Fórmulas regionales para la estimación de curvas intensidad-frecuencia-duración basadas en las propiedades de escala de la lluvia (Región Andina Colombiana).

Edicson Gonzalo Pulgarín Dávila

Trabajo dirigido de grado presentado como requisito parcial para optar el título de Magíster en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos

Director: I.C., Msc., Ph.D. Germán Poveda Jaramillo

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE MEDELLÍN

FACULTAD DE MINAS

POSGRADO EN APROVECHAMIENTO DE RECURSOS HIDRÁULICOS

2009

A mi familia

AGRADECIMIENTOS

A CENICAFE, por haber facilitado gran parte de la información, en particular, al Dr. Álvaro Jaramillo.

A los compañeros del Ciclo Diurno por su excelente labor y el producto de las series de las estaciones de precipitación que fue el insumo fundamental de este trabajo.

A la ingeniera Adriana Barrientos por quien conocí parte de la teoría de escalamiento y quien condujo los primeros trabajos realizados para esta Tesis.

Al ingeniero Santiago Wilches quien facilitó de manera desinteresada mucha de la información recopilada relacionada con el tema, y quien, con su trabajo previo, describió conclusiones que fueron aplicadas en este trabajo

A INTEGRAL por el tiempo, los recursos y la escuela que me han otorgado, incluso en tiempos de crisis; en especial a los ingenieros Gabriel Jaime Lacouture, Heber Alejandro Escobar, Marlon Gabriel Bedoya y Carlos Martinez Smit quienes dieron opiniones claves desde el punto de vista aplicativo de la Tesis.

Al Doctor Germán Poveda director de este trabajo por su paciencia, conocimiento, ayuda constante y aportes académicos y personales.

A Claudia por su entrega, sacrificio y cariño.

A todos las personas que faltó nombrar pero que sin su aporte y apoyo no hubiera sido posible acabar este proyecto.

A los ausentes.

TABLA DE CONTENIDO

1 INTRODUCCIÓN. 1
2 GENERALIDADES DE LAS CURVAS IDF. 3
2.1 Estimación tradicional de curvas IDF 6
2.2 Teoría general de escalamiento simple y multiescalamiento 7
2.2.1 Generalidades. 7
2.2.2 Escalamiento simple. 7
2.3 Estimación de Momentos Muéstrales 10
2.3.1 Método de máxima verosimilitud 10
2.3.2 Método de los momentos 11
2.3.3 Método de PWM o “L-moments” 11
2.4 Estimación de curvas IDF a partir de las teorías de escalamiento simple y multiescalamiento. Metodología 1. 11
2.4.1 Estimación de las curvas IDF mediante la teoría de escalamiento simple. Modelo Log Normal. 13
2.5 Curvas IDF a partir de la teoría de escalamiento simple y multiescalamiento. Metodología 2. 13
2.5.1 Estimación de curvas IDF mediante escalamiento simple. Modelo GEV1. 13
2.6 Funciones de distribución de colas pesadas o funciones estables 15
2.6.1 Definición de la estabilidad 15
2.6.2 Parametrizaciones de estabilidad 18
2.7 Estimaciones empíricas de fórmulas de IDF 19
3 GENERALIDADES SOBRE LOS DATOS Y LA CLIMATOLOGÍA DE LA ZONA DE ESTUDIO 21
3.1 Año calendario vs. Año hidrológico. 21
3.2 Localización 21
3.3 Descripción general de la zona (climatología) 24
3.4 Procesamiento de la información 25
3.4.1 Registros continuos frente a tormentas estadísticamente independientes. 26
4 RESULTADOS Y ANÁLISIS 27

4.1 Metodología tradicional de obtención de IDF: 27
4.2 Resultados con el método de Escalamiento 1. 33
4.3 Comparación de metodología tradicional y metodología de Escalamiento 1. 35
4.3.1 Relación entre la precipitación máxima en 24 horas y la precipitación máxima diaria. 35
4.3.2 Factores para duraciones menores de 24 horas 39
4.3.3 Comparación entre las intensidades obtenidas por la metodología tradicional y el método de Escalamiento 1. 50
4.4 Comparación de los resultados mediante las metodologías de Escalamiento 1 y 2. 57
4.4.1 Factores para la estimación de precipitaciones de la metodología de Escalamiento 1 *vs*. la metodología Escalamiento 2 57
4.4.2 Comparación de las intensidades estimadas mediante las metodologías de Escalamiento 1 y 2 60
4.5 Resultados de la exploración de las funciones de colas pesadas o estables. 68
4.5.1 Estimación de parámetros 68
4.5.2 Obtención de IDF mediante funciones estables o colas pesadas. 75
4.6 Estimaciones empíricas de fórmulas de IDF 77
5 IMPLICACIONES DE LOS RESULTADOS EN EL DISEÑO DE OBRAS HIDRÁULICAS. 79
5.1 Sobre la estimación de curvas IDF de 1 a 24 horas en la región Andina Colombiana 79
5.1.1 Estimación de curvas IDF con información escasa 86
5.2 Sobre la estimación de caudales máximos a partir de curvas IDF 86
6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 93
BIBLIOGRAFÍA 97

LISTA DE TABLAS

Tabla 2-1 Comparación de las probabilidades de la distribución Normal, Cauchy y Lévy. 17
Tabla 3-1 Información sobre las estaciones usadas 22
Tabla 4-1 Tabla de precipitaciones máximas anuales para duraciones entre 1 y 24 horas para la estación Aguas Blancas. 28
Tabla 4-2 Tabla de intensidades (mm/hora) para las distintas duraciones y períodos de retorno para la estación La Selva. 31
Tabla 4-3 Exponente de escalamiento estimado (ecuación 2-7) para las intensidades de 1 a 24 horas en todas las estaciones. 34
Tabla 4-4 Factores de proporcionalidad entre la precipitación máxima en 24 horas y la precipitación máxima diaria para la estación Luker. 36
Tabla 4-5 Factores máximos y promedio entre la precipitación máxima en 24 horas y precipitación máxima diaria para las estaciones estudiadas. 37
Tabla 4-6 Factores de ponderación que la precipitación de 24 horas con la precipitación de otras duraciones (1 a 23 horas), usando la función de probabilidad Gumbel y para diferentes periodos de retorno, en la estación Manuel Mejía. 40
Tabla 4-7 Factores de ponderación que la precipitación de 24 horas con la precipitación de otras duraciones (1 a 23 horas), usando la función de probabilidad Log-Normal para diferentes periodos de retorno para la estación Manuel Mejía. 41
Tabla 4-8 Factores de ponderación y diferencias porcentuales para la estación Francisco Romero 44
Tabla 4-9 Resumen de los factores ponderación entre la precipitación de 1 a 23 con la precipitación diaria, estimados para todas las estaciones y periodos de análisis. 47
Tabla 4-10 Tabla de las diferencias máximas y promedias registradas para cada una de las estaciones, entre las metodologías tradicionales y el método de escalamiento 1. 54
Tabla 4-11 Valores de la lámina de precipitación máxima (mm) estimada mediante las metodologías de Escalamiento 1 y 2, para duraciones

entre 1 y 24 horas y para diferentes períodos de retorno, correspondientes a la estación Jorge Villamil. 58

Tabla 4-12 Tabla de factores estimada mediante las metodologías de Escalamiento 1 y 2, para duraciones entre 1 y 24 horas y para diferentes períodos de retorno, correspondientes a la estación Jorge Villamil. 59

Tabla 4-13 Valores de intensidad de precipitación máxima (mm/hora) estimada mediante las metodologías de Escalamiento 1 y 2, para duraciones entre 1 y 24 horas y para diferentes períodos de retorno, correspondientes a la estación Naranjal. 61

Tabla 4-14 Tabla de las diferencias registradas para cada una de las estaciones entre la metodología 1 la metodología 2 de escalamiento. 67

Tabla 4-15 Parámetros estimados de la función estable para las series de duraciones entre 1 a horas de la estación Alban. 69

Tabla 4-16 Parámetros estimados de la función estable para las series de duraciones entre 1 a horas de la estación Bertha. 70

Tabla 4-17 Tabla de intensidad (mm/hora) estimados usando la metodología tradicional de IDF con la función Log Normal y las funciones estables, para la estación Llanadas. 76

Tabla 4-18 Factores estimados por Hershfield y por Bell entre la precipitación de 1 hora y duraciones menores. 78

Tabla 5-1 Tabla de precipitación, intensidad y μ_{24} para todas las estaciones analizadas. 83

Tabla 5-2 Caudales estimados (m^3/s) usando la metodología tradicional de IDF con la función Gumbel y la metodología de Escalamiento 1, para la estación Luis Bustamante. 87

Tabla 5-3 Caudales estimados (m^3/s) usando la metodología tradicional de IDF con la función Log Normal y la metodología de Escalamiento 1, para la estación Misiones. 88

Tabla 5-4 Caudales estimados (m^3/s) usando las metodologías Escalamiento 1 de Escalamiento 2, para la estación Santa Ana. 89

LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 Curvas IDF estimadas para la estación Ayurá. Las distintas curvas corresponden a los distintos períodos de retorno (años) según la notación del recuadro. 4

Figura 2-2. Momentos de las precipitaciones máximas en la estación El Bizcocho (Escalamiento simple). 9

Figura 2-3. Función de estructura del escalamiento simple para las intensidades de lluvia para la estación Agronomía. 9

Figura 2-4. Gráficos de densidad estandarizadas de las funciones Normal, Cauchy y Lévy. 17

Figura 3-1 Localización de las estaciones usadas en estudio. 24

Figura 3-2 Obtención de la precipitación máxima para una duración d, en la serie de registros horarios. 25

Figura 4-1 Función de probabilidad Gumbel ajustada a los valores de intensidad máxima de precipitación para las diferentes duraciones, correspondiente a estación La Selva. Cada símbolo representa un dato de duración y cada línea representa el ajuste de la función Gumbel para las diferentes duraciones. 29

Figura 4-2 Función de probabilidad Log-Normal para las diferentes duraciones para la estación La Selva. Cada símbolo representa un dato de duración y cada línea representa el ajuste de la función Log-Normal para las diferentes duraciones. 30

Figura 4-3 Curvas IDF de la estación La Selva utilizando la metodología tradicional para duraciones entre 1 y 24 horas. Los períodos de retorno (años) se designan en el recuadro interior. 32

Figura 4-4 Evolución temporal de los factores que relacionan la precipitación máxima en 24 horas y la precipitación máxima diaria para la estación Luker. 37

Figura 4-5 Valores estimados de los factores de ponderación que relacionan la precipitación de 24 horas con la de la precipitación de distintas duraciones (1 a 23 horas) mostradas sobre el eje de las abscisas para la estación Manuel Mejía. 42

Figura 4-6 Valores estimados de los factores de ponderación que relacionan la precipitación de 24 horas con la de la precipitación de distintas duraciones (1 a 23 horas) mostradas sobre el eje de las abscisas para la estación Blonay. 42
Figura 4-7 Valores estimados de los factores de ponderación que relacionan la precipitación de 24 horas con la de la precipitación de distintas duraciones (1 a 23 horas) mostradas sobre el eje de las abscisas para la estación Julio Fernández. 43
Figura 4-8 Diferencia porcentual entre los factores de los datos, la metodología empírica y de la metodología de escalamiento 1 para la estación Francisco Romero 45
Figura 4-9 Diferencia porcentual entre los factores de los datos, la metodología empírica y de la metodología de escalamiento 1 para la estación Maracay 45
Figura 4-10 Factores de ponderación estimados a partir de los datos para todas las estaciones. 49
Figura 4-11 Ejemplo de las curvas IDF estimadas por los métodos tradicionales y por el modelo de Escalamiento 1 para la estación Santa Bárbara. 51
Figura 4-12 Estimativos de las diferencias porcentuales (ecuación 4-2) usando la metodología tradicional con la función Gumbel frente a la metodología de escalamiento 1 para la estación Agronomía. 52
Figura 4-13 Estimativos de las diferencias porcentuales (ecuación 4-2), usando la metodología tradicional con la función Log Normal frente a la metodología de escalamiento 1 para la estación Agronomía. 53
Figura 4-14 Diferencias máximas entre la metodología tradicional usando la función Log Normal y la metodología de Escalamiento 1. 56
Figura 4-15 Factores estación Jorge Villamil 60
Figura 4-16 Curvas IDF estimadas mediante los métodos de Escalamiento 1 (izquierda) y Escalamiento 2 (derecha) para la estación Naranjal. 62
Figura 4-17 Diferencias estimadas entre los valores de la máximas precipitaciones para las lluvias de 1 hasta 24 horas de duración, para los distintos

períodos de retorno, según las metodologías Escalamiento 1 y 2 en las estaciones El Jazmín, Llanadas Paragüaicito y Santa Inés. 64
Figura 4-18 Diferencias estimadas entre los valores de la máximas precipitaciones para las lluvias de 1 hasta 24 horas de duración, para los distintos períodos de retorno, según las metodologías Escalamiento 1 y 2 en las con tendencia diferente: Maracay, Ospina Pérez, y El Limón. 65
Figura 4-19 Diferencia promedio entre la metodología 1 y la metodología 2 de las estaciones analizadas. 66
Figura 4-20 Parámetros estimados de la función estable (ecuación 2-33) para las series de duraciones entre 1 a 24 horas de la estación Alban. 71
Figura 4-21 Parámetros estimados de la función estable (ecuación 2-33) para las series de duraciones entre 1 a 24 horas de la estación Bertha. 72
Figura 4-22 Parámetro delta estimado de la función estable con relación a la altura de la estación para las duraciones de 1, 6, 12 y 24 horas. 73
Figura 4-23 Parámetros de las funciones estables (α, β, γ, y δ de la ecuación 2-32 y 2-33) estimados para las estaciones (cada línea representa una estación y cada símbolo un valor del parámetro) 74
Figura 4-24 Estimación de las curvas IDF usando la funciones estables para la estación Llanadas. 77
Figura 5-1 Relación entre el parámetro m de la metodología de Escalamiento 2 y la intensidad máxima en 24 horas promedia anual. 82
Figura 5-2 Precipitación promedio máxima de 24 horas anual. 85
Figura 5-3 Diferencias entre los caudales estimados para la cuenca piloto, utilizando la metodología tradicional de IDF con la función Gumbel y la metodología de Escalamiento 1 para la estación Luis Bustamante. 90
Figura 5-4 Diferencias entre los caudales estimados para la cuenca piloto, utilizando la metodología tradicional de IDF con la función Log Normal y la metodología de Escalamiento 1 para la estación Misiones. 91
Figura 5-5 Diferencias entre los caudales estimados para la cuenca piloto, utilizando las metodologías de Escalamiento 1 y la de Escalamiento 2 para la estación Santa Ana. 91

1 INTRODUCCIÓN.

El estudio de los eventos extremos de precipitación mediante las curvas de intensidad-frecuencia-duración (IDF), es una de las principales herramientas para la estimación de tormentas de diseño en el cálculo de caudales máximos, asociadas a un cierto período de retorno ó nivel dado de probabilidad de no excedencia. La metodología tradicional para estimar las curvas IDF considera que los cuantiles de igual probabilidad están determinísticamente ligados por una expresión empírica. Puesto que no se dispone de datos de precipitación suficientes en la mayoría de los casos, habitualmente se recurre a fórmulas empíricas para la estimación de las curvas IDF, y estimando los valores de los parámetros correspondientes al lugar de interés. Entre ese tipo de métodos empíricos se encuentran los de Hersfield (1939), Froehlich (1995), Vargas (1998), Varas (2000), Diaz-Granados y Puente (2008). En general, tales métodos asumen relaciones empíricas de manera que es posible estimar la precipitación de una determinada duración con otra de duración diferente, mediante el análisis de datos históricos y el uso de funciones de distribución de probabilidades para estimar los eventos extremos.

En años recientes se ha avanzado en el entendimiento de la precipitación como un proceso que se puede diagnosticar y modelar a la luz de la teoría de escalamiento (Waymire y Gupta, 1981), y que intenta establecer las propiedades espacio-temporales de la precipitación, y su (in)varianza ante los cambios de escala. De esta manera es posible escalar la observación de la lluvia que ocurre a una cierta escala a otras escalas diferentes de espacio ó tiempo. Estudios anteriores (Gupta y Waymire, 1990; Wilches 2001, Vélez et al. 2002) han determinado propiedades de escalamiento temporal simple y múltiple de las precipitaciones, en las lluvias de distintas duraciones. La lluvia tropical también presenta propiedades de multi-escalamiento espacial (Mejía y Poveda, 2005; Morales y Poveda, 2009).

El presente trabajo tiene por objeto implementar y comparar los resultados de la aplicación de diversas metodologías de estimación de las curvas IDF usando enfoques

clásicos y teorías de escalamiento modernas, así como dar pautas para su aplicación en la práctica del diseño hidrológico e ingenieril. Se pretende aplicar metodologías adecuadas a la región Andina de Colombia con énfasis en la invarianza de la escala y su relación con parámetros morfológicos, de tal manera que permitan estimar las curvas IDF con herramientas adecuadas a la alta variabilidad espacial de la lluvia en los Andes de Colombia (Poveda et al., 2005).

Para ello, el presente trabajo se distribuye de la siguiente manera. En el capítulo 2 se presentan los métodos de estimación de las curvas IDF que serán usados en el presente estudio, en el capítulo 3 se describen la zona de estudio y los datos usados. En el capítulo 4 se comparan los resultados obtenidos con las metodologías implementadas y se discuten sus diferencias. En el capitulo 5 se presentan algunas consideraciones prácticas para el uso de estas metodologías de estimación de las curvas IDF en tareas de diseño hidrológico, y finalmente las conclusiones se presentan en el capítulo 6.

2 GENERALIDADES DE LAS CURVAS IDF.

Las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF) constituyen una de las herramientas más utilizadas en la estimación de caudales de diseño de obras de drenaje en vías y alcantarillados pluviales en zonas urbanas y rurales, así como en la estimación de las tormentas de diseño en sitios donde, debido a la falta de información de caudales, es necesario recurrir a los modelos lluvia-escorrentía para el cálculo de los caudales máximos. Las intensidades máximas de la lluvia en distintos intervalos de tiempo en un mismo sitio y con distintas probabilidades de excedencia o períodos de retorno, se resumen en las curvas IDF.

Usualmente las curvas IDF se determinan mediante análisis del mayor número posible de registros pluviográficos pertenecientes a la estación de estudio. En las cartas pluviográficas están consignados los perfiles de cada tormenta, es decir, la profundidad de precipitación acumulada en función del tiempo. El problema que se presenta es la escasez de estaciones que registran información de este tipo, probablemente debido a su alto costo de instalación y mantenimiento. La estimación de curvas IDF a partir de información pluviométrica se presenta como una alternativa para superar este problema. La información pluviométrica contenida son de tipo gráfico y resume los valores de: (i) la intensidad ó tasa temporal de precipitación, (ii) la frecuencia que se expresa en el periodo de retorno, el cual se define como la cantidad de años en los cuales el evento puede ser igualado o superado, y (iii) la duración de las tormentas. En la Figura 2-1 se presenta un ejemplo con las curvas IDF estimadas para la estación Ayurá, cuya información ha sido suministrada por las Empresas Públicas de Medellín para el diseño de redes de servicios públicos en la ciudad.

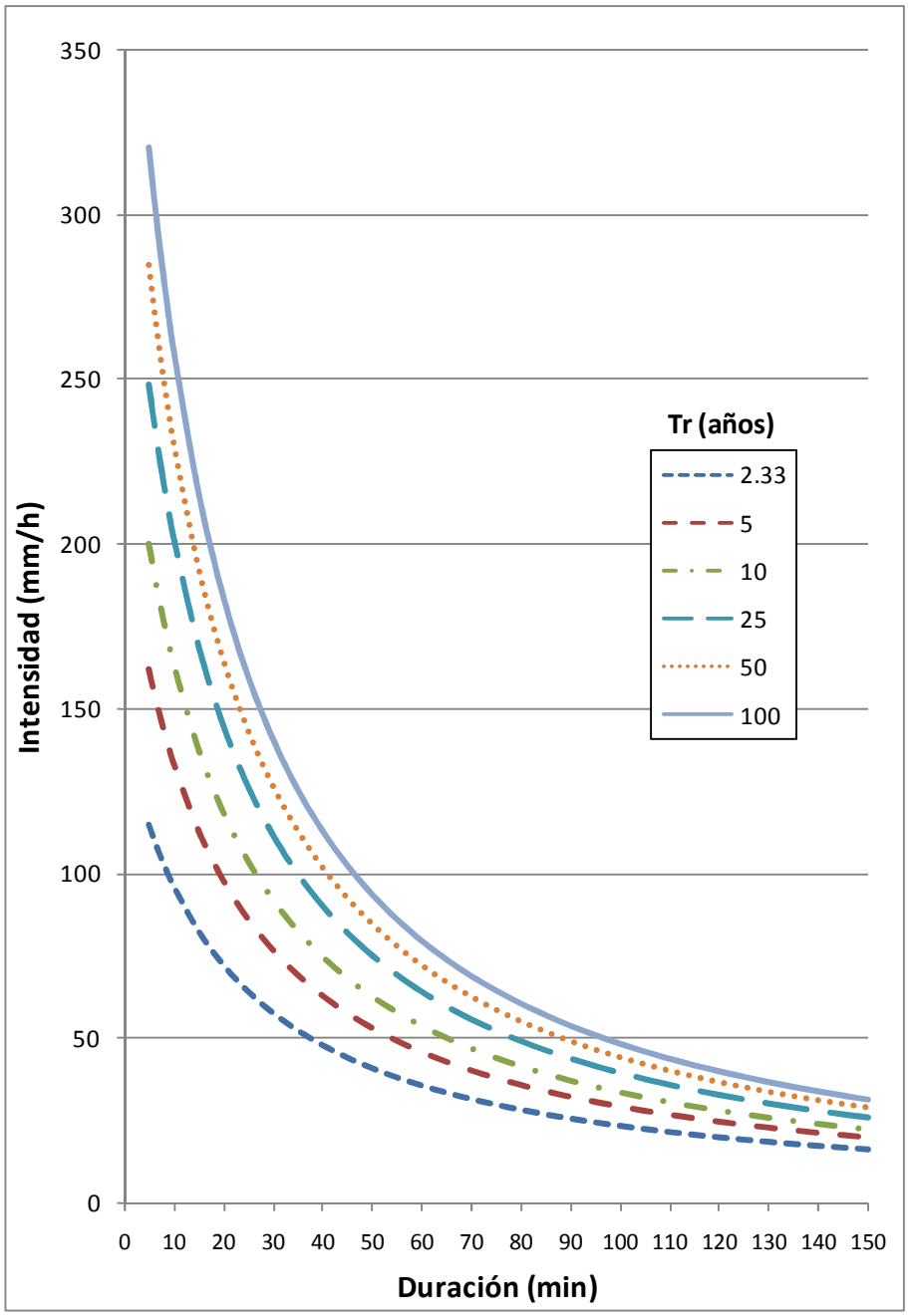


Figura 2-1 Curvas IDF estimadas para la estación Ayurá. Las distintas curvas corresponden a los distintos períodos de retorno (años) según la notación del recuadro.

A pesar de ser una herramienta ampliamente usada, el uso de las curvas IDF es objeto de debate, ya que presenta limitaciones en varios aspectos, entre los que se cuentan: el rango de duraciones, la determinación de tormentas estadísticamente independientes o el uso de registros continuos, las funciones de probabilidad supuestas para modelar los valores de las máximas intensidades de la lluvia, la metodología para determinar el mejor ajuste, la determinación de parámetros de estas funciones, su imprecisión para describir

fenómenos locales, al igual que su poca información con relación a características geográficas, entre otras.

Los estudios más significativos con relación a la estimación de las precipitaciones de cualquier duración y frecuencia relacionados con las precipitaciones medidas empezaron a surgir a finales del siglo XIX y a comienzo del siglo XX se realizaron los estudios más extensos que han permanecido sin mucha modificación y que han representado cierto estado de comodidad en su uso en soluciones prácticas.

Se usan tres tipos de series para la determinación de los valores máximos: (i) de máximos anuales, (ii) de datos parciales, y (iii) series de excedencias anuales. En la literatura (Bonnacci, 1976; Chow, 1964) no es claro el consenso sobre cual de ellas se puede utilizar de mejor manera para la estimación de hidrologías extremas. Sin embargo, una de las metodologías más usadas, por su facilidad y efectos prácticos consiste en utilizar las series máximas anuales, dado que su aplicación no exige la separación de las tormentas estadísticamente independientes; además la toma de los registros y su despliegue por parte de las entidades encargadas de recopilar y administrar esta información, se administra en forma de registros continuos, y en su mayoría como valores agregados temporalmente, con una cierta resolución temporal que, comúnmente, es igual o mayor a los registros de 24 horas. Sobre las relaciones existentes entre las series de máximos anuales y las series de precipitaciones parciales, el lector interesado puede consultar a Chow (1964).

Otro paso importante para la estimación de las curvas IDF desde el punto de vista tradicional es determinar el rango de duraciones para el cual se hará el análisis, que puede abarcar desde 5 minutos hasta 24 horas o más. La mayoría de los autores prefieren escoger 2 rangos, el primero enfocado a las lluvias de corta duración producidas netamente por fenómenos convectivos, con rangos entre 5 minutos y 60 minutos (aunque algunos autores llevan este rango hasta 120 minutos), y otro rango propicio para las lluvias de larga duración a partir de 1 o 2 horas. No hay un criterio riguroso para realizar esta división, sin embargo, en varios estudios, se ha apreciado un punto de quiebre del espaciamento temporal de la lluvia alrededor de 1 y 2 horas de duración, (Wilches 2001, Bonacci 1984). Una vez establecido el rango seleccionado de duraciones se ajusta una función de distribución de probabilidades para obtener una familia de curvas de las cuales se pueden determinar las intensidades asociadas con distintos periodos de retorno.

Las curvas IDF se suelen ajustar a varios tipos de modelos empíricos, del tipo (Froehlich, 1995):

$$I_d = \frac{a}{(d+b)^n} \qquad 2\text{-}1$$

$$I_d = \frac{a}{d^n} \qquad 2\text{-}2$$

$$I_d = \frac{a}{(d+b)}, \qquad 2\text{-}3$$

en donde I_d, es la intensidad de la lluvia asociada a una duración *d*; *a* , *b* y *n* son parámetros de las ecuaciones que dependen del período de retorno, así como de la localización de la estación, y *d* es la duración de la tormenta. Algunas aplicaciones de este tipo de métodos se pueden consultar en Bernard (1932), Powell (1932), Chen (1983), Kothyari y Garde (1992), Vargas y Diaz-Granados (1999).

2.1 Estimación tradicional de curvas IDF

Hershfield (1961, 1969, 1984) desarrolló mapas de isoyetas para los Estados Unidos, asociadas a duraciones entre 30 minutos y 24 horas, para periodos de retorno entre 1 y 100 años. Tal trabajo fue presentado para el Weather Bureau en el TP No. 40, y posteriormente fue parcialmente modificado en el trabajo Hydro 35, con estimativos de precipitaciones entre 5 minutos y 1 hora, para periodos de retorno entre 2 y 100 años. Este método consistió en el análisis de aproximadamente 200 estaciones de registro continuo con un promedio de 40 años de registro hallando valores y factores adimiensionales que permitieran transformar la información de estaciones con registro diario y así construir las curvas necesarias para graficar estos planos. Estos factores adimensionales se graficaron y se relacionaron con las aproximadamente 5000 estaciones de registro diario con las que contaba ese estudio. Una vez obtenidos estos factores adimensionales, se realizó el análisis de frecuencia usando funciones de distribución Gumbel y LogNormal, con lo cual también se determinaron nuevos factores para ser aplicados a las precipitaciones con una duración de 24 horas. Así, al obtener la lluvia promedio máxima diaria anual de una estación, ésta se relacionaba con un factor que le permitía incrementar su valor dependiendo del periodo de retorno de interés, y una vez obtenido este nuevo valor se le aplicaba otro factor con el fin de “reducir” esta precipitación hasta encontrar el valor al que correspondía dependiendo de la duración requerida.

Los trabajos de Hershfield fueron pioneros en el sentido de encontrar una relación relativamente constante entre la precipitación máxima de 24 horas y las precipitaciones de menores duraciones y para cualquier periodo de retorno. La conclusión más importante de Hershfield es que las láminas de lluvia máximas de 5, 10, 15 y 30 minutos de duración están relacionadas con la lámina de lluvia de 1 hora, mediante factores empíricos estimados como 0,29, 0,45, 0,57 y 0,79, respectivamente. Aunque Hersfield (1984) indica que estos valores exhiben gran variabilidad con respecto a la media, insiste en su enorme utilidad práctica.

Este trabajo implementará y contrastará los resultados obtenidos con la metodología de Hershfield para el caso de las lluvias de los Andes Colombianos, y con los resultados de las otras metodologías de estimación de las curvas IDF que se presentan a continuación.

2.2 Teoría general de escalamiento simple y multiescalamiento

2.2.1 Generalidades.

Se usa el término invariancia de escala o de multiescala cuando es posible establecer relaciones de la variabilidad espacio-temporal de un fenómeno, que sean invariantes ante los cambios de escala. En el caso particular de la precipitación en un punto, se considera que el parámetro de escala es la duración de la lluvia, factor fundamental en el estudio de precipitaciones máximas.

El análisis de las propiedades del escalamiento de fenómenos hidrológicos datan de los estudios de Gupta y Waymire (1990) sobre la invarianza espacial de la lluvia, a través de los conceptos del escalamiento simple y múltiple para caracterizar la estructura probabilística de la precipitación. Rosso y Burlando (1990) utilizaron el concepto de la invarianza de escala para analizar algunas formas tradicionales de curvas de intensidad-duración-frecuencia (IDF) usadas en diversos países para cuantificar las características probabilísticas de tormentas extremas. Ese trabajo demostró que una síntesis de las regularidades en el patrón temporal de la tormenta podría caracterizar mejor las tormentas extremas que las técnicas estadísticas tradicionales, el cual se realiza generalmente para identificar y parametrizar las distribuciones de probabilidad de tormentas extremas. Un modelo de distribución Log Normal también fue introducido para representar curvas IDF con escalamiento simple o múltiple a partir de valores extremos (Burlando y Rosso, 1996). Tal modelo, que fue aplicado por Wilches (2001) para analizar formulas regionales en Antioquia, se describe y será desarrollado más adelante en este estudio para la región Andina Colombiana. Por su parte, Willems (2000) propuso relaciones de las curvas IDF con la precipitación extrema entre dos estaciones y dos tipos de tormenta e investigó sus propiedades de escalamiento.

Koutsoyiannis y Foulfoula-Georgiu (1993) utilizaron un modelo de escalamiento para predecir el hietograma de la tormenta. Bendjoudi et al. (1997) utilizaron un punto de vista multifractal en la estimación de las curvas IDF. Hubert et al. (2002) investigaron la multifractalidad de los eventos hidrometeorológicos extremos, que sugieren que tales eventos se pueden representar por leyes estadísticas algebraicas, más que por las leyes exponenciales. De Michele et al. (2002) desarrollaron las curvas IDF para la estimación de las tormentas de diseño usando un acercamiento escalar. Nguyen et al. (1998) propusieron un modelo de distribución del Valor Extremo Generalizado para la estimación regional de extremos de la precipitación de corta duración basados en la teoría del escalamiento.

2.2.2 Escalamiento simple.

Gupta y Waymire (1990) definen que un fenómeno presenta características de escalamiento simple para la variable aleatoria *I*, cuando para el factor de escala λ ($\lambda>0$) existe una función, $C(\lambda)$, de tal forma que conserva la relación,

$$I(\lambda d) \overset{D}{=} C(\lambda) I(d) . \qquad 2\text{-}4$$

Esta relación es definida como "escalamiento simple en sentido estricto" (Gupta y Waymire, 1990), en la cual $\overset{D}{=}$ denota igualdad en la función de distribución de probabilidad, es decir que la distribución de probabilidad del fenómeno es invariante con respecto a la escala; *I* es una variable aleatoria que, en este caso, representa la intensidad de la precipitación; y *d* es la duración de la lluvia. La función *C(λ)* puede escribirse como (Gupta y Waymire, 1990):

$$C(\lambda) = \lambda^{\theta}, \qquad 2\text{-}5$$

donde θ es cualquier número real, llamado exponente característico ó de escalamiento. La ecuación 2-4 implica que los cuantiles también son invariantes con la escala temporal y pueden relacionarse como,

$$I_q(\lambda d) = \lambda^{\theta} I_q(d), \qquad 2\text{-}6$$

donde *q* es el *q*-ésimo cuantil de la variable *I*. Por lo tanto se espera una relación lineal, en el espacio logarítmico, entre el parámetro con el cual se escala y el valor de la variable *I* correspondiente al *q*-ésimo cuantil.

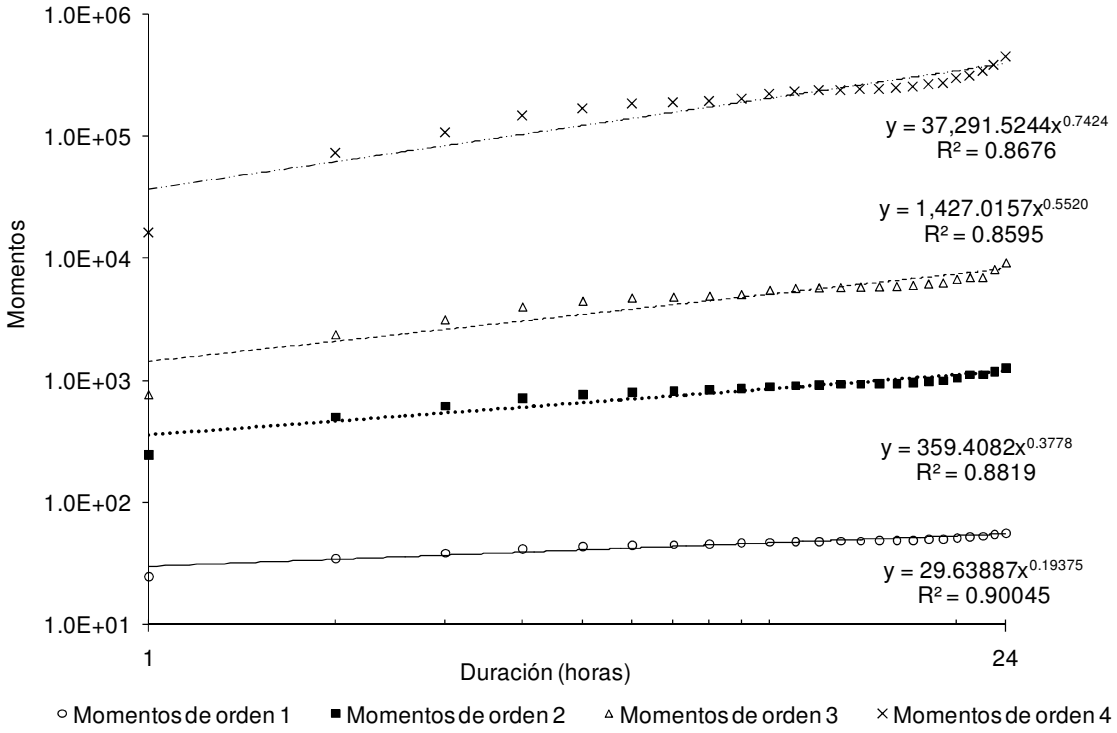
La expresión (2-6) implica también que, siempre y cuando los momentos de la variable *I* existan, éstos también son invariantes con la escala y se relacionan por medio de la ecuación 2-7. En la Figura 2-2 se presenta un ejemplo de estimación de los primeros cuatro momentos de la función de distribución de probabilidades de las precipitaciones máximas en la estación Bizcocho.

$$M_r(\lambda d) = \lambda^{\xi_r} M_r(d) \ , \qquad 2\text{-}7$$

donde, M_r,() corresponde al momento estadístico de orden *r* de la variable *I*, y además,

$$\xi_r = r\theta_1, \qquad 2\text{-}8$$

La ecuación (2-8) indica una relación lineal entre el parámetro con el cual se escala y cada uno de los diferentes momentos de orden *r*, en el espacio logarítmico. Es decir, para estimar el momento de cualquier orden y cualquier valor de *d*, basta con conocer los valores de los momentos para un valor de *d* específico y el valor del exponente θ. En la Figura 2-3 se aprecia el ejemplo de la función de estructura de la estación Agronomía.



Cada símbolo representa un valor del momento para cada una de las duraciones en horas

Figura 2-2. Momentos de las precipitaciones máximas en la estación El Bizcocho (Escalamiento simple).

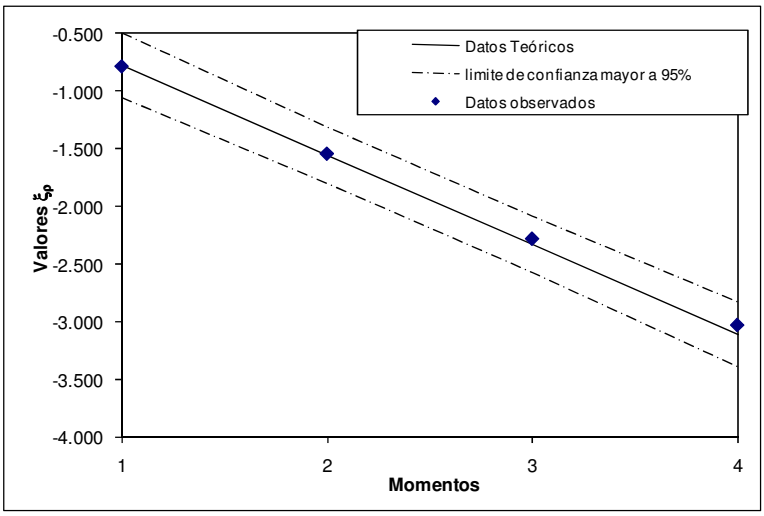


Figura 2-3. Función de estructura del escalamiento simple para las intensidades de lluvia para la estación Agronomía.

A lo anterior se le conoce como escalamiento en sentido estricto y es una propiedad menos rigurosa que la expresada con la ecuación (2-4), ya que depende de la existencia de los momentos. Sin embargo, en la naturaleza se han encontrado diversos fenómenos en los cuales a pesar de conservarse la relación (2-7) para cada orden de los momentos, no se presenta la relación lineal entre el orden de los momentos y las diferentes pendientes ξ_r, es decir, no se cumple la expresión (2-8). Para tales casos la expresión (2-7) puede escribirse como (Burlando y Rosso, 1996):

$$M_r(\lambda d) = \lambda^{l(r)r\theta} M_r(d), \qquad 2\text{-}9$$

en donde θ corresponde al exponente de escalamiento del momento de orden 1; r es el orden del momento y $l(r)$ es una función que describe el "alejamiento" de los valores de los exponentes de la expresión (2-9) con respecto a los valores de la función de estructura de la ecuación (2-8). Burlando y Rosso (1996), reportan amplia evidencia de multiescalamiento en el estudio de eventos extremos de la precipitación. En general, el multiescalamiento parece incrementarse en aquellos sistemas físicos que son gobernados por dinámicas altamente no lineales, como es el caso de la precipitación, en particular para tormentas de duraciones muy cortas.

Si se conoce la función de distribución de los valores extremos de los registros, y el valor del exponente de escalamiento θ, es posible calcular las intensidades máximas a partir de un valor de referencia conocido (I_{ref}) que constituye la base para determinar los diferentes modelos de formulas IDF basados en las características de escala de la lluvia.

2.3 Estimación de Momentos Muéstrales

Existen diferentes formas para estimar los momentos muestrales y el exponente de escalamiento. Entre los métodos para estimar los momentos se destacan el método gráfico, el método de mínimos cuadrados, el método de los momentos, el método de momentos ponderados por la probabilidad (PWMs) o "L-Moments" y el método de máxima verosimilitud. Su aplicación se puede consultar en Yevjevich (1972), Salas et al. (1992), y Hosking and Wallis (1997). A continuación se describen brevemente algunas de los métodos de estimación de los momentos.

2.3.1 Método de máxima verosimilitud

El principio básico de este método consiste en estimar los parámetros de tal forma que al utilizar el modelo, la probabilidad de obtener los resultados observados sea máxima, (Chow, 1964). Desde el punto de vista estadístico, este método es más robusto que los demás métodos para la estimación de parámetros, sin embargo, para muestras de menor longitud éste método puede ser menos eficiente que el de PWMs, también tiene la dificultad de ser el más demandante desde el punto de vista computacional.

2.3.2 Método de los momentos

El principio básico de este método es la relación existente entre los parámetros de la función de distribución y los momentos muestrales, los cuales se suponen iguales a los momentos de la población. Tal como fue demostrado por Fisher (1972), los estimadores calculados mediante el método de los momentos son asintóticamente eficientes, particularmente en distribuciones asimétricas, que son las más usuales hidrología; esta eficiencia hace que este método se use en muchos casos como una primera aproximación en la estimación de los parámetros.

2.3.3 Método de PWM o "L-moments"

Este método es similar al método de los momentos y se basa en que una función de distribución de probabilidades puede ser caracterizada por sus momentos ponderados de probabilidad (PWM, por sus siglas en inglés; Greenwood et al 1979), y por tanto basta con calcular los momentos ponderados de probabilidad a partir de los datos muestrales. A su vez los "*L-moments*" son estadísticos que aparecen como una modificación de los PWM, que pueden ser expresados en términos de éstos y por lo tanto una función de distribución puede ser caracterizada por sus "*L-moments*". Para la existencia de los *r*-ésimos "*L-moments*" sólo se requiere que exista el primer momento de la función de distribución. Estos momentos se pueden estimar de la siguiente forma:

$$M_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \binom{n-i}{k} \Big/ \binom{n-1}{k}, \qquad 2\text{-}10$$

Según Díaz-Granados (2006) la metodología de los PWMs es mucho más adecuada que otros métodos para determinar los parámetros, debido a su facilidad computacional y a que es más robusto frente a la presencia de puntos extraordinarios, datos espúreos u "Outliers".

2.4 Estimación de curvas IDF a partir de las teorías de escalamiento simple y multiescalamiento. Metodología 1.

En esta sección se describe la metodología propuesta por Burlando y Rosso (1996), la cual fue implementada por Wilches (2001) para la regionalización de curvas IDF en Antioquia.

Si se supone que existe escalamiento simple y, además, que existen los diferentes momentos, escalamiento simple en sentido amplio, de las ecuaciones (2-7) y (2-8), tomando $\lambda=(d / d_{ref})$, se obtiene la expresión:

$$M_r(d) = (d / d_{ref})^{r\theta} M_r(d_{ref}), \qquad 2\text{-}11$$

que para el caso del valor esperado (primer momento) y la varianza (segundo momento) toma las siguientes formas:

$$E[I_d] = (d / d_{ref})^{\theta} E[I_{dref}], \quad 2\text{-}12$$

$$Var[I_d] = (d / d_{ref})^{2\theta} Var[I_{dref}], \quad 2\text{-}13$$

en donde I_d es la intensidad máxima para una duración d, I_{dref} representa la intensidad máxima de una duración de referencia, y θ denota el exponente de escalamiento. De las dos expresiones anteriores puede deducirse que el coeficiente de variación es constante cuando se tiene escalamiento simple, de manera que:

$$CV = \sqrt{\frac{Var[I_d]}{E^2[I_d]}} = \sqrt{\frac{Var[I_{def}]}{E^2[I_{dref}]}}. \quad 2\text{-}14$$

Con las expresiones anteriores, y utilizando la expresión del factor de frecuencia (Chow, 1964), es posible calcular los cuantiles de función de distribución de probabilidades de la intensidad máxima, mediante:

$$I_{(q,d)} = E[I_d] + K_q \sqrt{Var[I_d]}, \quad 2\text{-}15$$

en donde K_q es el factor de frecuencia, y reemplazando en (2-15) se obtiene:

$$I_{(q,d)} = (d / d_{ref})^{\theta} E[I_{dref}] + K_q \sqrt{(d / d_{ref})^{2\theta} Var[I_{dref}]} \quad 2\text{-}16$$

$$I_{(q,d)} = (d / d_{ref})^{\theta} E[I_{dref}](1 + K_q CV) \quad 2\text{-}17$$

Puede observarse que para una duración de referencia, la ecuación 2-17 se convierte en la ecuación 2-15. De esta forma es posible calcular las intensidades máximas a partir de un valor de referencia dado, conociendo tanto la función de distribución de los valores extremos y el valor del exponente de escalamiento.

El exponente θ puede estimarse a partir de los valores de precipitaciones máximas observadas para las diferentes duraciones. Este exponente puede calcularse de diferentes formas; una de ellas es calculando los momentos muéstrales de diferentes órdenes y realizando, para el momento de orden 1, una regresión lineal entre los logaritmos de cualquier duración y los logaritmos de los momentos de orden 1 asociados a cada una de ellas encontrando en este espacio la pendiente de esta regresión lineal la cual es el exponente de escalamiento. Adicional a esto se debe verificar que la serie de datos mediante la función de estructura calculada de los diferentes ordenes de los momentos muéstrales cumplen con el escalamiento simple o múltiple.

2.4.1 Estimación de las curvas IDF mediante la teoría de escalamiento simple. Modelo Log Normal.

Si se supone que los valores extremos de la precipitación siguen una distribución Log Normal de dos parámetros, la expresión (2-17) correspondiente al escalamiento simple se resume como (Burlando y Rosso,1996),

$$I_{d,q} = E\left[I_{dref}\right]\frac{\exp\left[\Phi_q\sqrt{\ln\left(1+CV^2\right)}\right]}{\sqrt{1+CV^2}}\left(\frac{d}{dref}\right)^{\theta}, \qquad 2\text{-}18$$

en donde Φ_q es el valor de la distribución Normal acumulada estándar inversa para una probabilidad de no-excedencia *q,* y las demás variables tal como fueron definidas anteriormente. Dado que para la condición de escalamiento simple el coeficiente de variación es constante, e independiente de la duración, la ecuación (2-18) puede ser expresada como:

$$I_{d,q} = \frac{E\left[I_{dref}\right]^2}{\sqrt{E\left[I_{dref}{}^2\right]}}\exp\left[\Phi_q\sqrt{\ln\left(\frac{E\left(I_{dref}{}^2\right)}{E\left[I_{dref}\right]^2}\right)}\right]\left(\frac{d}{dref}\right)^{\theta}, \qquad 2\text{-}19$$

2.5 Curvas IDF a partir de la teoría de escalamiento simple y multiescalamiento. Metodología 2.

El trabajo desarrollado por Yu et al. (2004) usó 46 estaciones de registro en Taiwan, para investigar las propiedades de escalamiento temporal de las lluvias máximas de varias duraciones. Ese análisis condujo al desarrollo de expresiones de escalamiento basadas en la hipótesis de escalamiento simple y en el "escalamiento simple por tramos" metodología que se empleó para enfrentar el problema del multiescalamiento; suponiendo una función de probabilidad GEV1 para los registros máximos de precipitación, aunque los autores sin embargo, reconocen que esta función puede subestimar los valores extremos más grandes (Koutsoyiannis y Baloutsos, 2000). En el estudio de Yu et al. (2004) se usaron los PWMs definidos por Greenwood et al. (1979), y efectuaron un procedimiento de regionalización buscando que las curvas IDF se pudieran estimar a partir de las series de precipitaciones máximas diarias, usando los parámetros basados en la relación entre el exponente del escalamiento y el promedio de la precipitación máxima diaria anual. De esta forma fue posible identificar 3 regiones homogéneas de escalamiento que dieron lugar a simulaciones y a verificaciones razonables.

2.5.1 Estimación de curvas IDF mediante escalamiento simple. Modelo GEV1.

La función de distribución de probabilidades de Valor Extremo Tipo I (GEV1) de las series de intensidad de la precipitación, I_d, (es decir FI_d) es (Yu et al, 2004):

$$FI_d = \exp\left[-\exp\left(-\frac{I_d - \mu_d}{\alpha_d}\right)\right], \quad 2\text{-}20$$

$$I_d = \mu_d + \alpha_d . \hat{y}, \quad 2\text{-}21$$

En la cual $\hat{y} = -\ln[-\ln(1-(1/T))]$ es la transformación del período de retorno T.

Además, para un proceso que exhibe escalamiento simple, es posible demostrar que las características estadísticas de la distribución de valor extremo tipo I (GEV1) para dos diferentes escalas de tiempo *d* y λd están relacionadas mediante, (Menabde et al., 1999):

$$\mu_{\lambda d} = \lambda^{\beta} \mu_d, \quad 2\text{-}22$$
$$\alpha_{\lambda d} = \lambda^{\beta} \alpha_d, \quad 2\text{-}23$$
$$I^T_{\lambda d} = \lambda^{\theta} I^T_d, \quad 2\text{-}24$$

en donde μ_d es el parámetro de localización de las series de intensidad de la precipitación máxima anual con duración *d*; α_d representa el parámetro de escala de las series de intensidad de la precipitación máxima anual con duración *d;* λ denota un parámetro de la escala; θ denota el exponente del escalamiento, y I^T_d representa la intensidad de la precipitación para la duración, *d* (horas), y el período de retorno, *T* (años). Las dos ecuaciones anteriores se pueden utilizar para transformar la función de probabilidad de una duración *d* a otra duración λ_d. Según lo anterior, las curvas IDF basadas en la propiedad del escalamiento se estiman como, (Yu et al, 2004):

$$I^T_t = I^T_{\lambda d} = I^T_d \lambda^{\theta} = (\mu_d + \alpha_d \cdot \hat{y})(t/d)^{\theta}, \quad 2\text{-}25$$

en donde I^T_t representa la intensidad de la precipitación para la duración $t = \lambda_d$ (horas) y el período de retorno *T* (años). Por lo tanto, la ecuación (2-24) se puede utilizar fácilmente para estimar las intensidades de la precipitación del diseño para varias duraciones (*t*) y períodos de retorno (*T*), usando parámetros estadísticos (α_d y μ_d), y el exponente de escalamiento (θ) de la serie de valores máximos anuales de lámina de precipitación de una duración de referencia *d*. Los valores de α_d y de μ_d pueden ser estimados mediante (Landwehr et al., 1979):

$$\alpha_d = (M^0_d - 2M^1_d)/\ln(2), \quad 2\text{-}26$$
$$\mu_d = M^0_d - (0.5772\ \alpha_d), \quad 2\text{-}27$$

Donde M^0_d y M^1_d son los momentos muestrales mediante PWMs de orden 0 y 1 respectivamente, calculados con las series de intensidad de lluvia de duración *d*.

2.6 Funciones de distribución de colas pesadas o funciones estables

Las funciones de probabilidad estables son una rica clase de funciones de distribución de probabilidades que exhiben asimetría y colas pesadas. Esta clase de funciones fueron caracterizadas por Paul Lévy en su estudio de sumas de términos independientes idénticamente distribuidos en 1920. Estas funciones han sido despreciadas para su uso por los profesionales en vista de la falta de formulas "cerradas" para la distribución de densidades, aunque algunos casos se han descrito plenamente (Normal, Cauchy y Lévy), Dentro las aplicaciones en las que se han usado modelos estables son el movimiento Browniano y el estudio de campos gravitaciones. Véase Feller (1971) y Uchaikin y Zolotarev (1999).

Una de las principales razones para el uso de estas funciones es el "teorema de limite central generalizado", que indica que la única posible solución del límite normalizado de las sumas de términos independientes idénticamente distribuidos es una función estable. Esto simplemente indica que en la observación de algunos cuantiles se describen la suma de muchos pequeños términos, (como por ejemplo sucede en la observación de los precios de la bolsa, el ruido de un sistema de comunicación, etc).

Otra de las razones para su uso es meramente empírico, ya que grandes conjuntos de datos, incluyendo datos hidrológicos, muestran grandes colas y asimetría.

Ejemplos de los modelos estables se pueden encontrar en las finanzas y la economía en Mandelbrot (1963), Fama (1965), Samuelson (1967), Roll (1970), Embrechts et al. (1997), Rachev y Mittnik (2000), McCulloch (1996), en los sistemas de comunicación por Atrapado y Kleiner (1974), Zolotarev (1986), y Nikias y Shao (1995). Descripción de conjuntos de datos mal descritos por un modelo de Gauss, pero puede ser bien descrito por una distribución estable en Zolotarev (1986), Uchaikin y Zolotarev (1999), Christoph y Wolf (1992), Samorodnitsky y Taqqu (1994), y Weron Janicki (1994), y Nikias y Shao (1995). El tema de la modelización con datos extremos y las distribuciones de colas pesadas se discute en Embrechts et al. (1997), Adler et al. (1998), y, en Reiss y Thomas (2001).

2.6.1 Definición de la estabilidad

Una propiedad importante de las variables aleatorias Normal o Gaussiana es que la suma de dos de ellas es en sí misma una variable aleatoria Normal. Una consecuencia de esto es que si *X* es normal, entonces para *X1* y *X2* son copias independientes de *X* y cualquier contante positiva a y b, entonces

$$aX_1 + bX_2 \overset{D}{=} cX + d \qquad 2\text{-}28$$

Para algunos positivos *c* y algunos *d* pertenecientes a los reales. Como ya se indicó antes, $\overset{d}{=}$ denota igualdad en la función de distribución de probabilidad, en pocas palabras

la ecuación 2-28 dice que la forma de *X* se conserva (en cambios de escala) frente a cualquier adición, las funciones estables describen entonces esta propiedad.

Una variable aleatoria X es estable en el sentido amplio si *X1* y *X2* independientes de *X* para valores positivos constantes a y b y es válido para algunos *c* y algunos *d* pertenecientes a los reales. La variable aleatoria es estable en el sentido estricto si (2-28) se mantiene con *d* = 0 para todas las opciones de a y b. Una variable aleatoria es simétrica estable, si es estable y distribuida simétricamente alrededor de 0

Hay tres casos en los que se pueden describir la función de densidad y comprobar directamente que son estables, son la distribución normal, Cauchy y Lévy. La definición de los parámetros de una función estable o de colas pesadas se describe más adelante.

Distribución Normal

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \qquad -\infty < x < \infty \qquad 2\text{-}29$$

Distribución de Cauchy,

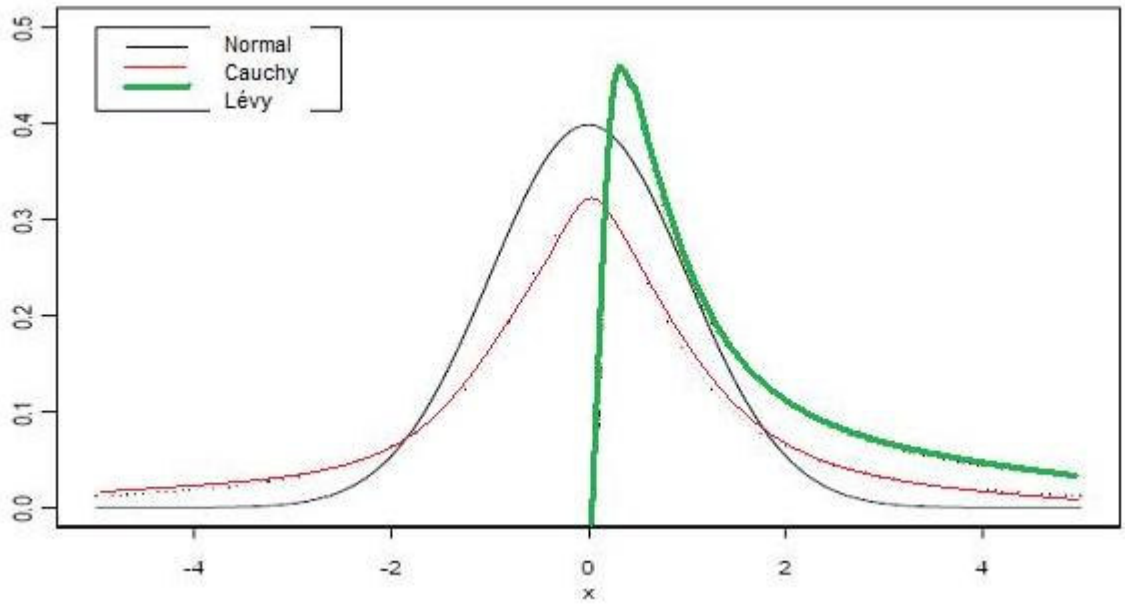
También conocida como distribución de Lorentz en la física.

$$f(x)=\frac{1}{\pi}\frac{\gamma}{\gamma^2+(x-\delta)^2}, \qquad -\infty < x < \infty \qquad 2\text{-}30$$

Distribución Lévy

$$f(x)=\sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}}\frac{1}{(x-\delta)^{3/2}}\exp\left(-\frac{\gamma}{2(x-\delta)}\right), \qquad \delta < x < \infty \qquad 2\text{-}31$$

La Figura 2-4 muestra un diagrama de estas tres funciones. Las distribuciones Normal y Cauchy son simétricas. La principal distinción cualitativa entre ellas es que la Cauchy posee colas más pesadas que la distribución Normal. En contraste con las distribuciones Normal y de Cauchy, la de Lévy es muy desigual, ya que toda la probabilidad se concentra en *x > 0*, y tiene aún mayor cola que Cauchy.



Fuente: John P. Nolan (2009)

Figura 2-4. Gráficos de densidad estandarizadas de las funciones Normal, Cauchy y Lévy.

Tabla 2-1 Comparación de las probabilidades de la distribución Normal, Cauchy y Lévy.

C	P (X>c)		
	Normal	Cauchy	Lévy
0	0,5	0,5	1,0
1	0,15	0,25	0,68
2	0,022	0,14	0,52
3	0,0013	0,102	0,43
4	0,000031	0,078	0,382
5	0,00000028	0,062	0,345

Fuente: John P. Nolan (2009)

Es complicado generalizar una función estable para definir las distribuciones de diferentes grados de la cola y distintos grados de asimetría, diferentes distribución Normal, Cauchy, Lévy, ya que no se conocen expresiones cerradas de forma general, por lo cual Zolotarev (1986) muestra que en algunos casos la densidad o la función de distribución estable son expresadas en términos de ciertas funciones especiales. El propósito de “cerrar” estas funciones ha fomentado cierto desprecio en el uso de modelos estables en la práctica, pero cabe recordar que no hay ninguna fórmula cerrada para la función de distribución acumulativa. Existen tablas y algoritmos informáticos precisos para la función Normal de distribución, y son usados de forma habitual en los modelos de valores normales. En la

actualidad se cuentan con programas que permiten calcular los cuantiles de interés para la distribución estable, por lo que es posible usarlos en problemas prácticos.

2.6.2 Parametrizaciones de estabilidad

En general, una distribución estable requiere cuatro parámetros para ser descrita: un índice de estabilidad o de característica de exponente α, un parámetro de asimetría β, un parámetro de escala γ, y un parámetro de localización, δ. En la literatura técnica se usa los simbolos de γ para describir el parámetro de escala y δ para el parámetro de localización y de esta manera evitar la confusión con los símbolos σ y μ, que se utilizan para la desviación típica y la media.

Los parámetros están limitados a los siguientes rangos: α (0, 2], β 2 [-1, 1], γ> 0 y $\delta \in$ R. Existen múltiples parametrizaciones lo que ha generado mucha confusión por su uso indiscriminado, esta variedad de parametrizaciones es causada por una evolución en la historia de funciones estables asociadas a una combinación con problemas que se han analizado utilizando formas especializadas de esta distribución. Hay buenas razones para utilizar diferentes parametrizaciones en diferentes situaciones, si se quiere facilidad numérica, o si se desea un estudio analítico de las propiedades estrictamente estables. Se describirá un método de parametrizacion, en las aplicaciones estadísticas, los cuatro parámetros ($\alpha, \beta, \gamma, \delta$) son desconocidos y deben ser estimados.

Una variable aleatoria **X** es **S** (α, β, γ, δ, 0) si

$$X \overset{D}{=} \begin{cases} \gamma\left(Z - \beta \tan\dfrac{\pi\alpha}{2}\right) + \delta & \alpha \neq 1 \\ \gamma Z + \delta & \alpha = 1 \end{cases}, \qquad \text{2-32}$$

donde Z = Z (α, β), X tiene la función característica:

$$E\exp(iuX) = \begin{cases} \exp(-\gamma^{\alpha}|u|^{\alpha}\left[1 + i\beta\left(\tan\dfrac{\pi\alpha}{2}\right)(\text{sign}u)\left(|\gamma u|^{1-\alpha} - 1\right)\right] + i\delta u & \alpha \neq 1 \\ \exp(-\gamma|u|\left[1 + i\beta\dfrac{2}{\pi}(\text{sign}u)\log(\gamma|u|)\right] + i\delta u & \alpha = 1 \end{cases} \qquad \text{2-33}$$

En principio, cualquier elección de parametrización es tan buena como otra, sin embargo en la literatura se recomienda el uso de la parametrización anterior ya que presenta facilidades en el trabajo y la inferencia estadística con la distribución estable y tiene la forma más simple para la función característica que es continua en todos los parámetros.

2.7 Estimaciones empíricas de fórmulas de IDF

El procedimiento seguido básicamente para conseguir la información en sitios donde no se dispone de algunos datos con suficiente calidad, consiste en interpolar la información proveniente de otra con suficiente información.

En la actualidad existe una dificultad de interpretar los datos tomados en una región o en determinado tiempo y "exportarlos" a otro sitio o usarlos en otra escala temporal. Muchos autores, fuera de los ya expuestos, en varias partes del mundo, han tratado de estimar las precipitaciones máximas basados en la observación de otras precipitaciones, asociadas a cualquier periodo de retorno. Básicamente la metodología realizada es usar la interpolación de mapas de profundidad de lamina de agua asociadas a cualquier periodo de retorno, o bien determinando las características o parámetros de las estaciones.

A pesar de que esta metodología sigue siendo muy usada para la estimación de IDF los investigadores han tratado de encontrar expresiones que relacionen la precipitación asociado a un periodo de retorno determinado a partir de la precipitación máxima asociada a un periodo de retorno menor, esto debido a que en muchas estaciones no se cuenta con largos registros de precipitación o tratando de usar registros de precipitaciones con escalas temporal muy larga de horas o días, cuyos registros son más fácil de elaborar y encontrar a precipitaciones de corta duración.

Sin embargo, pese a la validez de estas metodologías y su uso práctico, su sustento es meramente empírico, según afirma Burlando y Roso (1996) estas metodologías consisten *"procedimientos heurísticos, basados en suposiciones aún sin probar o suposiciones irreales relacionadas con la estructura espacio- temporal de la lluvi*a"

Wilches (2001) describe varias de las metodologías empíricas usadas en nuestro medio, de esta investigación se destaca la metodología propuesta por Bell (1969), usada más adelante en la determinación de precipitación en escalas pequeñas (menores a 1 hora).

Bell (1969), presenta una fórmula generalizada para la estimación de las precipitaciones de corta duración, (menores de 2 horas), que según el autor, podrían ser aplicadas en muchas regiones del planeta, basado en la hipótesis de que los mecanismos físicos que gobiernan las precipitaciones de corta duración son similares en cualquier lugar del mundo.

También en el trabajo de Bell, se da validez a los factores de proporcionalidad o relaciones constantes obtenidos por Hershfield en 1961. A pesar de ser un método empírico, estas relaciones constantes han sido verificadas, por él mismo y por otros autores en diferentes regiones, como en Suráfrica, en la antigua Unión Soviética, Australia, Checoslovaquia, y en Suramérica en Mendoza, Brasil, Sao Paulo y Chile, donde se han observado errores máximos del 24% entre los valores calculados para otras zonas y los valores calculados por Bell para duraciones entre 5 y 120 minutos (Varas 2001).

Basado en la hipótesis anterior y en las relaciones encontradas, Bell encontró la siguiente expresión para estas relaciones:

$$\frac{P_T^{\ d}}{P_T^{\ 60}} = 0{,}54d^{0{,}25} - 0{,}50 \quad para \quad 5 \le d < 120 \qquad 2\text{-}34$$

Donde:

P_T^d: Es la precipitación máxima en un intervalo de tiempo *d*, en minutos, con un período de retorno de *T* años.

P_T^{60}: es la precipitación máxima en un intervalo de tiempo de 60 minutos con un período de retorno de *T* años.

Los métodos que serán usados en el este trabajo corresponden a los métodos tradicionales con las funciones Gumbel y Log Normal, así como la metodología 1 de escalamiento (Burlando y Roso) para duraciones entre 1 y 24 horas, y la metodología de escalamiento 2 (Yu et al.), las cuales se compararán entre sí para duraciones entre 1 y 24 horas. Seguidamente, se realizará una aproximación al uso de funciones estables o de colas pesadas en la determinación de IDF para el rango de duraciones antes descrito, y por último se estimará de manera empírica valores de precipitación de escalas inferiores a 1 hora a partir del método de escalamiento 2 y usando los estimativos de Bell.

3 GENERALIDADES SOBRE LOS DATOS Y LA CLIMATOLOGÍA DE LA ZONA DE ESTUDIO

3.1 Año calendario vs. Año hidrológico.

En estudios preliminares se trataron de evitar efectos estacionales o periódicos mediante la diferenciación entre el año calendario y el año hidrológico, en este estudio se eligió usar el año calendario, por razones prácticas, ya que lo que se pretende es que el modelo (o los modelos) estudiados deben ser fáciles de reproducir con los datos que se encuentren en el medio; tales como la precipitación media anual y la precipitación máxima diaria anual, valores suministrados por las entidades a cargo de la operación de redes de estaciones de medición de lluvias, los cuales están basados en el año calendario. El análisis de estos datos no se realizó mediante el análisis de tormentas individuales, sino que se usó la totalidad de los datos registrados.

3.2 Localización

Para la elaboración de este trabajo se usó la información de los trabajos sobre el ciclo diurno de la precipitación en los Andes tropicales de Colombia (Agudelo et al 2001, Moreno y Vieira 2001, y Toro y Alvarez 2001; Poveda et al. 2005). La información corresponde a 51 estaciones pluviográficas ubicadas en las regiones cafeteras norte, centro y sur de Colombia. De estas 51 estaciones, 45 fueron suministradas por CENICAFÉ (Centro Nacional de Investigaciones del Café), y las restantes 6 fueron suministradas por las Empresas Públicas de Medellín (EPM). Estas estaciones tienen un rango latitudinal que va desde 1°15'N hasta 10°25'N.

La información usada en este estudio consiste en registros de precipitación horaria, con una longitud promedio de 28 años de registro, la mayoría de ellas hasta el año 1999. Se hizo un esfuerzo por actualizar esta información hasta la fecha, sin embargo, CENICAFE por razones presupuestales, descontinuó el registro horario de sus estaciones y ya sólo lleva registros de precipitación diaria. Con relación a las estaciones de EPM, la actualización exigía un procedimiento dispendioso en tiempo ya que esta información adquirió el carácter de confidencial y de interés estratégico para los planes de negocio de esta empresa.

En resumen, para este estudio se contaron con los registros de información continua horaria, que en promedio representan cerca de 245 mil registros por estación. Se decidió analizar toda la serie de datos y no utilizar tormentas específicas, ya que el enfoque de este trabajo es tratar de relacionar los datos disponibles con modelos que se basan en la invarianza de la escala de la lluvia.

En la Figura 3-1 se muestra la localización de las estaciones usadas en el estudio y la información pertinente a las mismas se describe en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1 Información sobre las estaciones usadas

Estación	Municipio	Departamento	Latitud Norte	Longitud Oeste	Altura	Longitud de registro	% datos faltantes
Agronomía	Manizales	Caldas	05°03´	75°29´	2150	ENE72-DIC99	1.1%
Aguas Blancas	San Vicente del Chucurí	Santander	06°50´	73°29´	920	ENE72-DIC99	8.4%
Arturo Gómez	Alcalá	Valle	04°40´	75°47´	1320	ENE72-DIC99	1.5%
Bertha	Moniquirá	Boyacá	05°53´	73°34´	1700	ENE72-DIC99	5.1%
Bizcocho*	San Rafael	Antioquia	06°18´	75°05´	1070	ABR71-DIC99	0.0%
Blonay	Chinácota	Norte de Santander	07°34´	72°37´	1235	ENE72-DIC99	0.7%
Bremen	Circasia	Quindío	04°40´	75°37´	2040	MAR72-DIC99	1.7%
Cenicafé	Chinchina	Caldas	05°00´	75°36´	1310	ENE72-DIC99	0.4%
Chapetón	Ibagué	Tolima	04°27´	75°16´	1300	ENE71-ABR88	2.2%
El Cedral	Pereira	Risaralda	04°42´	75°32´	2120	ENE73-DIC99	5.8%
El Jazmín	Santa Rosa de Cabal	Risaralda	04°55´	75°38´	1600	ENE72-DIC99	2.1%
El Limón	Chaparral	Tolima	03°40´	75°35´	990	ENE71-DIC96	7.2%
El Sauce	La Unión	Nariño	01°37´	77°06´	1610	ENE71-DIC99	12.4%
EL Sena	Armenia	Quindio	04°34´	75°39´	1550	DIC71-DIC99	8.8%
Fransisco Romero	Salazar	Norte de Santander	07°46´	74°40´	1000	ENE72-DIC99	1.1%
Granja Tibacuy	Tibacuy	Cundinamarca	04°22´	74°26´	1550	ENE72-DIC99	1.4%
Inmarco*	Caracolí	Antioquia	06°17´	72°48´	260	AGO68-AGO92	0.0%
Jorge Villamil	Gigante	Huila	02°22´	75°33´	1500	ENE72-DIC99	1.1%
Julio Fernández	Restrepo	Valle	03°48´	76°32´	1360	ENE72-DIC99	1.0%
La Bella	Calarcá	Quindío	04°30´	75°40´	1450	ENE72-DIC99	0.4%
La Catalina	Pereira	Risaralda	04°45´	75°45´	1350	NOV76-DIC99	1.0%
La Montaña	Dolores	Tolima	03°33´	74°54´	1260	ENE73-DIC99	15.9%
La Selva	Ginebra	Valle	03°40´	76°18´	1800	ENE79-DIC99	3.3%
La Sirena	Sevilla	Valle	04°17´	75°55´	1500	ENE71-DIC99	1.0%
La Trinidad	Líbano	Tolima	04°54´	75°03´	1430	JUN72-DIC99	0.6%
Llanadas	Palestina	Caldas	05°05´	75°41´	1020	ENE72-DIC99	10.0%
Luis Bustamante	Villarica	Tolima	03°54´	74°34´	1643	ENE72-DIC99	18.9%
Luker	Manzanares	Caldas	05°12´	76°28´	1420	MAR70-DIC99	2.7%
Mande*	Urrao	Antioquia	06°27´	75°08´	495	MAY78-ABR99	0.0%
Manuel María Mallarino	Trujillo	Valle	04°13´	76°19´	1380	ENE73-DIC99	2.5%
Manuel Mejía	El Tambo	Cauca	02°25´	76°45´	1700	ENE72-NOV99	2.1%
Maracay	Quimbaya	Quindío	04°36´	75°46´	1450	FEB82-DIC99	0.6%
Miguel V	Jardín	Antioquia	05°36´	75°12´	1570	ENE71-DIC99	1.9%
Misiones	Mesitas del Colegio	Cundinamarca	04°33´	74°25´	1540	ENE77-DIC99	3.0%
Naranjal	Chinchiná	Caldas	04°59´	75°39´	1400	ENE71-DIC99	0.6%
Ospina Pérez	Consacá	Nariño	01°15´	77°29´	1700	ENE72-DIC99	0.7%
Paragüaicito	Buenavista	Quindío	04°23´	75°44´	1250	ENE72-DIC99	0.5%
Peñol*	Peñol	Antioquia	06°24´	75°51´	1880	ABR60-FEB99	0.0%
Planta de Tratamiento	Pereira	Risaralda	04°48´	75°40´	1450	MAR69-DIC89	4.0%

Estación	Municipio	Departamento	Latitud Norte	Longitud Oeste	Altura	Longitud de registro	% datos faltantes
Pueblo Bello	Valledupar	Cesar	10° 25´	73° 34´	1000	ENE72-DIC99	3.4%
Rafael Escobar	Supía	Caldas	05° 28´	75° 39´	1320	OCT70-DIC99	0.1%
Rosario	Venecia	Antioquia	05° 58´	74° 04´	1600	ENE71-DIC99	0.9%
Santa Ana	Palestina	Caldas	05° 01´	75° 40´	1250	ENE72-DIC99	2.2%
Santa Bárbara*	Urrao	Antioquia	06° 24´	75° 43´	2595	MAR78-DIC99	0.0%
Santa Helena	Santa Rosa de Cabal	Risaralda	04° 57´	75° 37´	1525	NOV80-DIC99	2.1%
Santa Inés	Cachipay	Cundinamarca	04° 43´	74° 28´	1250	ENE72-DIC193	1.9%
Santagueda	Palestina	Caldas	05° 05´	76° 15´	1010	ABR72-DIC99	1.2%
Santiago Gutiérrez	Argelia	Valle	04° 43´	76° 10´	1550	AGO71-DIC99	5.7%
Sireno*	Urrao	Antioquia	06° 23´	75° 40´	1210	MAR78-ABR99	0.0%
Yacopí	Yacopí	Cundinamarca	05° 28´	74° 22´	1340	ENE72-DIC99	1.5%

(*) Estaciones suministradas por Empresas Públicas de Medellín

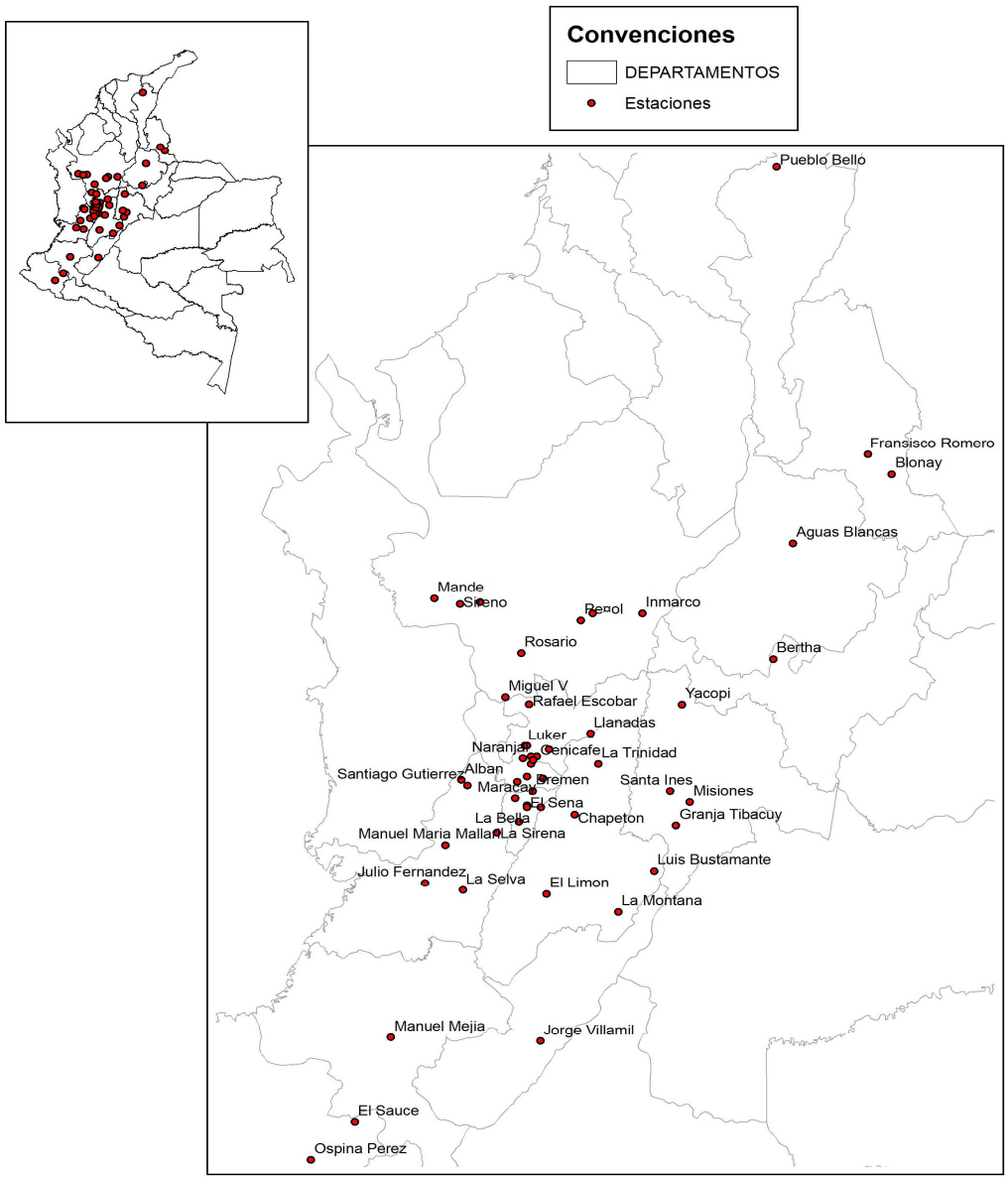


Figura 3-1 Localización de las estaciones usadas en estudio.

3.3 Descripción general de la zona (climatología)

La región Andina Colombiana posee una enorme variabilidad de fenómenos climáticos, adicional a esto la región tiene particularidades locales topográficas, orográficas, ecológicas, que son difíciles de estudiar y de las cuales se cuenta con ninguna o muy poca información para su entendimiento, diagnóstico y pronóstico.

Dentro de estos factores se encuentra la situación geográfica de los Andes, la presencia de tres ramales montañosos, con una cercanía a dos océanos, la ubicación tropical que

producen efectos derivados de la Zona de Convergencia Intertropical (ZCIT) y fenómenos cuasi-periódicos como las dos fases de El Niño-Oscilación del Sur (ENSO). Para una información más detallada de estos fenómenos se pueden ver los trabajos de Snow (1976), Mesa, Poveda y Carvajal. (1997), Vélez, Poveda y Mesa (2000), Poveda (2004) y Poveda et al. (2007).

La precipitación de la región se puede clasificar como de clima montañoso, con valores medios anuales que varían 1000 mm en regiones secas como las ubicadas en el valle del Río Cauca, hasta las de los 9000 mm encontradas en parte de la vertiente de la cordillera occidental hacia el Pacífico.

3.4 Procesamiento de la información

Con la información recopilada se hallaron las precipitaciones máximas para los valores de duración entre 1 y 24 horas, el método es similar al análisis realizados para las tormentas y consiste en determinar el valor máximo mediante la ventana de tiempo móvil como se puede apreciar en la Figura 3-2.

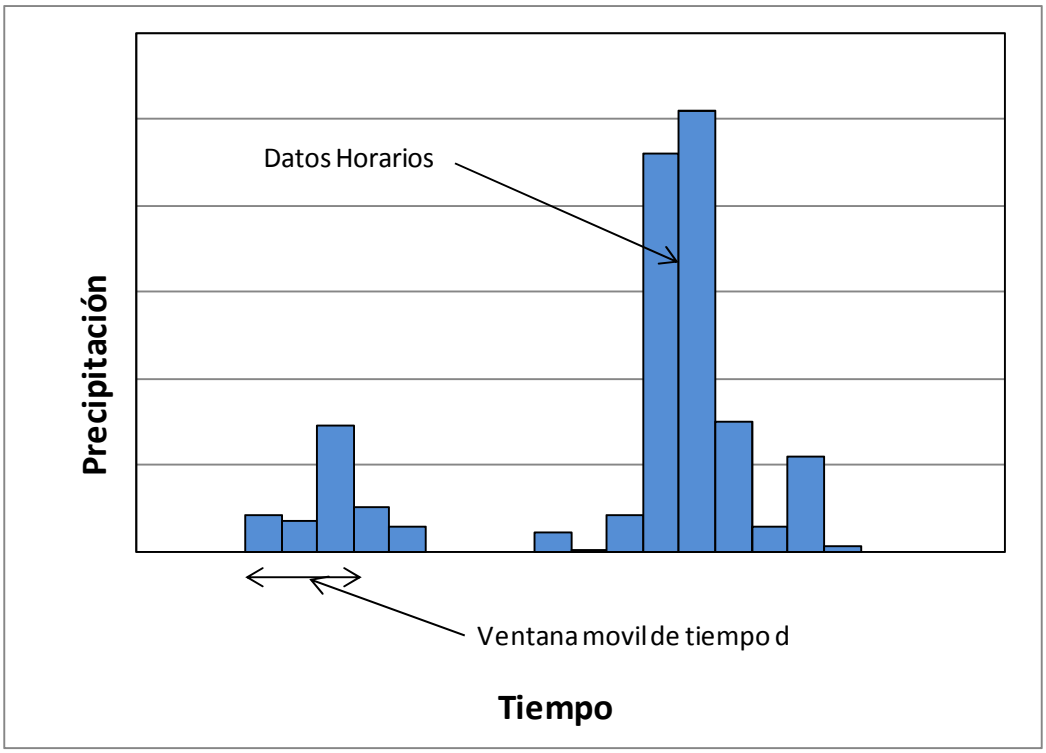


Figura 3-2 Obtención de la precipitación máxima para una duración d, en la serie de registros horarios.

No obstante que se pudieran realizar análisis para analizar eventos independientes como los que se cuentan en la literatura (Restrepo y Eagleson 1982, Arnell et al 1984). Estas metodologías son “empíricas e inexactas” pero tienen muchas aplicaciones prácticas.

3.4.1 Registros continuos frente a tormentas estadísticamente independientes.

Pese a que Wilches (2001) trató de usar tales metodologías para la separación de las tormentas analizadas en su estudio, las metodologías usadas se relacionaban básicamente con la precipitación media anual, contando con valores de independencia de los fenómenos que varían entre 1 hora y 10 horas dependiendo de la localización de la estación de medición. En vista de este resultado, ese trabajo decidió usar una separación de eventos de 2 horas de forma "*ad hoc*". Esto ratifica la dificultad de identificar los eventos independientes y permite indicar que es más conveniente usar valores continuos de precipitación para encontrar las precipitaciones máximas.

La metodología usada en este trabajo para estimar las curvas IDF busca que sea fácilmente repicable, usando la información que se encuentra en las diferentes bases de datos y la que se puede adquirir comercialmente. Sin embargo, existen metodologías para independizar las tormentas como se indicó anteriormente, la toma de todos los registros permiten encontrar precipitaciones máximas asociadas a cualquier duración, lo cual demanda obtener efectivamente los registros máximos año tras año. Otros trabajos han usado metodologías de búsqueda de tormentas han encontrado que es difícil encontrar los registros de duración máximos, suponiendo inicialmente que la láminas de agua registradas de la tormentas analizadas sean las mayores de cada año; además es difícil separar tormentas cuando se analizan precipitaciones superiores de 1 hora, ya que dentro de este rango pueden suceder picos de intensidad asociados a una misma tormenta de diferente duración y que la metodología de independencia de tormentas simplemente desecharía. Wilches (2001) no llega a conclusiones definitivas respecto a este aspecto aunque usó tormentas en vez de registros continuos. Dentro de sus conclusiones se destaca:

> *"A pesar de lo anterior no se observan diferencias importantes entre la series de máximas anuales tomando los años hidrológicos y las series tomando los años calendario."……* "*De acuerdo con los resultados anteriores es posible concluir que cuando se desean construir las curvas IDF deben tomarse, si es posible, los registros de precipitación continuos, de no ser posible deben seleccionarse el mayor número de tormentas posible, superior a seis (6) u ocho (8) tormentas por año, dependiendo de la aplicación de dichas curvas*."