LA TEORÍA DEL VALOR EXTREMO
EN EL MERCADO DE LAS ASEGURADORAS

NÉSTOR DUARTE VELASCO

Monografía para optar al título de

Economista

Director

GUSTAVO ADOLFO DÍAZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÍMICAS

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

BOGOTÁ, D.C.

2009

Tabla de Contenido

RESUMEN……i
INTRODUCCIÓN……...ii
1. LA TEORÍA DEL VALOR EXTREMO…….....1
1.1 Distribución Generalizada del Valor Extremo……...1
1.2 La Distribución Generalizada de Pareto……....4
1.3 Estimador de Hill……....6
2. APLICACIÓN AL MERCADO ASEGURADOR…….....7
3. ANÁLISIS DE DATOS…….....8
4. CONCLUSIONES…….....12
BIBLIOGRAFÍA
ANEXOS

RESUMEN

La Superintendencia Financiera de Colombia estudia el mercado asegurador fragmentándolo en cinco partes: Seguros Generales, Seguros De Vida, Sociedades De Capitalización, Cooperativas De Seguros y Corredores De Seguros Y Reaseguradoras. Dada la extensión del mercado en su totalidad y en aras de poder realizar un análisis más detallado y preciso, este trabajo se enfocará en el mercado de Seguros Generales. Además, este sector de la industria aseguradora fue uno de los más afectados en el año 2008[1], por lo cual me parece importante enfocar el estudio sobre el mismo.

En algunos casos los eventos que producen valores extremos se pueden tomar en cuenta como si fueran de baja probabilidad pero de alto impacto, es aquí donde la Teoría del Valor Extremo juega un papel importante en el análisis de datos ya que precisamente toma en cuenta la cola de la distribución de los valores extremos. En primera instancia se hará una introducción a la forma en cómo la Superintendencia Financiera de Colombia regula y controla bajo la normatividad correspondiente el mercado asegurador colombiano, a continuación se hace una breve explicación de la Teoría del Valor Extremo (EVT); posteriormente se hará una aproximación a la aplicación teórica de la EVT en el mercado de las aseguradoras (Seguros Generales) y por último se aplicará la EVT al sector mencionado.

Palabras claves: Teoría del Valor Extremo, Distribución Generalizada de Pareto, (GPD), Estimador de Hill

[1] **SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA,** INFORME SOBRE SECTOR ASEGURADOR (Sociedades Corredoras de Seguros y Reaseguradoras) Diciembre de 2008

INTRODUCCIÓN

A junio de 2004, la Superintendencia Financiera de Colombia decretó bajo el artículo 178[2] la autorización de los planes para ejercer la actividad capitalizadora en el país, la cual entre otras cosas menciona que cualquier entidad que ejerza dicha función puede implementar tarifas, fórmulas para el cálculo de las cuotas, reservas matemáticas, valores de rescate y demás previa autorización de la entidad reguladora(Superintendencia Financiera de Colombia) sin esta autorización no se podrían poner en vigencia los mismos. Esto implica que el cálculo de las primas de seguros de estas entidades defiere entre las mismas entidades, por lo tanto para efectos de este trabajo los datos obtenidos estarán sujetos a su disponibilidad ya que provienen de datos en general y no de una sola entidad, es decir los datos son provenientes de siniestros reportados por parte de todas las aseguradoras de la ciudad de Cali y no propiamente de una sola entidad.

En últimas, cuando se habla del cálculo de una prima de seguros se está hablando del cálculo del Riesgo Crediticio (RC), ya que como lo plantea la Superintendencia Financiera de Colombia, el RC es la posibilidad de que una entidad incurra en pérdidas y se disminuya el valor de sus activos, consecuencia de que un deudor o contraparte incumpla sus obligaciones[3]. Por ende, las entidades aseguradoras, sociedades de capitalización e intermediarios de seguros y reaseguros deben mantener una adecuada administración del RC mediante la adopción de un Sistema de Administración del Riesgo Crediticio (SARC).

Por otro lado, las entidades vigiladas están en la obligación de evaluar permanentemente el riesgo incorporado en sus activos crediticios, tanto en el momento de otorgar créditos como a lo largo de la vida de los mismos, incluidos los casos de reestructuraciones. Los elementos básicos que deben estar incorporados en el SARC son los siguientes:

- Políticas de administración del Riesgo de Crédito.
- Procesos de administración del Riesgo de Crédito.
- Modelos internos o de referencia para la estimación o cuantificación de pérdidas esperadas.
- Sistema de provisiones para cubrir el Riesgo de Crédito.
- Procesos de control interno.

[2] **SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA,** Normas y Reglamentaciones, Estatuto Orgánico del Sistema Financiero (EOSF) parte sexta, pág. 479 y siguientes. Junio de 2004

[3] **SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA,** Reglas Relativas a la Gestión de Riesgo Crediticio, Circular Externa 100 de 1995, capítulo II.

De estos elementos, el que más nos compete por el momento es el de los modelos internos o de referencia para la estimación o cuantificación de pérdidas esperadas. Las entidades pueden diseñar y adoptar dentro de su SARC respecto de la cartera comercial, de consumo, de vivienda y de microcrédito ya sea para uno, algunos o la totalidad de sus portafolios ó para alguno o la totalidad de los componentes de la medición de la pérdida esperada, sus propios modelos internos de estimación; o si se quiere, se puede aplicar alguno de los modelos de referencia que la Superintendencia Financiera de Colombia ha diseñado. Antes de poder implementar los modelos que hayan sido diseñados y adoptados internamente, estos deben ser presentados a la Superintendencia Financiera de Colombia para su evaluación previa, quien en todo caso emitirá un pronunciamiento independiente de su aprobación u objeción para poder implementar dicho modelo.

Para poder diseñar y adoptar un modelo interno propio, las entidades deben tener en cuenta que las bases de datos necesarias para su desarrollo incorporen información histórica de los últimos años anteriores a la presentación del modelo conforme a como lo solicita la Superintendencia Financiera de Colombia[4].

Para el caso de las entidades aseguradoras, sociedades de capitalización e intermediarios de seguros y reaseguros el SARC se debe desarrollar únicamente sobre operaciones que generen Riesgo de Crédito, las cuales a su vez generen partidas contables correspondientes a cartera de créditos, cuentes por cobrar correspondientes a remuneración de intermediación y créditos a empleados y agentes. Además, no es necesaria la adopción de la metodología para el cálculo de las pérdidas esperadas; sin embargo, para que las aseguradoras puedan prever con cierta certeza que tanto pueden perder en cierto tiempo, es aconsejable manejar un modelo que incorpore la estimación de la pérdida esperada dentro del marco del SARC, esta resulta de la aplicación de la siguiente fórmula:

PERDIDA ESPERADA= [Probabilidad de incumplimiento] x [Exposición del activo] x [Pérdida esperada del valor del activo dado el incumplimiento]

Las pérdidas esperadas aumentarán en función del monto del crédito y de la probabilidad de deterioro de cada activo, dependiendo de la metodología que se adopte lo que implica que las pérdidas serán menores entre más alta sea la tasa de recuperación esperada.

[4] Ver anexo 1.

Ahora bien, independiente de la forma en cómo se calculen las primas de los seguros, se da por hecho que estas deben cumplir con las condiciones otorgadas por el acuerdo de Basilea II, las cuales así no sean una regla impositiva para el funcionamiento de las instituciones financieras, han servido de base para que este tipo de mercado sea un poco más confiable entre las mismas empresas a nivel mundial. En sí, el acuerdo de Basilea II buscaba proporcionar medidas de reducción del riesgo pidiendo a las instituciones financieras que calculen el *Value at Risk* para percentiles altos y mantener suficiente capital económico para afrontar eventos de baja probabilidad, por lo tanto deben cumplir por ejemplo con un requerimiento de capital mínimo el cual debe suplir las necesidades en caso de presentarse alguno o varios siniestros a la vez. Principalmente por esta preocupación y además con lo ocurrido en los últimos años con la crisis financiera vivida a lo largo del mundo, me pareció inquietante saber bajo la metodología de la Teoría del Valor Extremo como se comportarían estos datos.

En el campo que compete a este trabajo, la información que se obtiene tanto en el ámbito financiero como en el asegurador, se puede investigar desde un punto de vista de análisis de riesgo, es por esto que la visión que se le dé a las series de datos del mercado asegurador también puede ser útil para el entendimiento del riesgo financiero. Es más, existe evidencia empírica que las distribuciones de los retornos pueden poseer colas pesadas por lo que un análisis cuidadosos debe ser tenido en cuenta. En este sentido, se trata con la cola superior de distribuciones de pérdida o de ganancia, especialmente con parámetros que resumen el potencial riesgo existente.

1. LA TEORÍA DEL VALOR EXTREMO

1.1 Distribución Generalizada del Valor Extremo

Cuando se analiza clásicamente cualquier tipo de datos, la tendencia es ignorar los valores extremos, lo cual estaría correcto si se busca hacerlos uniformes para ajustar un modelo a su tendencia. Pero en algunos casos los eventos que producen estos valores extremos se pueden tomar en cuenta como si fueran de baja probabilidad pero de alto impacto; para estos casos no es conveniente hacer una aproximación clásica de análisis de datos ya que lo que se está buscando es describir precisamente los eventos que no son muy usuales y no ignorarlos.

Ahora bien, la Teoría de los Valores Extremos es la llamada a realizar el análisis pertinente sobre la cola de la distribución de los eventos extremos que se presenten en los datos obtenidos, ya que hasta ahora por medio de esta teoría es como mejor se ha podido interpretar el comportamiento de estos datos atípicos[5].

Formalmente, la Teoría del Valor Extremo es una rama de la estadística que estudia las desviaciones de la media de las distribuciones de probabilidad. Para poder entender la Teoría del Valor Extremo (EVT)[6] comenzaremos haciendo una aproximación mediante la Distribución Generalizada del Valor Extremo[7], la cual se basa en el siguiente teorema:

Teorema Fisher and Tippet (1928), Gnedenko (1943)[8]: la clase de distribuciones de valor extremo es $G_\gamma\,(ax + b)$ con $a > 0$, b real, donde

$$G_\gamma\,(x) = \exp\,(-(1 + \gamma x)^{-1/\gamma}), \qquad 1 + \gamma x > 0,$$

Con el parámetro γ real definido como el índice del valor extremo y cuando $\gamma = 0$ el lado derecho es interpretado como $\exp\,(-e^{-x})$.

Una vez analizado el parámetro γ, la familia de distribuciones de valor extremo de G_γ se puede interpretar como lo muestra la siguiente gráfica:

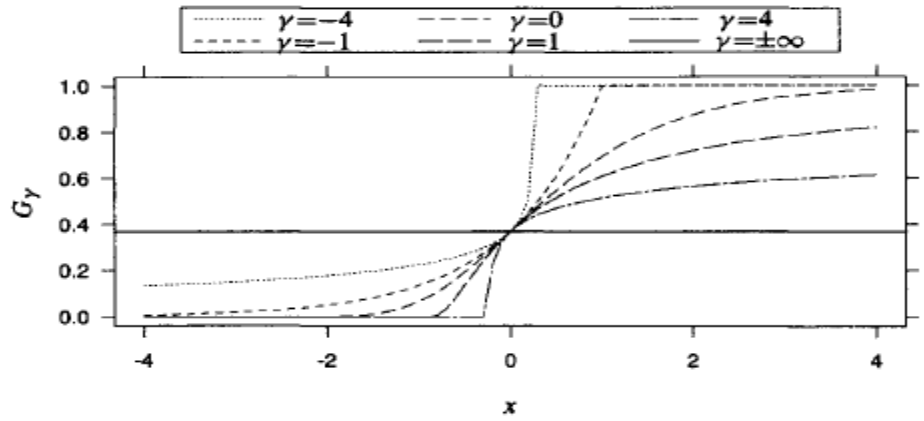
[5] Hablando desde un punto de vista clásico.

[6] Siglas en ingles para Extreme Value Theory

[7] Se asume que la serie es independiente e idénticamente distribuida

[8] Tomado de **Extreme Value Theory an Introduction**

Gráfica 1



Fuente: Extreme Value Theory an Introduction

La parametrización del anterior teorema se le alude a von Mises (1936) y Jenkinson (1955) este teorema es importante en varios aspectos, por un lado muestra que el límite de las funciones de distribución forman una familia explicita y simple de un parámetro sin importar los parámetros de escala y locación, así como se muestra en la figura anterior donde se ilustra dicha familia para algunos valores de γ. Es más, muestra que la clase contiene distribuciones con ciertas características diferentes las cuales se pueden simplificar en tres grupos a entender:

1. Para $\gamma > 0$ claramente $G_\gamma(x) < 1$ para todo x, además el punto final de la distribución es infinito y la distribución tiene una cola derecha pesada.

2. Para $\gamma = 0$ el punto final derecho es igualmente infinito, sin embargo la distribución tiene una cola más ligera o no tan pesada.

3. Para $\gamma < 0$ el punto final derecho de la distribución es $-1/\gamma$ por ende tiene una cola corta.

Dicho de otra forma,

1. Cuando $\gamma > 0$ se usa $G_\gamma((x - 1)/\gamma)$ con $\alpha = 1/\gamma > 0$, es decir,

$$\Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ exp(-x^{-\alpha}), & x > 0 \end{cases}$$

también llamada ecuación de Fréchet

2. La función de distribución con $\gamma = 0$,

$$G_0(x) = \exp(-e^{-x})$$

Para todos los reales *x*, es llamada distribución doble exponencial o distribución de Gumbel

3. Para $\gamma < 0$ usar $G_\gamma(-(1 + x)/\gamma)$ con $\alpha = -1/\gamma > 0$,

$$\psi_\alpha(x) = \begin{cases} exp(-(-x)^\alpha, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Esta clase es llamada también clase de distribución Weibull-Inversa.

Además del teorema mencionado anteriormente, hay que tener en cuenta la siguiente condición de segundo orden[9]:

La función *U* (o la distribución de probabilidad conectada con ella) se dice satisfacer la *condición de segundo orden* si para alguna función positiva *a* y alguna función positiva o negativa *A* con $\lim_{t\to\infty} A(t) = 0$,

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\frac{U(tx) - U(t)}{a(t)} - \frac{x^\gamma - 1}{\gamma}}{A(t)} = H(x), \quad x > 0$$

Donde *H* es alguna función que no es un múltiplo de la función $(x^\gamma - 1) / \gamma$, y no debe ser idénticamente cero.

Las anteriores distribuciones (Fréchet, Weibull y Gumbel) son las que se tienen en cuenta para lo que se denomina Valor Extremo Generalizado el cual en principio utiliza el criterio de Block-Máxima en donde los datos se seleccionan por bloques y el valor máximo de cada uno de estos bloques es tomado como un valor extremo. Ahora bien, bajo este criterio una de las grandes limitaciones es que precisamente solamente se obtiene un valor extremo y esto no puede ser enteramente preciso y/o adecuado.

[9] La explicación completa de esta definición se puede encontrar en **Extreme Value Theory** de **Laurens de Haan, Ana Ferreira**

1.2 La distribución de Pareto Generalizada

Además de este punto de vista dentro de la EVT, también se ha trabajado mucho en lo que se denomina *Distribución de Pareto Generalizada (GPD)* la cual surge a partir del método conocido como P.O.T(Peaks Over Threshold method). Para este estudio, este tipo de distribución fue el escogido ya que una de las grandes ventajas que tiene es que la selección de los datos extremos esta dado por la selección de un umbral, el cual por lo general es escogido por experiencia, lo que permite agregarle un valor real a los casos que se estén analizando y no que se trabaje con una especie de caja negra donde simplemente se introducen datos y se esperan por resultados, sin importar la naturaleza de los mismos y como estos se comportan en la realidad.

Sin embargo, al momento de escoger el umbral es prudente tener sumo cuidado ya que si se escoge un umbral demasiado alto, se pueden perder datos importantes al momento de analizarlos y si por el contrario se escoge un umbral muy bajo, la media y la varianza necesarias para el análisis de los datos puede no ser el adecuado, y el problema radicaría principalmente con la varianza ya que esta puede ser muy grande y los resultados pueden ser igualmente los no adecuados y por ende no son confiables para su análisis. Formalmente, para poder definir la función de distribución que nos lleve a la familia de funciones de tipo GPD, comenzamos desde otro teorema.

Teorema 2[10] para $\gamma \in \mathbb{R}$ los siguientes argumentos son equivalentes:

1. Existen constantes reales $a_n > 0$ y b_n tal que

$$\lim_{n\to\infty} F(a_n x + b_n) = G\gamma(x) = \exp\left(-(1+\gamma x)^{-1/\gamma}\right), \forall x \text{ con } 1+\gamma x > 0$$

2. Existe una función positiva *a* tal que para $x > 0$,

$$\lim_{t\to\infty} \frac{U(tx)-U(t)}{a(t)} = D\gamma(x) = \frac{x^{\gamma}-1}{\gamma}$$

   Donde para $\gamma = 0$ el lado derecho es interpretado como $\log x$
3. Existe una función positiva *a* tal que

$$\lim_{t\to\infty} t\left(1 - F\left(a(t)x + U(t)\right)\right) = (1+\gamma x)^{-1/\gamma},$$

   $\forall\, x$ con $1 + \gamma x > 0$.

[10] Tomado de **Extreme Value Theory an Introduction**

4. Existe una función positiva *f* tal que

$$\lim_{t \uparrow x^*} \frac{1 - F(t + xf(t))}{1 - F(t)} = (1 + \gamma x)^{-1/\gamma}$$

$\forall$ *x* con $1 + \gamma x > 0$, donde $x^* = \sup\{x : F(x) < 1\}$

A partir de este último argumento y con X como una variable aleatoria con función de distribución F que $\mathcal{D}(G\gamma)$ para algún real γ, la anterior ecuación nos dice que para $x > 0$, $x < (0 \vee (-\gamma))^{-1}$,

$$\lim_{t \uparrow x^*} \left(\frac{X - t}{f(t)} > x \mid X > t\right) = (1 + \gamma x)^{-1/\gamma}$$

Esto es, la distribución condicional de $(X - t)/f(t)$ dado $X > t$ tiene la distribución límite como $t \uparrow x^*$,

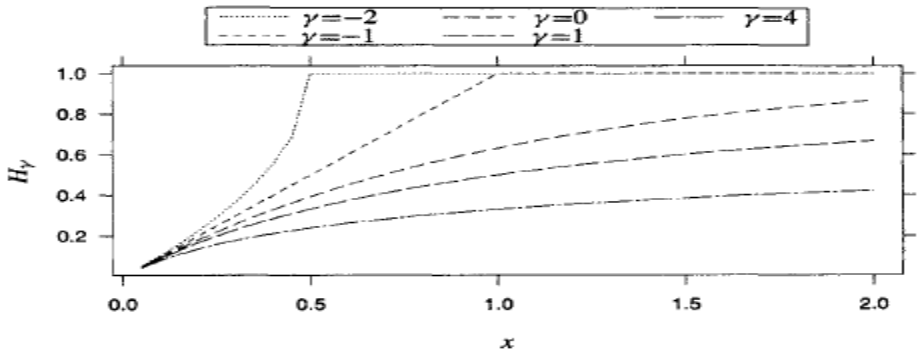
$$H_\gamma(x) = 1 - (1 + \gamma x)^{-1/\gamma},\ 0 < x < (0 \vee (-\gamma))^{-1}$$

Donde para $\gamma = 0$ el lado derecho es interpretado como $1 - \exp^{-x}$. Esta clase de funciones de distribución son llamadas la clase de *distribuciones de Pareto generalizadas*. En principio, el cuarto argumento significa que para algún umbral *t* de ahí en adelante la función de distribución puede ser escrita de la siguiente manera:

$$1 - F(x) \approx \big(1 - F(t)\big)\left\{1 - H\gamma\left(\frac{x-t}{f(t)}\right)\right\},\ x > t$$

La cual es una familia paramétrica de distribución de colas con un comportamiento aproximado al que presenta la gráfica 2

Gráfica 2



Fuente: Extreme Value Theory an Introduction

Después de realizar algunos cambios en la última ecuación, la aproximación más aplicable resulta en la siguiente:

$$1 - F(x) \approx \frac{k}{n}\left\{1 - H\gamma\left(\frac{x - X_{n-k,n}}{f\left(\frac{n}{k}\right)}\right)\right\}$$

Donde es necesario estimar γ y la función *f* en el punto *n/k*, la cual es válida para cualquier *x* más grande que $X_{n-k,n}$ y puede ser usado para $x > X_{n,n}$ por fuera del rango de observaciones, lo que de hecho es lo que buscan las aplicaciones de los valores extremos.

Después de realizar ciertos cambios en la función F, la GPD termina siendo una función de distribución con dos parámetros de distribución expresada de la siguiente manera:

$$G_{\varepsilon,\beta}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\varepsilon x}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\varepsilon}} & \varepsilon \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) & \varepsilon = 0 \end{cases}$$

donde $\beta > 0$, $x >= 0$ cuando $\xi >= 0$ y $0 =< x =< -\beta/\xi$ cuando $\xi < 0$.

Los parámetros utilizados en esta función de distribución se interpretan de la siguiente manera: ξ es el parámetro de forma de la distribución y β es un parámetro adicional de escala. Cuando $\xi > 0$ la función es una versión reparametrizada de la distribución ordinaria de Pareto; $\xi = 0$ corresponde a la distribución exponencial y cuando $\xi < 0$ la función es conocida como la distribución de Pareto tipo II.

1.3 Estimador de Hill[11]

En el mercado asegurador, lo más común de encontrar son series de datos que suelen presentar mayores probabilidades de ocurrencia de eventos riesgosos, o lo que también se puede denominar como colas de distribución pesadas, lo que nos indica que un estudio de estos datos desde un punto de vista de normalidad no es el adecuado, es sobre todo por esta razón que estamos tomando un punto de vista desde la EVT. Siguiendo con esto, el siguiente paso a seguir es definir tanto el uso como la forma de aplicar el estimador necesario para poder analizar los datos mediante esta teoría.

[11] Véase Hill, Bruce M., "A simple general approach to inference about the tail of a distribution", 1975.

El estimador apropiado para poder trabajar con colas de distribución pesadas es el estimador de Hill. En esencia, este estimador de valores extremos se obtiene ordenando las observaciones de la siguiente manera:

$$X(1) \geq \cdots \geq X(n)$$

Con lo que el estimador de Hill del orden *K + 1* queda de la siguiente manera:

$$H_{k,n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} log \frac{X_i}{X_{(k+1)}} \qquad \text{para } k = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots N\text{-}1$$

La elección del umbral es de vital importancia puesto que influye directamente en el estimador de Hill, por lo tanto se recomienda construir una serie de puntos así:

$$\{(k, H_{k,n}), 1 \leq k \leq n-1\}$$

O serie de Hill en donde el valor de γ es inferido en la base de la región estable del gráfico que se construye para este propósito[12], lo que es realmente difícil de encontrar cuando la serie es muy volátil para lo cual se aconsejable utilizar la serie de Hill alternativa[13] en la que se usa una escala logarítmica para el eje *k*[14]. De todas maneras, es mejor calcular las dos series para poder comparar posteriormente.

2. APLICACIÓN AL MERCADO ASEGURADOR

Para entender el porqué de la importancia de la aplicación de EVT en el mercado asegurador, empezaré explicando un poco porqué el VaR tradicional no funciona correctamente en este tipo de mercados.

El uso del VaR en la gestión de riesgo ha sido bastante discutido ya que sus modelos convencionales no representan realmente lo que ocurre en la realidad, por ejemplo, las caídas bursátiles no presentan una distribución normal en la vida real. Entre otras cosas, significa que no son tan efectivos donde debería ser más importante: en los valores extremos. Algunos de los problemas que presenta el VaR son:

[12] Para poder aplicar el gráfico de Hill, se ordenan las variables muestrales en forma ascendente, luego se calcula el estimador de de Hill para cada elemento con la fórmula planteada y por último se realiza un gráfico con los pares (k; $(H_k)^{-1}$). El gráfico comenzará a estabilizarse a partir de cierto rango de valores, de donde se seleccionará el umbral buscado, sin embargo el valor seleccionado por lo general queda a criterio de quien esté utilizando el modelo.

[13] Esta variación de la serie tradicional de Hill produce el efecto de encoger la mitad izquierda de la serie dando más lugar para visualizar valores menores de *k*.

[14] Este valor *k* corresponde a cada iteración que se realiza para encontrar el estimador de Hill

- Desde la gestión de riesgo, se tiene más en cuenta el importe de las pérdidas que la periodicidad con la que puede ocurrir.
- Presenta el peor caso posible donde el daño es un concepto a menudo asociado al análisis de los sucesos raros. Normalmente se hace mención a la naturaleza de un evento que por definición está en los límites de ocurrencia.
- El VaR incluye una alta probabilidad de ruina financiera por lo que es necesario tomar medidas adicionales, como pueden ser mayores dotaciones de recursos, de capital.

Aunque el VaR es muy utilizado en la actualidad, esta no es una medida muy coherente en las finanzas debido principalmente a los siguientes factores:

- ✓ En el sector de las finanzas y de las aseguradoras realmente importan los valores extremos que puedan generar grandes pérdidas en dado caso de ocurrir.
- ✓ A la gestión de riesgo le interesa estimar probabilidades en los extremos y en las distribuciones de pérdidas y ganancias asociadas.
- ✓ Algunas veces se presentan datos extremos mayores a los estimados cuando se trabaja bajo el supuesto de normalidad.

Sin embargo como muchos autores mencionan, la idea no es que la EVT sea la "salvación" para el mercado asegurador o el financiero (o para cualquier otro sector en el que se utilice ya sea en ingeniería, hidrología u otros), es simplemente otra herramienta que sirve para poder estimar con mejor aproximación los siniestros que en dado caso puedan tener ocurrencia en un portafolio específico. Al igual que el VaR sirven para mirar pérdidas en casos extremos, la diferencia básicamente radica en que en el VaR se puede calcular el capital suficiente para cubrir en la mayoría de los casos, las pérdidas de un portafolio sobre un periodo determinado, en el VaR condicionado se puede analizar la pérdida esperada superado el VaR dado y en la EVT se miran los datos extremos directamente desde otro punto de vista (no se basa en el supuesto de normalidad).

3. ANÁLISIS DE DATOS

Ahora bien, los datos para poder aplicar EVT fueron obtenidos a partir de una base de datos[15] consistente en los siniestros reportados desde el año 1998 hasta el año 2007 en una de las ciudades más importantes de Colombia[16]. La base de datos está dividida de la siguiente manera: en la primera columna se encuentra el

[15] Ver anexo II

[16] Debido a ciertas circunstancias, se prefiere dejar la fuente de dichos datos en el anonimato

año al cual pertenece el siniestro, en la segunda columna se encuentra la cantidad de personas que están reportadas como involucradas y afectadas en el mismo, la tercera columna se refiere al valor de la liquidación de la incapacidad[17], la cuarta columna se refiere al salario percibido por la persona titular del siniestro, la quinta columna se refiere a los días de incapacidad recibidos por el perjuicio en cuestión, por último la sexta columna hace referencia al daño emergente consistente en la disminución específica, real y cierta del patrimonio a consecuencia de los gastos que el afectado o los damnificados han tenido que realizar con ocasión del evento dañino, en otras palabras lo que han tenido que pagar por el siniestro perpetuado. Para efectos del presente trabajo la última columna de la base de datos es la que se evaluara bajo EVT.

En primera instancia se analizó la base de datos con el objetivo de conocer si los datos presentaban una tendencia hacia una distribución normal o si por el contrario se podían analizar bajo el principio de la EVT, para esto se utilizó el software SPSS v. 16 el cual nos muestra el comportamiento de los datos de manera sencilla.

Para poder concluir si la serie de datos tiene una distribución normal se observó su kurtosis, la cual debe estar aproximada a 3; también se realizaron los histogramas respectivos y por último, por medio de la gráfica **Q-Q Plot Normal** se puede observar que tan pesadas son las colas de la serie (si esta no presenta una distribución normal, asumida según los resultados de los test mencionados anteriormente)

Como se puede observar en el cuadro 1, las condiciones de normalidad no se cumplen, lo cual para nuestro propósito es lo aconsejable, por ejemplo para que exista distribución normal, su kurtosis debe estar aproximada a 3 lo que para este caso no se cumple ya que los resultados de las pruebas dieron una kurtosis superior (kurtosis= 5.0133).

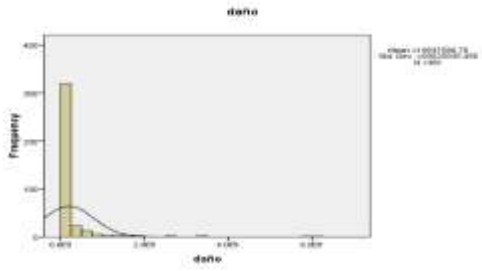
Cuadro 1 (Estadística Descriptiva)

		Media	Desv. Std	Varianza	Kurtosis
daño		19937586.76	5.953E7	3.543E15	**5.0133**
Valid N (list)	380				

[17] El cual se calcula como el salario por los días de incapacidad dividido por 30

Lo anterior se puede corroborar con el histograma de dicha serie (Grafica 3), donde se puede observar que la serie tiene tendencia a presentar colas pesadas (sobre todo la cola derecha o la positiva)

Gráfica 3

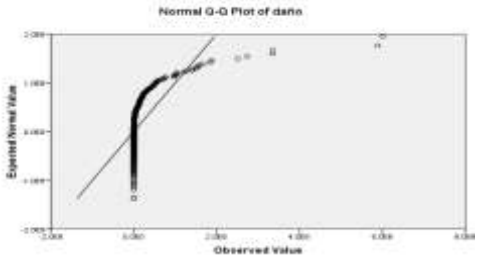


Fuente: elaboración propia

Por último, los resultados de los dos test anteriores se pueden ratificar mediante el gráfico **Q-Q Plot Normal** (Gráfica 4) el cual nos indica para el caso de normalidad como deberían estar dispuestos los datos, esto se muestra comparando gráficamente como debería ser teóricamente si los datos presentan normalidad y como son en realidad.

Como se puede observar, la serie de datos presenta quiebres en ambos extremos, lo que nos indica que posee colas pesadas y por ende su distribución no es normal, ya que para que esto se cumpliera el comportamiento de la serie debería ser aproximado al comportamiento de la línea recta que se presenta en la misma gráfica.

Gráfica 4

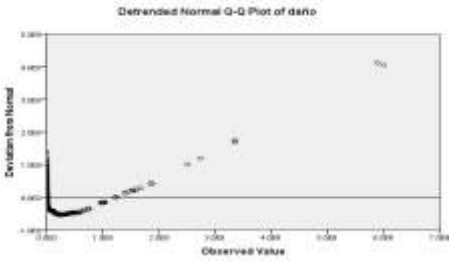


Fuente: elaboración propia

Para estar más seguros de la no normalidad de la serie, se realizó el test de **Q-Q Plot Normal Detrended** (Gráfica 5) el cual nos muestra la diferencia entre los valores observados y los valores esperados de una distribución normal, si la distribución es normal los puntos deberían estar alrededor de una línea horizontal equivalente a cero.

Como se puede observar, la gráfica comienza desplazándose hacia abajo de forma abrupta con tendencia a la línea horizontal, la atraviesa y después tiene un comportamiento positivo cortando de nuevo la línea horizontal y alejándose de ella cada vez más.

Gráfica 5



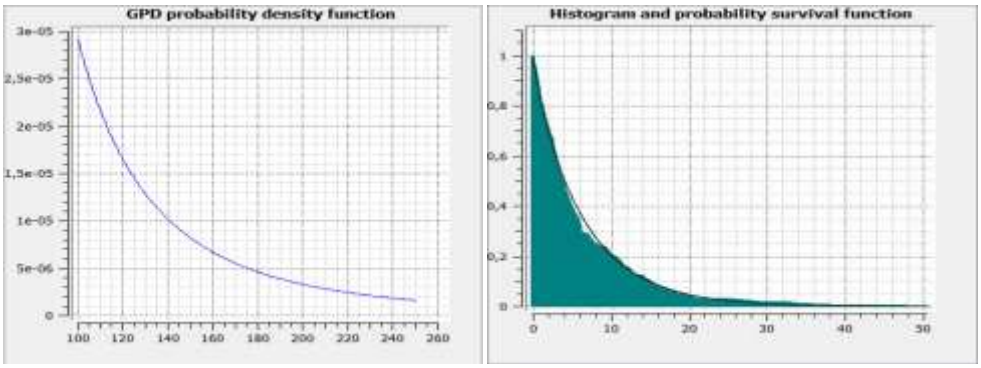
Fuente: elaboración propia

En conclusión podemos decir que bajo los resultados obtenidos en los anteriores test, la serie no posee distribución normal con lo cual ya sabemos que un análisis bajo EVT con la Distribución Generalizada de Pareto (GPD) sería propicio para esta serie.

Teniendo en cuenta que en Colombia los ingresos mensuales promedio de una persona empleada no superan los $3’000.000 de pesos colombianos y que un gasto extra por siniestro pagado se puede considerar extremo desde $50´000.000 de pesos colombianos, este último valor será el corte en el cual de ahí en adelante se encontrarán valores extremos. Bajo este supuesto, la base de datos encuentra un total de 39 siniestros con un daño emergente superior a los $50´000.000 lo cual significa que es aproximadamente un 10.15% del total de la serie daños emergentes.

Utilizando el software Extremes se analizó la serie daños emergentes obteniendo los resultados que se muestran a continuación.

Gráfica 6



Fuente: elaboración propia

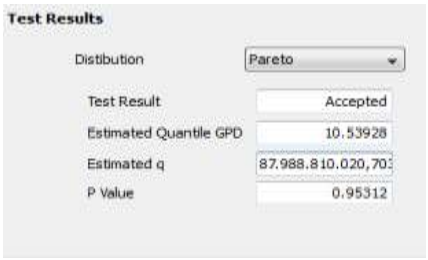
El primero de estos (Función de densidad de probabilidad) muestra la forma en que se distribuyen las probabilidades del suceso estudiado en relación a su resultado, el cual es sostenible si se observa también la gráfica contigua que indica la confiabilidad que ofrece la función bajo el modelo estudiado (Función de probabilidad de supervivencia).

Utilizando el estimador de Hill, la cantidad de datos que se quieren como extremos y con un cuantil p de orden 1-p de 0.01 se obtienen los resultados que se pueden encontrar en la gráfica 7.

Estos nos quieren decir primero que todo que el test es aprobado por el software bajo los parámetros que se le impusieron, segundo que el cuantil estimado bajo GPD es el correspondiente a 10.53% lo que es muy aproximado a lo esperado bajo el supuesto del 10.15% con una pérdida máxima esperada de la serie en el peor de los escenarios de $87.988´810.020,703 con un p valor de 0.95312. En otras palabras, existe un 95.312% que el daño emergente sea de un valor hasta de $50’000.000 (por cada siniestro presentado) y que

la probabilidad que supere ese margen es de 4.688%.

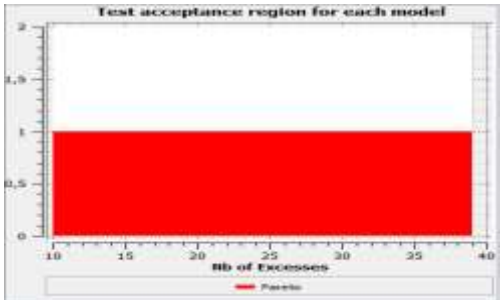
Gráfica 7



Fuente: elaboración propia

Para obtener estos resultados se trabajó con el estimador de Hill con parámetros[18] para GPD correspondientes a un gamma: 1.00398 y un sigma: 2.55570. Para poder concluir con certeza que dichos valores son aceptados se realizó un test de aceptación del modelo que se está trabajando (región de color rojo de la gráfica 8). Trabajando este modelo con el supuesto de contar con un mínimo de diez valores extremos y un máximo de 39 se puede decir que para esos datos es no solamente posible sino también aconsejable medirlos bajo el modelo de Pareto.

Grafica 8



Fuente: elaboración propia

4. CONCLUSIONES

A través del análisis realizado a la serie de datos obtenida, se observo que el comportamiento de los datos no presentaba una distribución normal ya que la kurtosis que mostraron era significativamente mayor a tres, además el análisis efectuado bajo las gráficas **Q-Q PLOT NORMAL** y **Q-Q PLOT NORMAL DETRENDED** corroboraron la no normalidad de la distribución de los datos, presentando quiebres en los extremos de la curva.

Lo anterior nos dio bases suficientes para poder analizar los datos bajo la metodología EVT más precisamente bajo GPD. Con esto, se seleccionó un umbral teniendo en cuenta ciertos criterios empíricos tanto sobre el sector como sobre la misma base de datos, esto es, un umbral de $50'000.000 dejándonos para

[18] Para efectos del software que se utilizó, el parámetro gamma se refiere a la forma de la función equivalente al parámetro ξ propuesto en la parte teórica, el parámetro sigma se refiere a la escala de la función equivalente al parámetro β también propuesto en la parte teórica.

analizar aproximadamente un 10.15% de la serie daños emergentes, equivalente a 39 casos que se consideraron en un principio como valores extremos.

Utilizando el software Extremes bajo un nivel de significancia del 1% se pudo comprobar primero que todo que la estimación hecha de la cantidad de datos que se consideraron como valores extremos, en realidad es muy aproximada al cuantil encontrado de 10.53%, es decir, este cuantil es el que presenta mayor riesgo con menor probabilidad de ocurrencia dentro de la serie daños emergentes.

Por último podemos decir que con el p valor encontrado, existe una probabilidad de 95.312% que los daños emergentes se encuentren en un valor de hasta $50'000.000 y que el restante 4.688% puedan exceder este valor y es en este porcentaje donde pueden ocurrir problemas en las aseguradoras cuando de liquidez y cobertura se habla. Por lo general, las aseguradoras estiman una pérdida esperada dependiendo en el riesgo que genere cada cliente o cada portafolio, pero algunas veces no piensan en cuanto tocaría cubrir si más de un siniestro ocurre al mismo tiempo; es una idea parecida a cuando a cierto banco llegan la mayoría de sus clientes a retirar y cancelar sus cuentas al mismo tiempo, es sabido que los bancos no tienen el dinero de los clientes guardado todo en un solo lugar ya que lo tienen que invertir para generar ganancias para sus socios y demás, esto implica que mantienen el dinero en circulación o en otros lugares, por eso cuando muchos clientes quieren retirar al mismo tiempo la cantidad de dinero que les corresponde no lo pueden hacer porque el banco no tiene tanta liquidez inmediata como se piensa.

Para las aseguradoras uno de los mayores riesgos que corren es que muchos siniestros se den al mismo tiempo, el otro es que ocurran al mismo tiempo los siniestros por los cuales tienen que pagar más en dinero sin necesidad de estar hablando de cantidad, es una probabilidad remota pero que puede suceder; con el análisis que se realizó, lo que se encuentra es que las colas son densas por la cantidad que tocaría pagar por los siniestros causados, acordémonos que la idea de la EVT es encontrar y analizar eventos poco probables pero con un alto impacto y a eso es a lo que llega mostrando un 4.688% de probabilidad de exceder el umbral escogido, es decir, de todos los siniestros ocurridos existe un 4.688% que estos sean mayores a $50'000.000 y que sean de muy alto impacto (por ejemplo que sean mayores a $100'000.000)

Al analizar este tipo de datos, se puede decir que las aseguradoras podrían escoger políticas administrativas y de riesgo lo suficientemente competentes como para poder asumir uno o varios eventos extremos a la vez. Cabe tener en cuenta que estos datos fueron obtenidos de toda una ciudad y no de una sola entidad aseguradora, además como cada entidad tiene la libertad de escoger e implementar su propio sistema de valoración de riesgo bajo el método SARC, dichas políticas cambian entre las mismas entidades. El próximo paso interesante sería evaluar bajo esta misma metodología de la EVT una o varias entidades aseguradoras por separado para así saber que tan efectivas son sus políticas y s i cabrían cambios regulatorios al interior de las mismas.

BIBLIOGRAFIA

COLES, Stuart. *An introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. Publicado por Springer 2001*

DÁVILA, Pablo. CHAVEZ, Rodolfo. *Estudio de las colas de distribución de retornos de acciones en el Merval en el contexto de la teoría de valores extremos.* Universidad Del CEMA (2005).

EMBRECHTS, Paul; KLUPPELBERG, Claudia; MIKOSH, Thomas. *Modeling Extremal Events for Insurance and Finance.* Publicado por Springer, 1997

LAURENS, de Haan. FERREIRA Ana. *Extreme Value Theory an Introduction*. Publicado por Springer Science+Business Media, LLC. 2006.

McNEIL, Alexander. *EVT for Risk Managers: Internal Modeling and CADII*. Publicado por RISK books, 1999.

MELO Velandia, LUIS Fernando; BECERRA Camargo, OSCAR Reinaldo. *Medidas de Riesgo, Características y Técnicas de Medición. Una Aplicación del VaR y el ES a la tasa interbancaria de Colombia.* Publicado por Universidad del Rosario

REISS, Rolf-Dieter. THOMAS, Michael. *Statistical Analysis of Extreme Values: with applications to insurance, Finance, Hydrology and Other Fields*. Publicado por Birkhäuser Verlag AG, P.O. Box 133, CH-4010 Basilea, Suiza. Tercera edición 2007.

SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA, INFORME SOBRE SECTOR ASEGURADOR (Sociedades Corredoras de Seguros y Reaseguradoras) Diciembre de 2008

SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA, Normas y Reglamentaciones, Estatuto Orgánico del Sistema Financiero (EOSF) parte sexta, pág. 479 y siguientes. Junio de 2004

SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA, Reglas Relativas a la Gestión de Riesgo Crediticio, Circular Externa 100 de 1995, capítulo II.

ANEXOS

Anexo I

Información histórica mínima requerida por la Superintendencia Financiera de Colombia

	Año de presentación del modelo interno.				
CARTERA	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**	**2010 en adelante**
Comercial	5	6	7	7	7
Consumo	3	4	5	6	7
Vivienda	7	7	7	7	7
Microcrédito	3	4	5	6	7

Anexo II

Base de datos

año	personas	valor	salario	días	daño
1998	1	173.400	260.100	20	18.140.020
1998	1	173.400	260.100	20	28.502.290
1998	1	173.400	260.100	20	125.670
1998	1	242.760	260.100	28	47.846.220
1999	1	616.000	462.000	40	167.995.190
1999	1	0			31.247.340
1999	2	1.213.800	260.100	140	58.504.470
2000	1	1.820.000	780.000	70	100.973.700
2000	1	720.000	480.000	45	7.991.510
2000	1	303.450	260.100	35	2.999.850
2000	1	520.200	260.100	60	42.704.160
2000	1	390.150	260.100	45	50.054.890
2000	1	2.133.330	800.000	80	45.468.670
2000	3	650.250	260.100	75	303.500
2000	1	485.520	260.100	56	553.520
2000	1	780.300	260.100	90	489.350
2000	1	216.750	260.100	25	101.170
2000	1	3.200.000	1.600.000	60	588.816.500
2000	1	346.800	260.100	40	1.300.720
2000	1	2.400.000	800.000	90	11.000.570
2000	1	303.450	260.100	35	202.530
2000	1	390.150	260.100	45	260.400
2000	1	520.200	260.100	60	335.626.640
2000	1	1.050.000	700.000	45	75.181.430

2000	1	303.450	260.100	35	10.159.090
2000	1	1.152.870	384.290	90	30.422.570
2001	1	190.670	286.000	20	81.330
2001	1	2.426.670	1.300.000	56	2.848.500
2001	1	266.930	286.000	28	89.140
2001	1	686.400	286.000	72	229.200
2001	4	1.239.330	286.000	130	1.147.990
2001	1	238.330	286.000	25	79.590
2001	1	333.670	286.000	35	284.490
2001	1	266.930	286.000	28	89.140
2001	1	190.670	286.000	20	63.660
2001	1	114.400	286.000	12	169.020
2001	1	0			575.830
2001	1	0			8.730.440
2001	1	1.250.000	1.500.000	25	30.116.750
2001	1	858.000	286.000	90	5.193.950
2001	1	572.000	286.000	60	5.109.520
2001	1	143.000	286.000	15	3.692.560
2001	1	2.840.000	1.065.000	80	750.670
2001	1	4.260.000	1.065.000	120	6.113.440
2001	1	667.330	286.000	70	10.757.740
2001	1	667.330	286.000	70	14.547.260
2001	1	504.000	540.000	28	23.385.360
2001	1	1.332.570	1.998.860	20	3.738.710
2001	1	5.416.290	1.805.430	90	250.980.030
2001	1	504.000	540.000	28	23.385.360
2001	1	667.330	286.000	70	20.420.550
2001	1	1.048.670	286.000	110	14.587.290
2001	1	28.600	286.000	3	8.852.870
2001	1	114.400	286.000	12	59.080
2001	1	143.000	286.000	15	47.750
2002	3	875.500	309.000	85	280.500
2002	2	278.100	309.000	27	3.921.420
2002	7	1.905.500	309.000	185	5.993.450
2002	1	721.000	309.000	70	22.660.830
2002	1	772.500	309.000	75	2.047.950
2002	1	576.800	309.000	56	184.800
2002	1	1.650.000	1.100.000	45	3.499.170
2002	1	1.650.000	1.100.000	45	2.379.140
2002	1	1.236.000	309.000	120	42.317.820
2002	1	3.912.500	1.565.000	75	97.050.370

2002	2	824.000	309.000	80	13.183.940
2002	1	103.000	309.000	10	3.179.330
2002	1	257.500	309.000	25	82.500
2002	1	463.500	309.000	45	148.500
2002	1	123.600	309.000	12	39.600
2002	1	927.000	309.000	90	36.207.720
2002	4	741.600	309.000	72	5.473.410
2002	1	1.664.170	1.997.000	25	600.842.810
2002	2	0			3.495.760
2002	1	1.236.000	309.000	120	290.000
2002	1	0			19.857.120
2002	1	360.500	309.000	35	3.990.370
2002	1	360.500	309.000	35	984.940
2002	1	206.000	309.000	20	48.330
2002	1	257.500	309.000	25	60.420
2002	1	463.500	309.000	45	108.750
2002	1	1.236.000	309.000	120	140.380.840
2002	1	515.000	309.000	50	120.830
2002	2	185.400	309.000	18	43.500
2002	2	1.184.500	309.000	115	10.989.330
2002	1	1.236.000	309.000	120	290.000
2002	1	1.030.000	309.000	100	241.670
2002	1	257.500	309.000	25	530.150
2002	1	5.000.000	2.500.000	60	6.067.440
2002	1	618.000	309.000	60	530.150
2002	1	288.400	309.000	28	67.670
2002	1	41.200	309.000	4	9.670
2002	2	309.000	309.000	30	72.500
2002	1	5.000.000	2.500.000	60	121.455.120
2002	1	618.000	309.000	60	3.281.430
2002	1	618.000	309.000	60	145.000
2002	4	607.700	309.000	59	245.240
2002	4	1.081.500	309.000	105	657.650
2002	1	1.052.000	526.000	60	67.577.420
2002	1	412.000	309.000	40	453.250
2002	1	240.000	600.000	12	12.542.640
2002	1	154.500	309.000	15	76.250
2002	1	0			54.367.500
2002	1	0			36.281.300
2002	2	1.050.600	309.000	102	16.091.110
2002	1	1.236.000	309.000	120	55.536.990

2002	1	5.333.330	1.600.000	100	51.600.460
2002		0			742.630
2002	1	72.100	309.000	7	35.580
2002	1	1.030.000	309.000	100	1.061.840
2002	1	11.400.000	2.850.000	120	125.312.300
2002	1	700.000	350.000	60	3.248.270
2002	1	123.600	309.000	12	49.880
2002		0			5.571.850
2002	2	309.000	309.000	30	381.500
2003	1	221.330	332.000	20	50.670
2003	1	221.330	332.000	20	106.440
2003	1	664.000	332.000	60	152.000
2003	1	4.800.000	1.200.000	120	334.592.620
2003	1	1.425.000	950.000	45	13.376.980
2003	1	498.000	332.000	45	10.598.990
2003	1	132.800	332.000	12	30.400
2003	3	918.530	332.000	83	14.958.570
2003	1	276.670	332.000	25	63.330
2003	1	334.130	358.000	28	46.670
2003	1	619.730	332.000	56	141.870
2003	1	276.670	332.000	25	12.347.420
2003	1	110.670	332.000	10	16.500
2003	1	276.670	332.000	25	361.510
2003	1	553.330	332.000	50	82.500
2003	1	1.328.000	332.000	120	14.275.440
2003	1	1.106.670	332.000	100	165.000
2003	1	132.800	332.000	12	19.800
2003	1	1.328.000	332.000	120	608.620
2003	1	940.670	332.000	85	140.250
2003	1	664.000	332.000	60	4.357.300
2003	1	166.000	332.000	15	24.750
2003	1	110.670	332.000	10	16.500
2003	1	498.000	332.000	45	74.250
2003	1	387.330	332.000	35	169.510
2003	1	166.000	332.000	15	24.750
2003	1	7.600.000	3.800.000	60	11.127.590
2003	1	996.000	332.000	90	148.500
2003	2	387.330	332.000	35	57.750
2003	2	774.670	332.000	70	55.829.050
2003	1	221.330	332.000	20	33.000
2003	1	387.330	332.000	35	57.750

2003	1	77.470	332.000	7	11.540
2003	1	1.500.000	500.000	90	836.850
2003	1	133.330	400.000	10	62.530
2003		0			1.620.690
2003	1	387.330	332.000	35	57.750
2003	3	586.530	332.000	53	87.450
2003	2	608.670	332.000	55	90.750
2003	1	232.400	332.000	21	34.650
2003	1	664.000	332.000	60	99.000
2003	1	9.000.000	3.000.000	90	5.011.390
2003	1	110.670	332.000	10	237.840
2003	1	664.000	332.000	60	259.430
2003	1	498.000	332.000	45	74.250
2003	1	276.670	332.000	25	21.554.200
2003	2	276.670	332.000	25	21.554.200
2003	1	265.600	332.000	24	81.360
2003	1	143.050	429.164	10	487.820
2003	2	774.670	332.000	70	4.729.150
2003	1	387.330	332.000	35	346.210
2003	1	387.330	332.000	35	118.650
2003	1	498.000	332.000	45	17.644.060
2003	1	498.000	332.000	45	17.644.060
2003	1	675.000	450.000	45	662.340
2003	1	2.495.330	748.600	100	24.989.010
2003	1	619.730	332.000	56	189.840
2003	1	326.670	700.000	14	2.471.490
2003	1	442.670	332.000	40	135.600
2003	1	664.000	332.000	60	6.228.290
2003	1	726.000	396.000	55	187.639.540
2003	1	619.730	332.000	56	56.262.110
2003	1	664.000	332.000	60	17.434.060
2003	1	664.000	332.000	60	203.400
2003	2	1.200.000	800.000	45	148.160.610
2003	2	774.670	332.000	70	13.041.610
2003	2	774.670	332.000	70	12.801.590
2003	1	830.000	332.000	75	12.801.590
2003	1	166.000	332.000	15	50.850
2003	1	750.000	1.500.000	15	759.200
2003	4	1.217.330	332.000	110	15.210.820
2003	1	166.000	332.000	15	50.850
2003	1	388.330	466.000	25	159.199.010

2003	1	276.670	332.000	25	99.059.220
2003	1	132.800	332.000	12	40.680
2003	1	132.800	332.000	12	51.800
2003	1	132.800	332.000	12	51.800
2003	1	1.549.330	332.000	140	74.530.800
2003	1	358.000	537.000	20	273.743.870
2003	1	333.330	1.000.000	10	2.329.920
2003	1	0			848.630
2003	1	664.000	332.000	60	51.103.300
2003	1	498.000	332.000	45	247.350
2003	1	0			25.499.310
2003		0			9.935.320
2003	1	132.800	332.000	12	40.680
2004	2	895.000	358.000	75	125.000
2004	1				40.406.470
2004	4	1.097.870	358.000	92	153.330
2004	1	86.099.000	358.000	7.215	
2004	2	238.670	358.000	20	33.330
2004	1	1.400.000	600.000	70	1.590.260
2004	1	537.000	358.000	45	10.165.650
2004	1	596.670	358.000	50	547.530
2004	1	334.130	358.000	28	46.670
2004	2	358.000	358.000	30	776.820
2004	1	417.670	358.000	35	58.330
2004	1	238.670	358.000	20	3.148.430
2004	1	954.670	358.000	80	22.447.820
2004	1	954.670	358.000	80	872.130
2004	2	656.330	358.000	55	50.545.980
2004	2	656.330	358.000	55	1.969.990
2004	2	9.916.670	3.500.000	85	3.020.460
2004	1	238.670	358.000	20	33.330
2004	1	1.250.000	1.500.000	25	804.300
2004	1	440.550	358.000	45	252.000
2004	1	477.750	318.500	45	134.250
2004	1	358.000	358.000	30	50.000
2004	1	477.330	358.000	40	75.933.270
2004	1	477.330	358.000	40	2.073.710
2004	2	441.530	358.000	37	61.670
2004	1	668.270	358.000	56	141.300
2004	1	1.074.000	358.000	90	24.285.610
2004	1	537.000	358.000	45	12.524.290

2004	1	537.000	358.000	45	113.550
2004	1	666.670	800.000	25	978.080
2004	1	596.670	358.000	50	172.500
2004	1	596.670	358.000	50	39.160
2004	2	537.000	358.000	45	113.550
2004	1	1.750.000	1.500.000	35	435.740
2004		0			21.199.170
2004	1	238.670	358.000	20	963.910
2004		0			320.390
2004	1	83.530	358.000	7	5.490
2004	1	417.670	358.000	35	1.345.710
2004	1	95.470	358.000	8	2.058.370
2004	1	83.530	358.000	7	260.860
2004	1	0			541.580
2004	1	500.000	600.000	25	2.568.700
2004	1	298.330	358.000	25	19.590
2004	1	0			15.239.950
2004	1	179.000	358.000	15	11.750
2004	1	83.530	358.000	7	5.490
2004	1	716.000	358.000	60	47.000
2004	1	83.530	358.000	7	5.490
2004	1	1.074.000	358.000	90	14.840.680
2004	1	298.330	358.000	25	171.510
2004	1	417.670	358.000	35	27.410
2004	1	358.000	358.000	30	216.170
2004	1	716.000	358.000	60	47.000
2004	1	417.670	358.000	35	14.980.690
2004		0			12.332.920
2004	1	477.330	358.000	40	1.003.210
2004	1	1.200.000	800.000	45	1.333.230
2004	1	4.693.200	2.346.600	60	2.551.160
2004	1	143.200	358.000	12	9.400
2004	1	700.000	600.000	35	214.020
2004	1	537.000	358.000	45	320.290
2004	1	334.130	358.000	28	21.940
2004	1	835.330	358.000	70	871.370
2004	1	835.330	358.000	70	15.840.340
2004	1	298.330	358.000	25	839.490
2004	1	83.530	358.000	7	17.660
2004	1	179.000	358.000	15	860.690
2004	1	668.270	358.000	56	14.065.500

2004	1	179.000	358.000	15	37.850
2004	1	835.330	358.000	70	18.840.340
2004	2	572.800	358.000	48	121.120
2004	1	668.270	358.000	56	141.300
2004	1	537.000	358.000	45	113.550
2004	1	4.451.130	358.000	373	5.185.520
2004	1	238.670	358.000	20	50.460
2004	1	835.330	358.000	70	176.640
2004	1	501.200	358.000	42	144.900
2004	1	417.670	358.000	35	184.809.110
2004	1	417.670	358.000	35	88.310
2004	1	1.092.620	936.530	35	7.818.490
2004	1	690.000	460.000	45	472.740
2004	1	537.000	358.000	45	1.307.670
2004	1	537.000	358.000	45	8.518.520
2004	1	334.130	358.000	28	595.340
2004	1	1.670.670	358.000	140	36.022.960
2004	7	1.766.130	358.000	148	7.559.710
2004	1	656.330	358.000	55	21.010.970
2004	2	656.330	358.000	55	7.277.110
2004	1	537.000	358.000	45	155.250
2004	1	537.000	358.000	45	2.135.380
2004	1	179.000	358.000	15	37.850
2004	1	179.000	358.000	15	37.850
2004	1	1.680.000	720.000	70	1.224.090
2004	1	1.169.470	358.000	98	1.101.056
2004	1	596.670	358.000	50	2.175.290
2004	1	1.000.000	600.000	50	6.079.540
2004	1	3.000.000	1.800.000	50	46.790.490
2004	1	4.400.000	1.200.000	110	97.388.800
2004	3	1.074.000	358.000	90	18.654.440
2004	1	1.600.000	600.000	80	4.142.980
2004	1	4.000.000	2.000.000	60	153.368.390
2004		0			26.848.320
2004	1	334.130	358.000	28	96.600
2004	1	334.130	358.000	28	70.660
2004	1	716.000	358.000	60	151.400
2005	1	317.920	381.500	25	22.080
2005	1	572.250	381.500	45	2.506.350
2005	1	0			120.190
2005	1	1.666.670	2.500.000	20	1.176.110

2005	1	127.170	381.500	10	8.830
2005	1	1.144.500	381.500	90	79.500
2005	1	200.000	600.000	10	15.296.650
2005	1	445.080	381.500	35	30.920
2005	1	445.080	381.500	35	60.900
2005	1	190.750	381.500	15	13.250
2005	1	763.000	381.500	60	104.400
2005	1	228.900	381.500	18	31.320
2005	1	317.920	381.500	25	66.670
2005	1	317.920	381.500	25	43.500
2005	1	1.800.000	1.200.000	45	2.602.220
2005	1	572.250	381.500	45	1.726.010
2005	1	572.250	381.500	45	120.000
2005	1	600.000	1.200.000	15	488.400
2005	1	2.333.330	2.000.000	35	104.387.020
2005	1	445.080	381.500	35	13.657.970
2005	1	445.080	381.500	35	40.778.400
2005	1	1.983.330	850.000	70	22.515.440
2005	1	525.000	450.000	35	12.039.220
2005	1	1.633.330	1.400.000	35	62.798.420
2005	1	127.170	381.500	10	6.562.590
2005	1	445.080	381.500	35	30.920
2005	1	445.080	381.500	35	60.900
2005	1	445.080	381.500	35	111.980
2005	1	254.330	381.500	20	1.097.840
2005	2	953.750	381.500	75	130.500
2005	1	699.420	381.500	55	95.700
2005	1	1.006.500	671.000	45	68.902.860
2005	1	763.000	381.500	60	534.550
2005	1	635.830	381.500	50	22.307.550
2005	2	1.144.500	381.500	90	240.000
2005	1	572.250	381.500	45	165.230
2005	1	1.006.500	671.000	45	1.857.120
2005	1	572.250	381.500	45	26.097.160
2005	1	6.450.000	4.300.000	45	11.573.320
2005	1	101.730	381.500	8	13.920
2005	2	381.500	381.500	30	19.145.220
2005	1	375.000	750.000	15	261.100
2005	1	190.750	381.500	15	40.000
2005	1	190.750	381.500	15	26.100
2005	1	317.920	381.500	25	983.180

2005	1	673.980	381.500	53	1.903.490
2005	1	347.830	496.900	21	80.780
2005	1	534.100	381.500	42	112.000
2005	1	890.170	381.500	70	13.949.170
2005	1	890.170	381.500	70	22.260.660
2005	1	1.144.500	381.500	90	156.600
2005	1	0	0	-	45.997.260
2005	1	0	0	-	46.346.610
2005	1	152.600	381.500	12	20.880
2005	1	228.900	381.500	18	31.320
2005	1	190.750	381.500	15	7.439.020
2005	1	190.750	381.500	15	26.100
2005	1	127.170	381.500	10	17.400
2005	1	317.920	381.500	25	43.500
2005	1	317.920	381.500	25	43.500
2005	1	203.470	381.500	16	27.840
2005	1	101.730	381.500	8	13.920
2005		0			495.070
2005	1	101.730	381.500	8	13.920
2005	1	572.250	381.500	45	1.235.370
2005	1	890.170	381.500	70	33.000.570
2005	1	508.670	381.500	40	69.600
2005	1	254.330	381.500	20	34.800
2006	1	3.500.000	3.000.000	35	154.947.250
2006	1	1.935.000	1.290.000	45	33.357.300
2006	1	4.500.000	1.500.000	90	139.707.190
2006	1	1.224.000	408.000	90	103.798.190
2006	1	544.000	408.000	40	37.947.500
2007	1	0			1.058.730
2007	1	692.250	461.500	45	31.248.170