaciones que requieran aplicaciones, en los diferentes campos de las ciencias exactas y naturales como: en la matemática, en la comprensión y adecuada aplicación de los conceptos de área de un triángulo, paralelogramo y distancia de un punto a una recta en el espacio, entre otros y en la física en los conceptos relacionados con el torque y en el electromagnetismo con fuerza magnética, por nombrar solo algunos.

Estas situaciones que han sido asociadas con un simple algoritmo, el cual es reducido a la memorización de una formula, han permitido que el estudiante no comprenda la esencia del concepto, desencadenando esto en una búsqueda por determinar unos valores que representen unas variables y darle solución a una situación, sin entender el significado del lenguaje simbólico y la trasversalización del concepto desde las dos áreas. Esta falta de comprensión del producto vectorial, les ha propiciado poca capacidad para comprender su uso en un determinado contexto o situación que converja a una aplicación del conocimiento más allá de la formula. Igualmente, al estudiante, iniciar su formación a nivel superior, se presentan dificultades al intentar resolver las situaciones que están inmersas en el cálculo vectorial, geometría vectorial, en mecánica o electromagnetismo, que contemplan el concepto.

Recapitulando, se sugiere el planteamiento de una propuesta basada en un proyecto de aula que favorezca el aprendizaje, del concepto de producto vectorial, ya que este presenta gran complejidad para su comprensión, dado que su estructura conceptual tiene un soporte teórico más avanzado que otros conceptos que son abordados en la secundaria; además, el concepto suele ser abordado desde una posición teórica, olvidando otras herramientas con las cuales se puede tener una mejor comprensión, como es el caso del software Cabri que “es una forma efectiva de incorporar en la enseñanza de conceptos” (Bohórquez, 2004, p.4), donde esto se evidencia en los lineamientos curriculares al proponer que, “ las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a la evolución” (MEN, 2002.p 17).

Además desde los estándares de ciencias naturales el concepto se reafirma, al momento de: “modelar matemáticamente el movimiento de objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúan sobre ellos” (MEN, 2006.p 23), y desde los de matemáticas con: “describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas” (MEN, 2002.p 43), dándole esto importancia a la necesidad de una comprensión adecuada del concepto.

Es decir, se propone, una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de producto vectorial a partir del uso de situaciones problema, que van a ser modeladas mediante el uso de software Cabri 3D, que constituirán el objetivo primordial para que se logre desarrollar el concepto, tanto desde su representación, modelación matemática, interpretación y aplicaciones por estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez del sector de llanadas de Medellín.

Igualmente, la propuesta pretende desarrollar las competencias propuestas por MEN, en matemáticas en: sistemas geométricos y en ciencias naturales (física) desde el entorno físico (procesos físicos) para el grado décimo y undécimo. De igual forma se busca plantear los dos tipos de conocimientos básicos que se llevan al interior de las matemáticas y la física, como es el caso del: conocimiento conceptual y procedimental. Asimismo, se toma en cuenta los tres aspectos propuestos por el MEN en las actividades matemáticas y de ciencias naturales que son: planteamiento y resolución de problemas, razonamiento matemático (formulación, argumentación y demostración) y comunicación matemática.

Para la elaboración de la propuesta, en definitiva, se plantea un trabajo soportado en la teoría de la enseñanza desde la comprensión y del aprendizaje basado en: la Génisis Instrumental y aprendizaje significativo, cuyos principales teóricos referentes son: Ausbel y Orlando Mesa, además de la herramienta TIC, como el elemento diferenciador y potencializador de la propuesta pedagógica.

Las partes que componen el trabajo son:

El capítulo 1, está conformado por los aspectos preliminares que están organizados en: selección y delimitación del tema, planteamiento del problema, justificación y objetivos. Asimismo, la sección 2, contiene el desarrollo del marco referencial el cual está dividido en los marcos: teórico, conceptual-disciplinar, legal y espacial. Además, en el apartado 3, se construye la metodología que soporta la propuesta, donde se desarrollan aspectos como: el diseño de la metodología, tipo

de investigación, método, instrumento de recolección de información, población y muestra, delimitación y alcance e igualmente el cronograma. En la parte 4, se analizan los resultados de la prueba de diagnóstico y se analiza el alcance de las intervenciones efectuadas, luego de aplicar la prueba de conocimientos previos. Y, por último, se hacen las conclusiones y recomendaciones, que contemplan el análisis de la propuesta. Y finalmente, se encuentran las referencias y el anexo de: la prueba de diagnóstico.

1. Aspectos preliminares

1.1 Selección y delimitación del tema

Utilización del software académico Cabri 3-D, como herramienta TIC, para la enseñanza y aprendizaje del concepto de producto vectorial con estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez mediado por situaciones problema.

1.2 Planteamiento del problema

1.2.1 Antecedentes

Para comprender el concepto de producto vectorial, desde las diferentes situaciones que se han planteado en la enseñanza y aprendizaje, es necesario realizar un rastreo, que permita conocer el desarrollo del concepto como tal y los diferentes estudios realizados en torno a la problemática que se presenta en la comprensión y enseñanza. Además, se hace una revisión de las dificultades que se presentan al abordar conceptos como: el área de un triángulo y un paralelogramo o distancia de un punto a una recta en el espacio; y desde las ciencias naturales (física) con el concepto de torque y fuerza magnética. Y, por último, se rastrean propuestas que utilicen el Cabri, como elemento diferenciador de enseñanza y aprendizaje, dado que los procesos que se adelantan en la actualidad en las matemáticas y la física, tiene como principal sustento el uso de la memoria, con el fin de “recordar algoritmos y procedimientos reduciéndose el espacio para la inducción, la formulación de hipótesis la búsqueda de caminos propios, etc.” (Rodríguez, 2009, p.162). Lo cual conlleva a que los procesos de aprendizaje se dificulten o se desvirtúen de su génesis, y más cuando el concepto abordado presenta un grado de dificultad más abstracta cómo es el caso del producto vectorial.

Tabla 1.1: Cuadro de antecedentes

Nombre del trabajo y año de realización	El producto vectorial. 2009	Errores asociados a la representación geométrica-vectorial de números complejos: un análisis ontosemiótico[1]. 2012	El lenguaje vectorial en geometría.1997	Introducción a los espacios vectoriales y al lenguaje logo a través de los ordenadores.1986
Autor (es)	Juan Francisco Gonzáles	María Laura Distéfano, María Andrea Aznar, Marcel David Pochulu	Víctor Arenzana	Antonio Bautista García
Situación de investigación o pregunta de investigación	El trabajo presenta un desarrollo del origen del concepto de producto vectorial, donde se destaca de qué forma surge en el Algebra. Además, se hace un análisis en la forma de introducir el concepto en los últimos cursos de la E.S.O y bachillerato.	Se hace un rastreo de los errores y dificultades que presentan los estudiantes cuando usan una representación aritmético-algebraica y geométrico-vectorial de los números complejos.	No presenta	No presenta

[1] Enfoque que subraya el rol que tienen las representaciones en las prácticas matemáticas y en la comprensión de un objeto.

Objetivo	No presenta	Identificar y analizar los errores y dificultades que se presentan cuando los estudiantes usan la representación aritmético-algebraica y geométrico-vectorial de los números complejos.	No presenta	Identificar el impacto que presenta el programa logo, en la enseñanza de conceptos que contienen vectores.
Muestra de población	No es aplicada	135 estudiantes de ingeniería.	No presenta	100 estudiantes de ingeniería.
Línea de investigación	Documental	El trabajo se desarrolla, a través de una línea exploratoria, dado que recoge y analiza la información como base para futuras investigaciones. Además de ser descriptiva, ya que genero categorías a partir de los resultados de las pruebas escritas resueltas por estudiantes de la asignatura Álgebra, de las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina.	Documental	Modelo instructivo
Medios implementados	Revisión de documentos	Desarrollo de documentos escritos por parte de los estudiantes.	Revisión de documentos	Medios informáticos Programa logo.

Conclusiones o recomendaciones	La operación presenta en cuanto a la pedagogía y didáctica, aspectos que se deben desarrollar de acuerdo a las particularidades que presenta el grupo de estudiantes, donde se deben utilizar recursos que propicien un mayor rendimiento. Es decir, enseñar un concepto abstracto de difícil comprensión requiere seleccionar métodos que puedan motivar al estudiante en el momento de su explicación.	Al analizar las dificultades que presentan los estudiantes al utilizar la representación aritmético-algebraica y geométrica-vectorial al resolver situaciones que involucran los números complejos, se concluye que los aprendices hacen un uso correcto de la aritmético-algebraica uso de la representación geométrica-vectorial fue deficiente o nulo. .	No presenta	Los contenidos de las áreas, se pueden planificar y desarrollar utilizando medios informáticos, de tal forma que mejore los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Aporte a la propuesta de enseñanza del concepto de producto vectorial a través de la utilización del software Cabri 3D	La propuesta permite entender muchas de las dificultades que presentan los estudiantes al abordar situaciones enmarcadas en el campo de las ciencias naturales y exactas, que contemplan el concepto, mostrando que es importante utilizar diferentes métodos, en busca de obtener una mejor asimilación, ya que las dificultades son generadas por el método utilizado para la enseñanza y aprendizaje.	Es de rescatar que el análisis de esta propuesta, arroja que la mayor dificultad que puede presentar un estudiante al abordar un concepto como el de producto vectorial, es debido a la representación que tiene, manifestando la necesidad de utilizar herramientas alternativas, que puedan darle un mejor aprovechamiento de la situación al estudiante.	El aporte que se puede extraer en esta propuesta, surge de la importancia que presentan la epistemología como fuente de construcción de conocimiento, no obstante, es de resaltar que falta explicación en cuanto a su representación, ya que esto es una de las principales dificultades que presenta los estudiantes al momento de abordar conceptos relacionados con los vectores.	Se resalta la importancia del uso de software que permita una mejor comprensión de conceptos enfocados en teorías referentes a los vectores, que para el caso es Cabri 3D.

Nombre del trabajo y año de realización	Planteamiento y resolución de problemas de áreas en el laboratorio de educación matemática. 2014	Diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de torque a partir de las máquinas simples. 2014
Autor (es)	Yamila García Moreno Ruber Darío Zúñiga Patiño	Julio Cesar Cerón Correa
Situación de investigación o pregunta de investigación	¿Qué caracteriza la mediación instrumental en relación con la comprensión conceptual del área como magnitud por parte de estudiantes de grado sexto a partir de la resolución de problemas en el Laboratorio de Educación Matemática?	Dificultades que se presentan en estudiantes del grado décimo, para la comprensión del concepto de torque.
Objetivo	Reconocer el papel que juegan las mediaciones en la comprensión conceptual del área en grado sexto a partir de la resolución de problemas de áreas en el escenario del Laboratorio de Educación Matemática.	El objetivo del presente trabajo es la enseñanza y aprendizaje por parte de los estudiantes del concepto de Torque, por lo cual es fundamental para alcanzar este objetivo la comprensión de los siguientes términos: desplazamiento, distancia recorrida, velocidad angular, aceleración angular, vector fuerza, torque, momento de inercia.
Muestra de población	Estudiantes del grado sexto	Estudiantes del grado décimo.
Línea de investigación	Enfoque instrumental	Constructivista bajo en modelo de aprendizaje significativo
Medios implementados	Revisión de documentos Diseño de guías Laboratorio de matemáticas	Unidad didáctica

Conclusiones o recomendaciones	La mediación le permite a los estudiantes poderse enfrentar con situaciones problema antes de realizar procedimientos algorítmicos como la aplicación de fórmulas, dado se presentan elementos mediadores y direccionados a la comprensión de las diferentes formas de concebir el área.	Finalmente, los profesores de ciencias debemos repensar nuestro quehacer diario, generando espacios para el intercambio de saberes y el conocimiento de experiencias exitosas. Vale la pena arriesgarse a cambiar el discurso por experiencias más dinámicas e interactivas en donde el estudiante participe activamente y el profesor sea un acompañante que se asegura de suministrar los elementos necesarios para el cumplimiento de las metas propuestas.
Aporte a la propuesta de enseñanza del concepto de producto vectorial a través de la utilización del software Cabri 3-D	Al efectuar el análisis de la propuesta, se resalta la importancia que tiene la mediación en la comprensión de concepto como el área de un triángulo y un paralelogramo, donde se rescata que se puede hacer con objetos o utilizando herramientas como las TIC.	El aporte que permite rescatar esta propuesta, surge de la importancia de utilizar espacios en los que los estudiantes utilicen nuevas herramientas para la comprensión de una situación enmarcada dentro de las ciencias naturales y exactas.

Recapitulando se puede comprender que la gran mayoría de investigaciones que se enfocan en situaciones que competen al campo de las ciencias naturales y exactas, más específicamente enfocado al concepto de producto vectorial, hacen propuestas que buscan desarrollar la enseñanza y el aprendizaje desde un rumbo determinado por diferentes escenarios, en los cuales intervienen situaciones problema que se van desarrollando paulatinamente, siendo esta una de la partes en las cuales se enfoca esta propuesta, sin embargo, ninguna trata de dar solución a los conceptos mediante la utilización de otras herramientas diferentes a las escritas o situaciones que se enmarquen en el conocimiento, obstaculizando esto, la necesidad de comprender desde su representación, modelación matemática, interpretación y aplicaciones, olvidando herramientas que pueden permitir la comprensión de estas situaciones, como es el caso del software académico Cabri 3D. En este orden de ideas algunas propuestas que fueron desarrolladas con el uso del programa, que no toman en cuenta el concepto de producto vectorial, que contribuyen a la construcción de esta propuesta son:

- El empleo del software Cabri-Géométre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Autónoma de Guerrero, México, llegando a la conclusión que el software permite una mejor apropiación de los conceptos enseñados, no obstante, se debe tratar de hallar un equilibrio entre la herramienta y la parte teórica, para no caer en situaciones en las que se vuelva monótono para el aprendiz tanto el uso de software, como la utilización de las clases teóricas- prácticas.
- Igualmente el trabajo análisis de la implementación de las actividades para la conceptualización de área del rectángulo en el grado séptimo con la mediación del programa cabri Geometry, se llegan a la conclusión que el programa de Cabri calculadora presenta sus limitaciones al momento de desarrollar un concepto de forma clara y precisa, en los procesos de conceptualización del área de un rectángulo y un cuadrado (Ballesteros y Rojas 2011), permitiendo comprender que es de suma importancia el desarrollo teórico y con ello, lograr un equilibrio al utilizar herramientas que permitan una modelación del conocimiento desarrollado, además, que los programas en múltiples ocasiones no logran satisfacer las necesidades de aprendizaje y enseñanza que se pueden presentar al abordar un conocimiento científico.
- Además, en polinomios y raíces, se muestra claramente que la utilización del software cabri, permite una mejor asimilación de los conceptos desarrollados con la utilización del programa

(Soto, 2005), mostrando esto que la herramienta puede ser de gran utilidad si se logra un equilibrio entre lo conceptual y la modelación que se logre hacer con el programa.

- Y en geometría dinámica para el aula, permite comprender que la utilización del software tiene como principal ventaja frente a otros recursos que las "figuras dejan de ser estáticas y del plano saltan a la pantalla del ordenador para presentarse en forma de animaciones que nos permiten observarlas desde distintos puntos de vista" (Mora, 2003) mostrándose con ello, que la representación es de suma importancia para la comprensión de un concepto.

En definitiva, en cada una de estas propuestas se resalta la necesidad de abordar los conceptos matemáticos de gran complejidad desde una postura diferente, donde se utilicen herramientas que puedan dar un acercamiento más real tanto a la representación como a la misma definición del concepto, lo cual se puede lograr utilizando el programa de Cabri 3D, manifestando esto la necesidad inherente de crear una propuesta para la enseñanza y el aprendizaje de la noción de producto vectorial fundamentada en el uso del software, para los estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, buscando que se logre una asimilación correcta tanto desde la parte teórica- práctica, como desde la misma representación gráfica de la situación que se esté dando solución, siendo esto un insumo para sus inicios en la educación superior.

1.2.2 Descripción del problema

La forma de construcción de conocimiento matemático que en la actualidad es generado en las instituciones educativas de básica secundaria, debe de ser repensada con el fin de "considerar otros escenarios donde la matemática no es objeto de estudio, pero que el conocimiento matemático subyace. Un ejemplo de esto es el conocimiento cotidiano en un escenario de difusión, característico de ideas, intuiciones o sentido común donde están presentes las matemáticas" (Briceño, 2010, p.2).

Dicho en otras palabras, se hace a un lado ramas de las matemáticas que pueden posibilitar una mejor apropiación de los fenómenos de la naturaleza, cómo es el caso de la Geometría vectorial, la cual puede aportar al estudiante las herramientas necesarias para afrontar el estudio y la interpretación de cualquier fenómeno físico; más precisamente, es retomar elementos que

estén inmersos en esta teoría, como es el caso del concepto de producto vectorial, para obtener una mejor asimilación del fenómeno.

Sin embargo, el concepto no se desarrolla desde las matemáticas, sino en el área de ciencias naturales en el componente físico, demostrando esto que se han relegado objetos de conocimiento de su praxis original, para dejarlo a otras áreas.

No obstante, cuando el concepto es abordado con estudiantes del grado décimo, más concretamente de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, se evidencia dificultades para su comprensión tanto desde su aplicación, como desde su representación, relegándose a una simple formula, donde sólo toma relevancia el sustituir unos valores, para hallar un resultado final, sin entender el trasfondo del concepto y su importancia al momento de modelar un fenómeno físico o la misma representación matemática.

Lo anterior se reafirma en los antecedentes que sopesan la propuesta, ya que en su gran mayoría llegan a la conclusión que las dificultades al abordar conceptos en el campo de los vectores, están determinados por los métodos de que se utilizan para su enseñanza y aprendizaje, ya que en su gran mayoría se soportan en la teoría y en la práctica, sin utilizar herramientas que permitan una mejor asimilación de los conceptos, dado que estas son un gran insumo para poder mejorar el entendimiento de conocimientos científicos, cuando se logra un equilibrio entre las dos partes.

Es decir, al implementar el uso de software Cabri 3D se puede brindar una visión más general del concepto, desde su teoría, práctica y representación, lo cual se puede reafirmar con el uso de las propuestas que fueron implementadas utilizando el Cabri, donde en su gran mayoría se pudieron realizar construcciones teóricas y prácticas más afines a las necesidades de los aprendices, ya que la utilización de “una enseñanza tradicional y descontextualizada, obstaculiza la comprensión de los significados que presentan los conceptos y los vínculos que se pueden establecer alrededor de otras ciencias” (Costa, 2009, p.2).

1.2.3 Formulación de la pregunta

Las dificultades que se generan en los procesos de enseñanza y aprendizaje de conocimiento científico, contenidos en áreas como las matemáticas y la física, más específicamente en temas como: El área de un triángulo y paralelogramo, distancia de un punto a un plano, par de fuerza (torque) y fuerza magnética, son generadas por los modelos utilizados para desarrollar los conceptos, dando esto pie a la necesidad de plantear propuestas que presente la teoría y aplicaciones desde un proceso diferente, en aquellos conocimientos que presentan un grado de complejidad diferente al de los demás conceptos, como es el caso del producto vectorial enmarcado en los temas anteriormente mencionados. El cual lo definen los estudiantes del grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez como algo abstracto y de difícil comprensión al solucionar situaciones referidas a los temas anteriores, incentivando plantear una propuesta diferente que utilice un software académico como es el Cabri 3D, el cual es una herramienta de uso fácil que puede posibilitar una mejor asimilación del concepto, lo cual trae a manifiesto el siguiente interrogante:

¿Cómo implementar el uso del software Cabri 3D en la enseñanza del concepto de producto vectorial, en estudiantes del grado 10 de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez?

1.3 Justificación

La investigación surge como una consecuencia a la necesidad de entender el concepto de producto vectorial y buscar prácticas diferentes para ser enseñado y aprendido con estudiantes del grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, el cual se enmarca dentro de la Geometría vectorial, desde un punto de vista más práctico y comprensible a la realidad, en el que se pueda "indagar, reflexionar y pensar a través de la asimilación y la aplicación de los conocimientos"(García,1986, p.2) de situaciones en las cuales se encuentre la comprensión de diferentes fenómenos naturales, que se pueden modelar mediante ecuaciones matemáticas, pero más específicamente modelándolos mediante vectores, lo cual es tomado en cuenta en los lineamientos curriculares de matemáticas, en el pensamiento espacial y sistemas geométricos, además, de estar apoyado por los lineamientos de ciencias naturales, donde se resalta la idea de la importancia de reconocer el mundo, a través del conocimiento emperico, siendo esto una base para un desarrollo que permita llegar al conocimiento científico.

Tomando en cuenta lo anterior se puede afirmar que para la enseñanza y el aprendizaje del concepto de producto vectorial, es necesario presentar una alternativa diferente, dado que la utilización de la clase teórica, no brinda la mejor oportunidad para la asimilación y comprensión, ya que "los principales fundamentos para la enseñanza de la Geometría, deben basarse en la observación, y los conceptos Geométricos deben elaborarlos a partir de la experiencia"(García, 1986, p.3); no es posible ser construidos directamente con la explicación de forma tradicional. Es decir, esta herramienta no posibilita con exactitud y rapidez los planes de representación que tiene el sujeto en su mente.

Lo anterior expuesto, sugiere la dificultad que se presenta en la enseñanza del concepto de producto vectorial, para en base a ello plantear una propuesta de intervención en el aula que permita al estudiante comprender la estructura del concepto tanto desde su parte teórica, práctica y gráfica, desde la utilización de una herramienta informática, para con ello, poder lograr un adecuado asimilamiento y comprensión del conocimiento científico, que para el caso sería el concepto de producto vectorial.

Es por esto que se propone una propuesta para la enseñanza del concepto de producto vectorial mediante un proyecto de aula, soportado con la utilización de un software académico como el

Cabri 3D y mediado por situaciones problema, cuyo diseño tiene en cuenta el desarrollo de las competencias que se buscan alcanzar en el área de las matemáticas y de las ciencias naturales.

El software académico, Cabri 3D le puede permitir al estudiante, tener una mejor comprensión de las aplicaciones que presenta el producto vectorial en temas como: El área de un triángulo y paralelogramo, distancia de un punto a un plano, par de fuerza (torque) y fuerza magnética, al permitir comprender la dirección, longitud y sentido que toma el vector producto y se muestra un análisis tridimensional, de la situación que se está resolviendo con la ayuda del software.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Diseñar una propuesta de enseñanza en el aula que contribuya al aprendizaje significativo del concepto de producto vectorial, mediante la utilización del programa Cabri 3D en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez.

1.4.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar el nivel de comprensión del concepto de producto vectorial, a través del diseño y la aplicación de prueba, de indagación de saberes previos.
- Analizar los resultados arrojados por los estudiantes al realizar la prueba diagnóstica, como insumo para el posterior diseño de situaciones problema modeladas por el software Cabri 3D que constituirán un proyecto de aula orientado a la comprensión del concepto de producto vectorial.
- Diseñar una propuesta de enseñanza basada en un proyecto de aula, que se enfocara en situaciones problema y el uso del software Cabri 3D, que contribuya al aprendizaje significativo del concepto de producto vectorial, en estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez.
- Valorar y analizar los resultados obtenidos en la aplicación de la propuesta de enseñanza basada en un proyecto de aula, enfocada en situaciones problema y modeladas por el software Cabri 3D con estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez.

2. Marco referencial

2.1 Marco Teórico

2.1.1 Enseñanza para la comprensión.

Al abordar conceptos científicos referentes a las matemáticas o las ciencias naturales (física) siempre surge el interrogante si los estudiantes lograron ¿la comprensión del concepto?, donde se asimila que es de forma correcta, cuando el aprendiz logra dar una respuesta satisfactoria a un interrogante, no obstante, “el conocimiento es información a mano”(Stone, 1999, pág.4) que el estudiante puede replicar, sin la comprensión adecuada del concepto, ya que esta se escapa al hecho de un conocimiento o una habilidad rutinaria que desempeñe un estudiante.

Es decir, éste concepto, se define como: “la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe” (Stone, 1999, pag.4). Es decir, son actividades que van más allá de la memorización y la rutina, donde el estudiante lo entienda como algo tan natural, como el hecho de realizar una conversación, caminar un día sol, correr…, que son cuestiones muy naturales en el quehacer del sujeto, dicho, en otros términos, comprender es ser capaz de pensar y actuar con base a lo que sabe el sujeto desde su saber emperico y científico referente a la situación planteada.

Este punto de vista de la comprensión vinculada con el desempeño favorece un aprendizaje gradual, dado que “los desempeños comprensivos le piden al estudiante que vallan más allá, llevan a avances en la comprensión, así como producciones de comprensión” (Stone, 1999, pág. 6). Postura que ubica a los docentes en el papel de facilitadores, cuyo desafío es crear experiencias de desempeño, las cuales pueden ser modeladas por el uso de las Tic, permitiendo esto, que los estudiantes amplíen sus repertorios de desempeño de comprensión y por lo tanto su comprensión.

Desde esta postura, algunos principios que nos permiten entender el papel del docente y los estudiantes son:

- Al estudiante obtener un aprendizaje para la comprensión, genera principalmente un compromiso reflexivo con desempeños de comprensión, es decir, el aprendiz se debe involucrar con los desempeños, dado que ninguno se logra conseguir se no hay un involucramiento, el cual debe ser desafíos personales.
- Los nuevos aprendizajes de comprensión se dan, a partir de comprensiones previas y de la nueva información que brinde la Institución educativa.

En este orden de ideas se puede decir entonces que el concepto de enseñanza para la comprensión es de fundamental importancia para el desarrollo del presente trabajo final en tanto el objetivo principal es el diseño de una propuesta que permita a los estudiantes del grado décimo de la Institución Joaquín Vallejo Arbeláez comprender el concepto de producto vectorial a través de la utilización del software académico Cabri 3D.

2.1.2 Situación problema

Al abordar situaciones de enseñanza en áreas como las matemáticas y las ciencias naturales (física), es común plantear situaciones problema que son entendidas, como: “un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propician niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la construcción de conocimientos matemáticos” (Obando y Múnera, 2003, p. 1), dicho en otros términos, son construcciones que el sujeto realiza, a partir del análisis y solución de situaciones planteadas enfocadas en diferentes herramientas.

Igualmente otra interpretación de estas situaciones, es: “una situación problema se interpreta como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos para plantear y resolver problemas de tipo matemático” (Mesa, 1998, p.15), donde se puede comprender que una forma efectiva de resolver algoritmos sin llegar a la memorización es mediante la utilización de Tic, donde se resalta que son instrumentos que dan una mejor representación de situaciones, al tomar tanto la parte operativa, como la representacional, como es el caso del software Cabri 3D, al abordar el concepto de producto vectorial.

Desde esta comprensión de situaciones problema, es necesario tener en cuenta que el proceso se logra, a partir de:

1. Definición de una red conceptual. Esta red debe tener a disposición un referente de algún saber que se ajuste a las condiciones sociales e individuales de los estudiantes.
2. Escoger un motivo. En una situación del contexto que sea capaz de facilitar actividades y el planteamiento de preguntas abiertas y cerradas.
3. Fijar varios estados de complejidad. Este estado de complejidad va encaminado a regular las actividades y el grado de dificultad de las preguntas que el estudiante debe enfrentar.
4. Proponer una estrategia. Aquí son importantes la didáctica y los momentos de enseñanza y aprendizaje para que afloren las propuestas creativas.
5. Ejercitación. Escoger ejercicios adecuados, es decir, prototipos que deben comprender los estudiantes.
6. Ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados. Una situación problema que se diga interesante tiene que ofrecer esta opción a los estudiantes.
7. Implementar una estrategia de evaluación de las competencias. Esta es tal vez la actividad más difícil de implementar; la evaluación de competencias a través de logros de las mismas requiere la implementación de una forma de evaluar muy seria y cuidadosa (Mesa, 1998).

Los anteriores elementos expuestos, permiten una participación más activa del estudiante y el profesor, donde este resalta por ser un mediador en una situación aprendizaje y no el portador del conocimiento y de esta forma ocurre un aprendizaje enfocado en un marco constructivista.

Asimismo, las situaciones problema deben lograr: Una exploración, sistematización, confrontación, debate, evaluación, la autoevaluación y heteroevaluación de los procesos que se adelantan.

Dicho esto, es importante anotar que las situaciones problema se convertirán en una herramienta, que permite mejorar la comprensión del concepto que se busca desarrollar en esta propuesta, permeada por la utilización del software Cabri 3D, ya que las situaciones se solucionaran y modelaran con la utilización del programa.

2.1.3 La génisis instrumental y el aprendizaje significativo.

En los procesos de formación de los sujetos, siempre están inmersas teorías que proponen una forma diferente para aprender, con el fin de poder modificar, las estructuras cognitivas preexistentes en los sujetos, cada una de estas teorías se enfoca en entender cómo se puede enseñar o aprenden la persona los conceptos y qué dificultades se pueden presentar en la asimilación de los mismos, cuando se aborda un área del conocimiento en particular y para efectos de esta propuesta se desarrollan las siguientes:

2.1.3.1 La génesis instrumental

La utilización de un software académico como el Cabri 3D, puede “permitir aprender mejor el contenido y los valores de las matemáticas que han sido definidos sin tomar en cuenta estas herramientas” (Artigue, 2002, p .2), dado que esta herramienta busca hacer de la clase, algo diferente a la orientación excesiva de la clase teórica, en la cual sólo importan unos contenidos que pueden ser asimilados y comprendidos de forma adecuada o inadecuada.

Cuando se abordan conceptos como el producto vectorial desde la utilización de herramienta cómo es el caso del software de Cabri 3D, surgen nuevas necesidades que son fácilmente identificables en la práctica, cuando hay una manipulación del objeto con la necesidad particular de enseñar el concepto, para de esta forma poderse convertir en un artefacto, el cual se entiende como: “una entidad mixta, constituida por una parte de un artefacto y por la otra de los esquemas que lo convierten en un instrumento” (Artigue, 2002, pág.4) Es decir, el software como tal no es importante cuando hay una manipulación sin una necesidad particular, dado que sería un artefacto más no un instrumento, entendiendo este término como un material potencialmente significativo, que puede permitir que el estudiante adquiera una comprensión más adecuada del concepto abordado.

Más precisamente el instrumento el cual es el software académico Cabri 3D presenta una potencialidad que no está determinada por las necesidades con las cuales se manipule, pero, al ser ejecutado con una finalidad, le permite al estudiante una asimilación y apropiación adecuada de los conceptos, lo cual lo conlleva a obtener respuestas claras y eficientes a sus necesidades de aprendizaje.

Lo anteriormente mencionado, se puede representar mediante el siguiente esquema:

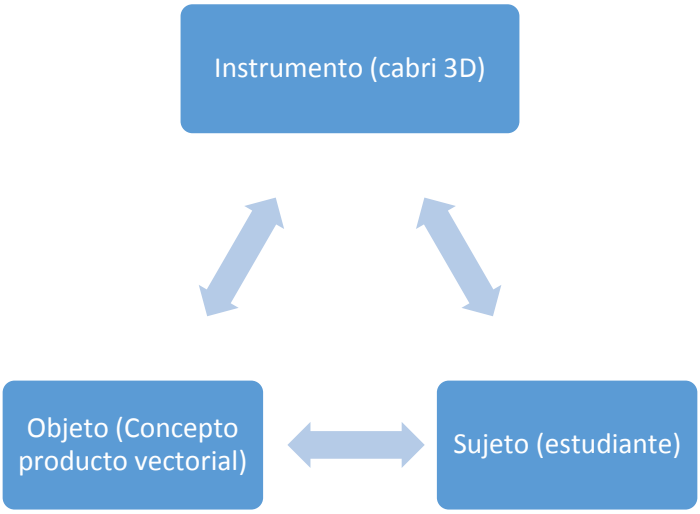


Figura 2.1: Explicación de la interacción de los elementos que propone la génesis instrumental

Recapitulando, esta teoría de aprendizaje es importante para la propuesta de enseñanza en el aula del concepto de producto vectorial a través de situaciones problema, ya que el objetivo principal de este trabajo, es lograr un aprendizaje significativo del concepto de producto vectorial mediante la utilización del programa Cabri 3D en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, siendo éste programa el instrumento primordial, para alcanzar lo propuesto.

2.1.3.2 Aprendizaje significativo

Al buscar esta propuesta desarrollar un aprendizaje significativo, es necesario entender este concepto como: “proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no literal), con un aspecto relevante de la estructura cognitiva del individuo” (Ausubel, 1968) , dicho en otros términos, al relacionarse la parte teórica del concepto de producto vectorial con la utilización de programa Cabri 3D, esto contribuirá a la comprensión de dicho conocimiento.

Lo anterior, se puede interpretar dentro de esta teoría como que el software va ser un material potencialmente significativo, que puede contribuir a un aprendizaje más acorde a las necesidades

del estudiante, no obstante, este proceso no se puede lograr, si el aprendiz no manifiesta una disposición adecuada al momento de manipular el instrumento (Moreira 2006).

Para lograr que el estudiante se apropie de los contenidos es necesario que el material tenga significado lógico, es decir, que pueda ser incorporado a la estructura cognitiva de quien aprende y tenga relación con lo que se enseña. Además, que tenga subsumidores disponibles en su estructura cognitiva que se relacionen con el material.

En definitiva, esta teoría de aprendizaje es importante para la propuesta de enseñanza en el aula del concepto de producto vectorial a través de situaciones problema modeladas por un programa, teniendo presente que objetivo principal de este trabajo final es lograr aprendizaje significativo de dicho concepto mediante la manipulación del software Cabri 3D en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez.

2.1.4 Proyecto de aula

Al estructurar la enseñanza del concepto de producto vectorial en procesos orientados por situaciones problemas modelados por la utilización del software Cabri 3D, se está haciendo alusión a un proyecto de aula el cual se entiende como: “una propuesta didáctica fundamentada en la solución de problemas, desde los procesos formativos, en el seno de la academia” (Gonzáles, 2001, p. 70), donde se puede lograr una correspondencia de lo viejo al aludir al concepto de forma teórica y lo nuevo entendiéndolo como el proceso que se va lograr modelar mediante la utilización del programa, es decir, “el proyecto de aula posibilita las relaciones entre lo viejo y lo nuevo, lo conocido y lo desconocido, lo que fue y lo que será, entre el saber cotidiano y el saber científico” (Gonzáles, 2001, p. 70-71).

Para poderse constituir el proyecto de aula, es necesario tomar en cuenta tres momentos, los cuales son: la contextualización, lo metodológico y lo evaluativo; donde:

- La contextualización, se estipula el problema, el objeto, el objetivo y los conocimientos.
- Metodológico, se relaciona el método, el grupo y los medios.
- Evaluativo se certifica el logro del objetivo mediante la solución del problema que dirige el diseño de los proyectos y se indican los resultados. En este momento, están comprometidos todos los sujetos que vivenciaron el proyecto de aula. A través de la evaluación se

> comparan los resultados del trabajo con los objetivos propuestos, para determinar aciertos y desaciertos del proceso y poder tomar decisiones para un nuevo diseño y aplicación en futuras oportunidades (Gonzáles, 2001, p. 72-74).

Estableciendo con lo anterior un puente entre los objetivos específicos que se pretender lograr en la propuesta de trabajo plateado.

2.1.5 Herramienta Tic, como el elemento diferenciador y potencializador de la propuesta pedagógica

En los ambientes educativos que se establecen en el siglo XXI se tiene como prioridad lograr una integración de las Tic en los procesos de enseñanza y aprendizaje que se orienten en cualquier nivel de educación, ya que se “promueve el desarrollo de habilidades y destrezas para que el educando busque la información, discrimine, construya, simule y compruebe hipótesis” (Papert, 2001, citado en: Castro y Belkis, 2007)

Dicho en otras palabras cuando se promueve la enseñanza del concepto como el producto vectorial mediante la utilización de las Tic, entendiendo el termino como: “conjunto de herramientas, soportes y canales para el tratamiento y acceso a la información” (Gilbert y otros 1992, citado en: Castro y Belkis, 2007) se puede lograr una mejor comprensión, ya que posibilita el trabajo mediante la utilización de la ecuación que modela dicho conocimiento y brinda una representación gráfica de la situación que se está solucionando, ya sea desde el campo de las matemáticas o desde las ciencias naturales (física).

Es decir, las Tic le posibilitan al docente orientar “un entorno de apoyo” (Badia y García, 2006, p. 44) a los conceptos que está buscando enseñar, posibilitando una apropiación más adecuada a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, contribuyéndole a que pueda optimizar sus tiempos y pueda lograr tomar decisiones más acertadas a sus necesidades individuales y de trabajo en conjunto al momento de abordar conceptos abstractos en áreas como las matemáticas o las ciencias naturales.

2.2 Marco conceptual-disciplinar

2.2.1Producto vectorial

El concepto de Producto Vectorial tuvo sus orígenes en el álgebra y en los desarrollos que se lograban en la teoría de los números, no obstante, el concepto como tal se comienza a desarrollar entre los siglos XVI y XVIII cuando se presentan las primeras construcciones del cálculo vectorial, sin embargo, el concepto no aparece con los vectores "sino que fue más bien al revés, los vectores y las distintas operaciones entre ellos se crearon a partir de la solución algebraica de un problema concreto, que no es otro que la generalización de la noción de número complejo" (Gonzáles, 2009, p. 3)

Sin embargo, este trabajo de tesis no tiene como objetivo realizar una construcción del concepto de producto vectorial desde sus inicios, sino tomar la definición que existe en la actualidad, la cual es:

Sean $\vec{a}\ y\ \vec{b}$ dos vectores definidos en el espacio vectorial R^3. Entonces $\langle x \rangle$ es una operación denominada producto vectorial entre los vectores $\vec{a}\ y\ \vec{b}$ si:

- $\{\vec{a},\ \vec{b}\}$ son linealmente dependientes, si $\vec{a}x\vec{b} = 0$
- $\{\vec{a},\ \vec{b}\}$ es linealmente independiente, entonces $\vec{a}x\vec{b}$ es un vector libre ortogonal $\vec{a}\ y\ \vec{b}$ tal que:
  - $\{\vec{a},\ \vec{b}, \vec{a}x\vec{b}\}$ es un sistema derecho, es decir, el ángulo descrito al rotar un vector sobre un punto hacía el otro, en un sentido antihorario conforma un ángulo de 90^0.
  - $\|\vec{a}x\vec{b}\| = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\| \sin\theta$ en donde θ es el ángulo entre $\vec{a}\ y\ \vec{b}$ el cual está definido entre: $0 \leq \theta \leq \pi\ radianes$ para lo cual se cumple que:$\sin\theta \geq 0$, lo cual se observa en la siguiente gráfica:

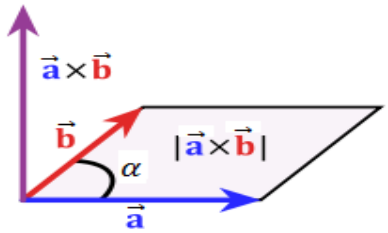


Figura 2.2: Representación del producto vectorial.

Donde la enseñanza del concepto siempre se ha hecho enmarcada en una clase teórica, en la cual se explica la génesis del concepto como en el anterior apartado, ligada a algunas aplicaciones de las matemáticas como: el área de un triángulo y un paralelogramo o distancia de un punto a una recta en el espacio; o desde las ciencias naturales (física) con: el movimiento al abordar situaciones con un par de fuerzas (torque) y en el electromagnetismo con fuerza magnética, donde es difícil la comprensión y asimilación del mismo concepto, ya que no hay una representación como tal de la solución final.

Lo cual conlleva a que el estudiante pueda hallar una solución correcta en un procedimiento, al interpretar esta como una operación de producto de dos reales, que no es el caso, pero sin entender la representación que subyace al cálculo efectuado. Dicho en otras palabras, “que tal operación no se justifica ante el estudiante, dado que ve en ella un algoritmo sin fundamentos reales” (Martínez y Benoit, 2008, p.1).

En busca que el estudiante no comprenda el concepto de producto vectorial, como una operación de dos reales, sino como algo más elaborado, se implementara el software de Cabri 3D, con estudiantes del grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, ya que el programa realiza una representación del conocimiento como muestra la imagen tres, que es una figura más exacta a las necesidades de los estudiantes.

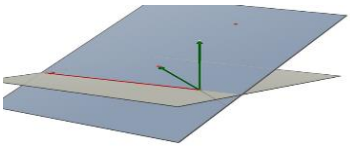


Figura 2.3: Representación del Producto Vectorial en Cabri 3D

2.3 Marco legal

2.3.1 Contexto internacional

La educación fundamentada en la utilización de nuevos recursos tecnológicos como software educativo, posibilita una mirada diferente a los procesos de enseñanza y aprendizaje, donde "favorecen el desarrollo de nuevas prácticas educativas, más pertinentes y eficaces" (Unesco, 2013, p. 20). Es decir, se requiere no sólo asumir la complejidad de las TIC, sino comprender el tema docente desde el reconocimiento de los múltiples factores que intervienen en su desempeño, lo que afecta al rendimiento de sus estudiantes, y reconocer, multiplicar y potenciar aquellas experiencias de aprendizaje que las TIC posibilitan, permiten o mejoran, respecto de las prácticas tradicionales de enseñanza (Unesco, 2013, p. 20).

2.3.2 Contexto Nacional

- **Constitución política de Colombia**

Tomando como principal referente la disposición legal establecida en la constitución política de Colombia, en la cual en el artículo 67 se resalta el derecho a la educación, como:

> La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente" (Constitución política de Colombia, 1998, p. 15).

- **Ley general de educación 115 del 8 de febrero de 1994**

El segundo referente que se toma como parte que permite el desarrollo de la propuesta es la ley general de educación, donde se resaltan los siguientes artículos:

ARTICULO 1. Objeto de la ley. La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.

ARTICULO 5. Fines de la educación. De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, la educación se desarrollará atendiendo a los siguientes fines de acuerdo a las necesidades de esta propuesta son:

- El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.
- La promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo.

ARTICULO 30. Objetivos específicos de la educación media académica. Son objetivos específicos de la educación media académica que incluyen esta propuesta son:

- La profundización en conocimientos avanzados de las ciencias naturales (Ley 115 de educación, 1994).

❖ **Plan nacional decenal de educación 2006-2016**

En el plan nacional decenal para el desarrollo de la educación 2006-2016, se plantea que:

1. **Dotación e infraestructura**: Dotar y mantener en todas las instituciones y centros educativos una infraestructura tecnológica informática y de conectividad, con criterios de calidad y equidad, para apoyar procesos pedagógicos y de gestión.
2. **Fortalecimiento de procesos pedagógicos a través de las TIC:** Fortalecer procesos pedagógicos que reconozcan la transversalidad curricular del uso de las TIC, apoyándose en la investigación pedagógica.

Objetivos

- Promover procesos investigativos que propendan por la innovación educativa para darle sentido a las TIC desde una constante construcción de las nuevas formas de ser y de estar del aprendiz.
- Incorporar el uso de las TIC como eje transversal para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje en todos los niveles educativos.

3. **Innovación pedagógica e interacción de los actores**: Educativos Construir e implementar modelos educativos y pedagógicos innovadores que garanticen la interacción de los actores educativos, haciendo énfasis en la formación del estudiante, ciudadano del siglo XXI, comprendiendo sus características, necesidades y diversidad cultural.

Objetivo

- Promover la construcción de modelos pedagógicos mediados por las TIC en el marco de la etnoeducación y las poblaciones vulnerables, respetando las diversidades culturales y la conservación del medio ambiente (Plan nacional decenal de educación 2006 -2016).

❖ **Lineamientos curriculares de matemáticas y ciencias naturales**

Al buscar una “visión nueva de la educación capaz de hacer realidad las posibilidades intelectuales, espirituales, afectivas, éticas y estéticas de los colombianos ((Ministerio de educación nacional (MEN), 2002), surge los documentos titulados: lineamientos curriculares, los cuales fueron establecido en cumplimiento con el artículo 78 de la ley 115 de 1994, donde se establecen conceptualizaciones de las áreas de formación y obligatoria del currículo y muestran el desarrollo de los logros e indicadores de logro y los proyectos pedagógicos.

Asimismo, los lineamientos curriculares buscan establecer procesos de reflexión, análisis crítico y ajustes progresivos por parte de cada uno de los actores que intervienen en el marco de la educación de una institución educativa, donde se resalta la necesidad de entender los nuevos enfoques con los que se orientan las áreas de conocimiento, para con ello buscar comprenderlas y enseñarlas, tomando como base las necesidades de cambio que presenta una sociedad.

Tomando como base lo anterior y las necesidades particulares que presenta esta propuesta de enseñanza y aprendizaje, se retomaran los planteamientos que se realizan desde los lineamientos de las áreas de matemáticas y las ciencias naturales (física), que correspondan con la necesidad particular que presenta este trabajo de diseñar una propuesta de enseñanza en el aula que contribuya al aprendizaje significativo del concepto de producto vectorial.

- **Lineamientos curriculares de matemáticas**

En el área de matemáticas los lineamientos se proyectan como una propuesta en permanente proceso de cualificación y revisión que permita un mejoramiento continúo en la educación. Además, se propone una educación en matemáticas que "relacione los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes y que a su vez los presente y enseñe en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista" (Ministerio de educación nacional (MEN), 2002).

Y lo anterior se sustenta en:

- Comprender y asumir los fenómenos de transposición didáctica.
- Reconocer el impacto de las nuevas tecnologías tanto en los énfasis curriculares como en sus aplicaciones, comprendiendo el concepto de tecnología desde el marco de la utilización de un software académico.
- Privilegiar como contexto del hacer matemático escolar las situaciones problemáticas.

- **Lineamientos de ciencias naturales**

Los lineamientos en el área de las ciencias naturales y educación ambiental, son una puesta en escena de las necesidades que presenta un estudiante en su formación al plantear la necesidad que se presenta de entender las "tendencias actuales en la enseñanza y el aprendizaje y establecer su relación con los logros e indicadores de logros para los diferentes niveles de educación formal" (Ministerio de educación nacional (MEN), 2002).

Además de resaltar el estrecho vínculo que se establece entre: el conocimiento común, científico y tecnológico, donde se resalta, que “el conocimiento científico y el tecnológico no tendrían razón si no tuvieran entre sus objetivos la búsqueda de respuestas que conllevan al mejoramiento de la calidad de vida” (Ministerio de educación nacional (MEN), 2002), y entendiendo, el concepto de tecnología como las diferentes herramientas que se pueden utilizar para orientar un proceso.

- **Estándares**

Desde los estándares en matemáticas, el concepto de producto vectorial no está enmarcado en las temáticas que se deben enseñar en el grado décimo, no obstante, algunos estándares que le dan pie a esta propuesta son:

- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.
- Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas (Miniterio de educación nacional , 2006).

Ya que el concepto de área del paralelogramo es una temática que se desarrolla en básica secundaria, el cual también se puede explicar mediante el producto vectorial, ya en la media, teniendo en cuenta que se desarrollan temáticas encerradas en el campo de la trigonometría.

Desde las ciencias naturales, se propone los siguientes estándares, para ser desarrollados en los grados décimos y undécimos:

- Establezco relaciones entre las diferentes fuerzas que actúan sobre los cuerpos en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme y establezco condiciones para conservar la energía mecánica.
- Modelo matemáticamente el movimiento de objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúan sobre ellos.
- Establezco relaciones entre fuerzas macroscópicas y fuerzas electrostáticas.
- Establezco relaciones entre campo gravitacional y electrostático y entre campo eléctrico y magnético. (Miniterio de educación nacional , 2006).

Resaltando la importancia de desarrollar el concepto de producto vectorial, con estudiantes de la media vocacional, para lograr una mejor comprensión de las situaciones inmersas en conceptos como: fuerzas que actúan en los cuerpos en reposos o movimiento (torque) y el electromagnetismo (Fuerza magnética), que son conceptos desarrollados a partir de la utilización de vectores.

2.3.3 Contexto Institucional

La propuesta de trabajo que se desarrolló en la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez con estudiantes del grado décimo, se sustenta en la:

Misión

Formamos ciudadanos integrales con competencias académicas y laborales, fundamentadas en el humanismo, la ciencia y la tecnología, capaces de liderar la transformación natural, social y cultural de su entorno.

2.4 Marco espacial

La propuesta de intervención se realizó en la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, la cual es una institución de carácter público reconocida por ser una ciudadela que cuenta con: tres salas de sistemas, un laboratorio para ciencias naturales, aproximadamente un total de 22 aulas, dos canchas de concreto, una zona de restaurante y está rodeada por una zona boscosa. La cual se ubica en la zona centro oriente de la ciudad, más específicamente en la comuna 8, en el sector llamado llanadas, el cual blinda con los barrios buenos aires y enciso, perteneciendo al núcleo de desarrollo 924.

Donde la institución brinda a la comunidad la formación desde preescolar hasta media, en la sede principal, se presentan dos jornadas: en secundaria en el horario de 6:15 am hasta las 12:15 y primaria integrada por los grados sextos y séptimos desde las 12:30 pm a las 6:30 pm y en una sede ubicada un poco más arriba sólo primaria.

En estas jornadas de estudio se atiende a un total aproximado de 2250 estudiantes, por un total de aproximadamente 73 docentes distribuidos en los diferentes niveles de formación, siendo las matemáticas y las ciencias naturales las áreas que cuentan con más personal.

Esta población de estudiantes en bachillerato se encuentran distribuidas de la siguiente forma: se cuenta con un total de seis grupos por sexto, cinco por séptimo, tres por octavo, dos tanto en: noveno, décimo y once, donde en su gran mayoría son jóvenes afrocolombianos, que vienen de zonas del bajo Cauca o el Choco desplazados por la violencia, lo cual no permite que sus edades de estudio correspondan con la realidad, ya que en su gran mayoría son extra-edad, más que todo en los grados iniciales de secundaria. Es decir, es una población vulnerable, donde el nivel de estudio de sus padres es mínimo y carecen de comodidades tanto en sus hogares como de los servicios básicos: como el alcantarillado o el agua.

En cuanto al grado décimo con el cual se realizó la intervención, es un grupo conformado por 38 estudiantes, que tiene 14 mujeres y 24 hombres, los cuales oscilan en un promedio de edad de 16 a 18 años, donde se nota en su gran mayoría aversión al estudio y lo hacen es por obtener un cartón y no una formación como tal.

3. Diseño de metodología: Investigación aplicada.

Al estar está propuesta inscrita en una maestría de la enseñanza de las ciencias naturales y exactas, la cual tiene como principal fin profundizar en aspectos inherentes al campo académico referentes al saber disciplinar y pedagógico, donde se busca una solución diferente para la enseñanza y aprendizaje del concepto de producto vectorial mediado por el programa software académico Cabri 3D, la cual busca generar o contribuir aportes a la generación de conocimiento aplicado, en el concepto que se desarrolla, enmarcándose dentro de una monografía, entendiéndola como: “descripción y tratado especial de determinada parte de una ciencia, o de algún asunto en particular” (Santos, 2005), que en este caso hace referencia a la necesidad de proponer un modelo alternativo para la enseñanza del concepto de producto vectorial.

Al desarrollarse el trabajo, a partir de la necesidad propia de entender el concepto desde una postura diferente y con ello poderle aportar a la enseñanza y aprendizaje del conocimiento científico, con un grupo de 20 estudiantes seleccionados al azar de un grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez y tomando en cuenta los antecedentes históricos que han permeado el saber, se hace referencia específicamente a una monografía de análisis experiencias, ya que es fundamental la experiencia de los jóvenes al interactuar con él conocimiento, para de esta forma poderse lograr desarrollar una forma alternativa de enseñanza del concepto, cuando es abordado desde las matemáticas o las ciencias naturales (física), encaminándose lo anterior hacia una investigación aplicada, por las razones ya expuestas.

Al buscar la propuesta reflexionar sobre la dificultad que presentan los estudiantes en comprender el concepto de producto vectorial y con ello generar nuevos aportes para poder abordar este concepto de una manera más sencilla y tomando en cuenta las necesidades que presentan los aprendices, partiendo de la particularidad que arroja la prueba de diagnóstico y con ello el proyecto de aula, para luego realizar una generalización de la situación, que puede ser desarrollada con otras comunidades académicas y quizás hallar los mismos resultados de esta propuesta, se está haciendo alusión a una paradigma critico-social.

3.1 Tipo de investigación

El tipo de investigación que se implementó en el desarrollo de este trabajo, permite la participación de los sujetos objetos de estudio en el proceso e implementación del desarrollo de la propuesta, recibiendo el nombre de investigación acción pedagógica (IAP) siendo una alternativa de la investigación acción educativa (IAE), pero tomando en cuenta que es apoyada sobre esta, ya que el docente que oriental la propuesta reflexiona sobre se quehacer en la práctica.

Este tipo de investigación permite transformar las prácticas pedagógicas, a partir de una reflexión, análisis y crítica del quehacer del docente en el interior del aula desde aspectos tales como: la teoría, lo disciplinar, metodología y didáctica, con el fin de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, es decir permite “transformar la práctica pedagógica personal de los maestros investigadores elevando a estatus de saber los resultados de la práctica discursiva de los mismos” (Restrepo, 2006, pág. 95)

Tomando como referencia lo anterior, se puede entender que este tipo de investigación (IAP), permite realizar investigaciones desde el aula de clase, la cual apoya el proceso de enseñanza y aprendizaje que adelante el docente, la pretendiendo “sistematizar dicho proceso individual en el docente que investiga a la vez que enseña es la investigación-acción educativa” (Restrepo, 2006, pág. 94), donde este proceso es enmarcado dentro de una investigación cualitativa de corte descriptivo, ya que el principal propósito es mostrar el análisis de la experiencia en torno a la mediación del software Cabri 3D, en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de producto vectorial con estudiantes del grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez.

3.2 Método

La propuesta al tener como punto de partida los antecedente, donde se hace una revisión individual del conocimiento científico que dio pie al concepto, además de las dificultades que se presentan en su enseñanza y aprendizaje, apoyando el proceso con un análisis a algunas propuestas desarrolladas con Cabri, las cuales no fueron desarrolladas con el concepto, se está

realizando “un razonamiento para obtener conclusiones que parten de hechos particulares, aceptados como válidos” (Sempieri, 1991).

Además al ser la prueba de diagnóstico, el punto de partida con el cual se van analizar y registrar los hechos más relevantes de los saberes y dificultades que presentan los estudiantes del grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez con el concepto de producto vectorial, se está realizando un registro, clasificación y un estudio etnográfico de corte cualitativo de análisis de experiencias, en el cual se van a efectuar unas conclusiones, luego profundizar y contrastar algunos resultados presupuestados en los objetivos específicos y con la prueba aplicada. Es decir, en definitiva, el método utilizado en esta investigación se inductivo, entendiéndolo como: “es un razonamiento que analiza una porción de un todo; parte de lo particular a lo general. Va de lo individual a lo universal” (Sempieri, 1991).

3.3 Instrumento de recolección de la información

Para el desarrollo de la propuesta se va a tomar información de fuentes primarias, en las cuales se resalta: la prueba de diagnóstico, el proyecto de aula, la matriz de análisis de categorías y utilización de gráficos de barras y circulares.

El análisis que se le efectúo a la prueba de diagnóstico, para la cual se plantean unas categorías que buscan comprender el nivel de apropiamiento que presentan los estudiantes del grado décimo de la Institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez del concepto de producto vectorial, las cuales son características que no se van a medir mediante un dato número, es decir, se planteó “exclusivamente información de tipo cualitativo y cuyo análisis se dirige a lograr descripciones detalladas del fenómeno estudiado” (Sempieri, 1991), a pesar que algunas preguntas presenten respuestas de forma numérica, no obstante, estas características no son susceptibles de medición numérica, dentro de esta propuesta.

Las categorías que se establecieron para el análisis de la prueba de diagnóstico y proyecto de aula son: Interpretación, representación, aplicación y comprensión de la dirección y ángulo que se conforman en el concepto de producto vectorial.

Además, estas categorías se plantean con el fin de lograr una descripción e interpretación más concisa del conocimiento científico que se busca comprender en el desarrollo de esta propuesta de enseñanza y aprendizaje, en busca de presentar alternativas en el momento de abordar conceptos como el producto vectorial, en la media, ya sea en el área de las matemáticas o la física, lo cual se inscribe dentro un enfoque cualitativo de corte etnográfico.

3.4 Población y muestra

La población escogida para llevar acabo el desarrollo de la propuesta pedagógica llamada: “propuesta de enseñanza del concepto de producto vectorial a través de la utilización del software Cabri 3D” son los estudiantes del Joaquín Vallejo Arbeláez, específicamente los jóvenes que cursan el grado décimo uno, el cual se encuentra constituido por 38 estudiantes, donde se distribuyen en 14 mujeres y 24 hombres.

Del grupo de estudiantes se toma una muestra al azar de 20 estudiantes, los cuales van hacer las personas con las que se van a llevar a cabo las intervenciones, en busca de poder lograr una adecuada comprensión del concepto de producto vectorial, independiente del área en la cual se esté abordando.

3.5 Delimitación y alcance

El trabajo de grado titulado “propuesta de enseñanza del concepto de producto vectorial a través de la utilización del software Cabri 3D” con estudiantes del grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, le va permitir a la comunidad académica donde se llevó a cabo una comprensión más cercana al concepto de producto vectorial, siendo un insumo para aquellos jóvenes que dan inicio a sus estudios superiores. Además, de permitir un cambio en la praxis que se lleva a cabo al momento de abordar un concepto de esta magnitud. Asimismo, al maestrante, le permite adquirir elementos diferenciadores que se potencializan al momento de estar desarrollando la práctica profesional, al permitir interactuar con otros elementos, que son herramientas que ayudan a los procesos de enseñanza y aprendizaje, en cualquier nivel escolar.

3.6 Cronograma

3.6.1 Planificación de actividades

Tabla 3.1: Planificación de actividades

Fases	Objetivos	Actividades
Fase 1. Identificación del tema o la propuesta a desarrollar	Identificar el tema o propuesta de investigación que se va a construir, para optar el título de magister.	1.1 Antecedentes. 1.2 Tema, pregunta problematizadora. 1.3 Problema, objetivos. 1.4 Introducción, Justificación. 1.5 Referentes bibliográficos. 1.6 Presentación de la propuesta para la aprobación.
Fase 2. Propuesta de trabajo final.	Identificar y caracterizar el sustento del marco referencial de la propuesta a desarrollar.	2.1 Revisión bibliográfica para la construcción del marco teórico. 2.2 Revisión bibliográfica sobre el concepto de producto vectorial (marco conceptual-disciplinar) 2.3 Revisión bibliográfica de los documentos que le dan el soporte legal al desarrollo de la propuesta, tanto a nivel local como internacional. 2.4 Caracterización del contexto en el cual se va realizar el desarrollo de la propuesta (Marco espacial). 2.5 Diseño de metodología
Fase 3. Diseño	Construir y aplicar actividades enfocadas en el concepto de producto vectorial.	3.1 Diseño y construcción de actividades para evaluación de los preconceptos (Actividad de diagnóstico). 3.2 Análisis de los resultados arrojados en la prueba de diagnóstico. 3.3 Diseño y construcción de actividades didácticas utilizando el cabri 3D, las cuales buscan dirimir las dificultades encontradas en la prueba de diagnóstico.
Fase 4: Intervención en el aula.	Aplicar las actividades propuestas en el proyecto de aula, que buscan disminuir la brecha en la comprensión del concepto de producto vectorial.	4.1. Intervención de la estrategia didáctica de enseñanza propuesta. 4.2 Análisis de los resultados de la intervención efectuada.
Fase 5: Conclusiones y recomendaciones	Evaluar el desempeño de la estrategia didáctica planteada para la comprensión del concepto de producto vectorial con estudiantes del grado décimo de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez.	5.1 Realización del análisis de los resultados obtenidos al implementar la estrategia didáctica.

3.6.2 Cronograma de actividades

Tabla 3.2: Cronograma de actividades

Actividad	Semana															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Fase 1																
Actividad 1.1	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	X	x	x	x	X
Actividad 1.2	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	X	x	x	x	X
Actividad 1.3	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	X	x	x	x	X
Actividad 1.4	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	X	x	x	x	X
Actividad 1.5	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	X	x	x	x	X
Actividad 1.6	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	X	x	x	x	X
Fase 2																
Actividad 2.1	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	x	x	x	x	X
Actividad 2.2	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	x	x	x	x	X
Actividad 2.3	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	x	x	x	x	X
Actividad 2.4	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	x	x	x	x	X
Actividad 2.5	x	x	x	x	x	x	X	X	x	x	x	x	x	x	x	X
Fase 3																
Actividad 3.1	x	x	x	x	x											
Actividad 3.2							X	X	x	x						
Actividad 3.3													x	x	x	X
Fase 4																
Actividad 4.1		x	x	x	x	x										
Actividad 4.2								X	x	x	x	x	x	x	x	x
Fase 5																
Actividad 5.1	x	x	x	x	x	x	x	X	x	x	x	x	x	x	x	X

4. Trabajo final

4.1 Resultados y análisis de la intervención

Al realizar el respectivo análisis a las respuestas obtenidas en la prueba de diagnóstico aplicada al grupo de control, se obtuvieron las siguientes respuestas a cada una de las situaciones planteadas:

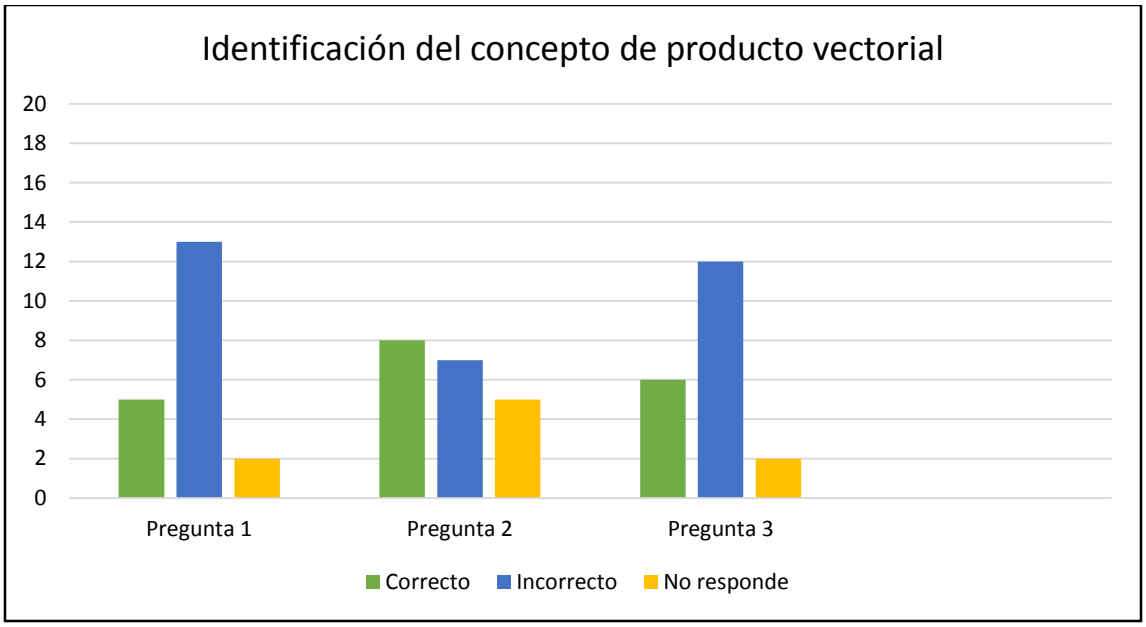
- **Punto 1.** Está conformado por una pregunta de respuesta cerrada, donde se les propone una situación de la vida cotidiana, para identificar si reconocen el producto vectorial.
- **Punto 2 y 3.** Se le pide al estudiante seleccionar una respuesta a la situación planteada, en busca de reconocer el concepto de producto vectorial.

El objetivo de estos tres puntos es identificar si los estudiantes reconocen el producto vectorial, desde una situación de la vida cotidiana hasta la ecuación matemática.

Tabla 4-1: Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las tres primeras preguntas.

Grupo de muestra			
Preguntas	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
1	5	13	2
2	8	7	5
3	6	12	2

Figura 4-1: Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las tres primeras preguntas.



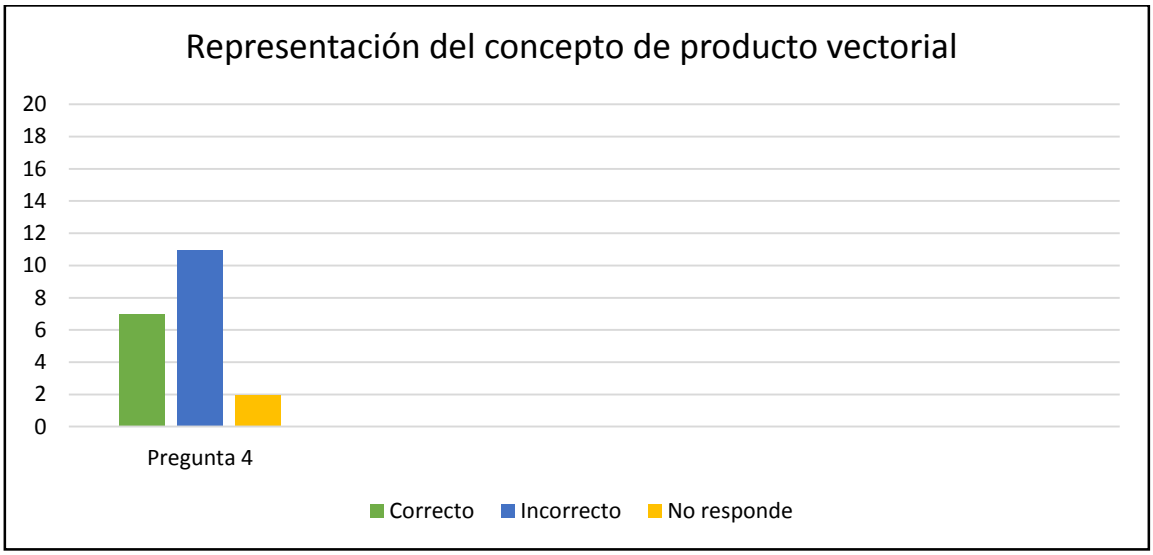
De acuerdo con los resultados anteriores, se puede comprender que los estudiantes no presentan claridad con el concepto de producto vectorial, lo cual se evidencia en las respuesta a las preguntas de los tres primeros puntos, donde el 25 %, 40% y 30% respectivamente de los estudiantes, respondieron correctamente a las situación planteada, mientras que los demás dieron respuestas incorrectas y otros no respondieron.

- **Punto 4:** Apunta a evaluar si el estudiante reconoce la representación gráfica del concepto de producto vectorial, donde las respuestas obtenidas se pueden clasificar dentro del rango de correctas, incorrectas y no responden.

Tabla 4-2: Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron la pregunta cuatro.

Grupo de muestra			
Preguntas	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
4	7	11	2

Figura 4-2: Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron la pregunta cuatro.



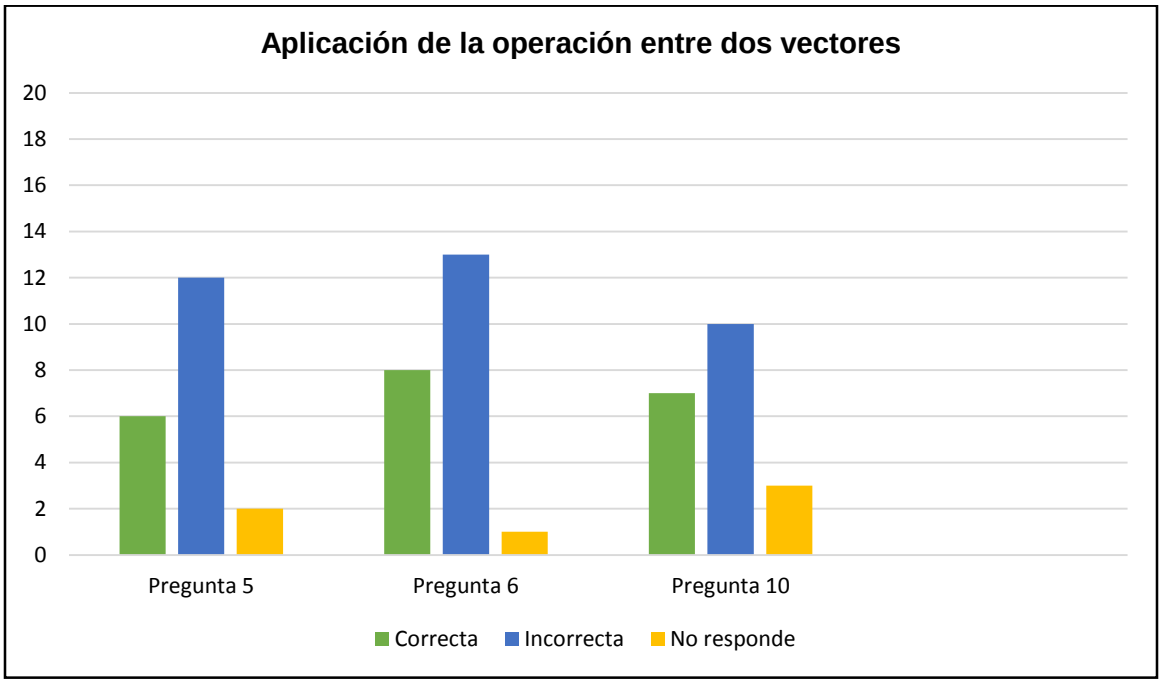
Se identifica en la solución de la situación cuatro, que un alto porcentaje de estudiantes correspondiente al 65% interpretando las respuestas incorrectas y las no respondidas respectivamente, manifiestan mucha dificultad en comprender el gráfico que modela adecuadamente el concepto de producto vectorial.

- **Puntos 5, 6 y 10:** En estos puntos se pretende evaluar el nivel de apropiamiento que presentan los estudiantes, al realizar ejercicios en los cuales intervengan operaciones con vectores, al determinar el valor que toma el producto entre dos vectores.

Tabla 4-3: Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las preguntas cinco, seis y diez. .

Grupo de muestra			
Preguntas	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
5	6	12	2
6	8	13	1
10	7	10	3

Figura 4-3: Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las preguntas cinco, seis y diez.



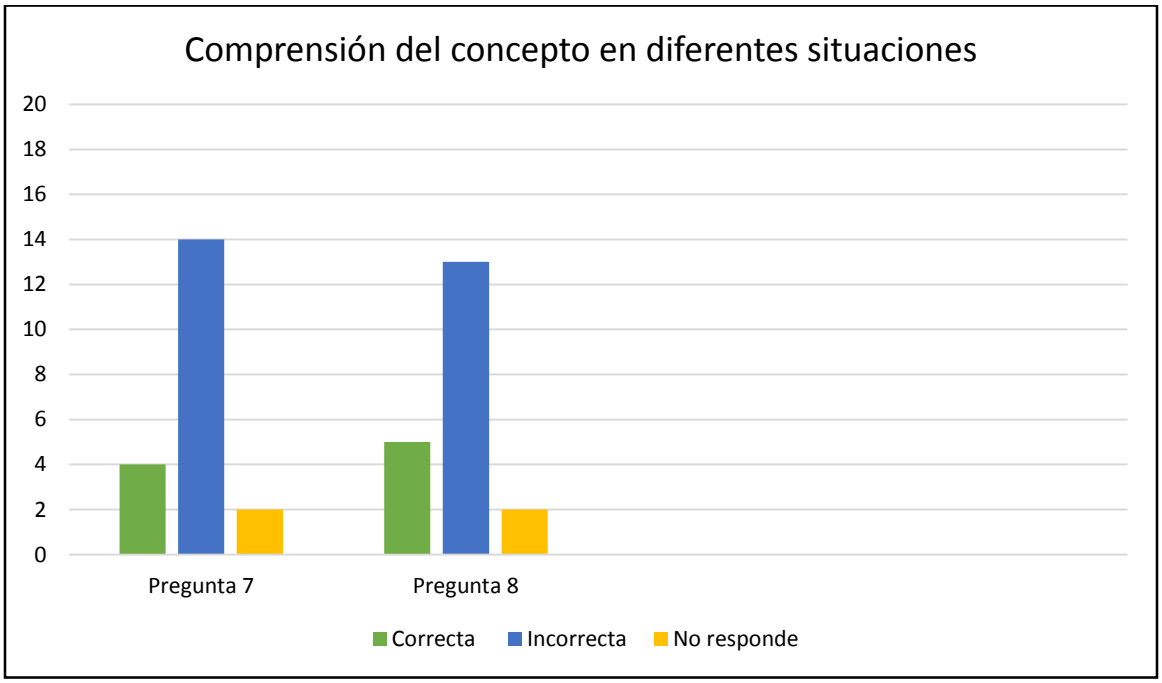
Al analizar la comprensión, que presentan los estudiantes al tratar de hallar el vector resultante de otros dos, se puede entender que los estudiantes no logran realizar el procedimiento de forma correcta, lo cual se consta en las respuestas obtenidas en los numérales cinco, seis y diez, en cuyos casos el 60%, 65% y 50% respectivamente de los estudiantes manifestaron dificultad para resolver la situación, mientras que el 10%, 5% y el 15%, no responden a la situación planteada, incrementando esto la falta de comprensión del concepto.

- **Punto 7 y 8:** Los dos puntos se plantearon con el fin de comprender el nivel de apropiamiento del concepto de producto vectorial, desde diferentes desarrollos que puede presentar la ecuación matemática que modela el concepto.

Tabla 4-4: Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las preguntas siete y ocho.

Grupo de muestra			
Preguntas	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
7	4	14	2
8	5	13	2

Figura 4-4: Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron las preguntas siete y ocho.



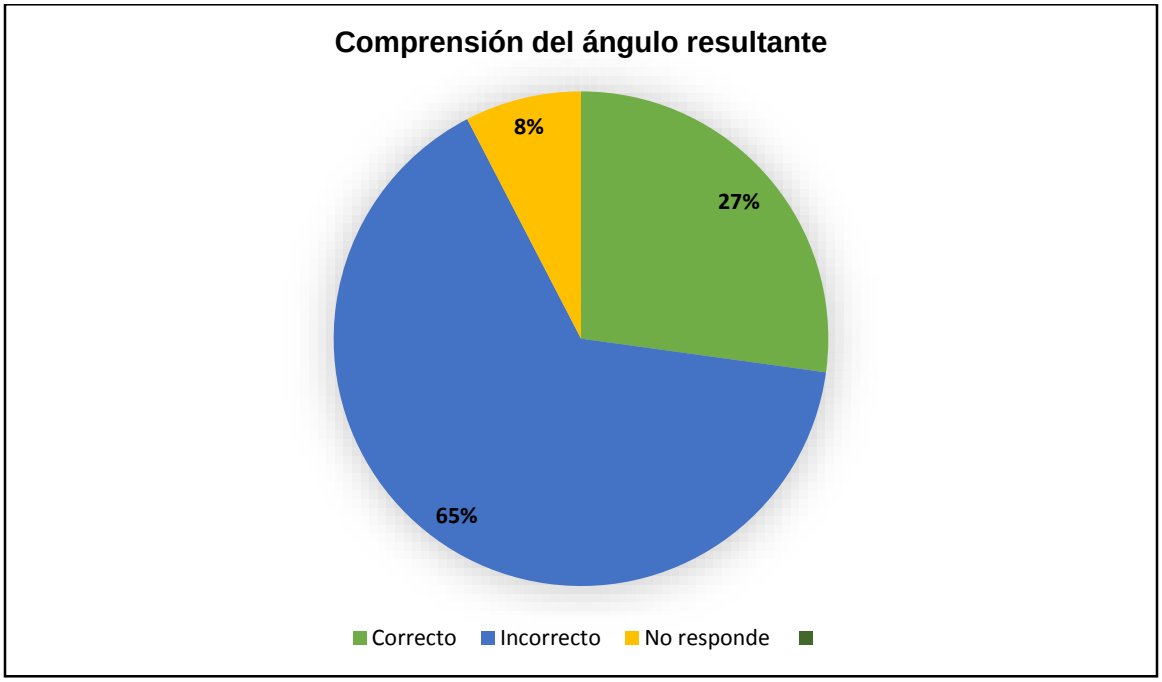
Se evidencian mayores dificultades en la solución de los puntos 7 y ocho, en cuyos casos el porcentaje de estudiantes correspondientes al 70% y 65% respectivamente, manifiestan dificultad para identificar situaciones en las que el concepto se le puede dar diferentes soluciones a una misma situación planteada.

- **Punto 9:** El punto se plantea con el fin de comprender si los estudiantes entienden el ángulo que forma el vector producto vectorial con los vectores originales de la situación.

Tabla 4-5: Número de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron la pregunta nueve.

Grupo de muestra			
Preguntas	**Correcto**	**Incorrecto**	**No responde**
9	5	12	3

Figura 4-5: Porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente, incorrectamente y que no respondieron la pregunta nueve.



Un porcentaje muy reducido de estudiantes equivalente al 27%, muestra tener un dominio conceptual del ángulo resultante al realizar el producto vectorial entre dos vectores.

Las anteriores dificultades halladas en el análisis a la prueba de diagnóstico, son el resultado de explicar el concepto mediante una clase teórica al momento de abordar situaciones enmarcadas en el campo de las ciencias naturales (física), olvidando medios como las Tic que pueden posibilitar un mejor acercamiento a las situaciones que se está tratando de dar solución.

4.2 Diseño de la propuesta para enseñar el concepto de producto vectorial

Con el objetivo de abordar el concepto de producto vectorial para la enseñanza en el aula clase, se diseñó un proyecto de aula el cual esta soportado en el uso del software Cabri 3D y mediado por situaciones problema. Donde la estructura que lo sopesa es una réplica a la propuesta presentada por Elvia María Gonzales Agudelo, quien propone una metodología para desarrollar un proyecto de aula a partir de tres momentos, los cuales son: la contextualización, lo metodológico y lo evaluativo.

4.2.1 La contextualización

El proyecto de aula surge como respuesta a la necesidad de diseñar una propuesta de enseñanza del concepto de producto vectorial en los estudiantes del grado décimo uno de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez ubicada en la comuna 8 de la ciudad de Medellín, más específicamente en el sector llamado Llanadas, dado que los estudiantes manifiestan muy poca comprensión de las situaciones ya sea de matemáticas o ciencias naturales (física) en los cuales se encuentra inmerso el concepto, ya que la forma de abordarlo es de la manera tradicional, olvidando elementos como el software Cabri 3D, que es una herramienta de gran utilidad para enseñar el concepto.

Con el proyecto de aula se pretenden desarrollar las siguientes competencias propuestas por el MEN en el pensamiento espacial y sistemas geométricos (matemáticas) y procesos físicos (ciencias naturales) para el grado décimo y undécimo, las cuales son:

- Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- Modelo matemáticamente el movimiento de objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúan sobre ellos.
- Establezco relaciones entre campo gravitacional y electrostático y entre campo eléctrico y magnético.

- Establezco relaciones entre las diferentes fuerzas que actúan sobre los cuerpos en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme y establezco condiciones para conservar la energía mecánica.

A la vez se busca desarrollar el conocimiento conceptual y procedimental que se contemplan tanto en los lineamientos de matemáticas, como los de ciencias naturales, de tal forma que contribuya a mejorar los procesos que adelantan los estudiantes en su formación académica, donde se resalta que se busca desarrollar con esta propuesta en estas dos formas de conocimiento, las siguientes competencias:

La representación, modelación matemática, interpretación y aplicaciones que son elementos que contempla el programa, cuando se están resolviendo situaciones que contemplan el concepto de producto vectorial.

Bajo esta perspectiva, a continuación se esboza las situaciones problema modeladas por la utilización del software académico Cabri 3D, con la finalidad de explicar de qué manera aportan a alcanzar los objetivos trazados en esta propuesta de enseñanza.

Descripción de las actividades propuestas

El proyecto de aula está conformado, por cinco actividades, en las cuales se busca tanto un acercamiento al programa como tal, como la forma de resolver situaciones en las cuales intervenga el concepto de producto vectorial, modeladas por la utilización del software académico Cabri 3D.

La primera situación, busca un acercamiento de los estudiantes al software Cabri 3D, donde se propone un reconocimiento de los elementos que conforman el programa y la función que tiene cada icono, en busca de desarrollar el concepto. La segunda actividad, busca que los estudiantes hagan representaciones de los vectores y mediante ello, vallan resolviendo situaciones en las cuales se tenga que determinar el valor del vector resultante. Asimismo, en la situación tres, ya se plantean situaciones que se deben solucionar hallando la magnitud, dirección y sentido del producto vectorial de dos vectores, utilizando el icono del programa que se establece para dar solución a éste tipo de situaciones.

Seguidamente se propone situaciones en la que se espera que los estudiantes, las resuelvan utilizando el medio del software, desde diferentes planteamientos y buscando que se logre los objetivos.

Y finalmente la actividad de afianzamiento, para verificar si el proceso que se ha planteado a permitido que los estudiantes adquieran la competencia que se buscaba desarrollar con la propuesta de intervención

4.2.2 Metodología del proyecto de aula

Se plantea como estrategia de intervención didáctica para el desarrollo de cada situación, el trabajo individual en un equipo de Computador, el cual contiene instalado el programa, donde se orientan mediante los siguientes momentos:

En el primer momento, se le presenta el programa a los estudiantes, donde se les explica la estructura del programa y como funciona, donde ellos realizan una exploración de cada una de la funciones.

En el segundo momento, se les piden que realicen representaciones de vectores en el programa, donde por medio de su acercamiento, se les piden que los orienten mediante su magnitud, dirección y sentido.

En los momentos tres y cuatro, se les plantean situaciones a los estudiantes en las cuales deben determinar el valor del vector resultante, utilizando ya sea el proceso de construcción o mediante el icono que tiene la aplicación, donde se realiza una socialización al finalizar la clase, sobre los aciertos que presentaron y dificultades al momento de dar solución a las situaciones problema.

Y en el quito momento se hace un afianzamiento del trabajo desarrollado, para luego planificar la actividad que determinara si lo trabajado logro superar las dificultades existentes en la comprensión del concepto de producto vectorial.

A esto se añade el recurso del computador y el tiempo establecido para desarrollar el proyecto de aula, el cual fue implementado durante ocho semanas, con una intensidad horaria de dos horas por sección de trabajo, dando un total de 16 horas en las cuales se buscó desarrollar la propuesta.

4.2.3 Evaluación

En busca de lograr un proceso evaluativo permanente y formativo, el cual este presente durante el desarrollo de la propuesta, se han diseñado instrumentos que posibilitan un acompañamiento continuo y que permite evidenciar avances o dificultades que estén inmersas en el proceso, los cuales pueden ser susceptibles a cambios, en busca de proponer nuevas alternativas de intervención a fin de lograr un aprendizaje en los estudiantes del grado décimo uno de la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez.

Con el objetivo de lograr un aprendizaje significativo en el proyecto de aula, se plantea los siguientes tipos de evaluación, propuestos por el MEN:

- **Evaluación diagnóstica:** Instrumento que permite evaluar los saberes previos de los estudiantes, sus fortalezas y debilidades.
- **Evaluación formativa:** Es la que se hace durante la realización de todas las situaciones problemas, es decir durante todo el proceso.
- **Autoevaluación:** Se propone al finalizar cada situación problema. Se constituye en un espacio de socialización de aprendizajes por parte de los estudiantes y de retroalimentación de aciertos y desaciertos a la vez que se identifican fortalezas y debilidades.
- **Hetero evaluación:** Al finalizar cada actividad el docente la realiza para los estudiantes, haciendo referencia a las fortalezas y aspectos en los que se debe mejorar según lo observado durante el proceso de desarrollo de lo propuesto.
- **Evaluación Final:** Es la última actividad llamada “Finalizando la experiencia”. Esta se diseñó con el objetivo de conocer el estado final del estudiante, después de haber realizado toda una serie de actividades y su sentir frente a la experiencia. (Ministerio de educación nacional (MEN), 2002)

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

- Al analizar los resultados que arrojó la prueba de diagnóstico a los estudiantes del grado decimo uno de la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez, se comprende que muchas de las dificultades que se presentan en la comprensión del concepto de producto vectorial es debido a la falta de apropiamiento de la representación, modelación matemática, interpretación y aplicaciones que presenta el concepto.
- Una de las razones que le hace difícil la comprensión del concepto de producto vectorial a los estudiantes, es debido a la forma como es abordado, donde no se utilizan otros recursos diferentes a la utilización de la clase teórica y posteriormente el uso de aplicaciones, olvidando herramientas como las Tic, que pueden ayudar a mejorar la enseñanza y comprensión de conceptos matemáticos o de ciencias naturales (física).
- Al ser el concepto de producto vectorial de difícil comprensión, es necesario buscar diferentes alternativas didácticas de enseñanza, por lo cual se hace necesario plantear un proyecto de aula el cual esta mediado por el uso del software académico Cabri 3D y situaciones problema, que le faciliten al estudiante una comprensión, al momento de estar resolviendo situaciones en las que intervenga el concepto.
- Las situaciones plateadas, enfocadas en la utilización del Cabri 3D y situaciones problema, se convierten en una herramienta valiosa, dado que permite que los estudiantes se apropien de elementos importantes en la comprensión del concepto de producto vectorial.

5.2 Recomendaciones

- Estudiar a profundidad las características que presenta la población con la cual se valla abordar el concepto de producto vectorial y sus necesidades particulares, para de esta forma utilizar herramientas que le puedan servir al aprendiz para mejorar sus procesos de comprensión del concepto.
- Implementar el proyecto de aula, mediante la utilización del software desde el inicio, con el fin de obtener un acercamiento más óptimo del programa o implementarlo con la utilización del Geogebra que es un software gratis, que posibilita también el trabajo del concepto de producto vectorial.
- El concepto al ser tan reducido para su trabajo no deja otras formas de abordarlo, por eso es necesario trabajar desde la representación de los vectores con el Cabri 3D o Geogreba, en busca de posibilitar un acercamiento más estrecho al concepto, cuando se esté desarrollando.
- E trabajo del concepto de producto vectorial desde la secundaria dándole su forma como tal y no abordándolo desde su modelación matemáticas desde el instante que es afrontado, le posibilita al estudiante una mejor comprensión de las situaciones que los contemplan.

Referencias

Acosta, V. Á. (2009). *Aspectos destacados en las teorías cognitivas del aprendizaje, como estrategía didáctica para la enseñanza y aprendizaje de conceptos del cálculo vectorial.* Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/4079/1/CostaAspectosALME2013.pdf

Agudelo, E. G. (2001). El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación. *Colombia: Agoras. Anuario de la asociasión de profesores de la universidad de antioquia*, 69-74.

Arenzana, V. (1997). El lenguaje vectoríal en geometría.Los pioneros William Rowan, Hamilton y Hermann Günther Grassmann. *Suma 25*, 61-70.

Artigue, M. (2000). Aprendiendo matemáticas en un ambiente CAS: la génesis de una reflexión sobre la instrumentación y la dialéctica entre el trabajo técnico y el conceptual. *Université Paris 7 Denis Diderot & IREM*, 4-16.

Badia Antonio , & García Consuelo . (2006). Incorporación de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje basados en la elaboración cooperativa de proyectos. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento Vol. 3 - N.º 2*, 41-53.

Ballesteros Herrera, I. D., & Rojas Gárces, D. A. (s.f.). *Análisis de la implementación de las actividades para la conceptualización de área del rectángulo en el grado séptimo con la mediación del programa Cabri- Geometry (Trabajo de grado inédito).Universidad Industrial de santander, Bucaramanga, Colombia.*

Bohórquez, L. á. (12 de 2004). *Revista de estudios sociales.* Obtenido de http://res.uniandes.edu.co/view.php/525/index.php?id=525

Briceño, E. C. (2008). El uso de las gráficas bajo una perspectiva instrumental. *Icme 11 méxico* , 1-7.

Castro Santiago , & Guzmán Belkys . (2007). Las tic en los procesos de enseñanza y aprendizaje. *Laurus, vol. 13, núm. Universidad Pedagógica Experimental Libertador.http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=76102311*, 213-234.

Constitución política de colombia . (1991). *www.cna.gov.co.* Obtenido de www.na.gov.co: http://www.cna.gov.co/1741/articles-186370_constitucion_politica.pdf

Distéfano, M. L., Aznar, M. A., & Pochulu, M. D. (2012). Errores asociados a la representación geométrica-vectorial de números complejos: un análisis ontosemiótico. *Unión (Revista iberoamericana de educación matemática)* , 61-80.

García, A. B. (1986). Una introducción a los espacios vectoriales y el lenguaje logo a través del ordenador. *Infancia y aprendizaje.*, 99-118.

Gonzáles, E. M. (2001). El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación. *Colombia Agoras. Anuario de la asociación de profesores de la Universidad de Antioquia. ISSN: 0123-3386 ed: Universidad de Antioquia. Medellín*, 69-74.

Gonzáles, M. (1982). *Introducción del concepto de distancia y producto escalar mediante la forma cuadrática longitud de un vector. Números 3. 73-80.* Obtenido de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2365954

González, J. F. (2009). *El producto vectorial (Tésis inecdita de pregrado). Universidad Autónoma de Madrid, España.* Obtenido de https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/fchamizo/realquiler/fich/jfgh.pdf

Jaramillo, A., & Oleas , G. (2006). Producto vectorial y geometría analítica. En A. Jaramillo, & G. Oleas, *Geometría vectorial y analítica una introducción al álgebra lineal* (págs. 347-368). Medellin: Universidad de Antioquia.

Ley 115 . (8 de Febrero de 1994). *Ley general de educación.* Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

Martínez , G., & Benoit, P. (2008). Una epistemología histórica del producto vectorial: del cuaternión al análisis vectorial . *Unidad legaria* , 1-8.

Mesa, O. (1998). *Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. Un ejemplo con los números para contar.* Medellín : Instituto de educación no formal, centro de pedagogía participativa.

Ministerio de educación nacional (MEN). (2002). *Lineamientos curriculares de matemáticas (1998).* Bogóta .

Miniterio de educación nacional . (2006). *Estándares de ciencia naturales. .* Bogóta .

Mora, J. A. (2003). Geometría dinámica para el aula . *IES San Blas. Alicante*, 17-34.

Moreira, M. A. (2006). Aprendizaje significativo: La visión clásica. *En: Texto de apoyo. Universidad Federal de Rio Grande*, 33-52.

Obando Zapata, G., & Munera Cordoba , J. (2003). Las situaciones problema como estrategía para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía (Vol.; 15. No 35)*, 1-17.

Plan nacional decenal de educación . (2006-2016). *Lineamientos en tic. Pacto social por la educación .* Obtenido de http://www.plandecenal.edu.co/html/1726/articles-166057_TICS.pdf

Restrepo, G. (. (5 de noviembre del 2015 de 2006). *La investigación acción-pedagógica, una variante pedagógica de la investigación-acción educativa.* . Obtenido de Revista La Salle.: http://revistas.lasalle.edu.co/index.php/ls/article/download/1739/1615

Rodríguez, G., & Hoyos, V. (2010). Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del. *PNA*, 161-172. Obtenido de file:///C:/Users/oscardavid/Downloads/Dialnet-FuncionalidadDeJuegosDeEstrategiaVirtualesYDelSoft-3704027.pdf

Santos, A. A. (Octubre de 2005). *La monografía* . Obtenido de http://recursos.salonesvirtuales.com/assets/bloques//lamonografia.pdf

Sempieri, R. H. (1991). *Metología de la investigación* . Obtenido de http://propais.org.co/biblioteca/inteligencia/metodologia-investigacion.pdf

Soto, J. L. (2005). Polinomios y raices: Una presentación gráfica. *Uni-son*, 1-33.

Stone, M. (1999). *La enseñanza para la comprensión.* Buenos Aires: Paidós.

Unesco . (2013). *Enfoques estrátegicos sobre las tic en educación en américa látina y el caribe .* Obtenido de http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Santiago/images/ticsesp.pdf

A. Anexo

Identificación de la prueba de diagnóstico

Nombre	Propuesta de enseñanza del concepto de producto vectorial a través de la utilización del software Cabri 3D
Área	Matemáticas-ciencias naturales (física)
Grado	Décimo
Grupo	Uno

OBJETIVOS

- Identificar la manera como los estudiantes del grado décimo uno, de la institución educativa Joaquín Vallejo Arbeláez interpretan el concepto de producto vectorial.
- Valorar el manejo y el conocimiento que tienen los estudiantes del concepto de producto vectorial en cuanto a: la identificación, procedimientos en la solución de ejercicios y el ángulo formado por los dos vectores.
- Indagar sobre los saberes previos necesarios para la posterior apropiación del concepto de producto vectorial, el cual está relacionado con: representación geométrica y aplicación del concepto. Tanto desde su representación, modelación matemática, interpretación y aplicaciones

DESCRIPCIÓN

La prueba de diagnóstico está constituida por preguntas de selección múltiple con única respuesta, donde se busca identificar aspectos relevantes del concepto de producto vectorial, como: modelación matemática, representación, interpretación y aplicaciones, que son situaciones que permiten comprender si hay aun comprensión o no del conocimiento científico.

METODOLOGÍA

- Trabajo individual.
- Desarrollo de la prueba en forma individual.

RECURSOS

- Fotocopias, hojas de block, lápiz, borrador, sacapuntas, regla.

TIEMPO DE DURACIÓN DE LA PRUEBA

- Dos horas

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA **JOAQUÍN VALLEJO ÁRBELAEZ** Resolución: **09994 de 2007** Código DANE **10500102577101** Nit **811040137-3**
PRUEBA DE DIAGNÓSTICO	

Nombre:_____**Fecha:**_____**Grado:**_____

1. Una persona se encuentra atornillando una tuerca con un destornillador, como muestra la figura:

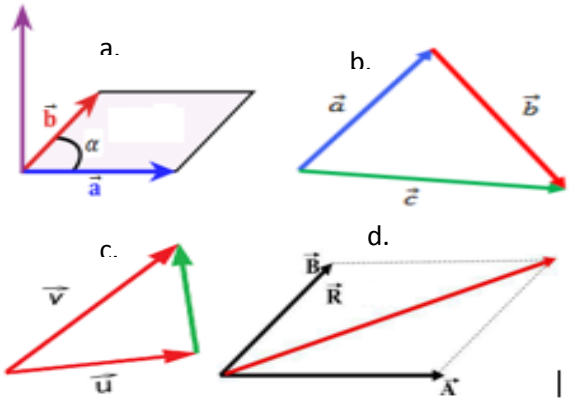
La anterior situación se puede modelar mediante una ecuación matemática:

a. Si
b. No

2. La ecuación que permite modelar la situación expuesta en el punto uno, recibe el nombre de:
   a. Producto escalar.
   b. Producto vectorial.
   c. Producto mixto.
   d. Ninguna de las anteriores.

3. La expresión que permite calcular el producto vectorial entre dos vectores es:
   a. $\|\vec{a} x \vec{b}\| = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\| \sin\theta.$
   b. $\|\vec{a} x \vec{b}\| = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\| \cos\theta.$
   c. $\|\vec{a} x \vec{b}\| = \|\vec{a}\|.\|\vec{b}\|$
   d. Ninguna de las anteriores.

4. La imagen que representa geométricamente el concepto de producto vectorial es:



5. El producto vectorial entre los vectores: $\vec{a} = 2i + 3j + 4k$ y $\vec{b} = 5i + 6j + 7k$ tiene como resultado el vector:
   a. $\vec{c} = 3i + 6j + 3k$
   b. $\vec{c} = -3i + 6j - 3k$
   c. $\vec{c} = 6i - 3j - 3k$
   d. $\vec{c} = 9i + 6j + 3k$

6. El producto vectorial entre los vectores: $\vec{u} = i + 3k$ y $\vec{v} = 2i + 3j + 9k$ tiene como resultado el vector:
   a. $\vec{w} = -9i - 3j + 3k$
   b. $\vec{w} = 9i + 3j + 3k$
   c. $\vec{w} = -6i + 3k$
   d. $\vec{w} = 3i - 5j + 3k$

Responda las preguntas 7 y 8 de acuerdo a la siguiente información.

Se tiene los siguientes vectores: $\vec{a} = -2i + 2j$ y $\vec{b} = 5i - j$

7. El producto vectorial entre estos dos vectores, lo representa:
   a. $\vec{c} = 8k$
   b. $\vec{c} = -8k$
   c. $\vec{c} = 0$
   d. $\vec{c} = -4k$

8. El valor que toma el ángulo formado por estos dos vectores es:
   a. $\theta = 33.4^0$
   b. $\theta = 90^0$
   c. $\theta = 45^0$
   d. $\theta = 30^0$

9. Al efectuar el producto vectorial entre dos vectores, el vector resultante es:
   a. Perpendicular a los dos vectores.
   b. Paralelo a los dos vectores.
   c. Simétrico a los dos vectores.
   d. Oblicuo a los dos vectores.

10. Dados los vectores: $\vec{a} = 2i - 3j + k$ y $\vec{b} = -3i + 2j + k$ el producto vectorial entre los vectores es:
    a. $\vec{c} = -7i - 7j - 7k$
    b. $\vec{c} = 7i + 7j + 7k$
    c. $\vec{c} = -i - j - 7k$
    d. $\vec{c} = 7j - 7k$