UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

TRABAJO FINAL

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA DE ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES ALGEBRAICAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN, ARTICULANDO LA TRANSICIÓN DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA, EN EL GRADO 8°A DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS NIEVES

WILIAN FERNÁNDEZ DÍAZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA – SEDE MEDELLÍN

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MEDELLÍN

2013.

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA DE ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES ALGEBRAICAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN, ARTICULANDO LA TRANSICIÓN DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA, EN EL GRADO 8°A DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS NIEVES

EXPERIENCIA DE AULA

WILIAN FERNÁNDEZ DÍAZ

TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR AL TÍTULO DE:

MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DIRECTOR (A): CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA – SEDE MEDELLÍN

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MEDELLÍN

2013.

TABLA DE CONTENIDO

Pág.

AGRADECIMIENTOS……8

RESUMEN……9

ABSTRACT……...11

LISTA DE FOTOS……13

LISTA DE GRÁFICOS……14

CAPITULO 1……15

1.1. INTRODUCCIÓN……15

1.2. OBJETIVOS……..17

1.2.1. Objetivo general**……17**

1.2.2. Objetivos específicos**……17**

1.3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA……18

1.4. CARACTERÍSTICAS DEL CONTEXTO……20

CAPÍTULO 2……22

2.1. **MARCO TEÓRICO……22**

2.1.1. El sentido del número entero**……24**

2.1.2. El surgimiento del álgebra**……25**

2.1.3. La trascendencia del lenguaje algebraico**……26**

2.1.4. Las situaciones problemas contextualizados como como eje orientador de los aprendizajes**……29**

2.1.5. La construcción y utilización de material didáctico en los procesos de aprendizaje**……31**

2.1.6. El uso y aplicación de las tecnologías (la hoja de cálculo de Excel) en procesos complejos de abstracción**……..33**

2.1.7. La metodología de aula taller**……..35**

CAPÍTULO 3……...**38**

3.1. **ANÁLISIS DE RESULTADOS**……..**38**

3.1.1. Presupuesto**……40**

3.1.2. Actividad diagnóstica**……41**

3.1.3. Guía de aprendizaje N° 1**……44**

3.1.4. Guía de aprendizaje N° 2**……49**

3.1.5. Guía de aprendizaje N° 3**……60**

3.1.6. Guía de aprendizaje N° 4**……67**

3.2. **ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS RESULTADOS**……**73**

3.2.1. Guía de aprendizaje N° 1**……73**

3.2.2. Guía de aprendizaje N° 2**……77**

3.2.3. Guía de aprendizaje N° 3**……80**

3.2.4. Guía de aprendizaje N° 4**……84**

CAPÍTULO 5……..**87**

5.1**. CONCLUSIONES**……**87**

BIBLIOGRAFÍA……**91**

CIBERGRAFÍA……..**93**

CAPÍTULO 6……..**94**

6.1. ANEXOS……..**94**

6.1.1. Actividad diagnóstica**……94**

6.1.2. Guía de aprendizaje N° 1**……..96**

6.1.3. Guía de aprendizaje N° 2**……..100**

6.1.4. Guía de aprendizaje N° 3**……..108**

6.1.5. Guía de aprendizaje N° 4**……..116**

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional por brindarme la posibilidad de cualificarme en mi profesión, permitiéndome cursar ésta maestría y profundizar en los conocimientos de las ciencias naturales que a través de sus docentes proyecta.

A mi esposa por la comprensión y la paciencia durante éste proceso, su apoyo incondicional en los momentos en que fue necesario dejar de lado la vida familiar para atender las exigencias y responsabilidades académicas, fue determinante.

A la Institución Educativa Las Nieves por brindarme la posibilidad y facilitarme los espacios para llevar a cabo la experiencia de aula.

Al profesor Carlos Julio Echavarría Hincapié, mi asesor, por su acompañamiento, sugerencias y la manera comprensiva como me orientó para la elaboración de éste trabajo.

RESUMEN

La estructuración y aplicación de una propuesta que articule el lenguaje de la aritmética, en especial las estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción entre números enteros, el lenguaje algebraico, y el uso de material didáctico manipulable como apoyo en la comprensión de las estructuras algorítmicas de las operaciones algebraicas básicas de adición y sustracción, en el grado 8° A de la Institución Educativa Las Nieves, busca proporcionar un proceso de enseñanza y aprendizaje dinámico, mediante una metodología de aula taller que privilegie el planteamiento y resolución de problemas, teniendo en cuenta el diseño y aplicación de guías de aprendizaje para la enseñanza de la adición y sustracción de expresiones algebraicas. Se promueve el trabajo colaborativo y cooperativo, y se articulan situaciones relacionadas con las propiedades de las operaciones con números enteros, advirtiendo la necesidad de tener claridad de dichas propiedades, en especial el sentido de los números enteros negativos. De igual manera, se busca la apropiación del lenguaje algebraico teniendo como referente situaciones problemas en el contexto de las ecuaciones lineales, la construcción de material didáctico de álgebra geométrica y la utilización de la hoja de cálculo de Excel como herramienta tecnológica que fortalezca la comprensión de los algoritmos de los que se valen las operaciones de adición y sustracción en el contexto del álgebra.

Es una propuesta que se ejecuta en la modalidad de experiencia de aula, sustentada desde las diferentes visiones que ven la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva dinámica que busca fortalecer en el estudiante la capacidad crítica, el análisis, la reflexión y el aporte a la construcción de sociedad, que trasciende la enseñanza del álgebra, complementando la mecanización de algoritmos con la aplicación de las operaciones algebraicas en la resolución de problemas contextualizados.

Palabras claves: Enseñanza – Didáctica – Adición – Números enteros – Álgebra.

ABSTRACT

The structuring and implementation of a proposal that articulates the language of arithmetic, especially algorithmic structures of the operations of addition and subtraction from integers, algebraic language, and the use of manipulable didactic materials to support the understanding of algorithmic structures of the basic algebraic operations of addition and subtraction, in grade 8 °A of Institución Educativa Las Nieves, seeks to provide a dynamic and meaningful process of teaching and learning that favors a problem solving approach, taking into account the design and implementation of learning guides for teaching the addition and subtraction of algebraic expressions. That promotes collaborative and cooperative work, and that articulates situations related to the properties of operations with integers, noting the need for clarity of said properties, especially the sense of negative integers. Similarly seeks the appropriation of the language of algebra problems, using as a reference situations in the context of linear equations, the construction of didactic materials of geometric algebra, and the use of the Excel spreadsheet as a technological tool to strengthen the understanding of the algorithms that that are important for the operations of addition and subtraction of algebraic expressions.

It is a proposal executed in the form of classroom experience, sustained by the different views that see teaching and learning of mathematics in a dynamic perspective that seeks to strengthen the student's critical ability, analysis, reflection and

contribution to the construction of society, which transcends the teaching of algebra, complementing the mechanization of algorithms with the application of algebraic operations in problem-solving situations.

Keywords: Teaching - Didáctic - Addition - Integers - Algebra.

LISTA DE FOTOS **Pág.**

Foto 3.1.3.1. Construcción DE fichas numéricas**……45**

Foto 3.1.3.2. Utilizando fichas numéricas**……..45**

Foto 3.1.3.3. Utilizando fichas numéricas**……..45**

Foto 3.1.3.4. Utilizando fichas numéricas**……..45**

Foto 3.1.3.5. Utilizando fichas numéricas**……..45**

Foto 3.1.3.6. Utilizando fichas numéricas**……..45**

Foto 3.1.4.1. Elaboración de tarjetas problemas**……55**

Foto 3.1.4.2. Elaboración de tarjetas problemas**……55**

Foto 3.1.4.3. Elaboración de tarjetas problemas**……55**

Foto 3.1.4.4. Solución de ecuaciones con fichas numéricas**……..58**

Foto 3.1.4.5. Solución de ecuaciones con fichas numéricas**……..58**

Foto 3.1.4.6. Solución de ecuaciones con fichas numéricas**……..58**

Foto 3.1.5.1. Construcción de álgebra geométrica**……61**

Foto 3.1.5.2. Construcción de álgebra geométrica**……61**

Foto 3.1.5.3. Utilización de álgebra geométrica**……61**

Foto 3.1.5.4. Solucionando polinomios con álgebra geométrica**……...62**

Foto 3.1.5.5. Solucionando polinomios con álgebra geométrica**……...62**

Foto 3.1.5.6. Solucionando polinomios con álgebra geométrica**……...62**

LISTA DE GRÁFICOS **Pág.**

Gráfico 3.2.1.1. Solución de polinomios aritméticos**…….....73**

Gráfico 3.2.1.2. Suma de dos números enteros**…….…….....74**

Gráfico 3.2.1.3. Resta de dos números enteros**…….…….....75**

Gráfico 3.2.1.4. Resolución de problemas de adición y sustracción de números enteros**…….…….....76**

Gráfico 3.2.2.1. Expresiones algebraicas a partir del perímetro de figuras**……..77**

Gráfico 3.2.2.2. Lenguaje de problemas al lenguaje simbólico**……78**

Gráfico 3.2.2.3. Comprensión del sentido de la incógnita**……79**

Gráfico 3.2.3.1. Términos semejantes con álgebra geométrica**……81**

Gráfico 3.2.3.2. Sumas y restas de polinomios con álgebra geométrica**……..82**

Gráfico 3.2.3.3. Situaciones problemas empleando sumas y restas de polinomios**…….83**

Gráfico 3.2.4.1. Términos semejantes en la hoja de cálculo de Excel**……84**

Gráfico 3.2.4.2. Sumas y restas de polinomios en la hoja de cálculo de Excel**……86**

CAPÍTULO 1

1.1. INTRODUCCIÓN

La necesidad de dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las operaciones algebraicas básicas de adición y sustracción, nos lleva a plantear una propuesta en la que se busca poner en práctica una serie de actividades que trascienden los ejercicios habituales y el discurso con el que se media el aprendizaje de dichas operaciones en el aula de clases.

Teniendo en cuenta los diferentes aspectos que no son tenidos en cuenta a la hora de desarrollar estas temáticas, como son: la apropiación de un lenguaje simbólico que permita una interpretación acertada de las expresiones y situaciones algebraicas, la aplicación de las operaciones de adición y sustracción a la resolución de situaciones reales y la falta de herramientas que permitan diferenciar las componentes de una expresión algebraica, entre otros, se pretende en éste trabajo articular una serie de actividades que permitan dar respuesta a la pregunta: *¿Cómo estructurar una propuesta de enseñanza de las operaciones algebraicas de adición y sustracción, que articule la transición del lenguaje de la aritmética al lenguaje algebraico, mediante el diseño de material didáctico y la utilización de la hoja de cálculo de Excel, en función de desarrollar procesos de pensamiento como elemento diferenciador del aprendizaje, en los estudiantes del grado 8° de la Institución Educativa Las nieves?*

La propuesta se desarrollará como una experiencia de aula y a lo largo de su diseño e implementación se hará referencia a los fundamentos teóricos que sustentan las actividades y las herramientas que se emplearán en la ejecución de las mismas. La enseñanza de las matemáticas y

en particular el álgebra, es un proceso complejo que requiere niveles estructurados de pensamiento, estos niveles requieren de una mediación que le permita al estudiante comprender los procedimientos que realiza, y en ese sentido su aprendizaje adquiere relevancia; es esta la idea que se busca al proponer la enseñanza de una manera dinámica y estructural. La propuesta contempla también el desarrollo de actividades de una manera secuencial, donde la complejidad que implica resolver operaciones algebraicas básicas no se convierta en un impedimento para el estudiante, sino que por el contrario cada una de esas actividades orienta y facilita la transición a cada uno de los niveles en los que se lleva a cabo el aprendizaje de las operaciones algebraicas de adición y sustracción, teniendo como fundamento el dominio de un lenguaje simbólico que facilite la comprensión de las estructuras algebraicas.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo general

- Diseñar e implementar una propuesta de enseñanza a partir de la cual se promueva la apropiación de las estructuras algorítmicas de las operaciones algebraicas de adición y sustracción, por parte de los estudiantes del grado 8° A en la Institución Educativa Las Nieves.

1.2.2. Objetivos específicos

- Diseñar y aplicar una guía de aprendizaje a través de la cual los estudiantes reconozcan y se apropien del algoritmo de las operaciones de adición y sustracción con números enteros.

- Proponer situaciones problemas y pasatiempos a partir de los cuales se promueva la correcta utilización de las ecuaciones lineales como mediación en el proceso de apropiación del lenguaje algebraico.

- Utilizar el material didáctico de álgebra geométrica, para promover la interacción y apropiación de las estructuras algorítmicas de la adición y sustracción de expresiones algebraicas.

- Formular y resolver situaciones problemas contextualizadas que promuevan la utilización de las operaciones de adición y sustracción con expresiones algebraicas.

- Fortalecer la capacidad para identificar términos semejantes y emplear el algoritmo de la adición y sustracción de números enteros en las operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas, haciendo uso de programas sencillos en la hoja de cálculo de Excel.

1.3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

De manera general, la enseñanza de las matemáticas en las Instituciones Educativas es un reto que constantemente demanda del maestro actualización, nuevos enfoques y alternativas que dinamicen el quehacer en el aula y que en consecuencia conviertan el aula de clase de matemáticas en un espacio donde se reflexione, se argumente, se genere pensamiento crítico y se construya el conocimiento.

Una de las principales dificultades en la enseñanza de las matemáticas escolares, se deriva de la comprensión y apropiación del sentido del número, desconocer las estructuras de los conjuntos numéricos, las propiedades y las estructuras algorítmicas de las operaciones en esos mismos conjuntos, es el punto de partida para fracasar en el intento por comprender y razonar con las matemáticas. En efecto, se observa con preocupación que a los estudiantes se les dificulta, no logran descifrar el significado que tiene implícito el número entero negativo, esto se evidencia cuando se le proponen operaciones de adición con dichos números y cuando se proponen situaciones problemas en los cuales es necesario representar con números enteros negativos.

Pero la preocupación se centra en que el estudiante pasa por todos los ciclos de la educación escolar con éstas dificultades pretendiendo estructurar un pensamiento más complejo cuando desconoce las bases de la matemática elemental. Uno de los aspectos cruciales en la estructuración de ese pensamiento complejo está en la transición de la aritmética al álgebra, y evidentemente tanto el desconocimiento de las estructuras algorítmicas de las operaciones con números enteros, en especial la adición y la sustracción, y la apropiación de un lenguaje simbólico a partir del cual se pueda generalizar la aritmética, se convierten en objeto de análisis a la hora de iniciar los procesos aprendizaje de las operaciones en el contexto del álgebra.

Uno de los principales problemas que se observó en los estudiantes del grado 8° A en la Institución Educativa Las Nieves, fue que se observó que no había claridad en los aspectos relevantes a la hora de sumar y restar expresiones algebraicas, poniendo de manifiesto las deficiencias en la adquisición de las estructuras algorítmicas de las operaciones básicas con números enteros; pero además, el hecho de no interpretar lo que significaba una expresión algebraica, también ponía en evidencia la necesidad de diseñar estrategias que le permitieran al estudiante apropiarse de ese lenguaje simbólico y así poder interpretar el significado de una expresión algebraica y más aún la utilidad de la misma en procesos complejos de pensamiento.

En consecuencia, se plantea la necesidad de articular esto tres aspectos, el significado y estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción con números enteros, la apropiación del lenguaje simbólico en función de comprender el significado de las expresiones algebraicas y la apropiación de las estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción con expresiones algebraicas.

Es una necesidad inminente la búsqueda de estrategias en la enseñanza de las matemáticas, que fomenten el desarrollo del pensamiento y la abstracción, que promuevan la reflexión crítica y que promuevan el dinamismo en los procesos de construcción de conocimientos en el aula.

1.4. CARACTERÍSTICAS DEL CONTEXTO

Nuestros Estudiantes al igual que la mayoría de estudiantes pertenecientes a los barrios periféricos de la ciudad de Medellín, están rodeados de una serie de problemáticas que en gran medida determinan sus comportamientos y actitudes frente al aprendizaje. La carencia de condiciones básicas para la supervivencia, los conflictos sociales que aquejan a las familias, las problemáticas relacionadas con la identidad y el deseo de encontrar soluciones a los problemas económicos, entre otras, son algunas de las situaciones que caracterizan el diario vivir de esta población; sin embargo, y pese a todas esas problemáticas, la educación en su función formadora y transformadora de sociedad, asume el reto de brindarle oportunidades y una salida que encuentre resonancia en los estudiantes.

La formación en valores es la apuesta que hace la institución para transformar las concepciones que traen los estudiantes, es un reto constante tratar de formar en el conocimiento y construir a partir de las necesidades sociales y con frecuencia se observa la falta de disposición para el aprendizaje, la apatía hacia los procesos de formación en lo disciplinar, la falta de responsabilidad ante las exigencias de los procesos formativos y los altos porcentajes de estudiantes que no logran los objetivos, pero aun así seguimos orientando nuestras prácticas de manera descontextualizada en donde el estudiante no logra reconocer la importancia de lo que la escuela le ofrece porque precisamente eso que se les ofrece no responde a sus necesidades.

En consecuencia se plantea un modelo pedagógico desarrollista social con el que se pretende reconstruir el horizonte institucional y en el que se contempla la necesidad de formar desde los valores necesarios para construir sociedad fundamentados en tres pilares como son la tolerancia,

el conocimiento y el respeto; pero aun así, los enfoques pedagógicos tienen que ser avalados por las prácticas del maestro en el aula, que sin duda es lo que determina el rumbo de la institución y con lo que se garantiza que el propósito de formar un ser humano con un perfil de sociedad efectivamente llegue a feliz término.

CAPÍTULO 2

2.1. MARCO TEÓRICO

La enseñanza de las matemáticas en la educación básica ha sido permeada por los cambios y transformaciones sociales que trae consigo la globalización y el desarrollo tecnológico y científico, las formas de enseñar y aprender que antes se enmarcaban en un contexto formal de transmisión de conocimientos que relegaba al estudiante a un papel pasivo y receptor de información, hoy en día no son tan útiles, teniendo en cuenta que las sociedades requieren individuos activos capaces de reflexionar y asumir una posición crítica frente a la realidad; personas capaces de transformar su entorno y que en lugar de recibir información sean agentes activos en la construcción y producción del conocimiento.

Las matemáticas escolares que siempre han generado una especie de intimidación en el estudiante, que siempre se ha considerado una forma de llamar a la disciplina y el orden en el aula de clases, en las circunstancias actuales carece de sentido una práctica en donde solamente se transcriben conceptos y se resuelven ejercicios que demuestran dichos conceptos.

"En el trabajo de las matemáticas en la etapa 12- 16 hay que presentar al alumnado el mundo de la matemática a través de la vivencia activa de descubrimientos y reflexiones, realizando actividades y viviendo el aprendizaje como una experiencia progresiva, divertida y formativa" (Alsina y otros, 1996, P. 152).

Sin duda, el estudiante de hoy va más allá en la percepción de la realidad, la dinámica social le exige actividad, las diferentes formas de acceder a la información le muestran alternativas que superan el nivel de satisfacción que ofrece la escuela. La matemática que se enseña en la escuela debe servir para solucionar o aplicar a las necesidades sociales, su aprendizaje debe enmarcarse

en contextos de formación que privilegien la interacción y que estimulen el carácter reflexivo y el desarrollo estructural del pensamiento.

Mucho se ha hablado de la solución de problemas contextualizados que debe caracterizar la acción formativa en matemáticas, sin embargo las prácticas docentes siguen estando distantes de tal fin, limitándose a la transmisión vacía de conceptos que en nada contribuye al desarrollo del pensamiento y mucho menos a la solución de los problemas que aquejan el contexto social inmediato en el que interactúa el individuo.

Esa labor docente debe ir más allá, hay que convertir el aula en un espacio de reflexión constante, hay que mostrarle al estudiante que aprender matemáticas puede ser significativo y que esos aprendizajes pueden ser relevantes en el crecimiento personal y que con ellos se puede contribuir al mejoramiento de las condiciones de vida del colectivo social.

"Sí lo entendemos como una acción que pueda expandir las esferas personales de cada alumno y la esfera social que representa el aula, las habilidades propias del cálculo deben aparecer ligadas a los deseos y a las necesidades que sienten las criaturas de comprender el mundo real y de poder comunicar sus argumentos entre ellos" (Gallego y otros, 2005, P. 49).

Trascender la práctica docente es una necesidad inminente, pero que puede ser un proceso complejo en la medida en que se deben romper esquemas, y es ahí donde la labor del maestro tiene que ser significativa.

En la educación básica muchas son las problemáticas que afronta la enseñanza de las matemáticas, una de ellas es la transición de lo concreto que suponen los procesos aritméticos, a lo abstracto que se materializa con el álgebra; lograr una comprensión de un lenguaje que de alguna manera hasta entonces ha sido desconocido y plasmar ese lenguaje en expresiones y situaciones de variación que tengan sentido y significado para el estudiante, es una tarea

compleja, dado que la enseñanza del álgebra se ha caracterizado por procedimientos algorítmicos que se excluyen de la realidad propia del estudiante.

En ese sentido surge la necesidad de sobreponerse a éstas prácticas irrelevantes y hacer de la enseñanza del álgebra algo con significado, y lograr que el estudiante haga una articulación entre la aritmética y ese lenguaje de abstracción que caracteriza a los contextos de variación de los que da cuenta el álgebra.

Pero no se puede pretender esa articulación conceptual si desconocemos la historia que trae consigo los procesos matemáticos, se hace necesario reflexionar acerca de las necesidades que provocaron el surgimiento de los conceptos y estructuras matemáticas que como es evidente, las necesidades humanas han sido el fundamento a partir del cual se originan los conceptos matemáticos.

2.1.1. El sentido del número entero

Los procesos de enseñanza y aprendizaje adquieren relevancia cuando están contextualizados, lo que nos lleva a plantear maneras de transformar el discurso pedagógico en el aula de clases de manera tal que sea consecuente con las necesidades que enfrenta el estudiante en su entorno.

Así como todos los conjuntos numéricos, el conjunto de los números enteros surge por la necesidad de resolver problemas que en el contexto de los naturales era imposible resolver; en las diferentes culturas antiguas la necesidad de representar deudas, escalas de medidas y situaciones que en general expresaban pérdidas, dio origen a los números negativos, y es en la cultura china en donde por primera vez se mencionan éstos números, aunque el signo negativo fue incluido alrededor del año 1489. Pero es precisamente la necesidad del ser humano dar respuesta a interrogantes y situaciones que surgen de la interacción y la vida en comunidad lo que lo lleva a

pensar nuevas maneras de crear conocimiento; por tanto, no se puede desconocer a la hora de enseñar los números enteros, la esencia de los mismos y dicha enseñanza debe estar orientada a responder situaciones que emergen del contexto en el que interactúa el estudiante. Sí se limita la enseñanza de los números enteros a resolver operaciones, se pierde la riqueza y la esencia de esos números, una de las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas es la comprensión del número negativo y cómo éste interactúa en las diferentes operaciones en el conjunto de los enteros, el estudiante no es capaz de atribuirle un significado que le permita interpretar y deducir soluciones cuando se les plantean operaciones que involucren números negativos; pero es precisamente por el hecho de no asociarlo a una situación en la que se exprese pérdida o deudas y por el contrario la simple operación carece de sentido para el estudiante que solo lo asume como la aplicación de unas reglas o propiedades que son ajenas a sus necesidad y que por tanto no le generan ningún interés.

2.1.2. El surgimiento del álgebra

Como lo expresa Rooney (2009), los matemáticos de la antigüedad en las culturas egipcia y los sumerios ya abordaban problemas que incluían cantidades desconocidas, aunque la forma de representarla no eran las ecuaciones que hoy utilizamos, sólo hasta finales del siglo XVI cuando René Descartes unió la geometría y el álgebra en un sistema de coordenadas cartesianas se les dio forma a las ecuaciones que hoy conocemos.

Y es precisamente la geometría la que por primera vez propones cuestiones algebraicas con la necesidad de resolver problemas geométricos de dos y tres dimensiones. Uno de los aportes al desarrollo del álgebra son las ecuaciones de segundo grado de las cuales en las diferentes culturas babilonia, china, Mesopotamia y la Grecia antigua se tienen registros, y aunque en la

informalidad fue la característica para el tratamiento de éstos problemas, sin duda que allí estaban implícitas las propiedades algebraicas. Los problemas geométricos luego fueron expresados en palabras “la longitud de una estancia es igual a su anchura más 1 cúbito; su altura es igual a su longitud menos 1 cúbito” pero que evidentemente tenían implícita cuestiones algebraicas.

Pero fueron los árabes quienes al juntar las matemáticas Griegas e Indias, sentaron las bases para un sistema algebraico incluso el término Álgebra procede de los árabes. La sociedad árabe tenía necesidades como los cálculos de herencias y el recorrido de distancias entre otros, que encontraron en el álgebra y la geometría un potencial que valía la pena desarrollar, por lo cual adquirió mayor relevancia el desarrollo del álgebra para los árabes que para los griegos, Rooney (2009). En esa perfección de los procesos algebraicos surgieron métodos para resolver ecuaciones de primer y segundo grado.

En efecto, la historia que enmarca el camino del álgebra tiene que ser el punto de partida para la enseñanza del álgebra en la escuela; contextualizar el aprendizaje del álgebra se convierte en una necesidad inminente, no es posible enseñar los conceptos cuando se desconoce su origen y su esencia, y son esos problemas geométricos los que deben orientar el álgebra escolar, porque el desarrollo de operaciones y la utilización de propiedades para resolver una ecuación que no nos lleva a resolver un problema sino que simplemente a escribir un resultado, es lo que lleva al estudiante a perder el interés en lo que se le trata de enseñar. Es necesario orientar la enseñanza de los procesos algebraicos hacia la búsqueda de soluciones a problemas del contexto, hacer de las situaciones que viven los estudiantes en su entorno un insumo para el trabajo matemático en el aula.

2.1.3. La trascendencia del lenguaje algebraico

Para comprender lo que quiere significar una expresión algebraica, es necesario tener dominio del lenguaje simbólico con que se escriben dichas expresiones; comúnmente nos referimos a situaciones que tienen que ver con variación, o de manera verbal expresamos situaciones problemas que indagan por el valor de una incógnita, pero difícilmente hacemos uso de éste tipo de situaciones para mediar el aprendizaje en álgebra. El uso de símbolos de operaciones, letras y números es uno de los problemas recurrentes para los estudiantes cuando inician en grado octavo el trabajo en álgebra, es tan complejo el hecho de pasar del lenguaje de la aritmética, de situaciones concretas a la abstracción, y luego sin interiorizar y desarrollar esa forma de pensar la matemática se continúa desarrollando el currículo obteniendo bajos resultados ante unos procesos de aprendizaje carentes de significado.

"… hay una preocupación constante: la construcción del lenguaje simbólico… requiriendo la implicación de los aprendices en la elaboración del mismo como estrategia general para su aprendizaje. Y esa elaboración colectiva-individual comienza en la simbolización de situaciones fácilmente representables y resolubles" (Alcalá, 2002).

Sí lo que se pretende es que el estudiante desarrolle la capacidad de argumentar y aplicar el significado de las expresiones algebraicas a la solución de problemas, entonces es necesario que potencie la habilidad de descifrar esos códigos que están inmersos en el lenguaje del álgebra.

Pero de lo que se trata es de poder articular los conceptos que el estudiante ya tiene y que a través de un proceso de aprendizaje logrado en la aritmética ha tenido la oportunidad de fundamentar; entonces, se crea la necesidad de presentarle situaciones que representadas a través de ecuaciones interactúe con esos símbolos con los que se estructuran las expresiones, tener una amplia concepción del significado de variable e incógnita y apropiarse de procedimientos útiles en el contexto de las operaciones con expresiones algebraicas, que aunque tienen una formas diferentes

de operar, van de la mano con expresiones aritméticas y que en particular requieren de una articulación con el concepto, las propiedades y la aplicación de los números enteros.

"… por necesidades del propio quehacer matemático se ha venido creando a lo largo de la historia, junto con los números y signos relacionantes u operatorios, una simbología versátil que añade un plus de brevedad y precisión al lenguaje matemático, toda vez que va acompañada de un modo diferente de operar. Es el lenguaje algebraico… con una sintaxis diferente a la ya conocida de las expresiones aritméticas y con una pragmática peculiar" (Alcalá, 2002).

En la medida en que se logre hacer esa articulación y no asumir el aprendizaje del álgebra desligado de la aritmética, el referente conceptual que posee el estudiante puede servir como insumo para abordar de una manera contextualizada y significativa el lenguaje con que se escribe el álgebra.

Ese lenguaje, como hemos dicho, debe estar enmarcado en unos procesos de interpretación conceptual que lleve al estudiante a interactuar con situaciones, que la solución de problemas del contexto que plantea el enfoque de un aprendizaje significativo de las matemáticas, sirva para desarrollar las competencias del hacer, donde se logre esa interpretación simbólica y las relaciones de dependencia e independencia que se plantean en las situaciones desde los contextos de variación en los que están inmersas las operaciones con expresiones algebraicas.

"… Se sabe que en la comprensión y gestión consciente del lenguaje y los procesos algebraicos la interpretación procedimental y la relacional juegan papeles muy importantes y no independientes, pero que los estudiantes no siempre saben coordinar esta duplicidad interpretativa" (Sfard, 1991; citado por Giménez y Santos, 2004).

Es así como se va estructurando el pensamiento del estudiante en función de comprender un lenguaje de abstracción necesario para interactuar con situaciones complejas que van más allá de

la aritmética y que son necesarias para dar solución a problemas que requieren el uso de operaciones algebraicas.

2.1.4. Las situaciones problemas contextualizados como eje orientador de los aprendizajes

El aprendizaje de las matemáticas en general debe estar orientado desde el conocimiento de la realidad, el hecho de conocer el mundo en el que se vive y reflexionar sobre las prácticas que sustentan el quehacer del individuo, supone un escenario lleno de significado para el aprendizaje; en ese sentido tanto la comprensión de ese lenguaje del álgebra y la interacción con las operaciones algebraicas debe caracterizarse por tener como objeto de estudio los problemas reales del contexto.

"…Para que las experiencias sean adecuadas, necesitamos crear marcos sociales de aprendizaje en nuestras aulas, que conviertan los procesos de aprender en procesos sociales de elaboración, de descubrimiento o de invención sobre situaciones reales…" (Gallego y otros, 2005, p.27).

El propósito de la educación no debe ser otro que el de estructurar el pensamiento del ser humano para que a través de procesos críticos y de reflexión puedan transformar la realidad social en que viven. Las necesidades actuales y el ritmo acelerado al que avanza la tecnología y las ciencias, exige de la escuela unos procesos de formación donde el estudiante sea capaz de conocer y transformar ese mundo, donde la práctica docente esté influenciada por situaciones que hacen parte del contexto inmediato del estudiante y que los conceptos y procedimientos que se construyen en el aula estén encaminados a conocer la propia realidad y actuar en consecuencia, para garantizar una mejor forma de vida.

La capacidad para resolver problemas, la habilidad para asumir una posición crítica y proponer soluciones a las problemáticas sociales, debe ser el marco de referencia en el que esté inspirada la labor del maestro.

"… las matemáticas están profundamente relacionadas con la comprensión del mundo real…ésta relación puede ser importante para repensar la enseñanza y convertir la escuela en una institución educativa que esté a la altura de los retos de este siglo XXI, enseñando a los pequeños a vivir en entornos sociales complejos, con sentido de uno mismo y del otro, y a convivir basándose en el conocimiento y en la información" (Gallego y otros, 2005, p.145).

Pero también es necesario que esa concepción de problema trascienda, que vaya más allá de la búsqueda de un resultado; debe implicar toda una serie de situaciones e informaciones que den lugar al análisis, a la opinión, al trabajo en equipo y a la discusión. Por lo tanto, la búsqueda de situaciones que atraigan el interés del estudiante, que despierte en ellos la capacidad creativa y desarrolle una estructura formal de pensamiento, y el diseño de una propuesta de enseñanza participativa la cual los estudiantes sean en gran medida los responsables, se convierte en una estrategia de participación consecuente con las exigencias y los retos de la educación actual.

"Los diferentes aprendizajes y competencias deben estar articulados alrededor de una búsqueda concreta que interesa a los sujetos de conocimientos (los estudiantes)… desde la explicación de un fenómeno, desde la solución de un problema que nos interesa y que nos involucra de manera activa y directa… el aprendizaje debe consistir en algo que se constituya en un reto para nuestra mente y nuestra capacidad creativa" (Pérez, 2000).

Sabemos que el diseño del currículo de matemáticas en nuestras instituciones limita las prácticas que se requieren para orientar procesos de aprendizaje significativo; sin embargo, esa no debe ser

un obstáculo, los ejes temáticos que se enseñan no tienen que cambiar, son las herramientas, las estrategias y los enfoques pedagógicos los que requieren de una transformación. En ese sentido, la transformación del currículo debe estar encaminada hacia la adopción de prácticas que sean consecuentes con las necesidades sociales que exige la educación.

"Los contenidos matemáticos más importantes de un currículo se entienden mejor si los consideramos como una red de prácticas sociales que usamos en nuestras interacciones para representar el mundo. Su aprendizaje, representa por tanto, la construcción social de formas de representación del mundo que acaban de adquirir significado cuando los niños y las niñas los asocian con sus sentimientos y, por tanto, cuando le asignan un sentido de valores" (Gallego y otros, 2005, p.153).

Se busca entonces que el aprendizaje de las operaciones algebraicas de adición y sustracción estén mediadas por situaciones y problemáticas propias del entorno, que se haga uso materiales y se aprovechen los intereses de los estudiantes para así crear un marco común de situaciones que tengan sentido y con las que ellos se identifiquen para dar aplicabilidad mediante conceptos y procedimientos algebraicos.

2.1.5. La construcción y utilización de material didáctico en los procesos de aprendizaje

El enfoque constructivista del aprendizaje promueve las prácticas docentes en las que se privilegie el trabajo propio del estudiante, en donde el conocimiento sea una construcción individual y colectiva, llena de significado donde la exploración del mundo que lo rodea sea el insumo para extraer de allí los referentes necesarios para crear conocimiento.

En ese sentido el uso de material didáctico manipulable le permite al estudiante un acercamiento de manera directa con las características y propiedades de los conceptos matemáticos. La

abstracción que supone el álgebra se vuelve más compleja sí se trata de manera meramente conceptual; en su lugar, el diseño de material manipulable como es el caso de la construcción de fichas con números, variables y signos de operación para representar expresiones en lenguaje simbólico; el diseño de situaciones problemas mediante tarjetas que le permitan al estudiante desarrollar pensamiento y emitir juicios críticos; la elaboración de fichas geométricas para representar polinomios y operar entre ellos, puede ser una alternativa en el propósito de mostrarle al estudiante situaciones de interés mediante una manera agradable de acercarse a los conceptos.

"… el contacto individual, perceptivo, del sujeto con el material no es condición suficiente para que podamos hablar realmente de aprendizaje, se requiere que ese proceso de decodificación de la lógica del material sea puesta en común, sea puesta en el lenguaje. Ese poner en el lenguaje, en colectivo, es una condición imprescindible para llenar de significado el material y para construir la representación mental del concepto" (Pérez, 2000).

En efecto, la construcción y utilización de ese material didáctico manipulable debe ir más allá de un simple ejercicio de producir material, debe darse un proceso de interacción en el que el lenguaje que describe esa producción didáctica sea común a todos y que su aplicabilidad sirva como herramienta en la solución de esas situaciones que enmarcan la solución de operaciones de adición y sustracción entre polinomios.

"…que el sentido del cálculo que aprenden nuestras criaturas no vendrá directamente de interiorizar los pasos de una operación ni de pasar del material didáctico a los números poco a poco, si no que la significación que construirán para el cálculo surgirá de la práctica operatoria que vayan adquiriendo y de otros elementos claves de sus experiencias…" (Gallego y otros, 2005, p. 71).

Es también comprender, que el uso de material didáctico sirve como apoyo para comprender ciertos procedimientos del cálculo, pero que debe complementarse con prácticas más complejas

que conllevan a una verdadera comprensión e interiorización de los conceptos, y en esa interacción es donde deben potenciarse las habilidades y capacidades para interactuar con situaciones que exijan niveles más avanzados de pensamiento.

El álgebra requiere de una estructuración del pensamiento complejo para comprender su esencia; en tal sentido, elaborar una representación de sus conceptos y procedimientos puede ser un ejercicio lento; el ritmo al que se trabaja en la escuela no da lugar a desarrollar con eficiencia este proceso, por lo que valerse de éstas ayudas que en gran medida le aportan a la elaboración de conceptos estructurados, resulta un aporte significativo en la medida en que se pueda dar ese complemento que afiance y posicione el conocimiento desde un sentido crítico y transformador de realidades sociales.

2.1.6. El uso y aplicaciones de las tecnologías (la hoja de cálculo de Excel) en procesos complejos de abstracción

Una de las exigencias y los retos de la enseñanza en la actualidad, es la incorporación de las tecnologías en los procesos de formación, esto sustentado en los aportes que desde lo pedagógico han ofrecido las herramientas tecnológicas en beneficio de unos procesos de enseñanza y aprendizaje contextualizados y llenos de significado.

"Las matemáticas y la tecnología de la información no sólo proporcionan descripciones y explicaciones de la realidad existente, también crean una realidad… los modelos matemáticos se transforman en realidad, establecen e institucionalizan una nueva forma de realidad… los patrones de actuación social y de estructuras formales se transforman, a través de los lenguajes

formales, en algoritmos o modelos matemáticos que pueden rectificarse y objetivarse como tecnologías sociales" (Keitel y otros, 1993; citado por Giménez y Santos, 2004).

Es inminente la necesidad de incorporar las tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje; como vemos, los estudiantes viven unas realidades diferentes a las que nosotros concebimos desde nuestra práctica, ellos viven inmersos en la tecnología y a pesar de la diversidad de herramientas que ofrece la tecnología para mediar los procesos de enseñanza y aprendizaje, esto no se hace o no se hace de manera adecuada, limitando la tecnología a la consulta o proyección de las clases que en nada lo diferencia del trabajo que comúnmente se hace en el tablero.

Son muchos los software educativos que sirven de apoyo a los procesos de cálculo, pero también es una realidad las limitaciones que en las instituciones se tienen para tener acceso a éstas herramientas; todo esto sumado al desconocimiento que tiene el docente de las mismas y gracias a ello se priva al estudiante de interactuar haciendo uso de sus realidades, con el conocimiento en particular desde las matemáticas.

La creación de programas educativos requiere de la capacidad para insertar códigos que respondan a una función específica, y esto sólo es posible cuando se tiene el dominio conceptual; es por eso que a diferencia de la utilización de los diversos software que existen y que son útiles en el cálculo y en la solución de procedimientos y operaciones algebraicas, se pretende que sea el propio estudiante que cree sus propios programas a través de la hoja de cálculo de Excel con los cuales pueda realizar operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

Esto sin duda tiene que ser un trabajo significativo para el estudiante, ya que éste debe tener el dominio conceptual que se ha venido gestando a lo largo de un proceso mediado por diferentes herramientas que potencian la capacidad individual. El hecho de interactuar con ésta herramienta

supone en el estudiante habilidades para escribir ese lenguaje al cual ya no es ajeno e interactuar de una manera agradable en la construcción de sus propios aprendizajes.

Es claro que todas estas formas de apoyar el proceso de construcción de conocimiento tienen que complementarse con situaciones que le den sentido y significado al hecho de resolver operaciones, esas operaciones sólo deben significar un paso más que se debe dar en el proceso de resolución de una situación determinada.

El crear sus propias realidades a través de la tecnología y que esas realidades estén articuladas con las situaciones que viven en su entorno y que a su vez apliquen conocimientos propios del desarrollo de los procesos matemáticos, es sin duda un argumento que llena de significado el uso e implementación de la tecnología como herramienta mediadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiante.

A pesar de que la construcción de programas en la hoja de cálculo de Excel es netamente algorítmico, esa estructuración mediante problemas contextualizados y la transformación de situaciones mediante un lenguaje propio de la abstracción, es lo que le da el carácter de significativo a la producción de conocimiento.

2.1.7. La metodología de aula taller

El desarrollo de la propuesta estará fundamentada en la metodología de aula taller, en la que las actividades se desarrollan a partir de guías de trabajo a partir de las cuales los estudiantes realizan un trabajo cooperativo y colaborativo, en donde el trabajo en equipos es fundamental para construir conocimiento dado que la interacción, el intercambio de ideas, la lectura estructurada que lleva a descubrir ideas y la elaboración de material didáctico manipulable sustentan esta propuesta metodológica.

"La estrategia pedagógica o metodología de Aula-Taller, consiste en la realización de talleres durante los que se desarrolla y propicia un proceso de construcción del conocimiento a través de la experimentación que hace el estudiante con los objetos que le son facilitados para cada actividad, que están en su entorno o que son construidos por él; la utilización de materiales didácticos apropiados y la simulación de situaciones dinámicas que conducen al desarrollo de habilidades, destrezas y competencias matemáticas. Además, durante el taller los participantes tienen la oportunidad de construir estrategias de pensamiento de forma colectiva y participativa, semillas para el fortalecimiento del trabajo interdisciplinario y en grupo; así mismo estas experiencias despiertan en las personas curiosidad y capacidades para innovar, plantear posibles soluciones a múltiples problemas, y construir conocimientos, al tiempo que favorece la asimilación de los mismos." (Corporación Grupo Ábaco).

Uno de los componentes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje es la motivación, con actividades que le generen movilización de pensamiento al estudiante, con el planteamiento de situaciones problemas y con la construcción de material concreto manipulable, el estudiante encuentra otra manera de asumir sus responsabilidades académicas, las interacciones en el aula se convierten en espacios dinámicos en donde aún los estudiantes se sorprenden con los descubrimientos que hacen y más aún, le encuentran sentido a lo que aprenden porque ven su aplicabilidad en la solución de situaciones que hacen parte de su entorno y que no son ajenas a su propia vida.

El Grupo Ábaco de la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín caracteriza la metodología aula taller desde las siguientes acciones:

* El "Aprender Haciendo", clave del aprendizaje.

* La utilización de material didáctico para la exploración de situaciones concretas, que conlleve al desarrollo de competencias matemáticas y científicas.

* La construcción del conocimiento en una dinámica colectiva y participativa.

* La generación de ambientes propicios para la asimilación de conceptos básicos en matemáticas y ciencias, para su discusión y aprendizaje.

* La expresión libre de las ideas, privilegiando las actividades de aprendizaje significativo.

* El uso y diseño de guías de trabajo que se caracterizan por la relación de diferentes pensamientos matemáticos.

CAPÍTULO 3

3.1. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El desarrollo de la propuesta de enseñanza para el aula como práctica docente se llevó a cabo en un grupo de 30 estudiantes del grado 8° A en la Institución Educativa las nieves; estos estudiantes por su condición de habitar en barrios periféricos de la ciudad, presentan características socio económicas que influyen de manera determinante en las motivaciones y actitudes que asumen en los espacios académicos de formación. Ante las dificultades de tipo económico, social, de convivencia y situaciones familiares que afectan el contexto en el que interactúa el estudiante, se hace necesario buscar herramientas que motiven y brinden participación al estudiante en la construcción del conocimiento.

La propuesta de trabajo se desarrolló aplicando una metodología de aula taller, en la cual se propusieron cuatro guías de trabajo, en donde se recogieron los aspectos que integran las estructuras de las operaciones de adición y sustracción con números enteros, la apropiación del lenguaje algebraico, la adición y sustracción de expresiones algebraicas y la utilización de la hoja de cálculo de Excel en la resolución de adiciones y sustracciones de expresiones algebraicas.

Inicialmente se aplicó una actividad diagnóstica con la cual se buscaba conocer el nivel de apropiación que tenían los estudiantes de los números enteros, luego se diseñó una guía en la cual se referenciaban algunas propiedades y características del conjunto de los números enteros, enfatizando en las propiedades clausurativa, conmutativa y distributiva, además se planteó la solución de operaciones de adición y sustracción con números enteros, en ésta parte se construyó un material de fichas rectangulares en las cuales se marcaban los dígitos y en otras los signos de

(+) y (-); este ,material se utilizó para representar polinomios aritméticos, donde los estudiantes tenían la posibilidad de manipular los números y hacer reducciones considerando el sentido del número entero negativo. Se plantearon también situaciones relacionadas con saldos en contra, pérdidas, temperaturas y deudas, con el fin de aplicar os números enteros negativos en la solución de problemas de adición y sustracción.

Se aplicó también una guía sobre lenguaje algebraico haciendo uso de las ecuaciones, se construyó también material en cartón paja de fichas con números, incógnitas y signos de adición y sustracción con el fin de representar las ecuaciones y manipularlas mientras se aplican las propiedades que dan lugar a la transposición de términos; pero además se construyeron unas tarjetas en las cuales se pegaban dibujos con situaciones problemas en el contexto de las ecuaciones, los estudiantes debían interpretar la situación que allí se planteaba, escribir un enunciado para la situación que se mostraba en la tarjeta, escribir la correspondiente ecuación y darle solución. La guía también tenía pasatiempos como es el juego de "piensa un número, súmale…" que en la interacción con sus compañeros los estudiantes expresaban verbalmente el enunciado mientras lo representaban mediante una ecuación y le daban solución.

Una tercera guía en la que inicialmente los estudiantes construyeron un material de álgebra geométricas, consistentes en unas fichas rectangulares con medidas diferentes para representar cada una de las variables, la unidad, x, y, x^2, y^2, xy, x^2y, xy^2, x^3, y^3, x^4, y^4, con éstas fichas y con el plano cartesiano, se representaban situaciones de adición y sustracción ubicando los términos de un polinomio en el cuadrante correspondiente dependiendo de sí el término era positivo o negativo y luego reducir los términos semejantes teniendo en cuenta que dos fichas iguales en cuadrantes contrarios se eliminan, con esto se trataba de lograr la apropiación del algoritmo de la adición y sustracción de expresiones algebraicas; además se propusieron situaciones problemas en las cuales era necesario sumar o restar polinomios para darle solución.

Por último se aplicó una guía en la cual los estudiantes debían resolver adiciones y sustracciones de polinomios haciendo uso de un programa sencillo en la hoja de cálculo de Excel, previamente se diseñó el programa de tal manera que el estudiante hiciera la reducción de términos semejantes y dedujera el signo de cada término, lo ubicara en el lugar correspondiente y el sistema le decía sí era correcto o debía revisar su construcción.

La aplicación de las guías se hizo por parejas, de tal manera que los estudiantes tuvieran la posibilidad de discutir con sus compañeros, que se apoyaran en el trabajo y enriquecieran la apropiación de los conceptos con los aportes de cada uno.

A medida que se realizaba el trabajo de la guía, se hacían orientaciones de manera general y también individualmente para aclarar los aspectos que los estudiantes no lograban comprender y hacer una primera lectura de los elementos teóricos presentes en cada guía.

Se asignaba la correspondiente valoración de acuerdo con los aportes dando cuenta de la apropiación conceptual y la comprensión de los procedimientos matemáticos implícitos en las diferentes situaciones; luego se hacía una realimentación para aclarar las dificultades que se presentaban y que eran comunes al grupo.

3.1.1. Presupuesto

Para el desarrollo de la propuesta fue necesario construir material didáctico en cartón paja y diseñar guías de trabajo, las guías de trabajo fue el insumo para el trabajo de los estudiantes por lo que fue necesario reproducir esas guías mediante fotocopias. La fuente para financiar esas fotocopias y la consecución del material para el trabajo fueron recursos propios.

MATERIAL	INVERSIÓN
Fotocopias para la aplicación de la actividad diagnóstica	$1200
Fotocopias para la aplicación de la guía número uno	$3600
Fotocopias para las tarjetas-problemas	$2150
Cartón paja para la elaboración de tarjetas-problemas	$4800
Fotocopias para la aplicación de la guía número dos	$4200
Cartón paja para la elaboración de fichas numéricas para expresar polinomios aritméticos y representar ecuaciones lineales	$5500
Cartón paja para elaboración de material de álgebra geométrica	$7500
Fotocopias para aplicación de la guía número tres	$4800
TOTAL	$33750

3.1.2. Actividad diagnóstica

Para el desarrollo de ésta actividad se le pidió a los estudiantes que respondieran de manera consiente de acuerdo con los conocimientos que tenían al respecto, a la actividad no se le asignaría una nota, por lo que los estudiantes no tenían la presión de obtener una buena o mala calificación y eso les permitía libertad para responder de acuerdo con sus conocimientos. En ese sentido, se observa que los estudiantes reconocen un número entero y lo diferencian de un número racional entendido este como una fracción, también hacen la diferencia con un número irracional aunque la noción que tienen de número irracional es limitada, solo se les orientó acerca

de los números que no cumplen la condición de poder escribirse en forma fraccionaria y se hizo la construcción con regla y compás de raíz cuadrada de 2 y raíz cuadrada de 3, además se les orientó acerca de la consideración de π como irracional por la relación entre el diámetro y la longitud de la circunferencia, también diferencian el número entero de los números escritos en forma decimal; aunque cuando el número entero se escribe en forma de fraccionario o de raíz presentan dificultad para clasificarlo como entero; demuestran también capacidad para establecer desigualdades entre dos números enteros, en algunos casos cuando los dos números son negativos, pueden llegar a confundirse y manifiestan que es mayor el número cuyo valor absoluto es mayor.

Sí se les orienta acerca del concepto de valor absoluto, demuestran capacidad para hallar el valor absoluto de un número entero incluso sí este es negativo, y sí es el valor absoluto de una suma o una resta de dos números enteros. Este concepto se abordó como la distancia entre dos puntos en la recta numérica, teniendo en cuenta que las distancias siempre son positivas, por lo tanto el valor absoluto de un número siempre será positivo; de alguna manera los estudiantes asumen que el símbolo de valor absoluto funciona como un operador en el que entra un número y se obtiene siempre un número positivo.

En el caso de resolución de operaciones de adición y sustracción con números enteros, se evidencia dificultad en la comprensión del algoritmo que determina dichas operaciones; en esencia, el significado del número entero negativo se les convierte en un problema a la hora de realizar una operación que implique sumar un entero negativo con otro positivo, además sí los dos enteros son negativos tienden a pensar que se debe aplicar la ley de signos y por tanto el resultado de sumar esos dos números será un número positivo. Sí no se tiene claro el algoritmo en la solución de éste tipo de operaciones, difícilmente podrá aplicarse correctamente la suma o la

resta de números enteros en la solución de problemas del contexto, como efectivamente se evidenció en el ejercicio propuesto, en el cual debían sumar números enteros positivos y negativos para dar solución a una situación en donde la temperatura de una ciudad subía y descendía durante el día.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS NIEVES

GRADO: 8°A ÁREA: MATEMÁTICAS

DOCENTE: WILIAN FERNÁNDEZ DÍAZ

ESTUDIANTE: Nixon Andrey Serna Cortes.

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

1. Encierra en el siguiente conjunto de números aquellos que sean enteros:

(-1) 1,2222... -3/4 (10) ($\sqrt{2}$) (-100) 0,25 1/4 (-10) 8/4 (0)

2. Escribe el signo < ó > para comparar cada par de números:

-7 > -10 5 > -5 10/5 < -5 -15 > -20

3. El valor absoluto de un número entero puede entenderse como la distancia que hay entre ese número y el cero. Se representa de la siguiente manera: $|a|$. Por ejemplo, el valor absoluto de -3, que se representa |-3| es 3, porque hay 3 unidades de distancia de ese número al cero. Consecuencia, el valor absoluto de un número siempre es positivo.

Halla el valor absoluto de cada número:

$|-5| = 5$ $|7-10| = 3$ $|-2-5| = 7$ $|-12+25| = 13$

4. En cierta ciudad la temperatura a las 6 de la mañana era de 12°C, dos horas después la temperatura aumentó 3°C, a las 12 del día la temperatura había aumentado 10°C con respecto a la temperatura inicial y a las 4 de la tarde la temperatura disminuyó 7°C con respecto a la temperatura de las 12 del día.

¿Qué temperatura hacía en la ciudad ese día a las 4 de la tarde?

15°C.

5. Resuelve:

a. $-7-12+9-10 = -20$

b. $18 \div 25 - 32 + 7 = 18$

c. $(-3+1)+(5-7+2) =$
$(-2)+(0) = (-2)$

d. $[-17+(5-10+12-6)-13] =$
$[-17+(-4)-13]$
$[-17-4-13] = -34.$

Se plantea entonces la necesidad de comprender el significado del número entero negativo como fundamento para entender el algoritmo de la suma y la resta entre números enteros.

3.1.3. Guía de aprendizaje N° 1

La guía de aprendizaje número uno como bien se enunciaba en la parte introductoria, estuvo referida propiamente a las operaciones de adición y sustracción con números enteros, en ella se describieron algunas generalidades sobre el conjunto de los números enteros, propiedades de dicho conjunto, su ubicación en la recta numérica y algoritmo para sumar y restar números enteros.

Inicialmente, se pidió a los estudiantes que diseñaran fichas cuadradas en material de cartón paja, luego se pidió que marcaran esas fichas con los dígitos y signos (+), (-) y (=); posteriormente se les hizo una orientación sobre cómo interpretar el algoritmo de la suma y de la resta empleando las fichas construidas. Se trataba de representar el polinomio aritmético y luego se reducían cada dos términos intercambiando las fichas correspondientes a los dos términos por su equivalente suma, y así hasta agotar el polinomio, enfatizando en que dos fichas cuyos signos sean contrarios se deben restar y el resultado tendrá el signo de la ficha que tiene mayor valor absoluto.

Los estudiantes demostraron habilidad para emplear las fichas de manera correcta y dar solución a polinomios aritméticos, salvo en algunos casos en los que en el resultado se confundían para determinar el signo que le correspondía.

Foto 3.1.3.1. Construcción de fichas numéricas

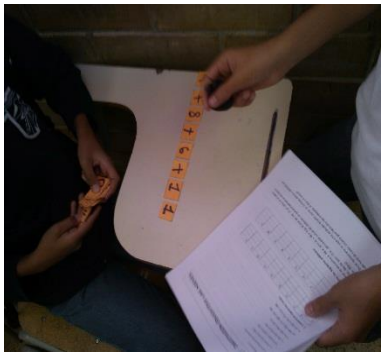


Foto 3.1.3.2. Utilizando fichas numéricas

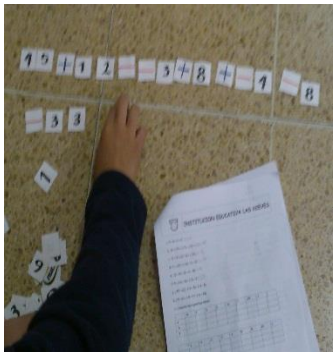


Foto 3.1.3.3. Utilizando fichas numéricas

En un ejercicio posterior en donde se les pedía completar unas tablas con las operaciones de adición y de sustracción de dos números enteros, demostraron haber adquirido la habilidad para sumar dos números enteros independiente de sí estos eran de signos iguales o contrarios, éste ejercicio lo realizaron de manera correcta; sin embargo en la tabla en que se presentaba la operación de sustracción entre dos números enteros, se evidenció que al restar dos números enteros positivos, lo hacían de manera correcta; pero que cuando se trataba de restar dos números enteros de signos contrarios o ambos negativos, presentaban dificultad para comprender el algoritmo que se debe aplicar para dar una solución efectiva. Los estudiantes que emplearon el material de las fichas construidas para resolver éste ejercicio de completar las tablas, se tardaron más tiempo para hacerlo, pero presentaron mejores resultados.

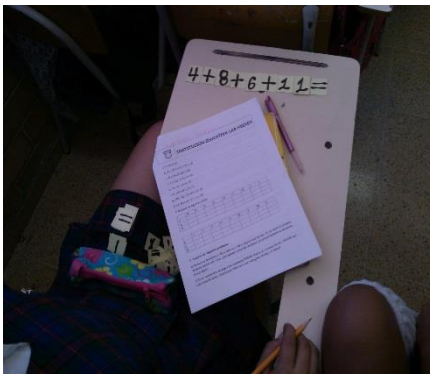


Foto 3.1.3.4. Utilizando fichas numéricas

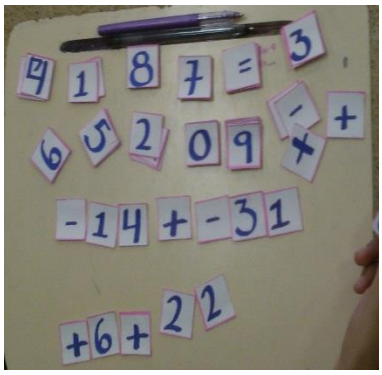


Foto 3.1.3.5. Utilizando fichas numéricas

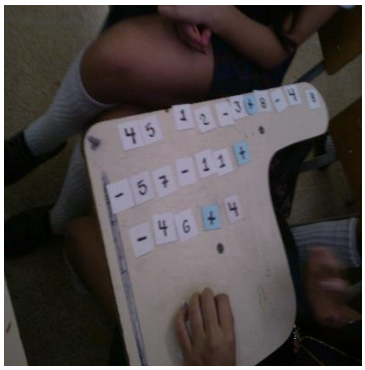


Foto 3.1.3.6. Utilizando fichas numéricas

Camila Bedoya Misas
Angelly Cataño Herrera.

4.4

INSTITUCION EDUCATIVA LAS NIEVES

GUÍA DE APRENDIZAJE No. 1

Propiedades y estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción con números enteros.

Profesor: Wilian Fernández Díaz

Grado: 8° **Grupo:** A

Objetivo

- Identificar las estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción con números enteros y su aplicación en la resolución de problemas

Estándares asociados

- Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos
- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos

ALGUNAS GENERALIDADES SOBRE EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

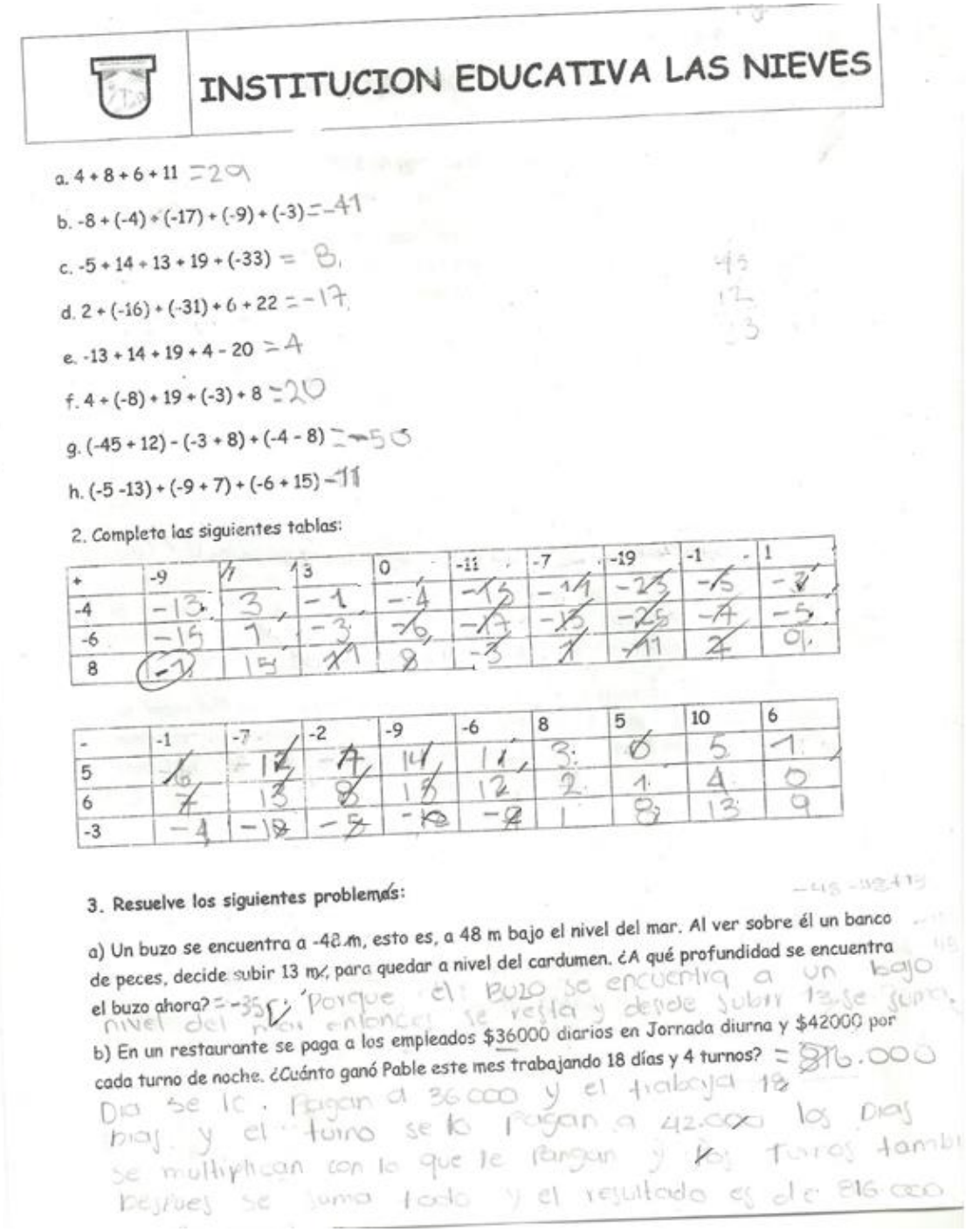
El conjunto de los números enteros se representa con el símbolo Z.

$$Z = \{...,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,..\}$$

Enteros negativos: $Z^- = \{...,-5,-4-3,-2,-1\}$ Enteros positivos: $Z^+ = \{1,2,3,4,5,..\}$

ALGUNAS PROPIEDADES

a) No tiene primero, ni último elemento; es decir, es infinito
b) Es un conjunto discreto, entre dos números consecutivos, no existe otro
c) Todo número a la derecha de cero, es mayor que él
d) Todo número a la izquierda de cero, es menor
e) Todo número positivo, es mayor que todo número negativo



INSTITUCION EDUCATIVA LAS NIEVES

a. 4 + 8 + 6 + 11 = 29

b. -8 + (-4) + (-17) + (-9) + (-3) = -41

c. -5 + 14 + 13 + 19 + (-33) = 8

d. 2 + (-16) + (-31) + 6 + 22 = -17

e. -13 + 14 + 19 + 4 - 20 = 4

f. 4 + (-8) + 19 + (-3) + 8 = 20

g. (-45 + 12) - (-3 + 8) + (-4 - 8) = -50

h. (-5 -13) + (-9 + 7) + (-6 + 15) = 11

2. Completa las siguientes tablas:

+	-9	17	13	0	-11	-7	-19	-1	1
-4	-13	3	-1	-4	-15	-11	-23	-5	-3
-6	-15	1	-3	-6	-17	-13	-25	-7	-5
8	-1	15	11	8	-3	1	-11	7	9

-	-1	-7	-2	-9	-6	8	5	10	6
5	6	12	7	14	11	3	0	5	1
6	7	13	8	15	12	2	1	4	0
-3	-4	-10	-5	-12	-9	1	8	13	9

3. Resuelve los siguientes problemas:

a) Un buzo se encuentra a -48 m, esto es, a 48 m bajo el nivel del mar. Al ver sobre él un banco de peces, decide subir 13 m, para quedar a nivel del cardumen. ¿A qué profundidad se encuentra el buzo ahora? = -35 Porque el buzo se encuentra a un bajo nivel del mar entonces se resta y desde subir 13 se queda

b) En un restaurante se paga a los empleados $36000 diarios en Jornada diurna y $42000 por cada turno de noche. ¿Cuánto ganó Pable este mes trabajando 18 días y 4 turnos? = $816.000

Dia se le pagan a 36.000 y el trabaja 18 dias y el turno se le pagan a 42.000 los dias se multiplican con lo que le pagan y los turnos tambi despues se suma todo y el resultado es de 816.000

Finalmente, se propusieron situaciones problemas en las que estaban en juego números enteros positivos y negativos, y que era necesario realizar operaciones de adición y sustracción entre ellos para darle solución. Las situaciones hacían referencia a profundidades en el mar, saldos negativos en una cuenta de ahorros, resultados a favor o en contra en partidos de fútbol, entre otras. Los

estudiantes demostraron capacidad para hacer una buena lectura de los enunciados y aplicar correctamente las operaciones, al igual que los algoritmos en la solución, cuando se trataba de sumar o restar dos números enteros independiente de sí estos eran de signos iguales o contrarios, pero cuando la solución de la situación requería hacer procedimientos más complejos como era resolver un polinomio aritmético de 4 o 5 términos, o cuando tenían implícito una multiplicación, algunos presentaban dificultad en la comprensión y en la solución.

INSTITUCION EDUCATIVA LAS NIEVES

c) Si Andrés tiene un saldo negativo en su cuenta de ahorros de $72500. ¿Cuánto debe depositar para que su saldo sea cero?

d) En un campeonato de Fútbol, el equipo A jugó tres partidos y obtuvo los siguientes resultados: en el primer partido 2-5, en el segundo partido perdió 1-3 y en el tercer partido perdió 0-2 ¿Cuál es la diferencia total de goles que tiene el equipo A, al terminar el campeonato?

e) Mónica y Carmen juegan con tres dados, con las siguientes reglas: se ganan puntos cuando la suma de los números de los tres dados lanzados es mayor a 10, en este caso, los puntos ganados equivalen a la suma obtenida. La segunda regla es: se obtienen tantos puntos negativos o en contra como la suma de los números siempre y cuando, la suma de dichos números sea menor o igual a 10.

Carmen ha obtenido las siguientes sumas en cada una de sus jugadas: 4,9,15,10,5,11 ¿Cuántos puntos en contra lleva acumulados?

f) Sebastián rindió una prueba de 30 preguntas. Por cada respuesta correcta recibió 10 puntos; por cada respuesta incorrecta, - 4 puntos; y por cada pregunta no contestada, -3 puntos. Si Sebastián respondió incorrectamente las preguntas 10 y 15 y no contestó las dos últimas preguntas. ¿Qué puntaje total obtuvo?

g) Una pequeña empresa de reciclaje de papel inicia sus actividades con un capital inicial de $54.700.000. El primer mes gastan $10.560.000 en la compra de maquinaria; desembolsan $543.700 en el arriendo de un local; y pagan sueldos por un monto total de 3.201.550. ¿Cuánto dinero gastó la empresa en su primer mes de funcionamiento?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ramírez, Marisol y otros. *Hipertexto, Matemáticas*. Editorial Santillana. Bogotá, 2010

Carter, Jhon A. y otros. *Álgebra I*. McGraw-Hill. Bogotá, 2010

Parra, Cintya. Guía de aprendizaje, *Conjunto de los números enteros Z*. Liceo Industrial Chileno, Chile

3.1.4. Guía de aprendizaje N° 2

Los tres componentes de la guía número dos hacen referencia a la construcción de expresiones algebraicas, apropiación del lenguaje simbólico a partir de situaciones problemas con ecuaciones lineales y pasatiempos como el juego de "piensa un número…".

Laura Jimenez = Lizet Jaramillo.

INSTITUCION EDUCATIVA LAS NIEVES

GUÍA DE APRENDIZAJE No. 2

Introducción en el lenguaje algebraico

Profesor: Wilian Fernández Díaz

Grado: 8° **Grupo:** A

Objetivo

- Utilizar símbolos a partir de los cuales las expresiones coloquiales pueden ser expresadas en notación algebraica

Estándares asociados

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas

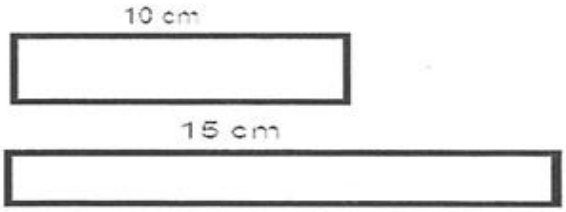
Para el trabajo en el contexto del álgebra, es necesaria la construcción de expresiones algebraicas, la traducción del lenguaje coloquial a expresiones algebraicas y viceversa, y también la utilización de expresiones con letras y números como fundamento para resolver situaciones que impliquen el uso de operaciones con expresiones algebraicas.

Esta guía de trabajo se centrará en tres puntos:

1. Creación y utilización de expresiones algebraicas, haciendo uso del concepto de perímetro, y reflexionando sobre las propiedades de las operaciones aritméticas como son la conmutativa y asociativa.
2. Traducción de expresiones del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico y viceversa, en el contexto de las ecuaciones lineales.
3. Juegos y pasatiempos que muestren procedimientos algebraicos.

Para hacer una introducción a las expresiones algebraicas, se plantearon situaciones como sumar dos pedazos de madera de longitudes diferentes e intercambiando la posición de ambos, para reflexionar sobre la propiedad conmutativa para la suma de números enteros, de igual manera agrupando términos de un polinomio aritmético para reflexionar sobre la propiedad asociativa en la suma de números enteros, además se propusieron ejercicios de adición y sustracción de números enteros y debían escribir sí el resultado era también un número entero, con lo cual se reflexionaba sobre la propiedad clausurativa. Esto con el fin de ir sensibilizando a los estudiantes con el lenguaje de las ecuaciones que es el medio a través del cual se abordaba la apropiación del lenguaje algebraico. Los estudiantes de manera general, aplican correctamente las propiedades conmutativa, clausurativa y asociativa con respecto a la suma y la resta de números enteros, aunque cuando se trata de un polinomio combinado, presentan dificultad para aplicar correctamente estas propiedades; pero lo que llama la atención es que desconocen que efectivamente están haciendo uso de dichas propiedades.

INSTITUCION EDUCATIVA LAS NIEVES



Si los unes así: 10 cm + 15 cm, la longitud total será de 25 cm. Y si los unes así: 15 cm + 10 cm, ¿cuál será la longitud total? Rl= 25 cm

Si la longitud de los pedazos de madera fueran ***x cm*** y ***y cm***, ¿Cuál sería la longitud total?, Si se cambia el orden de las longitudes en la suma, ¿se obtiene el mismo resultado?

Completa La siguiente tabla:

3 + 4	=	4 + 3
10 + 5	=	5+10
8 + 4	=	4 + 8
8 + 4	=	4 + 8
9 + 3	=	3 + 9
a + b	=	b + a
x + y	=	y + x
m + n	=	n + m

¿El orden en que se suman los números cambia el resultado? no cambia el resultado.

¿Cómo definirías esta propiedad? colocando el numero donde corresponde

¿Crees que se cumple para la suma de números enteros? Escribe ejemplos

Rl= 5+5=10 -7-5=-12 3+8=11

5+2=7 10+2=12 -4-5=-9.

INSTITUCION EDUCATIVA LAS NIEVES

2. Escribe al frente de cada igualdad sí es correcta o no:
   5 - 3 = 3 - 5 CORRECTA
   10 - 5 = 5 - 10 CORRECTA.
   -5 - 7 = -7 - 5 CORRECTA
   a - b = b - a INC.
   a - 0 = 0 - a INC
   x - y = y - x INC.
   ¿Qué conclusión puedes obtener?. ¿Crees que la propiedad anterior se cumple para la resta? Argumenta tu respuesta EN la Resta esta propiedad NO Se puede CUMPLIR

3. Completa las siguientes expresiones:
   2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4 =
   5 + (8 - 5) = (5 + 8) - 5
   (10 - 6) + 4 = 10 - (6 + 4) =
   a + (b - c) = (a + b) - c =
   (x + y) - z = x + (y - z) =

   ¿Qué conclusión puedes obtener del ejercicio anterior?

   ¿Cómo llamaría a esta propiedad?

4. El perímetro de una figura da cuenta de la longitud del contorno de la misma, así, en la figura:

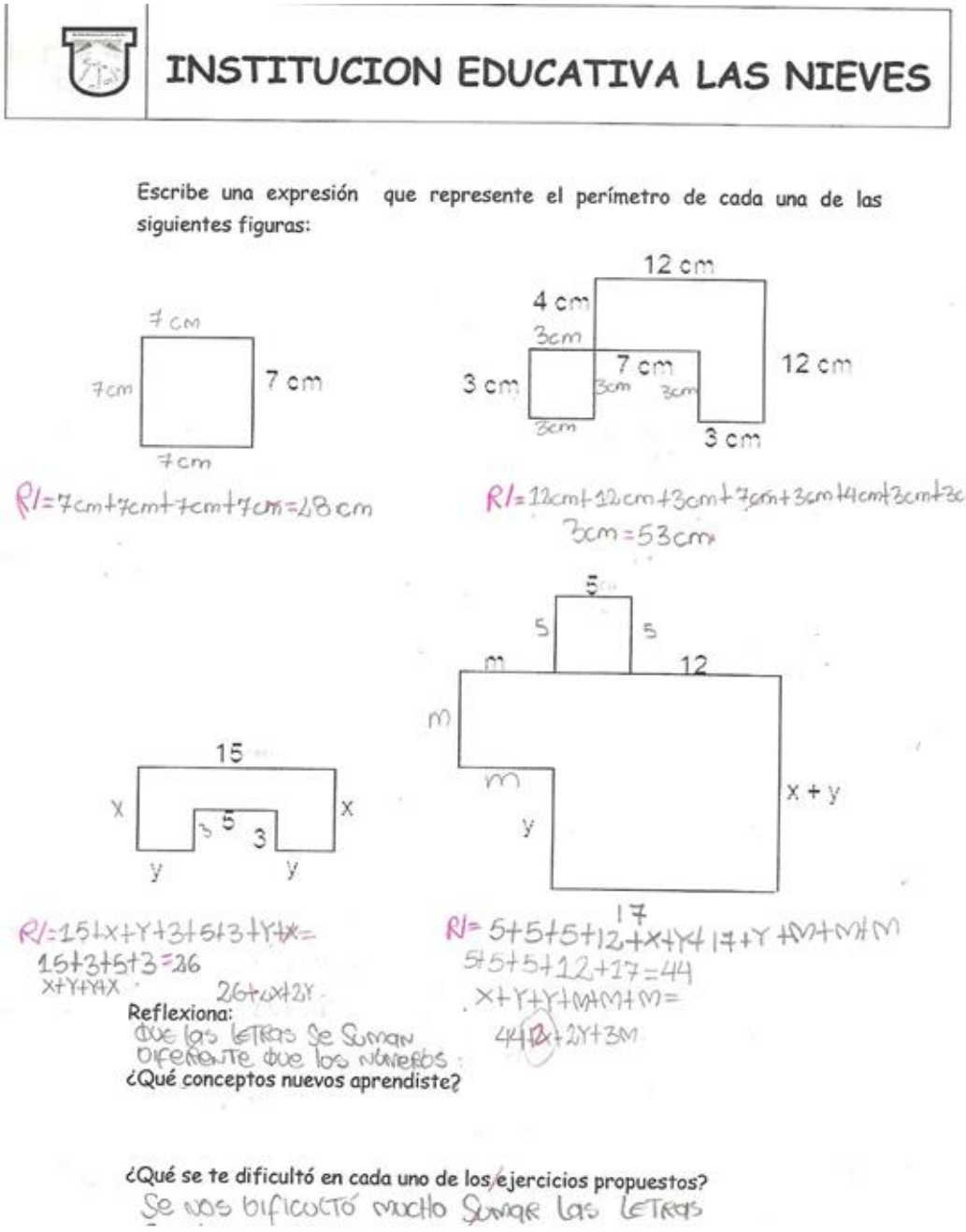
   12 cm

   5 cm

   La expresión que describe el perímetro de dicha figura es: 12 cm + 5 cm + 12 cm + 5 cm = 34 cm

En la construcción de expresiones algebraicas a partir del perímetro de figuras planas, se le plantearon ejercicios en los cuales se les daban figuras con las medidas de todos sus lados y ellos debían escribir el polinomio aritmético que expresaba el perímetro, en otros casos se les daba la figura a la cual le faltaban algunas medidas y ellos debían deducirlas, además se les colocaban

figuras cuyas medidas de los lados estaban dadas con variables, a partir de ahí ellos debían escribir la expresión que representaba el perímetro. En éste ejercicio los estudiantes escribían correctamente el polinomio cuando se trataba de un polinomio aritmético el que expresaba el perímetro, pero cuando se trataba de una expresión algebraica, es decir, que los lados de la figura eran variables o eran polinomios algebraicos, presentaban dificultad para escribir la expresión que representaba el perímetro. Además les cuesta escribir conclusiones y expresar con sus propias palabras las dificultades o logros que obtienen con la actividad.



Para la comprensión y apropiación del lenguaje algebraico, se diseñaron unas tarjetas las cuales contenían un dibujo de una balanza y en ambos platos se dibujaban algunos objetos. Se trataba de que los estudiantes tomaran algunas de esas tarjetas y en primer lugar escribieran un enunciado

que describiera el dibujo de la tarjeta, luego debían escribir una expresión algebraica para dicho enunciado, por último debían solucionar la respectiva ecuación lineal implícita en la situación descrita en la tarjeta. Se enfatizó en que en el procedimiento para resolver dicha ecuación debían tener en cuenta que la operación que se hacía en un lado de la igualdad, debía hacerse exactamente en el otro lado, aplicando la propiedad uniforme con lo cual se apropiaban del procedimiento de transposición de términos. Los estudiantes sabían interpretar el dibujo y le asignaban un enunciado, aunque demostraban falta de creatividad y recursividad para escribir enunciados coherentes y contextualizados. Cuando se trataba de ecuaciones de nivel aditivo, es decir, en donde solo era necesario sumar o restar a ambos lados de la igualdad un mismo número, no tenían problema alguno para escribir la ecuación y resolverla, pero cuando se trataba de ecuaciones en donde había que multiplicar o dividir, además de sumar o restar a ambos lados de la igualdad, en algunos casos se les dificultaba plantear la ecuación y emplear correctamente las propiedades y transposición de términos en la solución.

Foto 3.1.4.1. Elaboración de tarjetas problemas

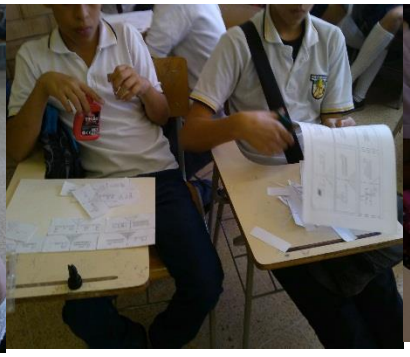


Foto 3.1.4.2. Elaboración de tarjetas problemas

Foto 3.1.4.3. Elaboración de tarjetas problemas

1: En un supermercado hay ~~de~~ Tres cajas llena de tarros de gaseosas y el total de ellos de la balanza Hay 45 gaseosas ¿ En cada caja cuantas gaseosas Hay ?

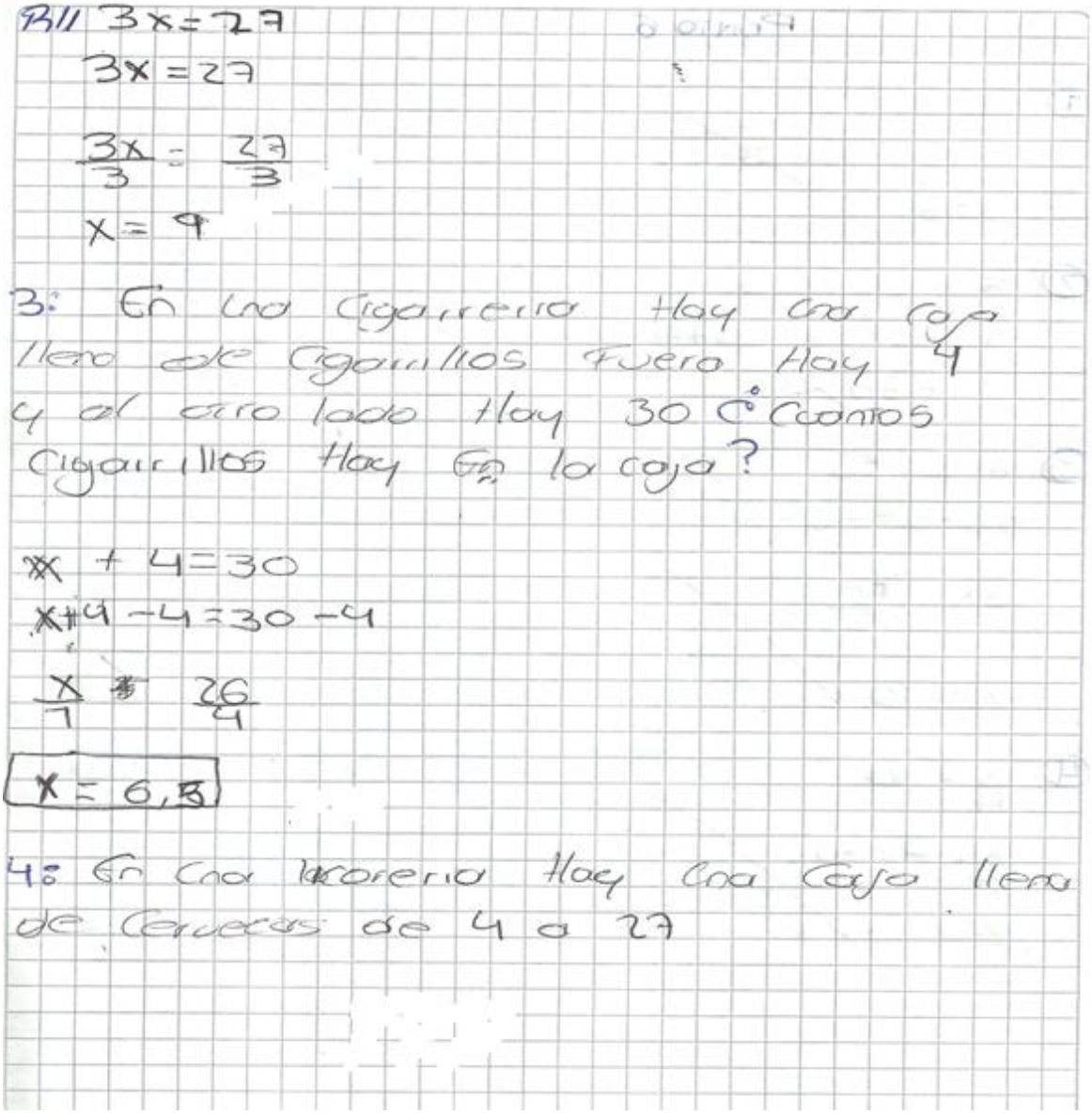
B// $3x = 45$

$3x = 45$

$\frac{3x}{3} = \frac{45}{3}$

$x = 15$

2: En una confiteria Hay 3 cajas de Dulces y a fuera 9 y el total ~~de~~ Hay ~~25~~ ¿ Cuantos Dulces Hay En las 3 Cajas ? Si en una Caja Hay 9 Cuantos Hay En las otras 2 ?



En la tercera parte de la guía se plantearon pasatiempos como es el caso del juego “piensa un número, súmale…”. En éste caso, fue similar a los problemas de las tarjetas, los estudiantes reunidos con un compañero practicaban el juego, en algunos casos hicieron uso de las fichas numéricas construidas para la primera guía, a las que le adicionaron una ficha marcada con la letra X representando la variable y a medida que se enunciaba la situación, el compañero iba representando la ecuación con las fichas, luego la escribía en su cuaderno y comprobaba el número pensado realizando el procedimiento para resolver la ecuación.

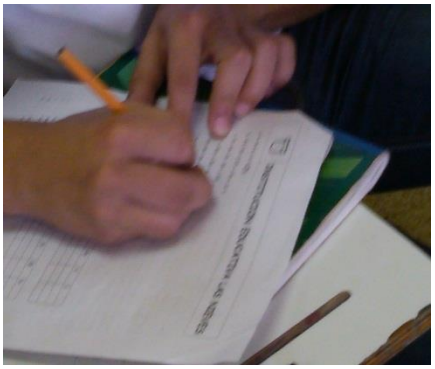


Foto 3.1.4.4 Solución de ecuaciones con fichas numéricas

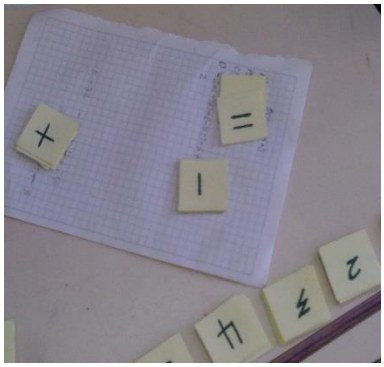
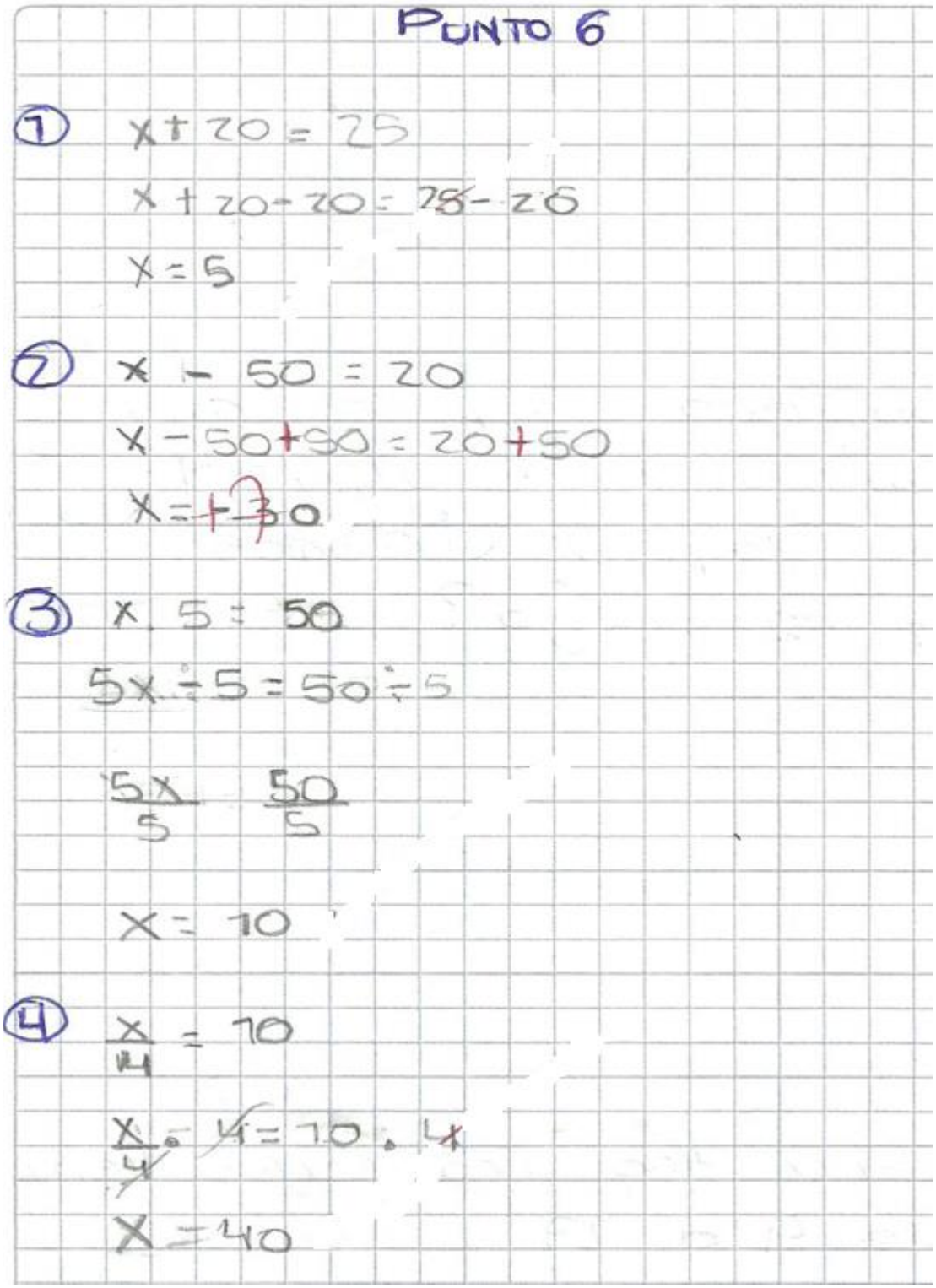


Foto 3.1.4.5. Solución de ecuaciones con fichas numéricas

Foto 3.1.4.6. Solución de ecuaciones con fichas numéricas

Cuando la situación era de nivel aditivo, solo sumar o restar a ambos lados de la ecuación, planteaban la ecuación y la resolvían sin dificultad, pero si se trataba de multiplicar o dividir además de sumar o restar a ambos lados, en algunos casos se les dificultaba escribir la ecuación y realizar correctamente los procedimientos para resolverla.

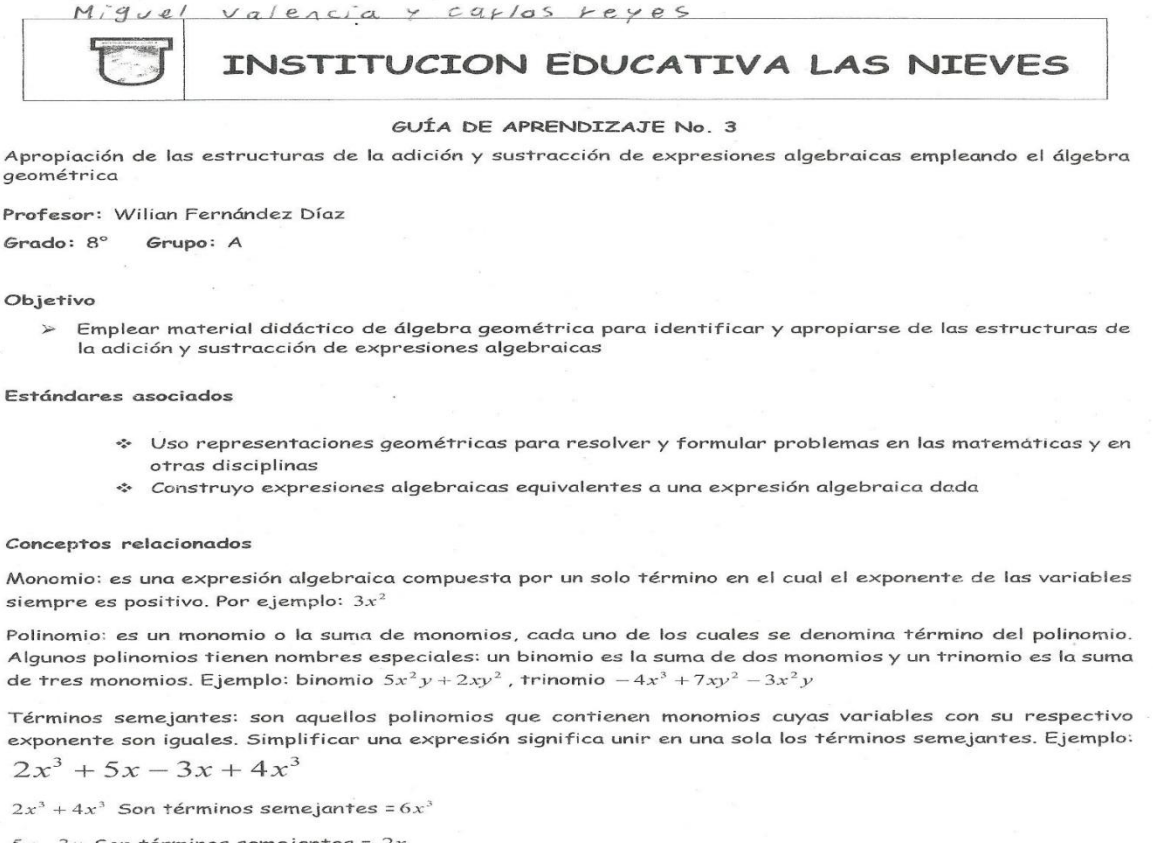


A pesar de que la estructuración de un lenguaje simbólico es algo complejo, con las situaciones expuestas en las tarjetas y con el ejercicio de pensar un número y escribir una ecuación para

representar la situación, se evidenció que a medida que los estudiantes ponían en práctica de manera repetida el ejercicio, lograban interiorizar el significado de la variable en la ecuación y dimensionar el sentido de la expresión algebraica en relación con la situación problema expuesta.

3.1.5. Guía de aprendizaje N° 3

En la guía número tres se enfatizó en la apropiación de la estructura de las operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas, el propósito era que los estudiantes se apropiaran del algoritmo para resolver dichas operaciones y aplicarlas en la resolución de situaciones problemas contextualizados.



Miguel Valencia y Carlos Reyes

INSTITUCION EDUCATIVA LAS NIEVES

GUÍA DE APRENDIZAJE No. 3

Apropiación de las estructuras de la adición y sustracción de expresiones algebraicas empleando el álgebra geométrica

Profesor: Wilian Fernández Díaz

Grado: 8° **Grupo:** A

Objetivo

- Emplear material didáctico de álgebra geométrica para identificar y apropiarse de las estructuras de la adición y sustracción de expresiones algebraicas

Estándares asociados

- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada

Conceptos relacionados

Monomio: es una expresión algebraica compuesta por un solo término en el cual el exponente de las variables siempre es positivo. Por ejemplo: $3x^2$

Polinomio: es un monomio o la suma de monomios, cada uno de los cuales se denomina término del polinomio. Algunos polinomios tienen nombres especiales: un binomio es la suma de dos monomios y un trinomio es la suma de tres monomios. Ejemplo: binomio $5x^2y + 2xy^2$, trinomio $-4x^3 + 7xy^2 - 3x^2y$

Términos semejantes: son aquellos polinomios que contienen monomios cuyas variables con su respectivo exponente son iguales. Simplificar una expresión significa unir en una sola los términos semejantes. Ejemplo:

$2x^3 + 5x - 3x + 4x^3$

$2x^3 + 4x^3$ Son términos semejantes $= 6x^3$

Como actividad, inicialmente se propuso la construcción en cartón paja del material de álgebra geométrica, con diferentes medidas para cada ficha, se construyeron las variables x, y, x^2, y^2, xy, x^2y, xy^2, x^3, y^3, x^4, 1. Se hizo una breve orientación de cómo sumar y restar utilizando las fichas de álgebra geométrica y usando los cuadrantes del plano cartesiano; teniendo en cuenta que el cuadrante número 1 es positivo porque lo forman el lado positivo del eje X y el lado positivo del eje Y, el cuadrante número 2 es negativo porque lo forman el lado negativo del eje X y el lado positivo del eje Y, el cuadrante número 3 es positivo porque lo forman el lado negativo del eje X y el lado negativo del eje Y, el cuadrante número 4 es negativo porque lo forman el lado positivo del eje X y el lado negativo del eje Y; para representar una expresión algebraica, se ubicaban las fichas en su respectivo cuadrante, dependiendo sí el término era positivo o negativo, y luego para reducir términos semejantes dos fichas iguales ubicadas en cuadrantes contrarios, se eliminaban y el resultado de la reducción del polinomio o de la suma o la resta de polinomios, era la expresión que se formaba con las fichas que quedaban en el plano cuando ya no era posible seguir eliminando fichas.

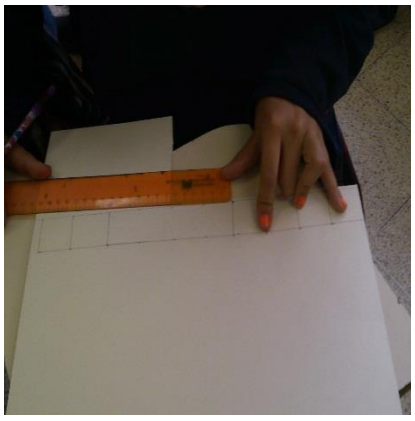


Foto 3.1.5.1. Construcción de álgebra geométrica

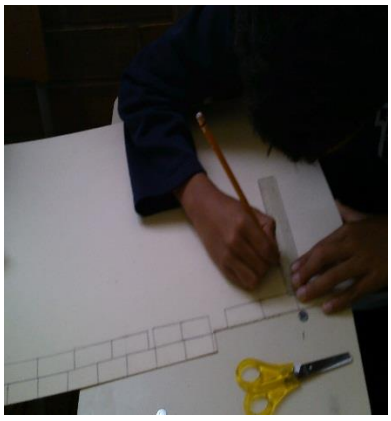


Foto 3.1.5.2. Construcción de álgebra geométrica

Foto 3.1.5.3. Utilización de álgebra geométrica

En éste ejercicio, los estudiantes se mostraron comprometidos con la construcción del material de álgebra geométrica.

Ya en la aplicación de los procedimientos en plano cartesiano para resolver operaciones de adición y sustracción de polinomios, es preciso anotar que en una primera actividad se les pidió que utilizaran el material para reducir términos semejantes en una expresión dada, en éste caso, no presentaron mayores dificultades, los estudiantes demostraron habilidad para hacerlo correctamente. Sin embargo, en los ejercicios de sumar o restar dos o más polinomios, sí era sumando, aunque requerían de orientaciones lo lograban e iban interiorizando los procedimientos, pero cundo se trataba de restar dos polinomios, se les dificultaba interpretar los procedimientos, aun cuando se les decía que el signo negativo detrás del paréntesis afectaba a todos los términos del polinomio que hay en el paréntesis y por tanto éstos cambiaban de signo y finalmente lo que había que hacer era reducir términos semejantes. No lograron realizar correctamente éste procedimiento, ni siquiera empleando el material de álgebra geométrica.

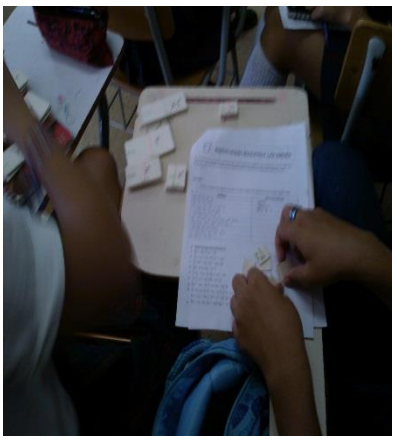


Foto 3.1.5.4. Sumando polinomios con álgebra geométrica

Foto 3.1.5.5. Solucionando polinomios con álgebra geométrica

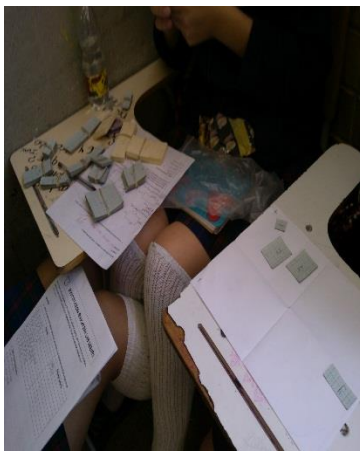


Foto 3.1.5.6. Solucionando polinomios con álgebra geométrica

Por lo tanto, solo nos quedan dos fichas de x en el cuadrante negativo, dos fichas de xy en el cuadrante positivo y una ficha de la unidad en el cuadrante positivo. Entonces la expresión resultante será:
$-2x+2xy+1$

Actividad

1. Utiliza el material de álgebra geométrica, para reducir las siguientes expresiones algebraicas

Polinomio	Polinomio reducido
$2x^2-3x+5-2x^2-3$	$-3x+2$
$3xy-4y+5y-xy+1$	$y+2xy+1$
$2x^4-x^3y+3y^2-2x^4-5+2y^2+4$	$5y^2-x^2y-1$
$-7+3xy^2+5y-3y+2-4xy^2$	$-5+2y-xy^2$
$-3x^3+4xy-6xy+5+2x^3-3$	$-x^3+2-2xy$
$2x^4-3x^3+2x^2+5x-1-2x^4+3x^3-2x^2-5x+3$	2
$3x^2y+5xy^2-2x^2y-3xy^2-5x+3+2x-3$	$-3x+2xy^2+x^2$
$-3x+5x-4x^2+6x^2-6+3$	$2x+2x^2-3$
$2x^4-3y^3+2x^2y-3x^4+4y^3-2x^2y$	y^3-x^4
$3y-5y^2+7-6y+5y^2-2$	$5-3y$

2. Suma los siguientes polinomios:

a. $(4x^3-4)+(-2x^3+5)=2x^3+4$

b. $(y^3-2y^2+5y+6)-(y^2+2y)=6+3y-3y^2+y^3$

c. $(4+2x^2-2x)-(3x^2-8x+6)=6x-2-x^5$

d. $(8y-4y^2)+(2y-5y^2)=10y-9y^2$

e. $(-4y^3-2y+5)-(4y^3+3y^2-5)=-8y^3+10-2y-3y^2$

f. $(x^2y-3x^2+y)+(3y-2x^2y)=-x^2x+3x^2+4y$

g. $(xy^2+2xy-4)+(-6+4xy-2xy^2)=-xy^2+6xy-10$

h. $(6-3y-3y^2)+(3-5y-2y^2)+(-5-y+y^2)=2y^2-9y+4$

i. $(3x^2+2x^2-5)+(-2x^4-y^3+3)-(x^5+3x^3-2)=-2y^3$

j. $(3y^3+3y-5)-(4y^2-5y)+(2y^3-3y^2-4y+4)=$

La última parte de la guía consistía en resolver situaciones que requerían sumar o restar expresiones algebraicas para darle solución. En éste caso, a los estudiantes se les dificultó

comprender los enunciados de las situaciones problemas planteados, lo cual no les permitía plantear una expresión algebraica para expresar la situación de manera simbólica. Era necesario orientar de manera individual el trabajo y así iban comprendiendo los enunciados y a partir de ejemplos que se les proponían lograban escribir las expresiones y deducir la operación ya fuera una suma o una resta que debían realizar para solucionar el problema. Cabe anotar que estas situaciones también tenían implícitas operaciones de multiplicación, porque finalmente se pedía obtener un valor numérico de la expresión resultante.

Solución:

a) Sumar P + C

7m + 137 + 4m + 78

7m + 4m + 137 + 78

11m + 215

b) 11(10) + 215

110 + 215

325

- Solución del Taller:

3. 17: D = Perros C = gatos n = numeros de... desde 1...

D = 2n + 3 C = n + 4

a: T = de Perros y gatos adoptados

Sumar D + C

(2n + 3) + (n + 4)

2n + n + 3 + 4

3n + 7

b= 3.(14) + 7

=49

Se adoptaron 49 gatos y Perros

3.1.2 A=ancho representado por 5x + 2y

a L= Largo, representado por 6y - 2x

(5x + 2y) + (6y - 2x) + (5x + 2y) + (6y - 2x)

5x + 2x + 5x + 2x + 2y + 6y + 2y + 6y

10x - 4x + 4y + 12y

6x + 16y

3.1.3 $37.000, más $400 por Kilometro

a= $37.000 + $400 * N

b= 745 Kilometros

745.(37.000)

5'365.000 Costaría la renta

105 Kilometros Cada Dia x4 = 420

420.(37.000) =

15'540.000 Costaría la renta del Carro Por 4 Dias

3.1.6. Guía de aprendizaje N° 4

La guía número cuatro tenía el propósito de fortalecer en los estudiantes la capacidad para identificar términos semejantes, como uno de los fundamentos en la resolución de operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

En ese sentido se diseñó un programa en la hoja de cálculo de Excel, utilizando funciones básicas como son sumar o restar contenidos numéricos de varias celdas y emplear funciones lógicas que permitieran establecer sí los procedimientos realizados por los estudiantes eran o no correctos.

Se escribía un polinomio, o una suma o resta de varios polinomios y se proponía un campo donde se le escribía la parte literal del término resultante al hacer la reducción de términos semejantes, y se dejaba en blanco el espacio en el cual el estudiante debía escribir el coeficiente respectivo. Al frente de cada respuesta el sistema le decía sí su respuesta era o no correcta.

El trabajo se realizó en la sala de informática, en términos generales, los estudiantes demostraron capacidad para responder correctamente, el hecho de que el sistema les mostrara sí la respuesta era correcta, les permitía seguir intentando hasta que lograban obtener un buen resultado. La mayoría de los estudiantes realizó el trabajo correctamente, las respuestas obtenidas eran correctas, aunque en varios casos fue necesario pedirles que siguieran intentando porque no lograban que el sistema les mostrara que habían realizado bien el trabajo y eso indicaba que aún no hacían correctamente la reducción de términos semejantes.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS NIEVES

GRADO: 8°A

ESTUDIANTES:DANIEL AGUDELO MONTOYA. JOSE ALEJANDRO MUNERA VANEGAS.

A continuación se presentan una serie de ejercicios de reducción de términos semejantes, identifica los términos semejantes ubicando detrás de cada variable en las celdas coloreadas de amarillo el coeficiente correspondiente obtenido al hacer la reducción de dichos términos. Sí los coeficientes que colocas son correctos, entonces en la celda que hay al frente coloreada de verde aparecerá "VERDADERO", de lo contrario, aparecerá "FALSO"

Reduce los siguientes términos semejantes:

a. $2x^2-5x+7-6x^2+x-5$

Resultado: -4 x^2 -4 x 2 VERDADERO

b. $-5xy^2+3x^2y-2x+7-4x^2y+6xy^2-3$

Resultado: 1 xy^2 -1 x^2y -2 x 4 VERDADERO

c. $10y^2-5y+12-8y-5y^2+8$

Resultado: 5 y^2 ## y 20 VERDADERO

d. $-3x^3y^2+5x^2y+2x^3y^2+5xy^2-x^2y-3xy^2$

Resultado: $-1\ x^3y^2$ $4\ x^2y$ $2\ xy^2$ VERDADERO

e. $x^4-3x^3+9x^2-7x-10+6x^4+8x^3-7x^2+5x+8$

Resultado: $7\ x^4$ $5\ x^3$ $2\ x^2$ $-2\ x$ -2 VERDADERO

f. $x^3y^2+5x^2y-3y^2x+7x^3y^2-6y^2x-9x^2y+7-15$

Resultado: $8\ x^3y^2$ $-4\ x^2y$ $-9\ y^2x$ -8 VERDADERO

g. $-7a^2b^2+5a^2b-9ab^2-8+5a^2b^2-6a^2b-2ab^2+12$

Resultado: $-2\ a^2b^2$ $-1\ a^2b$ $-11\ ab^2$ 4 VERDADERO

h. $10a^4-7b^3+7b^2-5a^3-7a^4-11+9a^3-9b^2+15$

Resultado: $3\ a^4$ $-7\ b^3$ $4\ a^3$ $-2\ b^2$ 4 VERDADERO

i. $-9a^3b^3+7a^2b^2+5ab-15-7ab-10a^2b^2+4a^3b^3+22$

Resultado: $-5\ a^3b^3$ $-3\ a^2b^2$ $-2\ ab$ 7 VERDADERO

j. $-7a^3b+9ab^3-5a^2b^2+8ab^2-10+5a^3b-4ab^3-12+10ab^2$

Resultado:	-2	a^3b	5	ab^3	-5	a^2b^2	18	ab^2	-22		VERDADERO	

Continúa en la Hoja2

Resuelve las operaciones de adición y sustracción correspondientes, ubicando el coeficiente resultante de hacer la reducción de términos semejantes, en la celda de color amarillo. Sí el resultado es correcto, en el recuadro verde de en frente, aparecerá "VERDADERO", de lo contrario, aparecerá "FALSO" :

a. $(3x^2-5xy+9y^2-5)+(2y^2-4x^2+7xy+1)$

Resultado:	-1	x^2	2	xy	11	y^2	-4			VERDADERO

b. $(4+2a^2-2a)-(3a^2-8a+7)$

Resultado:	-1	a^2	6	a	-3					VERDADERO

c. $(-4z^3-2z+8)-(4z^3+3z^2-5)$

Resultado:	-8	z^3	-3	z^2	-2	z	13			VERDADERO

d. $(3n^3-5n+n^2)-(-8n^2+3n^3)$

Resultado:	0	n^3	9	n^2	-5	n				VERDADERO

e. $(x^2y-3x^2+y)+(3y-2x^2y)$

Resultado: -3 x^2 -1 x^2y 4 y VERDADERO

f. $(-8xy+3x^2-5y)+(4x^2-2y+6xy)$

Resultado: 7 x^2 -2 xy -7 y VERDADERO

g. $(-7t^2+4ts-6s^2)+(-5t^2-12ts+3s^2)$

Resultado: ## t^2 -8 ts -3 s^2 VERDADERO

h. $(6-7y+3y^2)+(3-5y-2y^2)+(-12-8y+y^2)$

Resultado: 2 y^2 ## y -3 VERDADERO

i. $(5a^2-4)+(a^2-2a+12)+(4a^2-6a+8)$

Resultado: 10 a^2 -8 a 16 VERDADERO

j. $(3n^3+3n-10)-(4n^2-5n)+(4n^3-3n^2-9n+4)$

Resultado: 7 n^3 -7 n^2 -1 n -6 VERDADERO

Regresar a la hoja1

Todos los estudiantes que realizaron el trabajo en la hoja de cálculo de Excel demostraron que habían logrado comprender el significado de términos semejantes, identificaron correctamente esos términos semejantes y hacían la reducción de manera correcta. Aunque en varias ocasiones manifestaban que no les daba el resultado correcto, lo cual ponía en evidencia la dificultad para emplear correctamente el algoritmo de sumar números enteros, finalmente lograban el objetivo. Esta ventaja la tenían gracias al diseño del programa en la hoja de cálculo que los invitaba a corregir los razonamientos empleados, esto de alguna manera los llevaba a reflexionar sobre la correcta aplicación del algoritmo.

Como se enunciaba en la parte inicial, a la actividad diagnóstica no se le asignó calificación, mientras que a las guías si; los estudiantes en esa actividad diagnóstica no se preocuparon o esforzaron por realizar correctamente los ejercicios propuestos o por responder a las preguntas que se les hicieron, se evidenció que en algunos casos entregaron el trabajo luego de unos pocos minutos de haberlo ojeado, otros omitieron algunos puntos de la actividad manifestando que no sabían de lo que se les estaba preguntando, se mostraban tranquilos si sabían o no de lo que se estaba preguntando. Unos pocos estudiantes que siempre se han caracterizado por esforzarse y dar un poco más en cada una de las actividades, demostraron compromiso e interés en el ejercicio, aunque en algunas preguntas no sabían qué responder, se preocupaban por dar una respuesta.

En el caso de las guías que si se les asignó una nota, los estudiantes se mostraban más interesados en la realización de los ejercicios y por dar respuesta a las preguntas que se planteaban, cuando no entendían o desconocían procedimientos a aplicar, se esforzaban y se apoyaban en los compañeros o pedían explicación. Esto nos dice que los estudiantes son movidos por las notas,

que cuando no se motiva con una calificación, entonces no le prestan interés a las actividades y que se requiere valorar cada una de las actividades que se realizan para tener motivados a los estudiantes y que se interesen por el trabajo que se propone.

3.2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS RESULTADOS

3.2.1. Guía de aprendizaje N° 1

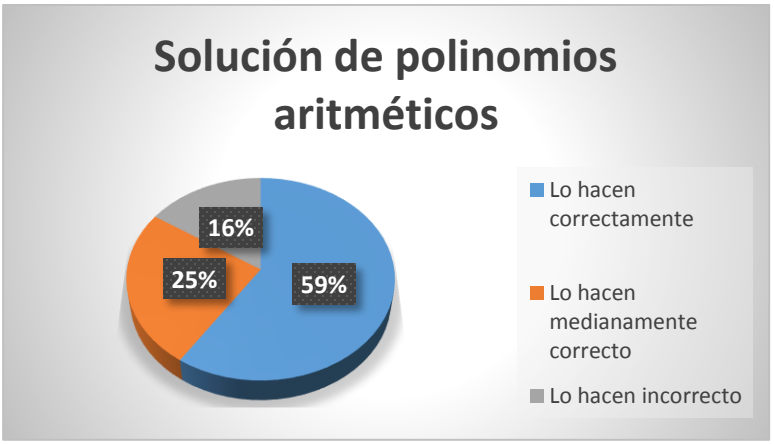


Gráfico 3.2.1.1. Solución de polinomios aritméticos

El primer componente de la guía número uno correspondiente a la solución de polinomios aritméticos, muestra que de los 30 estudiantes a los que se le aplicó el 59% de ellos realiza correctamente el ejercicio, esto es que demuestran habilidad para aplicar los procedimientos correctos y no presentan dificultad alguna al enfrentar éste tipo de situaciones; el 25 lo hacen medianamente correcto, lo que indica que en la solución de éste tipo de ejercicios en algunos

casos aplican los procedimientos, sin embargo presentan dificultades para comprender de manera general el algoritmo, porque se confunden con el manejo de los signos de cada término; el 16 % lo hace incorrectamente, esto indica que desconocen los procedimientos y el algoritmo para resolver éste tipo de ejercicios, al hacer la revisión se encuentra que no alcanzan un mínimo de apropiación de los conceptos y procedimientos necesarios para simplificar polinomios aritméticos.

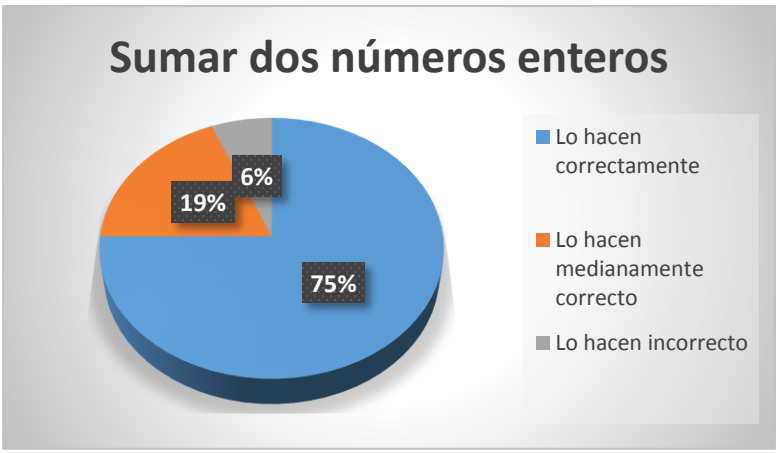


Gráfico 3.2.1.2. Suma de dos números enteros

El segundo componente de la guía que consistía en sumar dos números enteros, de os 30 estudiantes a los que se les aplicó, el 75% demostró habilidad para aplicar correctamente los procedimientos y tenían claro el algoritmo para realizar dicha operación, el 19% lo hizo medianamente correcto, esto es que en algunos casos aplicaban correctamente el algoritmo, mientras que en otras ocasiones presentaban dificultades para determinar la operación que debían hacer cuando los dos número que se sumaban eran de signos contrarios y en unos casos no sabían determinar el signo del resultado. El 6% lo hizo de manera incorrecta, es decir, que no aplicaban

correctamente el algoritmo para sumar dos números enteros, en ninguno de los casos lograron resolver correctamente los ejercicios.

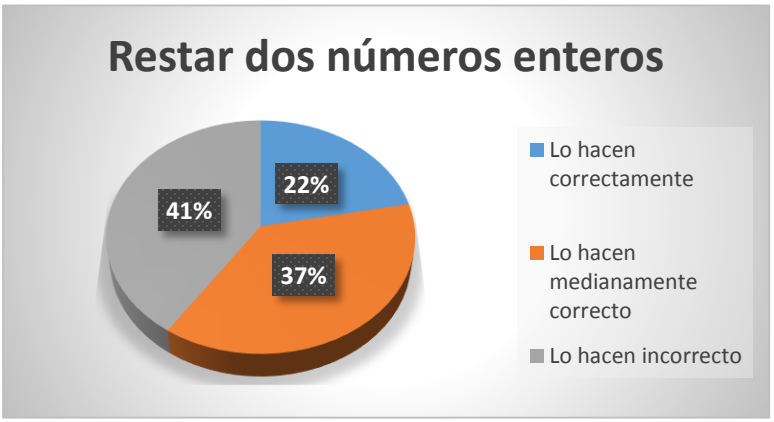


Gráfico 3.2.1.3. Resta de dos números enteros

En la tercera parte de la guía, el componente relacionado con restar dos números enteros, el 22% de los estudiantes a los que se les aplicó, demuestra habilidad para resolver correctamente la resta de dos números enteros, aplican correctamente el algoritmo; mientras que el 37% aplican medianamente correcto el algoritmo, esto significa que en ocasiones hacen buen uso del algoritmo empleando procedimientos correctos y demostrando comprensión, pero que en otros casos se les dificulta saber la operación que deben realizar sobre todo cuando los dos números son de signos contrarios; se evidencia que un porcentaje mayor, el 41% presenta dificultades en la comprensión del algoritmos aplicando procedimientos incorrectos para la solución de los ejercicios propuestos y en ocasiones omitiendo la realización de los mismos.

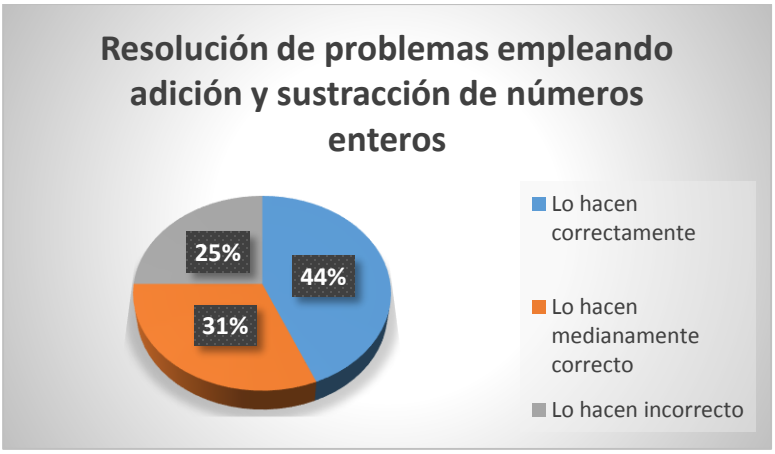


Gráfico 3.2.1.4. Resolución de problemas de adición y sustracción de números enteros

El último componente de la guía correspondiente a la resolución de problemas empleando adición y sustracción de números enteros, el 44% de los estudiantes a los que se les aplicó demostró habilidad para comprender los enunciados de las situaciones propuestas, pero que además identifican las operaciones que deben realizar y las resuelven aplicando correctamente el algoritmo; el 31% demuestran que lo hacen medianamente correcto, lo que indica que en ocasiones se les dificulta comprender los enunciados e interpretar las situaciones, además se les dificulta determinar qué operación es conveniente utilizar en la solución y presentan también errores en la solución de dicha operación, aunque también hay casos en los que aplican correctamente el algoritmo en la solución de las operaciones luego de haber comprendido el enunciado del problema e identificado la correspondiente operación a realizar; el 25% demuestra dificultad para comprender, interpretar y deducir las operaciones que se deben aplicar para dar solución a las situaciones que se presentan, al igual que aplicar correctamente el algoritmo de la suma o la resta de números enteros cuando se realiza la operación.

3.2.2. Guía de aprendizaje N° 2

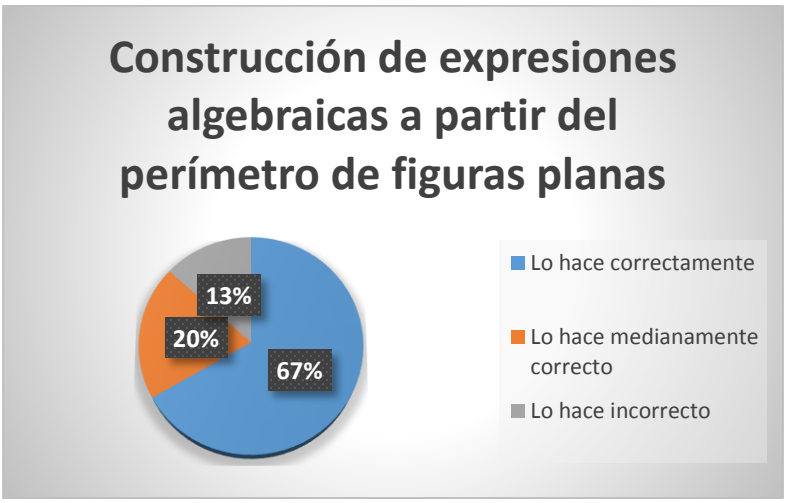


Gráfico 3.2.2.1. Expresiones algebraicas a partir del perímetro de figuras

El primer componente objeto de análisis de la guía número dos es la construcción de expresiones algebraicas haciendo uso del concepto de perímetro de figuras planas; se observa que el 67% de los estudiantes de los 30 que realizaron la actividad, aplican correctamente el concepto de perímetro sumando los lados de una figura, lo hacen sí las medidas de dichos lados están dadas en números enteros, o sí están dadas en expresiones que incluyen una o más variables, al escribir una expresión que represente el perímetro están construyendo una expresión algebraica.

Un 20% de los estudiantes que realizaron la actividad aunque presenta algunas dificultades sobre todo cuando se trata de hallar el perímetro de una figura cuyas medidas de los lados están dadas en términos algebraicos, sí se les presentan medidas numéricas no tienen dificultad para expresar el perímetro, lo que indica que no están familiarizados con el tratamiento de expresiones

algebraicas y aunque en ocasiones escriben correctamente la suma de los lados, tienden a simplificar la expresión aunque no sean términos semejantes.

Un 13% de los estudiantes que realizaron la actividad demuestra que tiene dificultades para comprender el concepto de perímetro, pero además se le dificulta escribir correctamente la suma de los lados de la figura sí estos están dados en términos de una o más variables. No logran una mínima comprensión del concepto de expresión algebraica.

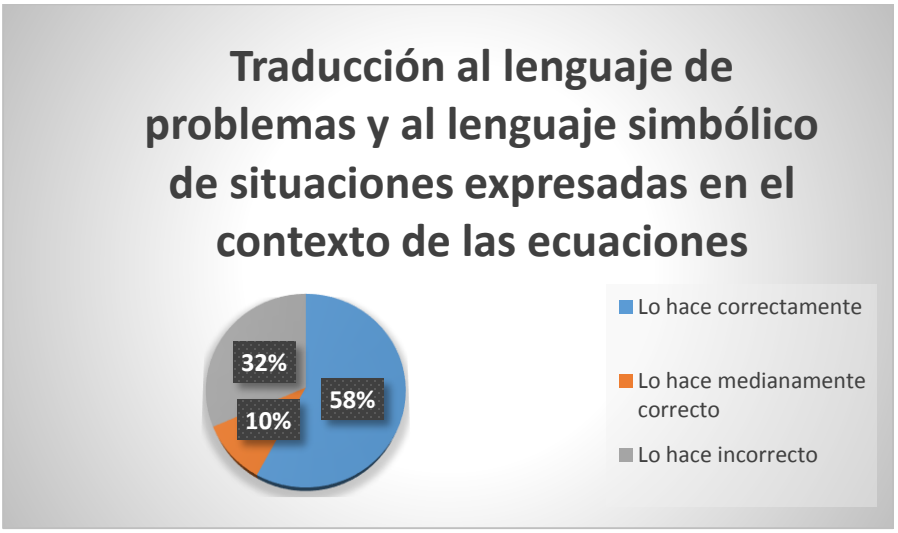


Gráfico 3.2.2.2. Lenguaje de problemas al lenguaje simbólico

El segundo componente de la guía referente a la interacción entre el lenguaje común, el lenguaje de problemas y el lenguaje simbólico, de los 30 estudiantes que realizaron la actividad, el 58% demostró habilidad para comprender situaciones expresadas en un dibujo, llevarlas al lenguaje de una situación problema y escribir una ecuación con su respectiva solución, aunque inicialmente presentaban dificultad, luego de algunas orientaciones comprendían el sentido de la balanza y el

uso de la propiedad uniforme y en consecuencia aplicaban la transposición de términos en la resolución de las ecuaciones.

El 10% de los estudiantes que realizaron la actividad presentan algunas dificultades sobre todo en la interpretación de situaciones a partir de un dibujo y escribir correctamente una ecuación para representar dicha situación y darle solución. A pesar de solucionar situaciones de nivel aditivo, es decir, donde solo es necesario sumar o restar un mismo número a ambos lados de la igualdad, cuando se presentan situaciones de nivel multiplicativo, es decir, se debe multiplicar o dividir a ambos lados de la igualdad, presentan dificultad para proponer la ecuación y aplicar las propiedades.

Un 32% demuestra que no es capaz de comprender la situación expuesta en el dibujo, escribirle una situación problema y mucho menos representarla simbólicamente mediante una ecuación. En algunos casos en los que plantearon la situación problema, se notaba la falta de creatividad en la misma y los procedimientos para resolverla eran erróneos.

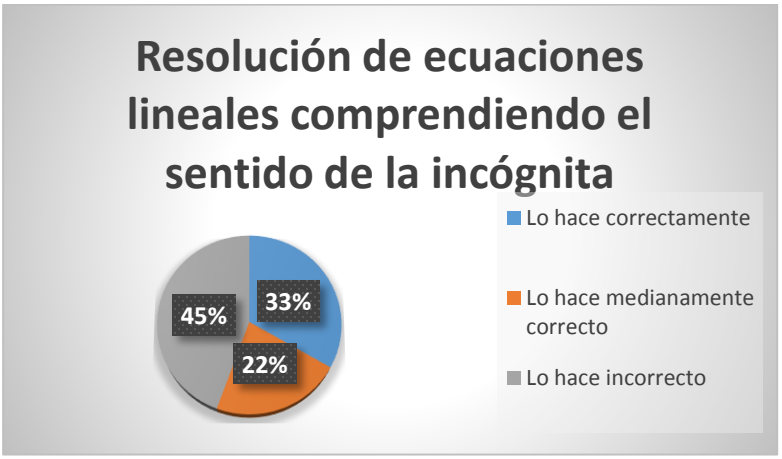


Gráfico 3.2.2.3. Comprensión del sentido de la incógnita

Un tercer componente de la guía era comprender el sentido de la incógnita en las ecuaciones, aplicar correctamente la propiedad uniforme y la transposición de términos; un 33% de los 30 estudiantes que realizaron la actividad, lo hicieron correctamente, es decir, al comprender la propiedad uniforme sabían que acciones realizar en los dos lados de la igualdad con el fin de despejar la incógnita, comprendiendo el sentido de la misma.

Un 22% de los estudiantes requería constantemente de orientaciones para saber qué acción debía realizar en los lados de la igualdad, se les dificultaba comprender el sentido de despejar la incógnita y aunque en ocasiones lo hacían correctamente, cuando la ecuación tenía un nivel más complejo, cometían equivocaciones en el proceso de resolución.

El 45% de los estudiantes demostró que no logró comprender el sentido de la incógnita en las ecuaciones, no aplicaban correctamente la propiedad uniforme, con frecuencia se confundían en los procedimientos y no lograban obtener una respuesta coherente con el enunciado o la ecuación planteada.

3.2.3. Guía de aprendizaje N° 3

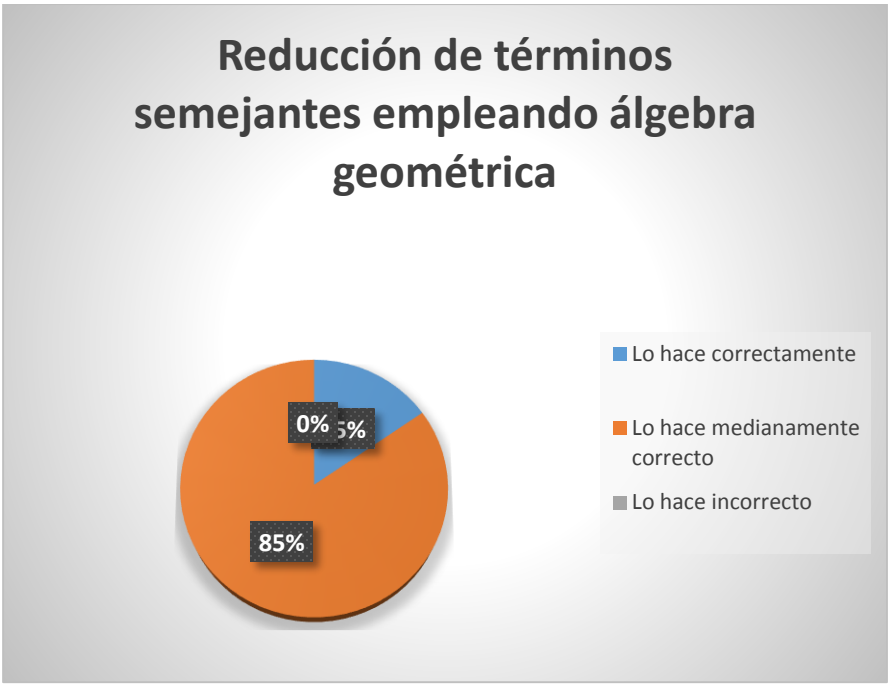


Gráfico 3.2.3.1. Términos semejantes con álgebra geométrica

El primer componente para analizar de la guía número 3, es la reducción de términos semejantes empleando el álgebra geométrica. Se empleó el material de algebra geométrica que se construyó para reducir términos en una expresión algebraica dada, los estudiantes ubicaban la expresión en los cuadrantes del plano cartesiano, eliminaban fichas iguales ubicadas en cuadrantes contrarios y luego escribían el resultado obtenido. El 15% lo hizo de manera correcta, es decir que no presentaban ninguna dificultad, luego de las orientaciones eran capaces de poner en práctica os procedimientos obteniendo buenos resultados en todos los ejercicios que se propusieron.

El 85% presentó algunas dificultades, sobre todo cuando se trataba de eliminar fichas, en ocasiones lo hacían aunque estas estuvieran en cuadrantes del mismo signo; sin embargo, lograban superar las dificultades y aunque era necesario orientar la actividad, lo lograban.

Todos los estudiantes, unos en mayor medida que otros, lograron realizar el ejercicio y comprender el sentido de las fichas geométricas que expresaban variables y la ubicación en el plano cartesiano cómo el signo de los términos de la expresión.

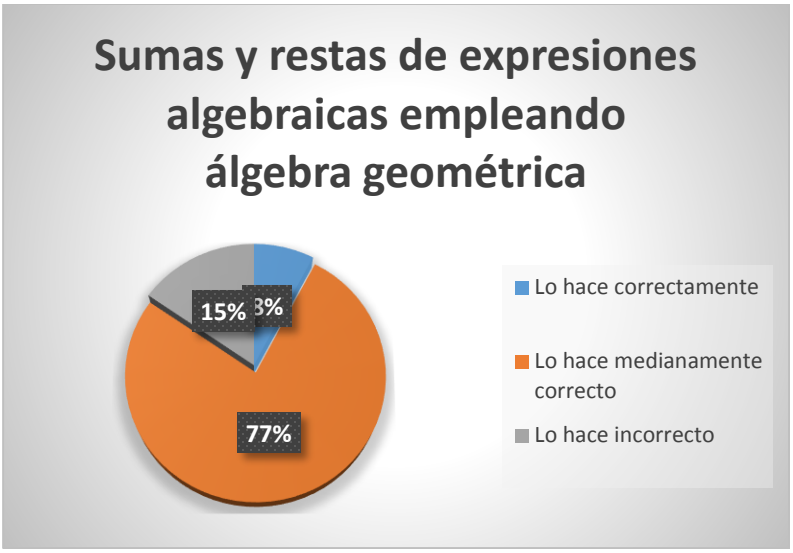


Gráfico 3.2.3.2. Sumas y retas de polinomios con álgebra geométrica

El segundo componente de la guía era resolver operaciones de adición y sustracción haciendo uso del material de álgebra geométrica; en éste caso se les colocaban dos o más expresiones algebraicas que debían sumar o restar y finalmente reducir los términos semejantes. El 8% de los 30 estudiantes que realizaron la actividad, lo hicieron correctamente, comprendieron que se trataba de adicionar las fichas de las otras expresiones a las que inicialmente se colocaban en el plano, comprendieron que lo importante era ubicarlas en los cuadrantes correspondientes y finalmente reducir términos semejantes eliminando fichas iguales ubicadas en cuadrantes contrarios. Aunque en la resta manifestaron algunas dificultades, con las orientaciones lograron comprender el algoritmo y aplicaron correctamente los procedimientos para darle solución.

El 77% de los estudiantes aunque demostró algunas dificultades en la comprensión del algoritmo e la resta, en gran parte aplicaron correctamente los procedimientos, finalmente se observaba que cuando era una resta presentaban alguna incorrección.

Un 15% de los estudiantes no logró comprender en ninguno de los casos, ni en la suma ni en la resta el algoritmo para realizar correctamente las operaciones, con frecuencia se confundían y obtenían resultados que no correspondían a las operaciones que se planteaban.

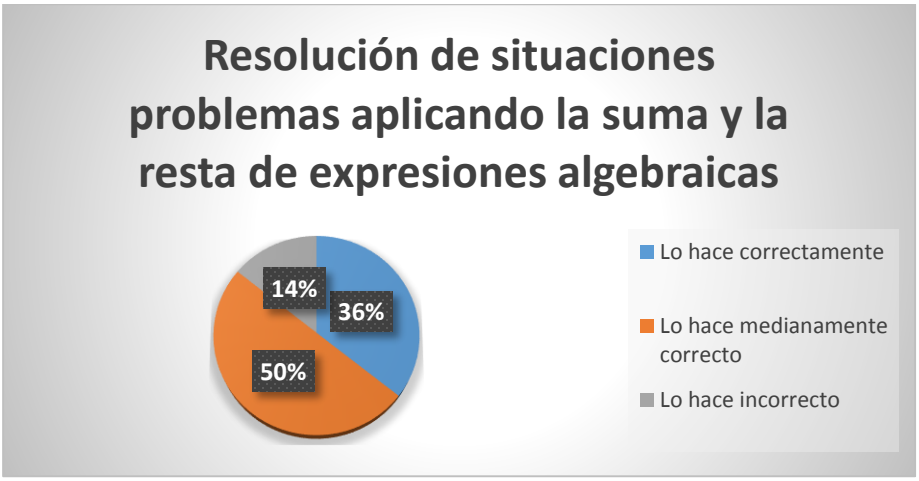


Gráfico 3.2.3.3. Situaciones problemas empleando suma y resta de polinomios

El tercer componente de la guía trataba de resolver situaciones problemas haciendo uso de la suma y la resta de expresiones algebraicas. Se propusieron situaciones en las que era necesario en primer lugar proponer una expresión para una situación determinada, luego proponer una operación para representar otra situación implícita en el problema y finalmente resolver las operaciones propuestas.

El 36% demostró habilidad para proponer expresiones, operaciones y dar solución a las mismas, sin ninguna dificultad, luego de las orientaciones interiorizaban los procedimientos y aplicaban

correctamente los algoritmos. Aunque vale la pena aclarar que las expresiones que se proponían eran de 2 o máximo 3 términos, y que las operaciones no eran de un nivel complejo.

El 50% aunque presentaba dificultades, sobre todo a la hora de proponer las expresiones, luego de las orientaciones lograban realizar las operaciones y dar una solución efectiva, pero era recurrente la necesidad de orientarles sobre cómo escribir las expresiones y qué operaciones debían realizar.

El 14% a pesar de las orientaciones y que constantemente se les indicaba cómo debían asumir las situaciones que se planteaban para comprenderlas mejor y proponer una solución efectiva, no lograban escribir polinomios que representaran las situaciones, ni tampoco plantear operaciones para dar solución a las mismas. En algunos casos en los que escribían las expresiones y las operaciones con su correspondiente solución, cometían errores en la aplicación del algoritmo y los procedimientos eran incorrectos.

3.2.4. Guía de aprendizaje N° 4

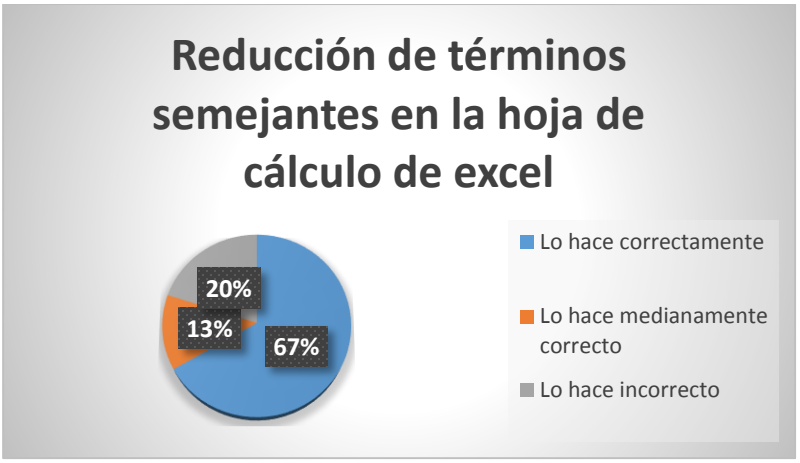


Gráfico 3.2.4.1. Términos semejantes en la hoja de cálculo de Excel

La guía de aprendizaje número 4 tenía dos componentes, el primero era la reducción de términos semejantes en una expresión algebraica, haciendo uso de un programa sencillo en la hoja de cálculo de Excel, se daba la expresión algebraica y se colocaban unas casillas vacías que el estudiante debía llenar con el número entero correspondiente luego de haber hecho la reducción de términos semejantes. En ésta actividad, no todos los estudiantes realizaron la actividad, ya que esta se complementó desde la casa debido a que se debía trabajar en el computador y algunos omitieron la responsabilidad. De los 30 estudiantes, el 67% logró hacer la actividad de manera correcta, esto es, que hicieron correctamente la reducción de términos semejantes empleando correctamente el algoritmo para sumar y restar números enteros; aunque el programa les permitía corregir las veces que fuera necesario sí se equivocaban en los cálculos, lo que no permite afirmar con certeza sí efectivamente tenían claro cómo reducir términos semejantes, o sí utilizaban el método de ensayo-error.

Solo un 13% de los estudiantes que realizaron la actividad presentaron algunas dificultades, en casos en los que no lograron hacer correctamente la reducción de términos semejantes, esto ocurría solo en casos en los que se debían restar números enteros de signos contrarios.

El 20% de los estudiantes, no cumplió con la responsabilidad de presentar la actividad.

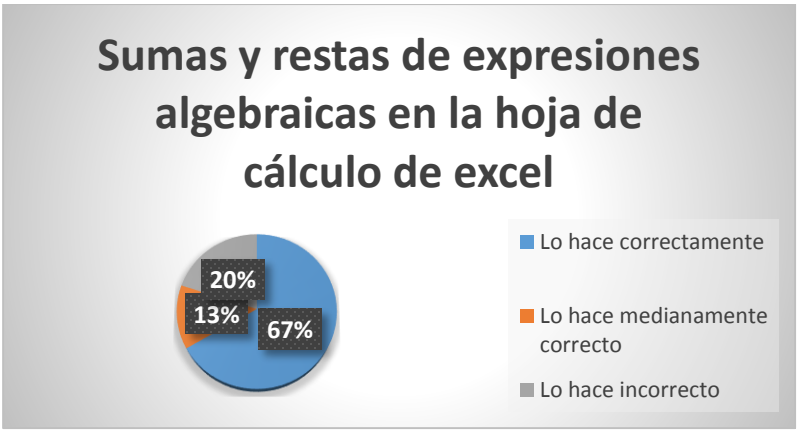


Gráfico 3.2.4.2. Sumas y restas de polinomios en la hoja de cálculo de Excel

El complemento de ésta guía era resolver operaciones de adición y sustracción utilizando el mismo programa en la hoja de cálculo de Excel, en éste caso so daban dos o más expresiones que se debían sumar o restar y finalmente hacer la reducción de términos semejantes y completar en los espacios vacíos.

De la misma manera, no todos los estudiantes presentaron la actividad, De los 30 estudiantes, el 67% lo hizo de manera correcta, aplicaban el algoritmo para sumar o restar expresiones algebraicas y hacían correctamente la reducción de términos semejantes; también hay que decir que como el programan permitía hacer correcciones, no se tiene la certeza de sí los estudiantes tenían claro el algoritmo y los procedimientos para realizar dichas operaciones, o sí solo aplicaban el método de ensayo-error.

El 13% de los estudiantes demostró algunas dificultades, en donde no lograron colocare correctamente el número entero equivalente luego de la reducción de términos semejantes, esto ocurría sobre todo cuando se trataba de restar dos o más expresiones algebraicas.

El 20% no cumplió con la responsabilidad de presentar la actividad.

CAPÍTULO 5

5.1. CONCLUSIONES

Los procesos de aprendizaje adquieren relevancia cuando se pone en el centro del proceso al estudiante, las metodologías que privilegian la construcción de aprendizajes contextualizados deben ser consideradas en la labor del docente para que las interacciones en el aula generen espacios en los que los estudiantes potencien sus habilidades.

Con el desarrollo de la propuesta de articulación de las estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción con números enteros, la apropiación del lenguaje algebraico y las estructuras algorítmicas de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, surgen algunas consideraciones:

- La metodología de aula taller en donde la construcción del conocimiento se desarrolla a través de guías de aprendizaje, propicia la interacción entre los estudiantes y entre estudiantes y docente, y se generan espacios de diálogo, análisis y discusión.

- La construcción y utilización de material didáctico manipulable, les permite a los estudiantes interactuar con los conceptos, las propiedades de las operaciones con números enteros y las estructuras algorítmicas de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, resultan complejas para el entendimiento del estudiante, y es de las grandes

dificultades en el proceso de aprendizaje de la adición y sustracción de números enteros y del álgebra en general, interpretar el sentido estructural de las operaciones; con el uso de fichas numéricas y el material de álgebra geométrica, los estudiantes tienen la posibilidad de comprender propiedades, cómo es el caso de cancelar un número entero con su opuesto, la transposición de términos en las ecuaciones, o la reducción de términos semejantes.

- Emplear guías de trabajo en la que se hace necesario la construcción de material didáctico, hace más lento el proceso, sin embargo, a la hora de mirar los resultados se observa que aunque los estudiantes se tardan más por la construcción y manipulación del material, realizan correctamente los procedimientos en el desarrollo de los ejercicios que se proponen.

- Complementar el estudio de los conceptos teóricos de las operaciones básicas con números enteros y la adición y sustracción de expresiones algebraicas, desarrollados a través de ejercicios clásicos, con el planteamiento y resolución de situaciones problemas, le permite al estudiante ampliar su capacidad de análisis, el conocimiento se vuelve aplicable, tiene sentido la operatividad y produce una cierta sensación de sorpresa en el estudiante de ver que situaciones que son inherentes a sus actividades cotidianas pueden ser modeladas a través de expresiones matemáticas.

- El uso de las herramientas tecnológicas como es el caso de la hoja de cálculo de Excel, le brinda dinamismo a la enseñanza de las operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas, aunque una de las dificultades en las instituciones educativas es la limitación de los computadores y de los espacios en la sala de informática; sin embargo, el ejercicio de utilizar programas en la hoja de cálculo de Excel para resolver ejercicios de adición y sustracción de expresiones algebraicas, fue positivo en la medida en que los estudiantes que realizaron la actividad demostraron un buen desempeño desarrollando correctamente los ejercicios propuestos.

- Es importante resaltar, que este trabajo brinda estrategias dinámicas en los procesos de aprendizaje del álgebra, por lo que se plantea la necesidad de darle continuidad a la propuesta. La enseñanza del álgebra requiere de tiempo y complejidad, lo que brinda la posibilidad de trascender las operaciones de adición y sustracción empleando ésta metodología de aula taller e implementando guías de trabajo; en consecuencia, en los procesos de multiplicación y división en el contexto del álgebra, resulta de gran utilidad el material didáctico de álgebra geométrica, acompañado de guías que fomenten el trabajo colaborativo en las clases, bajo la metodología de aula taller. De igual manera, dadas las necesidades que se evidencian en el trabajo realizado en el aula de clase, es posible replantear algunas actividades y complementar las guías de trabajo de tal manera que los estudiantes construyan mejores aprendizajes. Este es el inicio de un trabajo que como se ha demostrado dinamiza la actividad en el aula y constituye una idea innovadora en la construcción de conocimientos por parte de los estudiantes, por ello, se pretende continuar

con el mismo y se deja planteada la inquietud sobre la importancia de seguir estas metodologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

- Otro aspecto relevante evidenciado en la experiencia, es la capacidad que desarrolla el estudiante para expresar sus emociones; las clases tradicionales, especialmente en el área de matemáticas, limitan la interacción; a pesar de que los procesos algebraicos requieren de niveles complejos de abstracción, el hecho de que los estudiantes puedan manipular material, compartir ideas con sus compañeros, y descubrir procedimientos y regularidades que se cumplen en el proceso mismo de construcción de un concepto, les da la confianza para expresar sus ideas, no sienten temor de equivocarse porque se les brinda la oportunidad de manifestar inquietudes y apoyar sus argumentos con los del resto del grupo.

- En esa construcción que se va haciendo del conocimiento, es evidente la dificultad en los procesos complejos de abstracción, pero la metodología empleada hace que el estudiante se sienta motivado y con la confianza para exponer sus argumentos. Partiendo de lo anterior, en la medida en que el maestro articule las nuevas tecnologías y las herramientas didácticas al proceso de enseñanza, se podrá obtener una mayor apropiación de conceptos, una mejor relación entre estos y el contexto y un fortalecimiento en el trabajo colaborativo y la participación en el aula.

BIBLIOGRAFÍA

Gallego, C., Pons, M., Alemany, C., Barceló, M., Guerra, M., Orfila, M.,…Triay, N. (2005). *Repensar el aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona, España: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona, España: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Giménez, J., Santos, L. (2004). *La actividad matemática en el aula*. Barcelona, España: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J. M., Giménez, J., Torra, M. (1996). *Enseñar matemáticas*. Barcelona, España: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Pérez, M., Zuazo, R., Coloma, J., Morejón, G., Cosme, A., Leines, M. (2000). *Construcción de aprendizajes*. (Editora Guadalupe Ltda.). *Encuentro Internacional de Materiales Educativos y Práctica Pedagógica* (pp. 93 – 139). Bogotá, D.C.: Editora Guadalupe Ltda.

Willers, M. (2012). *Historia y aplicaciones del álgebra*. Barcelona: Art Blume, S.L.

Díaz Barriga, F., Hernández, G. (2001). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo*. Bogotá, D.C., Colombia: McGRAW-HILL INTERAMERICANA EDITORES, S.A. de C.V.

González, F.M. (2008). *El Mapa Conceptual y el Diagrama UVE*. Madrid, España: NARCEA, S.A. DE EDICIONES.

Giménez, J., Díez-Palomar, J., Civil, M. y otros. (2007). *Educación matemática y exclusión*. Barcelona, España: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Corbalán, F. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona, España: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Ortega, T. (2005). *Conexiones matemáticas – Motivación del alumnado y competencia matemática*. Barcelona, España: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Segarra, L. (2001). *Problemates – Colección de problemas matemáticos para todas las edades*. Barcelona, España: Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.

Filloy, E. (2003). *Mtemática educativa – Aspectos de la investigación actual*. México, D.F: FONDO DE CULTURA ECONÓMICA, CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL IPN.

NEWMAN, J. R. (1994). *SIGMA. EL MUNDO DE LAS MATEMÁTICAS*. Barcelona, España: Ediciones Grijalbo, S.A.

Rooney, A. (2009). Historia de las matemáticas. Barcelona. España: Ediciones Oniro, S.A.

Pérez, J. H. (2007). *Una fundamentación de la historia de las matemáticas*. Bogotá, Colombia: Arfo Editores.

CIBERGRAFÍA

http://www.-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/

http://www.mat.usach.cl/histmat/htm/indice.html

http://www.useekufind.com/learningquest/

http://www.pntic.mec.es

http://www-math.fcu.um.es/mat/algdb/algdb

CAPÍTULO 6

6.1. ANEXOS

6.1.1 Actividad diagnóstica

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS NIEVES

GRADO: 8°A ÁREA: MATEMÁTICAS

DOCENTE: WILIAN FERNÁNDEZ DÍAZ

ESTUDIANTE:_____

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

1. Encierra en el siguiente conjunto de números aquellos que sean enteros:

-1 1,2222… -3/4 10 $\sqrt{2}$ -100 0,25 1/4 -10 8/4 0

2. Escribe el signo < ó > para comparar cada par de números:

-7 -10 5 -5 10/5 -5 -15 -20

3. El valor absoluto de un número entero puede entenderse como la distancia que hay entre ese número y el cero. Se representa de la siguiente manera: $|a|$. Por ejemplo, el valor absoluto de -3, que se representa |-3| es 3, porque hay 3 unidades de distancia de ese número al cero. Consecuencia, el valor absoluto de un número siempre es positivo.

Halla el valor absoluto de cada número:

$|-5| =$ $|7-10| =$ $|-2-5| =$ $|-12+25| =$

4. En cierta ciudad la temperatura a las 6 de la mañana era de 12°C, dos horas después la temperatura aumentó 3°C, a las 12 del día la temperatura había aumentado 10°C con respecto a la temperatura inicial y a las 4 de la tarde la temperatura disminuyó 7°C con respecto a la temperatura de las 12 del día.

¿Qué temperatura hacía en la ciudad ese día a las 4 de la tarde?

5. Resuelve:

a. $-7-12+9-10=$

b. $18+25-32+7=$

c. $(-3+1)+(5-7+2)=$

d. $[-17+(5-10+12-6)-13]=$

6.1.2. Guía de aprendizaje número 1

GUÍA DE APRENDIZAJE No. 1

Propiedades y estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción con números enteros.

Profesor: Wilian Fernández Díaz

Grado: 8° **Grupo:** A

Objetivo

- Identificar las estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción con números enteros y su aplicación en la resolución de problemas

Estándares asociados

- Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos
- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos

ALGUNAS GENERALIDADES SOBRE EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

El conjunto de los números enteros se representa con el símbolo Z.

$$Z = \{...,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,..\}$$

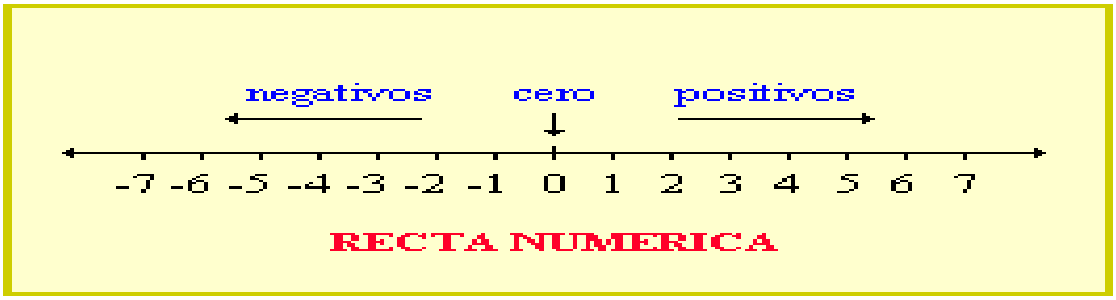
Enteros negativos: $Z^- = \{...,-5,-4-3,-2,-1\}$ Enteros positivos: $Z^+ = \{1,2,3,4,5,...\}$

ALGUNAS PROPIEDADES

a) No tiene primero, ni último elemento; es decir, es indefinido
b) Es un conjunto discreto, entre dos números consecutivos, no existe otro
c) Todo número a la derecha de cero, es mayor que él
d) Todo número a la izquierda de cero, es menor
e) Todo número positivo, es mayor que todo número negativo

f) El valor absoluto de un número entero es la distancia que hay entre un número entero y el cero. Sí *a* es un número entero, el valor absoluto de *a* se representa mediante el símbolo |*a*|

LOS NÚMEROS ENTEROS EN LA RECTA NUMÉRICA



ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Sí a y b son números enteros, entonces a + b, también es un número entero. Por ejemplo, (+2) + (+3) = + 5 (-2) + (-3) = -5

Para la suma, signos iguales se suman y se conserva el signo, y signos contrarios, se restan y se conserva el signo del número cuyo valor absoluto es mayor.

Sí a y b son dos números enteros, entonces a – b, también es un número entero. Para restar dos números enteros, se suma el minuendo con el inverso aditivo del sustraendo. Por ejemplo, 5 – 9, el inverso aditivo de 9 es (-9), entonces, 5 – 9 = 5 + (-9), por lo tanto, 5 + (-9) = -4.

La suma de un número entero con su inverso aditivo es igual a cero. Es decir, sí *a* es un número entero, *a* + (-*a*) = 0. Ejemplo: 4 + (-4) = 0, (-4) + 4 = 0.

ACTIVIDAD No. 1

UTILIZANDO LAS FICHAS NUMÉRICAS

1. Construye los siguientes polinomios aritméticos con su respectiva solución, utilizando las fichas numéricas construidas, como se muestra en el ejemplo:

- 5 + 7 – 10 + 3 = | - | 5 | + | 7 | - | 10 | + | 3 | = | - | 5 |

a. 4 + 8 + 6 + 11

b. -8 + (-4) + (-17) + (-9) + (-3)

c. -5 + 14 + 13 + 19 + (-33)

d. 2 + (-16) + (-31) + 6 + 22

e. -13 + 14 + 19 + 4 – 20

f. 4 + (-8) + 19 + (-3) + 8

g. (-45 + 12) – (-3 + 8) + (-4 – 8)

h. (-5 -13) + (-9 + 7) + (-6 + 15)

2. Completa las siguientes tablas:

+	-9	7	3	0	-11	-7	-19	-1	1
-4									
-6									
8									

-	-1	-7	-2	-9	-6	8	5	10	6
5									
6									
-3									

3. Resuelve los siguientes problemas:

a) Un buzo se encuentra a -48 m, esto es, a 48 m bajo el nivel del mar. Al ver sobre él un banco de peces, decide subir 13 m., para quedar a nivel del cardumen. ¿A qué profundidad se encuentra el buzo ahora?

b) En un restaurante se paga a los empleados $36000 diarios en Jornada diurna y $42000 por cada turno de noche. ¿Cuánto ganó Pable este mes trabajando 18 días y 4 turnos?

c) Si Andrés tiene un saldo negativo en su cuenta de ahorros de $72500. ¿Cuánto debe depositar para que su saldo sea cero?

d) En un campeonato de Fútbol, el equipo A jugó tres partidos y obtuvo los siguientes resultados: en el primer partido 2-5, en el segundo partido perdió 1-3 y en el tercer partido perdió 0-2 ¿Cuál es la diferencia total de goles que tiene el equipo A, al terminar el campeonato?

e) Mónica y Carmen juegan con tres dados, con las siguientes reglas: se ganan puntos cuando la suma de los números de los tres dados lanzados es mayor a 10, en este caso, los puntos ganados equivalen a la suma obtenida. La segunda regla es: se obtienen tantos puntos

negativos o en contra como la suma de los números siempre y cuando, la suma de dichos números sea menor o igual a 10.

Carmen ha obtenido las siguientes sumas en cada una de sus jugadas: 4,9,15,10,5,11 ¿Cuántos puntos en contra lleva acumulados?

f) Sebastián rindió una prueba de 30 preguntas. Por cada respuesta correcta recibió 10 puntos; por cada respuesta incorrecta, - 4 puntos; y por cada pregunta no contestada, -3 puntos. Si Sebastián respondió incorrectamente las preguntas 10 y 15 y no contestó las dos últimas preguntas. ¿Qué puntaje total obtuvo?

g) Una pequeña empresa de reciclaje de papel inicia sus actividades con un capital inicial de $54.700.000. El primer mes gastan $10.560.000 en la compra de maquinaria; desembolsan $543.700 en el arriendo de un local; y pagan sueldos por un monto total de 3.201.550. ¿Cuánto dinero gastó la empresa en su primer mes de funcionamiento?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ramírez, Marisol y otros. *Hipertexto, Matemáticas*. Editorial Santillana. Bogotá, 2010

Carter, Jhon A. y otros. *Álgebra I.* McGraw-Hill. Bogotá, 2010

Parra, Cintya. Guía de aprendizaje, *Conjunto de los números enteros Z*. Liceo Industrial Chileno, Chile

6.1.3. Guía de aprendizaje número 2

GUÍA DE APRENDIZAJE No. 2

Introducción en el lenguaje algebraico

Profesor: Wilian Fernández Díaz

Grado: 8° **Grupo:** A

Objetivo

- Utilizar símbolos a partir de los cuales las expresiones coloquiales pueden ser expresadas en notación algebraica

Estándares asociados

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas

- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas

Para el trabajo en el contexto del álgebra, es necesaria la construcción de expresiones algebraicas, la traducción del lenguaje coloquial a expresiones algebraicas y viceversa, y también la utilización de expresiones con letras y números como fundamento para resolver situaciones que impliquen el uso de operaciones con expresiones algebraicas.

Esta guía de trabajo se centrará en tres puntos:

1. Creación y utilización de expresiones algebraicas, haciendo uso del concepto de perímetro, y reflexionando sobre las propiedades de las operaciones aritméticas como son la conmutativa y asociativa.
2. Traducción de expresiones del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico y viceversa, en el contexto de las ecuaciones lineales.
3. Juegos y pasatiempos que muestren procedimientos algebraicos.

Algunos conceptos asociados

El **álgebra**, es la rama de la matemática que permite representar situaciones reales en forma simbólica. Por ejemplo, en la expresión *"el doble de la suma de dos números"* se desconocen los dos números, pero se sabe que dicha suma se debe multiplicar por dos, porque es el doble. Sí los números fueran ***x*** y ***z***, entonces, la expresión algebraica que representa el enunciado sería $2(x + z)$.

Términos algebraicos: es una expresión algebraica que no involucra sumas o restas, sólo multiplicaciones entre variables y constantes. Son términos algebraicos 3xy, -2abc.

Signo: Indica sí el término es positivo (+) o negativo (-). Cuando el término es positivo, se omite el signo. -3xy es un término negativo y 5ab es un término positivo.

Coeficiente: Es el número real que aparece en cada término. Cuando en un término no aparece un número real, el coeficiente es 1. En la expresión *7xy*, el coeficiente es 7; en la expresión *ab*, el coeficiente es 1.

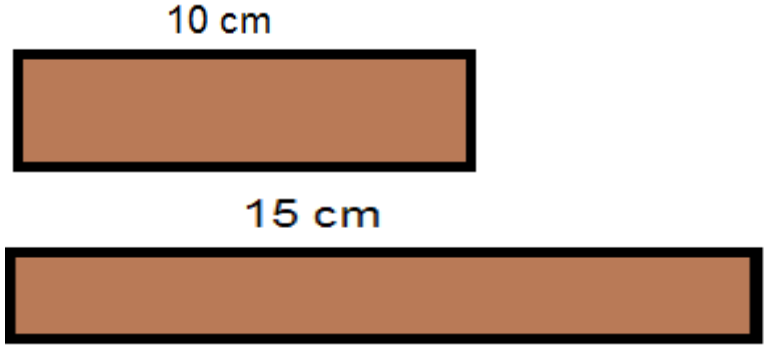
Exponente: Es el número que indica la cantidad de veces que se multiplica una variable dentro de un término. En la expresión $3x^2$, indica que la variable *x* se multiplica dos veces.

Parte literal: son las variables con sus respectivos exponentes, que componen un término. En la expresión *-2ab*, la parte literal es el producto *ab*.

Parte 1: Creación y utilización de expresiones algebraicas

Generalización de la propiedad conmutativa

1. Sí se tienen dos pedazos de madera de diferentes longitudes: 10 cm y 15 cm respectivamente:



Sí los unes así: 10 cm + 15 cm, la longitud total será de 25 cm. Y sí los unes así: 15 cm + 10 cm, ¿cuál será la longitud total?

Sí la longitud de los pedazos de madera fueran ***x cm*** y ***y cm,*** ¿Cuál sería la longitud total?, Sí se cambia el orden de las longitudes en la suma, ¿se obtiene el mismo resultado?

Completa La siguiente tabla:

3 + 4	=	4 + 3
10 + 5	=	
8 + 4	=	_ + 8
_ + 4	=	4 + 8
9 + _	=	3 + _
a + b	=	b + _
x + _	=	y + _
m + _	=	n + _

¿El orden en que se suman los números cambia el resultado?

¿Cómo definirías esta propiedad?

¿Crees que se cumple para la suma de números enteros? Escribe ejemplos

2. Escribe al frente de cada igualdad sí es correcta o no:
   5 – 3 = 3 – 5
   10 – 5 = 5 – 10
   -5 – 7 = -7 – 5

a – b = b – a
a – 0 = 0 – a
x – y = y – x

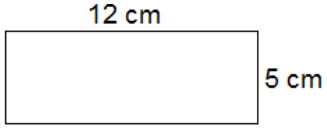
¿Qué conclusión puedes obtener?. ¿Crees que la propiedad anterior se cumple para la resta? Argumenta tu respuesta.

3. Completa las siguientes expresiones:
   2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4
   5 + (8 – 5) = (5 + _) - _
   (10 – 6) + 4 = _ - (6 + _)
   a + (b – c) = (_ + b) - _
   (x + y) – z = _ + (y - _)

   ¿Qué conclusión puedes obtener del ejercicio anterior?

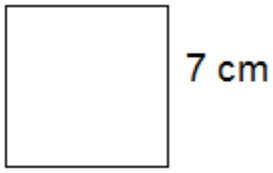
   ¿Cómo llamaría a esta propiedad?

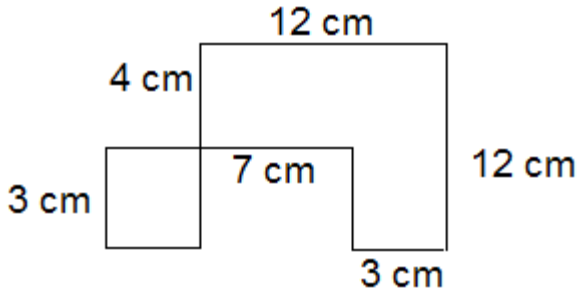
4. El perímetro de una figura da cuenta de la longitud del contorno de la misma, así, en la figura:

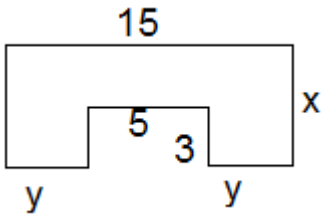


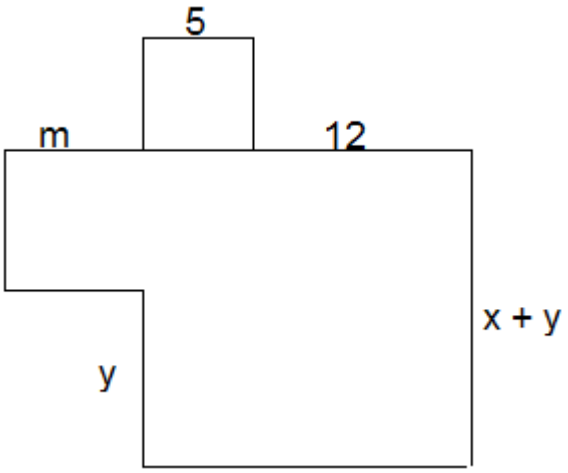
   La expresión que describe el perímetro de dicha figura es: 12 cm + 5 cm + 12 cm + 5 cm = 34 cm

   Escribe una expresión que represente el perímetro de cada una de las siguientes figuras:









Reflexiona:

¿Qué conceptos nuevos aprendiste?

¿Qué se te dificultó en cada uno de los ejercicios propuestos?

5. La resolución de problemas mediante ecuaciones secuencialmente de creciente complejidad es un medio para llegar a conformar un algoritmo válido para la resolución de ecuaciones. A través de las "tarjetas problemas" se modelarán diferentes tipos de problemas:
   Problemas aditivos: operaciones de suma o resta $a + x = b$
   Problemas de tipo multiplicativo: operaciones de multiplicación o división $ax = b$
   Problemas que llevan a la ecuación lineal: amos tipos de operaciones $ax + b = c$

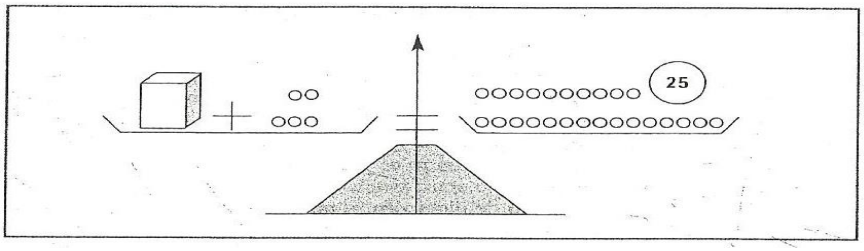
   La balanza será el referente en las "tarjetas problemas" ésta justifica el hecho de que hágase lo que se haga, la balanza debe estar en equilibrio, es decir, ambos lados

deben valer igual. Por lo tanto, si se añade en uno de los platos de la balanza, en el otro debes hacer lo mismo, y si en uno divides, en el otro también.

Cada tarjeta muestra un problema de los diferentes tipos señalados anteriormente. Enumera cada una de las tarjetas.

- Debes inventar una expresión verbal (problema) que dé cuenta de la situación dibujada
- Debes traducir el problema dibujado a una expresión algebraica y expresarlo en ecuación
- Debes realizar las operaciones adecuadas hasta llegar a la solución buscada

Ejemplo:



El dibujo de la tarjeta podría traducirse al lenguaje de problema de la siguiente manera: "En un plato de la balanza hay una caja con una cantidad de dulces y además hay 5 dulces sueltos. En el otro plato hay 25 dulces. Sí los dos platos de la balanza pesan igual, ¿Cuántos dulces hay dentro de la caja?

Traducido a una expresión algebraica, se tendría: x que representa la cantidad desconocida de dulces. $x + 5 = 25$

De lo que se trata es de despejar la variable x con lo cual se conoce la cantidad desconocida. Para ello, es necesario restar 5 al lado izquierdo de la balanza y para que permanezca equilibrada se debe también restar lo mismo al lado derecho, así: $x + 5 - 5 = 25 - 5$

$x = 20$, que es el valor que corresponde a la cantidad de dulces que hay en la caja.

6. Otro punto a través del cual es posible lograr la apropiación del lenguaje y codificación de procedimientos algebraicos, es el juego de "piensa un número, súmale…"

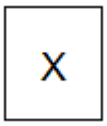
   En el juego hay que adivinar el número pensado deshaciendo las operaciones que el protagonista va haciendo. Es la aplicación del método denominado método de deshacer para resolver ecuaciones.

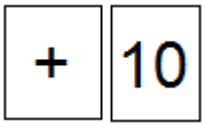
Nivel aditivo: El jugador A dice al B: "piensa un número…" el jugador B lo piensa, pero no lo dice. El A: "súmale por ejemplo 6"; y pregunta, ¿cuánto le da?. Sí el jugador B responde, por ejemplo, 16, fácilmente podremos saber que el número pensado fue 10.

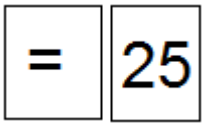
La segunda modalidad es de sustracción: "piensa un número; réstale tanto; ¿cuánto te da?" obviamente, para hallar el número pensado hay que sumar lo que antes se le restó.

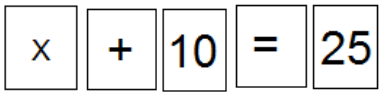
Nivel multiplicativo: "piensa un número, multiplícalo por 3; ¿cuánto te da?". Sí la respuesta es, por ejemplo, 15, fácilmente hallaremos el número pensado dividiendo 15 entre 3, es decir, anulando la operación antes realizada por el jugador.

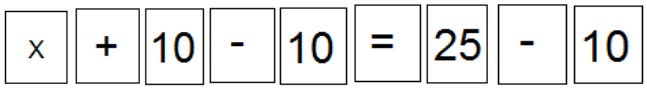
- Utiliza las fichas numéricas elaboradas en clases anteriores y escribe la correspondiente ecuación para resolver las siguientes situaciones, como se muestra en el ejemplo:

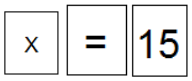
Piensa un número: lo representas con la ficha x: 

Súmale 10: 

¿Cuál es el resultado?, sí es por ejemplo 25: 

La expresión algebraica quedaría de la siguiente manera: 

Resolviendo las operaciones: 

Se obtiene como resultado: 

a. Piensa un número, súmales 20. ¿Qué resultado obtuviste?
b. Piensa un número, réstale 50. ¿Qué resultado obtuviste?
c. Piensa un número, multiplícalo por 5. ¿Qué resultado obtuviste?
d. Piensa un número, divídelo por 4. ¿Qué resultado obtuviste?
e. Piensa un número, multiplícalo por 5, réstale 7. ¿Qué resultado obtuviste?
f. Piensa un número, multiplícalo por 10, súmale 25. ¿Qué resultado obtuviste?
g. Piensa un número, divídelo por 2, súmale 15. ¿Qué resultado obtuviste?

h. Piensa un número, multiplícalo por 6, súmale 12, al resultado réstale 10. ¿Qué resultado obtuviste?
i. Piensa un número, multiplícalo por 8, réstale 25, al resultado súmale 20. ¿Qué resultado obtuviste?
j. Piensa un número, súmale 52, al resultado réstale el número que pensaste. ¿Qué resultado obtuviste?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ramírez, Marisol y otros. *Hipertexto, Matemáticas*. Editorial Santillana. Bogotá, 2010

Carter, Jhon A. y otros. *Álgebra I.* McGraw-Hill. Bogotá, 2010

6.1.4. Guía de aprendizaje número 3

GUÍA DE APRENDIZAJE No. 3

Apropiación de las estructuras de la adición y sustracción de expresiones algebraicas empleando el álgebra geométrica
Profesor: Wilian Fernández Díaz

Grado: 8° **Grupo:** A

Objetivo

- Emplear material didáctico de álgebra geométrica para identificar y apropiarse de las estructuras de la adición y sustracción de expresiones algebraicas

Estándares asociados

- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada

Conceptos relacionados

Monomio: es una expresión algebraica compuesta por un solo término en el cual el exponente de las variables siempre es positivo. Por ejemplo: $3x^2$

Polinomio: es un monomio o la suma de monomios, cada uno de los cuales se denomina término del polinomio. Algunos polinomios tienen nombres especiales: un binomio es la suma de dos monomios y un trinomio es la suma de tres monomios. Ejemplo: binomio $5x^2y + 2xy^2$, trinomio $-4x^3 + 7xy^2 - 3x^2y$

Términos semejantes: son aquellos polinomios que contienen monomios cuyas variables con su respectivo exponente son iguales. Simplificar una expresión significa unir en una sola los términos semejantes. Ejemplo: $2x^3 + 5x - 3x + 4x^3$

$2x^3 + 4x^3$ Son términos semejantes = $6x^3$

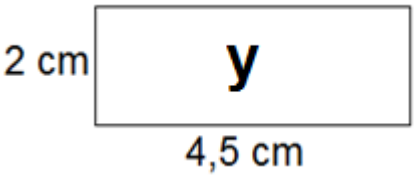
$5x - 3x$ Son términos semejantes = $2x$

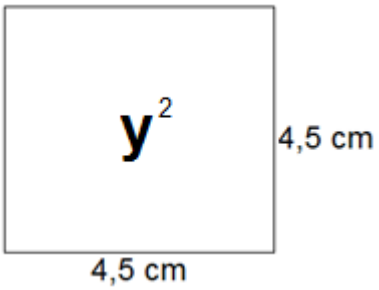
Por lo tanto, es igual a $6x^3 + 2x$

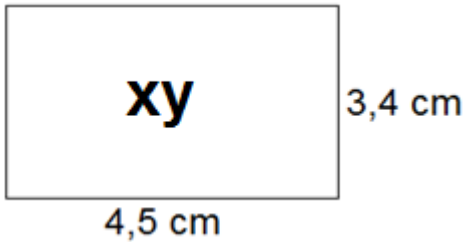
Grado de un monomio: es la suma de los exponentes de todas las variables del monomio. Cuando el término es un número, el grado es cero. Ejemplo: $2x^2y^3$ es un monomio de grado 5.

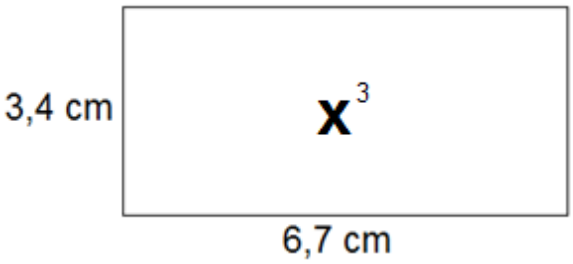
Elaboración del material de álgebra geométrica

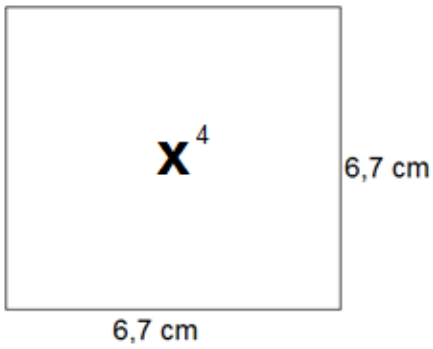
Utilizando cartón paja, vamos a construir las siguientes fichas:

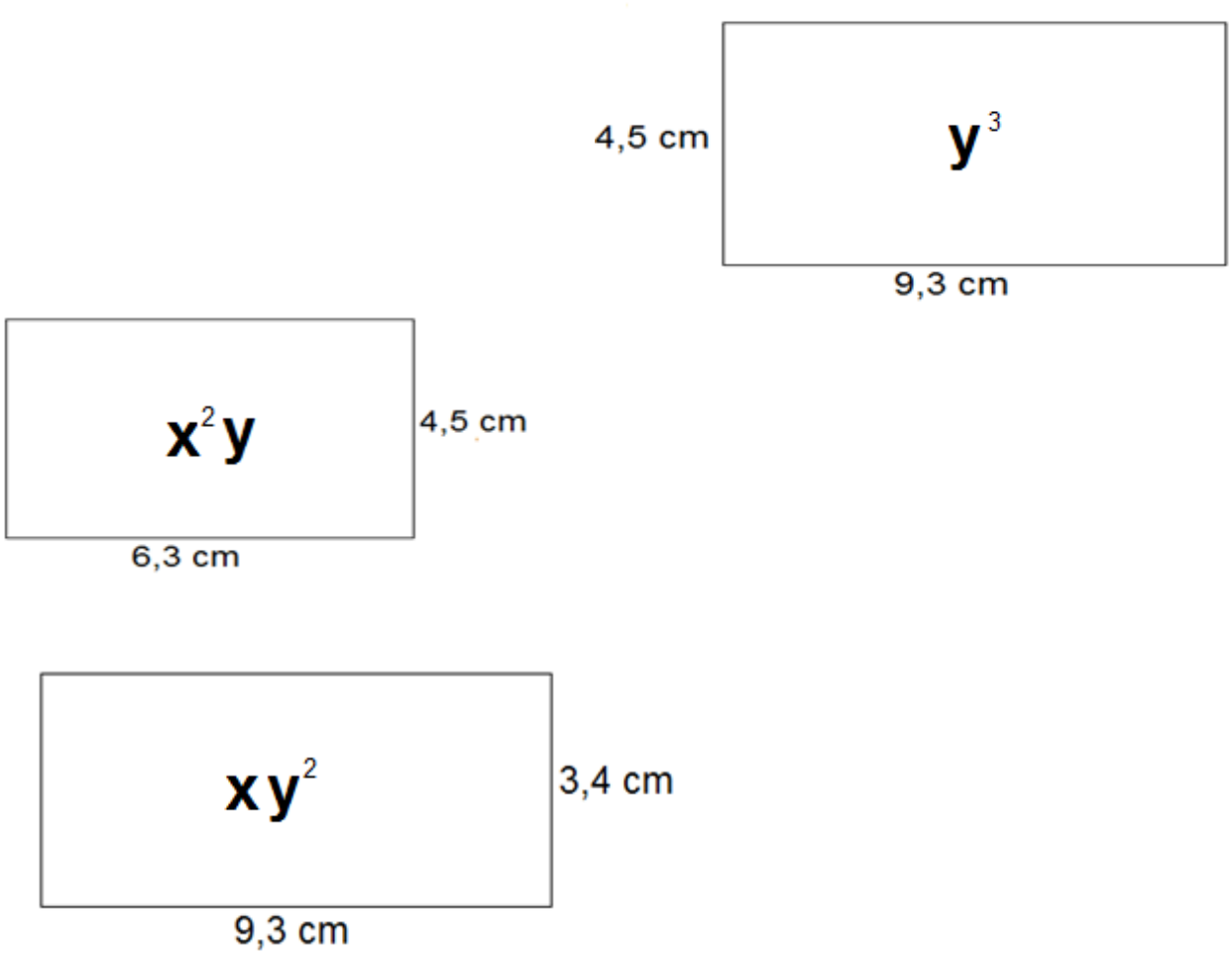

2 cm
y
4,5 cm


y 2
4,5 cm
4,5 cm


xy
3,4 cm
4,5 cm


3,4 cm
x 3
6,7 cm

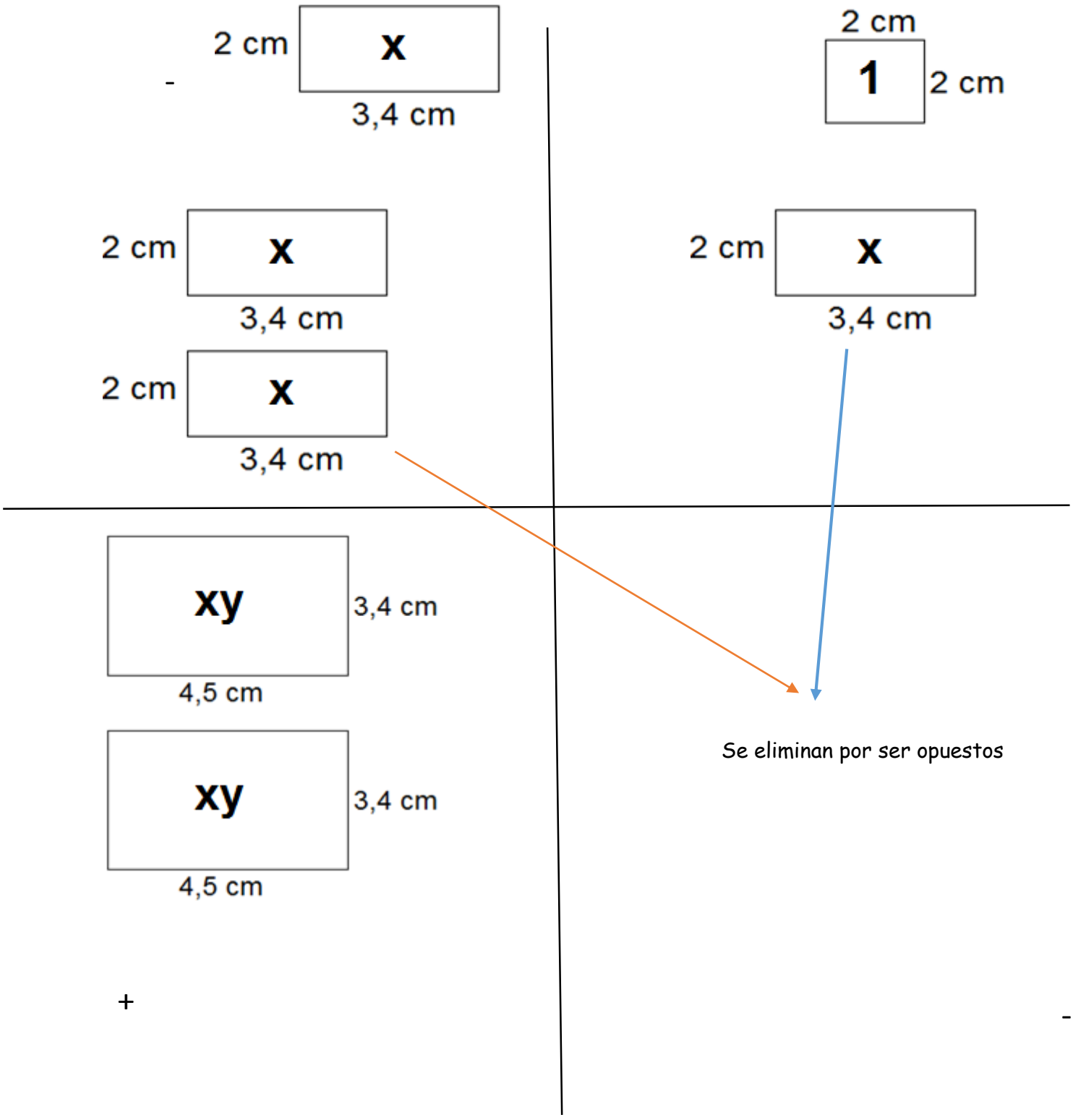

x 4
6,7 cm
6,7 cm



¿Cómo sumar utilizando las fichas de álgebra geométrica?

Para sumar utilizando el material de álgebra geométrica, se debe tomar como referente los cuadrantes del plano cartesiano y disponer las fichas en cada cuadrante de tal manera que cada término de la expresión que se desea reducir o sumar se ubique en un cuadrante dependiendo de si éste es positivo o negativo, luego se procede a reducir los términos semejantes (ver concepto de términos semejantes), lo cual consiste en eliminar una ficha con su opuesta, es decir, una positiva con una negativa. Finalmente, y cuando ya no haya más fichas para eliminar, se escribe la expresión resultante, juntando todas las que sean iguales en un solo término.

Por ejemplo: para reducir la expresión $x + xy - 3x + xy + 1$


-
2 cm
x
3,4 cm
2 cm
1
2 cm
+
2 cm
x
3,4 cm
2 cm
x
3,4 cm
2 cm
x
3,4 cm
xy
3,4 cm
4,5 cm
xy
3,4 cm
4,5 cm
Se eliminan por ser opuestos
+
-

Por lo tanto, solo nos quedan dos fichas de x en el cuadrante negativo, dos fichas de xy en el cuadrante positivo y una ficha de la unidad en el cuadrante positivo. Entonces la expresión resultante será: $-2x+2xy+1$

Actividad

1. Utiliza el material de álgebra geométrica, para reducir las siguientes expresiones algebraicas

Polinomio	Polinomio reducido
$2x^2-3x+5-2x^2-3$	
$3xy-4y+5y-xy+1$	
$2x^4-x^2y+3y^2-2x^4-5+2y^2+4$	
$-7+3xy^2+5y-3y+2-4xy^2$	
$-3x^3+4xy-6xy+5+2x^3-3$	
$2x^4-3x^3+2x^2+5x-1-2x^4+3x^3-2x^2-5x+3$	
$3x^2y+5xy^2-2x^2y-3xy^2-5x+3+2x-3$	
$-3x+5x-4x^2+6x^2-6+3$	
$2x^4-3y^3+2x^2y-3x^4+4y^3-2x^2y$	
$3y-5y^2+7-6y+5y^2-2$	

2. Suma los siguientes polinomios:

a. $(4x^3-4)+(-2x^3+5)=$

b. $(y^3-2y^2+5y+6)-(y^2+2y)=$

c. $(4+2x^2-2x)-(3x^2-8x+6)=$

d. $(8y-4y^2)+(2y-5y^2)$

e. $(-4y^3-2y+5)-(4y^3+3y^2-5)=$

f. $(x^2y-3x^2+y)+(3y-2x^2y)=$

g. $(xy^2+2xy-4)+(-6+4xy-2xy^2)=$

h. $(6-3y+3y^2)+(3-5y-2y^2)+(-5-y+y^2)=$

i. $(3x^4+2y^3-5)+(-2x^4-y^3+3)-(x^4+3y^3-2)=$

j. $(3y^3+3y-5)-(4y^2-5y)+(2y^3-3y^2-4y+4)=$

3. Problemas de aplicación de la suma y la resta de polinomios

Algunas situaciones pueden expresarse a través de polinomios algebraicos y la solución de dichas situaciones requiere el uso de las operaciones de adición y sustracción de esos polinomios.

"Una tienda electrónica incursiona en la venta de celulares y cámaras digitales. Los siguientes polinomios representan el número de teléfonos celulares, **P** y el número de las cámaras digitales vendidas en ***m*** meses, ***C***.

P = 7m + 137 ***C*** = 4m + 78

a. Escribe el polinomio que representa las ventas mensuales de teléfonos y cámaras digitales.

Solución
Se suma el polinomio **P** con el polinomio ***C***
Ventas totales **(T)** = Ventas de teléfonos celulares + Ventas de cámaras digitales
T = 7m + 137 + 4m + 78
T = 11m + 215

b. Se desea predecir el número de teléfonos celulares y cámaras digitales vendidos en 10 meses.

Para dar solución, basta reemplazar la variable meses (m) por su respectivo valor numérico y resolver la expresión:
T = 11(10) + 215 Sustituyendo el valor de m
= 110 + 215 Resolviendo la multiplicación
= 325
Lo que indica que en 10 meses se venderán un total de 325 entre celulares y cámaras digitales.

3.1 Resuelve las siguientes situaciones:

3.1.1 Desde 1997 y hasta 2007, el número de perros D y el número de gatos C (en cientos) adoptados en Colombia en refugios de animales, fueron representados por los siguientes polinomios, donde n es el número de años desde 1997.

D = 2n + 3 C = n + 4

a. Escribe un polinomio que represente el número total T de perros y gatos adoptados (en cientos) en éste período.
b. Sí esta tendencia continúa, ¿cuántos perros y gatos serán adoptados en 2011?

3.1.2 El ancho de un rectángulo está representado por 5x + 2y, el largo está representado por 6y – 2x. Escribe un polinomio que represente el perímetro.

3.1.3 El costo para rentar un carro por un día es de $37.000, más $400 por cada kilómetro conducido.

a. Escribe un polinomio que represente el costo de la renta por n kilómetros.

b. Sí el carro es conducido 145 kilómetros, ¿cuánto costará la renta?

c. Sí el carro es conducido 105 kilómetros cada día por 4 días, ¿cuánto costará rentar un carro?

3.1.4 El número total de estudiantes T de un colegio que viajaron para vacaciones de fin de año se organizó en dos grupos: estudiantes que volaron a su destino F y estudiantes que condujeron a su destino D. El número (en miles) de estudiantes que volaron y el número total de estudiantes que condujeron puede ser representado con los siguientes polinomios, donde n es el número de años desde 1995.

$T = 14n + 21$ $F = 8n + 7$

a. Escribe un polinomio que represente el número de estudiantes que condujeron y volaron hasta su destino en este período.

b. Escribe un polinomio que represente la diferencia entre el número de estudiantes que volaron hacia su destino y los que condujeron hacia su destino en éste período.

c. ¿Cuántos estudiantes conducirán y volarán a su destino en 2015?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ramírez, Marisol y otros. *Hipertexto, Matemáticas*. Editorial Santillana. Bogotá, 2010

Carter, Jhon A. y otros. *Álgebra I.* McGraw-Hill. Bogotá, 2010

6.1.5. Guía de aprendizaje número 4

GUÍA DE APRENDIZAJE No. 4

Diseño de un programa en la hoja de cálculo de Excel para fortalecer la apropiación del algoritmo de la adición y sustracción de expresiones algebraicas identificando términos semejantes.

Profesor: Wilian Fernández Díaz

Grado: 8° **Grupo:** A

Objetivo

- Fortalecer la capacidad para resolver operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas, reconociendo términos semejantes como fundamento para comprender el algoritmo de dichas operaciones

Estándares asociados

- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada

Conceptos relacionados

Polinomio: es un monomio o la suma de monomios, cada uno de los cuales se denomina término del polinomio. Algunos polinomios tienen nombres especiales: un binomio es la suma de dos

monomios y un trinomio es la suma de tres monomios. Ejemplo: binomio $5x^2y + 2xy^2$, trinomio $-4x^3 + 7xy^2 - 3x^2y$

Términos semejantes: son aquellos polinomios que contienen monomios cuyas variables con su respectivo exponente son iguales. Simplificar una expresión significa unir en una sola los términos semejantes. Ejemplo: $2x^3 + 5x - 3x + 4x^3$

$2x^3 + 4x^3$ Son términos semejantes = $6x^3$

$5x - 3x$ Son términos semejantes = $2x$

Por lo tanto, es igual a $6x^3 + 2x$

Diseño de un programa en la hoja de cálculo para sumar y restar expresiones algebraicas

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS NIEVES
ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS A TRAVÉS DE LA HOJA DE CÁLCULO DE EXCEL

GRADO: 8°A
ESTUDIANTES:

A continuación se presentan una serie de ejercicios de reducción de términos semejantes, identifica los términos semejantes ubicando detrás de cada variable en las celdas coloreadas de amarillo el coeficiente correspondiente obtenido al hacer la reducción de dichos términos. Sí los coeficientes que colocas son correctos, entonces en la celda que hay al frente coloreada de verde aparecerá "VERDADERO", de lo contrario, aparecerá "FALSO"

Reduce los siguientes términos semejantes:

a. $2x^2-5x+7-6x^2+x-5$
Resultado: x^2 x FALSO

b. $-5xy^2+3x^2y-2x+7-4x^2y+6xy^2-3$
Resultado: xy^2 x^2y x FALSO

c. $10y^2-5y+12-8y-5y^2+8$
Resultado: y^2 y FALSO

d. $-3x^3y^2+5x^2y+2x^3y^2+5xy^2-x^2y-3xy^2$

Resultado: x^3y^2 x^2y xy^2 FALSO

e. $x^4-3x^3+9x^2-7x-10+6x^4+8x^3-7x^2+5x+8$

Resultado: x^4 x^3 x^2 x FALSO

f. $x^3y^2+5x^2y-3y^2x+7x^3y^2-6y^2x-9x^2y+7-15$

Resultado: x^3y^2 x^2y y^2x FALSO

g. $-7a^2b^2+5a^2b-9ab^2-8+5a^2b^2-6a^2b-2ab^2+12$

Resultado: a^2b^2 a^2b ab^2 FALSO

h. $10a^4-7b^3+7b^2-5a^3-7a^4-11+9a^3-9b^2+15$

Resultado: a^4 b^3 a^3 b^2 FALSO

i. $-9a^3b^3+7a^2b^2+5ab-15-7ab-10a^2b^2+4a^3b^3+22$

Resultado: a^3b^3 a^2b^2 ab FALSO

j. $-7a^3b+9ab^3-5a^2b^2+8ab^2-10+5a^3b-4ab^3-12+10ab^2$

Resultado: a^3b ab^3 a^2b^2 ab^2 FALSO

Continúa en la Hoja2

Resuelve las operaciones de adición y sustracción correspondientes, ubicando el coeficiente resultante de hacer la reducción de términos semejantes, en la celda de color amarillo. Sí el resultado es correcto, en el recuadro verde de en frente, aparecerá "VERDADERO", de lo contrario, aparecerá "FALSO" :

a. $(3x^2-5xy+9y^2-5)+(2y^2-4x^2+7xy+1)$

Resultado: x^2 xy y^2 FALSO

b. $(4+2a^2-2a)-(3a^2-8a+7)$

Resultado: a^2 a FALSO

c. $(-4z^3-2z+8)-(4z^3+3z^2-5)$

Resultado: z^3 z^2 z FALSO

d. $(3n^3-5n+n^2)-(-8n^2+3n^3)$

Resultado: n^3 n^2 n FALSO

e. $(x^2y-3x^2+y)+(3y-2x^2y)$

Resultado: x^2 x^2y y FALSO

f. $(-8xy+3x^2-5y)+(4x^2-2y+6xy)$

Resultado: x^2 xy y FALSO

g. $(-7t^2+4ts-6s^2)+(-5t^2-12ts+3s^2)$

Resultado: t^2 ts s^2 FALSO

h. $(6-7y+3y^2)+(3-5y-2y^2)+(-12-8y+y^2)$

Resultado: y^2 y FALSO

i. $(5a^2-4)+(a^2-2a+12)+(4a^2-6a+8)$

Resultado: a^2 a FALSO

j. $(3n^3+3n-10)-(4n^2-5n)+(4n^3-3n^2-9n+4)$

Resultado: n^3 n^2 n FALSO

Regresar a la hoja1

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ramírez, Marisol y otros. *Hipertexto, Matemáticas*. Editorial Santillana. Bogotá, 2010

Carter, Jhon A. y otros. *Álgebra I.* McGraw-Hill. Bogotá, 2010