UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

DISEÑO Y APLICACIÓN DE UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA COMPRENSIÓN DEL LENGUAJE ALGEBRAICO

DESIGN AND APPLICATION OF A DIDACTIC STRATEGY FOR THE UNDERSTANDING OF THE ALGEBRAIC LANGUAGE

ARLINTONG ASTUDILLO RONCANCIO
C. C. 1.117.494.435

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MANIZALES - COLOMBIA
2017

DISEÑO Y APLICACIÓN DE UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA COMPRENSIÓN DEL LENGUAJE ALGEBRAICO

ARLINTONG ASTUDILLO RONCANCIO
C. C. 1.117.494.435

Tesis o trabajo de investigación presentada (o) como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director: **RODRIGO PELAEZ ALARCON**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
MANIZALES - COLOMBIA
2017

Nota de Aceptación

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Firma del Presidente del Jurado

_____

Firma del Jurado

_____

Firma del Jurado

Ciudad, fecha.

_____

Dedicatoria

En el presente trabajo se manifiesta la suma de esfuerzos de toda índole, el compromiso personal y un sueño alcanzado.

A Dios

Dedico este resultado de tantos desvelos, ansias y voluntades, de manera especial y principalmente a Dios, puesto que me permitió llegar hasta este punto de mi vida profesional.

A mi familia

Son las personas que me han ofrecido el amor, apoyo y cariño incentivándome a lograr la construcción de este sueño, otorgándome la fortaleza necesaria para superar todos los obstáculos, siendo mi mano derecha durante todo este tiempo, también, su paciencia y comprensión a lo largo de mis estudios que me posibilitaron estar hoy superando mis metas.

Dedico este resultado a todos los que me apoyaron para escribir y concluir esta tesis. Para aquellos quienes me prestaron su apoyo incondicional.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por orientarme en mis acciones diarias, que me han permitido desarrollar el presente proyecto de investigación. Gracias a mi familia que me brindaron su apoyo incondicional, y estuvieron colaborándome en todas las situaciones que se hicieron presentes, los obstáculos, y alegrías que me han llevado a seguir adelante para lograr mis metas, además, sus ánimos son parte del camino que he recorrido, de esfuerzo y trabajo con el propósito de seguir adelante.

Gracias a la Institución Educativa San Calixto, directivos y la comunidad educativa por aportar significativamente a la realización de este estudio, permitiéndome llevar a cabo mis ideas y estar al pendientes con las actividades propuesta, colaborándome y trabajando de forma cooperativa para el logro de mis objetivos. Gracias a la Universidad Nacional por brindarme la oportunidad de superarme como profesional, al profesor RODRIGO PELAEZ por ser un guía y apoyo incondicional durante el desarrollo del presente trabajo y a todas las personas que de una u otra forma hicieron posible este gran logro. A todos, Gracias.

Tabla de contenido

Agradecimientos v

Resumen 11

Abstract 13

Introducción 15

Capítulo I 19

1. Planteamiento del problema 19

2. Justificación 24

3. Objetivos 27

3.1. Objetivo General 27

3.2. Objetivo Específicos 27

4. Hipótesis 28

4.1. Operacionalización de las variables 28

4.2.1.1. Variable Independiente: El juego algebraico como estrategia didáctica 28

5. Estado de Arte 30

Capítulo II 37

6. Marco Referencial 37

6.1. Marco Teórico 37

6.1.1. Enfoque Constructivista para la enseñanza de Matemáticas 37

6.1.2. Comprensión de las variables 41

6.1.3. Desarrollo del pensamiento variacional y sistemas algebraicos 43

6.1.4. Importancia de la enseñanza de las matemáticas 44

6.1.5. Dificultades del aprendizaje del Algebra 47

6.1.6. El proceso de aprendizaje cognitivista 54

6.1.7. La pedagogía y didáctica del juego 56

6.1.8. La actividad lúdica como método de enseñanza 57

6.1.9. Trabajo Cooperativo en el Aprendizaje 62

6.2. Marco conceptual 64

6.2.1. Matemáticas 64

6.2.2. Algebra 66

6.2.3. Actividad lúdica 68

6.2.4 Lenguaje algebraico 69

6.2.5. Comunicación 71

6.2.6. Pedagogía 71

6.2.7. Didáctica 72

6.2.8. Estrategia 73

6.2.9. Aprendizaje Significativo 73

6.3. Marco Contextual 75

6.3.1. Macro contexto 76

6.3.2 Micro contexto 78

6.4. Marco legal 82

6. Metodología 87

7.1. Tipo de Investigación 88

7.2. Alcance de la Investigación 89

7.3. Descripción de la población y muestra 89

7.3.1. Población 89

7.3.2. Muestra 90

7.3. Etapas para el desarrollo del diseño de la investigación 94

7.4. Diseño y Técnicas de Recolección de información 99

7.4.1. Construcción y proceso operativo de Instrumentos aplicados en cada etapa ... 99

7.4.1.1. Instrumentos Cuantitativos 99

7.4.2. Validez y fiabilidad de los instrumentos 101

8. Análisis de los hallazgos..... 104

8.1. Etapas del análisis 105

8.1.1. Etapa I: Descripción de los hallazgos 106

8.1.2. Etapa II: Interpretación de los hallazgos 114

8.1.3. Etapa III: Comprensión y representación de los hallazgos 121

9. Conclusiones 132

10. Bibliografía 135

Anexos 138

Lista de Tablas

Tabla 1: Sedes de la Institución Educativa San Calixto. **.....78**

Tabla 2: Características de la Institución Educativa San Calixto.**.....79**

Tabla 3: valores k más utilizados y sus niveles de confianza.....91

Tabla 4: Muestra aleatoria simple probabilística.....92

Tabla 4: Componentes de la secuencia de la estrategia de juegos algebraicos 97

Tabla 6: Actividades lúdicas.....98

Tabla 7: Resultados de los expertos para la validez. 102

Tabla 8: Resultados de los expertos para la Confiabilidad.....102

Tabla 9: Parámetros de acuerdo a Herrera (1998) para la validez y confiabilidad. 103

Tabla 10: Análisis del diagnóstico.....106

Tabla 10: Pre test. 112

Tabla 11: Pos test.....113

Tabla 12: Cuadro de triple entrada. 114

Tabla 13: Interpretación del Pre y Pos test 117

Tabla 14: Codificación abierta. 122

Lista de figuras

Figura 1: Mapa del municipio de Suaza, Huila. ..... **Error! Bookmark not defined.**
Figura 2: Ecuación para sacar la muestra. 91
Figura 3: Media para la validez. 102
Figura 4: Media para la confiabilidad.....103
Figura 5: Etapas del análisis. 105
Figura 6: Porcentaje de aciertos y desaciertos conseguido en el pre y pos test.....118
Figura 7: Resultados del pre test.....119
Figura 8: Resultados del pos test. 119
Figura 9: Prueba de Hipótesis en Excel.....120
Figura 23: Categorización selectiva. 129

Resumen

Esta investigación se desarrolla en la Institución Educativa San Calixto, Suaza con los estudiantes de Octavo grado de educación básica secundaria, caracterizados por ubicarse en la sede Los Salados en la zona rural con edades que oscilan entre los 13 y 14 años, que son parte de una problemática educativa actual que preocupa y afecta el desarrollo de la región desde todos sus contextos, identificando que no hay un progreso en el rendimiento de los resultados en la competencia de matemáticas en las pruebas Saber 9, según el análisis de los resultados en las pruebas Saber (2014 & 2015).

Además se encuentra que esta problemática está directamente relacionada con la práctica docente y las pocas estrategias didácticas que se presentan en las clases de matemáticas, debido a la rigidez con que se ha caracterizado a la materia, señala el MEN (2009) los estudiantes no manifiestan interés en el área. Entonces, se hace necesaria la búsqueda de estrategias didácticas como una contribución para que los actores educativos de la institución alcancen sus propósitos formativos. Una propuesta en la que se desarrolla el diseño e implementación de una estrategia didáctica para motivar al estudiante con el juego para el aprendizaje del algebra, que está fundamentado en los diferentes contextos que rodean el diario vivir de los estudiantes permitiendo de esta forma, fortalecer su pensamiento variacional y el desarrollo de sus capacidades para la resolución de problemas cotidianos con base al razonamiento matemático.

Atendiendo a estas consideraciones, se opta por el diseño metodológico mixto enfocado a una investigación de tipo etnográfica estudiando el grupo de estudiantes de Octavo grado. Primeramente, se analizan los documentos del PEI, Plan de Área y Lineamientos Curriculares donde se establecen los procesos desarrollados con los estudiantes para el proceso de enseñanza y aprendizaje del área de matemáticas, luego de este diagnóstico se pretende determinar los principales fundamentos teóricos y metodologías del pensamiento matemático variacional con el fin de proporcionarle a los estudiantes una serie de juegos apropiados con ayuda del algebra, para recolectar estos datos se proponen algunos instrumentos, acordes al contexto y enfoque de esta investigación como la observación directa, el diario de campo, el pre y pos test que permitirán evidenciar la incidencia de la actividad lúdica para mejorar los rendimientos en el área de matemáticas y específicamente en el álgebra.

Por último, se realiza un análisis completo de los hallazgos, tomando las descripciones de los datos obtenidos a través de la construcción de un análisis cualitativo y cuantitativo, haciendo uso de la triangulación, la categorización y los cálculos estadísticos de los hallazgos, así de esta manera probar la efectividad de esta estrategia didáctica, esperando dar respuesta a la pregunta formulada en esta investigación y el éxito de los objetivos.

Palabras clave: Algebra, Pensamiento Variacional, Matemáticas, Juego, Estrategia Didáctica.

Abstract

This research is carried out in the San Calixto Educational Institution, Suaza, with the 8th grade students of secondary basic education, characterized by being located in Los Salados headquarters in the rural area, with ages ranging from 13 to 14 years, which are part of a current educational problem that worries and affects the development of the region from all its contexts, identifying that there is no progress in the performance of the results in the mathematics competition in the Saber 9 tests, according to the analysis of the results in the Saber tests (2014 & 2015).

It is also found that this problem is directly related to the teaching practice and the few didactic strategies that are presented in the math classes, due to the rigidity with which it has been characterized in the subject, says the MEN (2009), causing this In some cases, in the classroom, students do not show interest in the area of mathematics. Then, before this, it becomes necessary to search for didactic strategies that generate playful or active, dynamic processes as a contribution to the interpretation of the environment or context from the algebraic knowledge learned, as well as for the student as an educational actor of The San Calixto Educational Institution achieves its formative purposes, thus allowing to strengthen the variational thinking and the development of the student's logical abilities, as well as the ability to solve everyday problems through mathematical reasoning.

In response to these considerations, we opt for the mixed methodological design focused on ethnographic research studying the group of eighth grade students. Firstly, the documents of the PEI, Area Plan and Curriculum Guidelines are analyzed, where the processes developed with the students for the teaching and learning process of the area of mathematics are established, after this diagnosis it is intended to determine the main theoretical foundations and methodologies of the Variational mathematical thinking in order to provide students with a series of appropriate games with the help of algebra. To collect these data, some instruments are proposed, according to the context and focus of this research, such as direct observation, the field diary, pre and post test that will show the incidence of recreational activity to improve performance in the area of mathematics and specifically in algebra.

Finally, a complete analysis of the findings is made, taking the descriptions of the data obtained through the construction of a qualitative and quantitative analysis, making use of the

triangulation, the categorization and the statistical calculations of the findings, as well as this way to prove the effectiveness of this didactic strategy, hoping to give answer to the question formulated in this investigation and the success of the objectives.

Keywords: Algebra, Variational Thought, Mathematics, Game, Didactic Strategy.

Introducción

Es posible identificar una problemática educativa actual relacionada con el éxito escolar que los estudiantes obtienen en el área de matemáticas, más específicamente en temas del álgebra, que no solo afecta su situación académica sino que deja en evidencia una de las causas de crisis en todos los ámbitos que constituyen los países, Es así que estudios como la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos - OCDE (2016) menciona que las pruebas PISA enfocadas a evaluar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas desde el razonamiento matemático, argumentar, comunicarse y su desarrollo del pensamiento variacional, permite identificar que la población estudiantil adquieren conocimientos teóricos, pero no logran aplicarlos a una situación, es decir, que no alcanzan a desarrollar la competencia Saber Hacer, que consiste en las habilidades y destrezas que le permitan a los estudiantes apropiarse del conocimiento impartido y aplicarlo a la realidad según lo explica Lina María González (2014).

Entonces se explicó, que donde se encuentran los rendimientos más deficientes son en los países latinoamericanos, como Chile, Brasil, Argentina, y Colombia en el que se evidenció como el país con el más bajo resultado, esto se debe a la baja calidad que presenta el sistema educativo del país relacionada con la poca inversión en la zona rural, y la práctica tradicionalista de los docentes que no aplican estrategias lúdicas acordes a los estilos de aprendizaje del estudiante o a la manera de percibir los conocimientos y se dejan caer en la rutina de las temáticas, debido a la rigidez con que se ha caracterizado esta área de Matemáticas et at., (MEN, 2009).

A esta situación se le suma, la experiencia como docentes en el área de matemáticas en el desarrollo normal de las actividades de aula o en nuestras prácticas educativas, pues según (Linares Gómez, 2013) que no a todos los estudiantes les llama la atención las matemáticas por su temática rutinaria, se observa como unos se desenvuelven con gran habilidad y destreza en la solución de problemas de la clase mientras algunos otros se ven en las mayores dificultades para resolverlo, por lo tanto, les llama más su atención la realización de clases dinámicas donde se considera la implementación de estrategias donde estén activos, participando, socializando con sus compañeros como el juego que supone actividades atractivas y aceptadas con facilidad por los estudiantes donde centra toda su atención a las clases de matemáticas por ser novedosas, reconociendo que las situaciones que se desarrollan son de parte de su realidad.

En la Institución Educativa San Calixto ubicada en el municipio de Suaza, zona rural se presenta este problema, identificando que no hay un progreso en el rendimiento de los resultados en los desempeños de razonamiento y argumentación; Comunicación, representación y modelación; Planteamiento y resolución de problemas del área de matemáticas que se evalúan en las pruebas Saber 9, especialmente en el álgebra, según el análisis de los resultados de las pruebas Saber (2014 & 2015), lo que es preocupante para los docentes de matemáticas de la educación de básica secundaria, por lo que se plantea el juego con el álgebra como estrategia didáctica, con la intención de desarrollar y fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes y mejorar de manera significativa su rendimiento.

Se hace pertinente el presente trabajo de investigación porque aporta a la promoción de habilidades matemáticas y capacidad de racional en el pensamiento variacional de los estudiantes de Octavo grado próximos a la Prueba Saber 9, además, el docente plantea una estrategia que orienta a sus estudiantes mediante una constante interacción entre el estudiantes –docentes, estudiantes – estudiantes, que les permite partir de la exploración, abstracción, clasificación, medición y estimación, descubriendo desde razonamiento lógico, que las matemáticas sí están relacionadas con la vida y con las situaciones que nos rodean, más allá de las paredes de la escuela (Saber hacer), igualmente, se le da al estudiante la oportunidad de desarrollar su competencia variacional para construir ambientes significativos donde los docentes y educandos adquieren un sentimiento de autonomía y apropiación por mejorar el proceso de educación.

En efecto, se pretende analizar el impacto del juego algebraico como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento matemático variacional en los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del Municipio de Suaza-Huila, a este respecto, se concreta la investigación en cuatro capítulos desarrollando lo planteado en los objetivos con el propósito de alcanzar la respuesta de la pregunta de estudio, que orienta la construcción de esta investigación, a continuación se describen los capítulos:

Capítulo I: Inicialmente, se empieza por definir el fenómeno a estudiar donde los estudiantes tienen antecedentes de la pruebas PISA, y Saber 9 desde una perspectiva a nivel internacional, nacional y local, también, se encuentran las variables más significativas que influyen en esta problemática como las prácticas educativas tradicionales del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y operaciones algebraicas, la falta de un contexto en las estrategias e instrumentos, y sobre todo, que los estudiantes tiene una actitud desmotivaste frente

a las matemáticas que les impide rendir en el área y resolver problemas cotidianos, puesto que solo poseen la competencia del saber y regularmente la del Saber hacer.

Capítulo II: Comprendiendo el problema de investigación, se lleva a cabo la construcción de las bases que fundamentarán las ideas y viabilizaran los resultados, entonces, se refieren los aportes del MEN (2009) en cuanto a los Estándares Curriculares de Matemáticas, Cogollo (2006), Godino (2004), Colorado, Álvarez, & Ospina (2011), Fernández (2010) quienes definen la importancia del aprendizaje de las matemáticas, la comprensión y fundamentos para enseñar algebra, la actividad lúdica como método de enseñanza donde se tiene en cuenta la Teoría de Aprendizaje de Ausubel, igualmente, se colocan algunos conceptos necesarios para comprender le estudio. Después, se realiza la contextualización tanto macro como micro contextual del municipio de Suaza donde se encuentra la Institución objeto de estudio, en sus diferentes ámbitos como el económico, social y cultural, finalmente, se manifiesta la normatividad legal necesaria como la Ley General de Educación (1994), los Lineamientos Curriculares del área de Lengua Castellana establecidos por el MEN (2009).

Capítulo III: Seguidamente, se realiza la descripción de la metodología escogida y lo que concierne a este tema, en este caso la investigación mixta con enfoque etnográfico, teniendo en cuenta autores como Hernández Sampieri (2014), McMillan & Schumacher (2005) quienes fundamentan los procedimientos y fases caracterizadas por ser cualitativos y cuantitativos, además, se define estadísticamente la muestra tomada del grado Octavo, y deciden los instrumentos con lo que se recogerá información cuales son la observación directa, diario de campo, un pre y pos test. Cabe resaltar que se señalan los juegos con el álgebra que cumplen con ciertas condiciones para aplicarlos. Los hallazgos encontrados, se les hace un correspondiente análisis que permite identificar aciertos, desaciertos y avances que se lograron con esta propuesta.

Capitulo IV: Para finalizar, se determinan las conclusiones del trabajo realizado, identificando cuál fue el aporte pedagógico y didáctico de la implementación del juego con el álgebra como estrategia didáctica en las clases de matemáticas de los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto.

Por lo tanto, se espera que el juego con el álgebra mejore significativamente el pensamiento matemático variacional en los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados, además, de que contribuya en el fortalecimiento y desarrollo de la autonomía por parte los educandos, asumiendo una actitud positiva comprometida con el aprendizaje de las

matemáticas, donde trabajen en equipo comunicándose con sus compañeros para la generación de un ambiente interactivo y agradable, para tal efecto, el docente orienta a sus estudiantes en todo momento, demostrando su apoyo y acompañamiento en caso de que surjan dudas, facilitándoles el aprendizaje de conocimientos para que estos lo apliquen creativamente.

Capítulo I

1. Planteamiento del problema

"El área de matemáticas constituye una especial consideración, la formación educativa de la población estudiantil y principalmente en la etapa de primaria, ya que es un eficaz instrumento para resolver cuestiones de la vida cotidiana o de la más sofisticada tecnología" según (Fernández, 2010, p. 10), siendo el razonamiento algebraico parte del pensamiento matemático que permite comprender situaciones y encontrar una solución práctica, desde una perspectiva integral mediante la exploración de fenómenos, la formulación de conjeturas matemáticas, la justificación de resultados, donde los estudiantes desde distintos contenidos matemáticos pretenden superar niveles de complejidad. Varias investigaciones evidencian el incremento de las dificultades que presentan los estudiantes en el área de matemáticas y los diferentes campos de estudio como el álgebra que se desarrollan durante la educación formal de los estudiantes.

Dichas falencias son parte de una problemática educativa actual que preocupa y afecta el desarrollo de los países desde todos sus contextos, evidenciándose en los resultados obtenidos en las pruebas PISA que evalúan a nivel internacional a los estudiantes sus habilidades en las área de matemáticas, encontrando que países subdesarrollados ubicados en Latinoamérica tienen los rendimientos en matemáticas más bajo en las pruebas como Brasil se evidencio que 68,3% de los estudiantes no alcanzaron un nivel básico en matemáticas, en Argentina el 66,5% , y en Colombia con el mayor porcentaje del 73,8% de los estudiantes se encuentra debajo del promedio de rendimiento (OCDE, 2016).

Cabe resaltar, que los resultados alcanzados en las pruebas externas como las PISA no constituyen del todo al éxito o al fracaso del estudiante, la educación no se reduce a lograr determinados resultados "las pruebas son un instrumento de medición de algunos criterios que se deben incluir en la formación de nuestros estudiantes" (Ministerio de Educación, 2011, p. 1), sin embargo, Ramírez integrante de la Comunidad de Educadores para la Cultura Científica de la Ciudad de México refiere que los estudiantes suelen preguntar "¿esto para qué me sirve? ¿dónde voy a emplear esto? Haciendo énfasis a una educación tradicionalista en el que mientras más rellenemos el cerebro vacío de los estudiantes con el conocimiento acumulado y éstos lo repitan intachablemente, mejores alumnos serán" (Ramírez, 2017, p. 5), haciendo referencia a que los conocimientos matemáticos no los utilizan en su vida cotidiana, es por eso que la educación de

matemáticas y aún más específicamente del pensamiento variacional busca traer a las aulas de clase estrategias relacionadas con el contexto que permitan construir un proceso educativo significativo para que el educando transforme su alrededor.

Cada día está en constante variación y cambio, y la comprensión del pensamiento variacional le brinda al estudiante la capacidad de plantear soluciones a situaciones problemáticas, analizar, recolectar datos organizadamente, ordenar, agrupar, seleccionar métodos de distintas formas, predecir y tomar decisiones coherentes en todos los contextos de la vida cotidiana , en el programa “Todos a Aprender” se señala “en todos los pensamientos matemáticas se puede encontrar situaciones susceptibles de ser modeladas matemáticamente a partir de cuantificar el cambio o la variación” (Ministerio de Educación, 2013, p. 23) , por ejemplo como descubrir cantidades desconocidas de carácter variable, cómo repartir la leche para un número de niños en el comedor escolar , cuanto tiempo un deportista entrena si cada día aumenta determinados minutos de entrenamiento, cuantas fichas fueron necesarias para construir una figura, cuantos kilómetros alcanza un auto en determinadas horas si avanza un 1km/h.

Por otra parte, la situación de Colombia en comparación a con otros países es preocupante, debido a que en las pruebas Saber 9 en la prueba específica del área de matemáticas se evalúa en un 35% el pensamiento numérico variacional del estudiante, donde se les valora en un 11% su capacidad de razonar y argumentar sus respuestas, en un 11% su habilidad en el reconocimiento y resolución de problemas, y un 13% la comunicación y representación y modelación que corresponde a aspectos asociados según el ICFES (2014) a:

Los números y la numeración, su significado y la estructura del sistema de numeración; las operaciones, sus propiedades, su efecto y las relaciones entre ellas; el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal en contextos aritméticos y geométricos el lenguaje simbólico (algebraico), a la variación inversa y el concepto de función.

Colombia participó durante los años 2009, 20012 y 2013 donde se identificó que los resultados la mala preparación de los estudiantes para enfrentarse a las preguntas de matemáticas, encontrando que la variación es negativa para todas las áreas evaluadas así en matemáticas -3,00 donde se obtuvo un promedio por debajo del rendimiento básico en todos los años (ICFES, 2014). En un estudio del Centro Nacional de Métodos de Investigación –NCRM (2000) se

expresó que “los estudiantes necesitan comprender el álgebra, sus conceptos, las estructuras y principios que rigen la manipulación de símbolos y como pueden usarse estos para registrar ideas y ampliar su comprensión de situaciones” (p. 39).

La educación de las matemáticas se relaciona con las prácticas educativas no adecuadas, puesto que según (Barros & Elia, s.f) los docentes suponen solamente a enseñar un procedimiento mecánico que se desarrollan en el aula de clase de forma tradicional, muchas veces no se parten de las destrezas de razonamiento con las que los niños entran en la escuela, los maestros pueden ayudarles a que aprendan lo que supone el razonamiento matemático. Lo anterior, a su vez genera la deserción escolar debido a los bajos rendimientos en el área de matemáticas, sobre todo en estudiantes que tiene edades cercanas a los 14 años, los cuales en su mayoría tienen dificultades para conseguir trabajos bien remunerados, puesto que, carecen de conocimientos y habilidades básicos lo que afecta directamente el crecimiento económico de un país señala (PISA, 2012)

A esto se le suma, que el nivel de comprensión del álgebra está muy relacionado con la progresión que se sigue en la utilización de las letras, siendo una de las mayores dificultades con que se encuentran los estudiantes que de igual forma obtiene bajos resultados en compresión lectora, en el uso y significado de las letras que se aplican en el álgebra generando que se piense que las dificultades del Álgebra se deben a la naturaleza abstracta de los elementos utilizados (Vasco, 2006) entre muchas otras causas, lo que ha permitido comprobar que en promedio existe una gran probabilidad de tener un bajo rendimiento en matemáticas y otras áreas, para los estudiantes que asisten a escuelas en zonas rurales, los que no han recibido educación preescolar, y los que han repetido curso, refiere el MEN (s.f).

En el caso específico de la Institución Educativa San Calixto ubicada en el municipio de Suaza del Departamento del Huila, se presenta un problema inquietante que a la vez preocupa a los docentes que orientan matemáticas en los grados de Educación Básica Secundaria pues “cada vez vivimos en un mundo más matemático y sin embargo la educación está estancada” (Wolfram, 2017, p. 7), identificando que no hay un progreso en los resultados de las pruebas Saber 9 de matemáticas, según el análisis de los resultados en las pruebas Saber (2014 & 2015). Con frecuencia, en la actualidad en diferentes investigaciones se interroga sobre el génesis de dicha falencia y se encuentra que esta problemática está directamente relacionada con la práctica docente y las pocas estrategias didácticas que se presentan en las clases de matemáticas, debido a la rigidez con que se ha caracterizado a la materia, señala el MEN (2009). Entonces, se puede

encontrar que una posible causa de dicha falencia se debe en gran medida a la práctica tradicional de enseñanza que se establece en los planes curriculares, también, la falta de estrategias pedagógicas, didácticas, lúdicas que sean de interés para el estilo de aprendizaje del estudiante señala el MEN (2009) en sus lineamientos Curriculares de Matemática donde se establece que:

> Ser matemáticamente competente supone ser diestro, eficaz y eficiente con las matemáticas, poseer un dominio en el conocimiento conceptual y procedimental y enriquecer una actitud favorable y dispuesta. Estas competencias serán potenciadas en ambientes de aprendizaje que exijan la comprensión y la significación de situaciones problemas cotidianos que requieren para este proyecto investigativo o para cualquier otro en análisis de las matemáticas en el aula, ser consideradas y reflexionadas constantemente a medida que se vayan creando y ejecutando estrategias didácticas, siempre con el objetivo de fortalecer el pensamiento matemático

El MEN (2006) considera que el desarrollo del pensamiento variacional conlleva al reconocimiento de "fenómenos de cambio y variación, por tal motivo, es necesario propiciar en el aula de clase actividades para que los estudiantes exploren, reflexionen, deduzcan, conjeturen y planteen nuevas situaciones frente a las relaciones dinámicas que se generan entre los conceptos matemáticos" (p. 16), en este caso, aquellos que se originan con el estudio de contenidos algebraicos para el grado Octavo, por ello, en países como España Rodríguez et al. (2014) realizó estudios sobre el uso de los juegos como estrategia motivadora para desarrollar el procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas que permitió adquirir competencias de una manera divertida y atractiva para los alumnos.

Chamoso et al. (2004) establece que el juego o actividad lúdica supone actividades atractivas y aceptadas con facilidad por los estudiantes por ser novedosas en las clases de matemáticas, reconociendo que las situaciones que se desarrollan son de parte de su realidad, construyendo un espíritu competitivo, y la estimulación de un acercamiento social entre los estudiantes, favoreciendo las relaciones con otras personas, la expresión, la empatía, la cooperación y el trabajo en equipo con el fin de generar una solución a una necesidad, que les permite potenciar su autonomía con la comprensión de los propios fallos y los éxitos de los demás.

En Colombia, el maestro que enseña matemáticas se comprometa a romper prejuicios de que las matemáticas aburridoras y rutinarias, por esto hay que enseñarlas con otras perspectivas como la que se plantean en esta propuesta investigativa, que permite que los estudiantes se interesen

por las actividades que les produce goce y disfrute a través de herramientas lúdicas de aprendizaje, por su estructura lógica que se traduce en caja de herramientas para la cotidianidad en la comprensión del mundo de la vida "acompañadas por el afecto y la comprensión que requiere el acto educativo, que le permite a los estudiantes acrecerse al conocimiento y a la felicidad que producen dichos eventos, al cerebro lo que más le encanta es entender" Llinás (2008).

En consecuencia, conscientes y conocedores de esta situación se busca con la ejecución del presente proyecto de investigación demostrar que es necesario priorizar en la Institución Educativa planes de mejoramiento que contentan estrategias didácticas como la actividad lúdica o juego que motiven al estudiante, teniendo en cuenta el contexto que rodea el diario vivir de los educandos para motivarlos y lograr el mejoramiento de su rendimiento en matemáticas, proponiendo aplicar un juegos con el álgebra como una estrategia didáctica, que se caracterice por ser lúdico y didáctico, para mejorar las capacidades que deben desarrollarse en el área matemáticas específicamente en el álgebra frente al tema del pensamiento variacional, pretendiendo que los estudiantes desarrollen la capacidad de reconocer patrones de secuencia numérica orientados a la construcción de un pensamiento generalizado, donde interprete y use expresiones algebraicas.

Igualmente el reconocimiento de variables que le permitan comprender un problema y generar una solución racional a través de procesos deductivos e inductivos con el lenguaje algebraico, enfocados de igual forma, a cambiar y mejorar las prácticas docentes transformando el tradicionalismo a unas clases más dinámicas, y se supriman actitudes negativas por parte de los estudiantes hacia aprender matemáticas, formando un niño en una persona adulta, que desarrolle acciones responsables para una determinada sociedad, que aprendan del error, se vinculen con el otro, analicen situaciones, asumen el tiempo, comparen procesos para lo cual no es necesario un cambio de paradigma, sino un cambio de actitud del maestro desde una concepción lúdica – creativa.

Ante lo expuesto se plantea en esta investigación resolver el siguiente interrogante que supone encontrar ¿cómo contribuye la aplicación del juego con el álgebra como estrategia didáctica en el área de Matemáticas para desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del Municipio de Suaza-Huila?

2. Justificación

En la actualidad, la comprensión de las matemáticas constituye un aprendizaje importante que todos las personas deben aplicar en su vida cotidiana, debido a que el desarrollo de habilidades y capacidades en el pensamiento racional y lógico, permiten que las personas solucionen problemas que en el día a día se le presentan, en esto influye, la perspectiva y el conocimiento que tenga el estudiante sobre el área de estudio en cuestión, lo que contribuye a que este alcance o no el éxito escolar. En diferentes países del mundo se ha venido presentando una crisis en cuanto al éxito de los procesos matemáticos, específicamente en el pensamiento variacional, lo que conlleva al bajo desarrollo en diferentes ámbitos de la sociedad como el económico y más aún en Colombia que es un país subdesarrollado y está estancado en el mejoramiento de sus procesos de enseñanza.

Entonces, se busca optimizar el pensamiento variacional en los estudiantes, que "se relacionan con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio de diferentes contextos, como su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos" (MEN, 2003) es decir, se pretende enseñar matemáticas a partir de unas estrategias donde se los estudiantes reconozcan las regularidades y patrones que existen en determinadas variables, describan fenómenos de cambio que se asocian a diferentes contextos aritméticos y geométricos de una forma motivante porque como describe Vasco (2006) "Se necesita contribuir a obtener altos niveles en matemáticas para evitar la apatía de los jóvenes, el desprecio por la disciplina y borrar el panorama de ser las matemáticas aburridas, humillantes, y presencien el destierro de aquellos jóvenes que no logran un buen rendimiento y en consecuencia una reducción en el número de aspirantes para profundizar en esta área" (pág 78).

Esto le permite solucionar problemas de forma racional, comprendiendo la situación y disponiéndose a generar una respuesta que fortalezca el pensamiento variacional, siendo de esta forma oportuna esta investigación, porque se aplica una estrategia didáctica atrayente por estar de acuerdo a los intereses de los estudiantes, fundamentada en el constructivismo, y se considera interactiva en función de un aprendizaje más significativo, que además constituye un aporte teórico y práctico orientado a mejorar desde el juego con el álgebra, la enseñanza del pensamiento variacional promoviendo que la gente piense diferente, hacia la solución y no hacia el conflicto que es nuestra tendencia, por eso las matemáticas se vuelven tan indispensables para el desarrollo del

pensamiento intelectual de los estudiantes porque les ayuda a razonar concertadamente, a ser lógicos y a tener una mente dispuesta para el pensamiento matemático aplicado a la cotidianidad, además de prepararlos para la vida, debido a que se formará a las competencias de saber hacer.

Desde esta perspectiva, las concepciones matemáticas en el desarrollo social, cultural y económico de la humanidad propone la formación de persona competentes que respondan a las necesidades de su entorno, razón por la cual en este proyecto de investigación se viabiliza su desarrollo gracias al apoyo humano y desinteresado de los directivos docentes, docentes, estudiantes y padres de familia por encontrar una solución motivante y lúdica que responda a las malas prácticas pedagógicas y actitudes negativas que tiene los estudiantes de Octavo grado en relación a la enseñanza de matemáticas, según las encuestas realizadas en la institución Educativa San Calixto, Sede Los Calados, que permitieron determinar la problemática de este estudio.

Por tanto, se hace importante que los estudiantes comprendan que las operaciones matemáticas permiten fortalecer su entorno económico y social en el contexto donde se desenvuelven, teniendo en cuenta que las experiencias en la cotidianidad de los estudiantes puede ser susceptible a cambios por causa de la problemática social en que se encuentra el país, donde los jóvenes por medio de sus conocimientos y experiencias a partir del pensamiento variacional planteen diferentes criterios, saberes y estrategias metodológicas que les posibiliten generar un bienestar común y mejores condiciones de vida. A partir de esto, se considera importante esta propuesta educativa para el desarrollo del pensamiento variacional porque genera en los estudiantes competencias algebraicas que les permite prepararlos para enfrentar con seguridad el desafío y la responsabilidad de desempeñarse en la resolución de sus problemas, que los afecta individualmente en la vida cotidiana en relación a cifras numéricas y en la comprensión de situaciones.

Además, otro aspecto que permitió justificar la pertinencia de este estudio en esta Institución es la actitud y disposición de los estudiantes ante las actividades planteadas por el docente, donde se potencian las competencias algebraicas por medio de la implementación de ambientes de aprendizaje significativos y lúdicos, que exigieron la comprensión y la significación de situaciones a problemas cotidianos requeridos para este proyecto investigativo, además se hace oportuno en su desarrollo porque el docente plantea una estrategia que orienta a sus estudiantes mediante una constante interacción entre el estudiante –docente, estudiante – estudiante, que les permite partir de la exploración, abstracción, clasificación, medición y estimación, descubriendo

desde la comunicación, que las matemáticas sí están relacionadas con la vida y con las situaciones que nos rodean, más allá de las paredes de la escuela.

Por otra parte, el presente trabajo de investigación es pertinente en la promoción de habilidades algebraicas y la capacidad de razonar a través del uso estratégico del pensamiento variacional, entendiéndose como una manera de pensar dinámica y que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o diferentes magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad según Vasco (2016) y los puedan desarrollar para su vida futura, esto de acuerdo a las reflexiones y lo estudiado en la Maestría de Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional, puesto que ha generado espacios de reflexión sobre la necesidad de reevaluar las estrategias didácticas y metodológicas existentes en el aula de clase que propendan el desarrollo del pensamiento variacional relacionado con las situaciones cotidianas y que son esenciales para el desarrollo de la ciencia y contribuyen a la formación de ciudadanos responsables y diligentes frente a las situaciones y decisiones de la vida nacional o local, donde los docentes son capaces de crear y evaluar sus propias estrategias de enseñanza, que mantienen en constante actualización para soportar el desarrollo de su trabajo.

Por consiguiente, la presente investigación trata un problema que es notable en la actualidad, donde todos deben aportar y apropiarse de las cuestiones que este conlleva, donde el reto del maestro de matemáticas está en romper esos prejuicios y mitos que colocan a las matemáticas como aburridoras y rutinarias, por esto hay que enseñarlas desde una estrategia didáctica que los motive para la comprensión y desarrollo del pensamiento variacional, generando de igual forma conocimientos sobre el trabajo cooperativo a través de la competencia lógico-matemática, haciendo que los mismos estudiantes creen ambientes significativos que se caractericen por la participación de problemas operacionales y variacionales, igualmente, se espera mejorar los resultados académicos en las pruebas Saber 9 y las pruebas ICFES, que los lleve a progresar en conjunto, a nivel internacional, nacional y local, aplicando sus conocimientos a la realidad cotidiana, y en especial en el municipio de Suaza, haciendo posible el acercamiento al proceso de formación de los estudiantes de grado Octavo de la Institución Educativa San Calixto para propiciar ambientes lúdicos que los lleve a prender matemáticas de forma agradable y atrayente, permitiéndonos elaborar una teoría mediante datos descriptivos y estadísticos de la investigación.

3. Objetivos

3.1. Objetivo General

Implementar una estrategia didáctica basada en el juego algebraico para fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del Municipio de Suaza-Huila.

3.2. Objetivo Específicos

- Realizar un diagnóstico sobre los procesos curriculares, documentos Institucionales, las bases teóricas que se desarrollan en relación con el desarrollo del pensamiento variacional y su incidencia en el rendimiento académico en el álgebra con los estudiantes del grado Octavo de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados.

- Establecer la ruta para la estrategia didáctica basada en el juego algebraico para el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes del grado Octavo.

- Implementar el juego algebraico como una propuesta didáctica y lúdica que permita fortalecer el pensamiento variacional en los alumnos de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados.

- Evaluar las fortalezas y debilidades de la estrategia didáctica basada en el juego algebraico en el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados.

4. Hipótesis

El juego algebraico como estrategia didáctica, fortalece el pensamiento variacional en los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del Municipio de Suaza-Huila.

4.1. Operacionalización de las variables

4.2.1.1. Variable Independiente: El juego algebraico como estrategia didáctica.

Definición Conceptual: Según Vigotsky (1896) el juego es entendido como "un espacio, asociado a la interioridad con situaciones imaginarias para suplir demandas culturales" (p. 72), es decir, que el juego con fines educativos permite cumplir con las necesidades e intereses que los estudiantes mediante su interacción con el contexto cultural desarrollan o adquieren. Ante esto, el juego se puede considerar como una estrategia que genera espacios de aprendizaje constructivista para los estudiantes porque aprenden de acuerdo a lo que les gusta, a sus intereses, los mantienen activos, trabajan en equipo, manifestando distintas capacidades y habilidades durante la realización del juego como lo menciona Vigotsky.

Igualmente, Piaget (s.f) define el juego desde una concepción constructivista que le permite al estudiante aprender, afirmando que el contexto influye principalmente en la formación del estudiante, y sirve de guía en sus acciones, además el juego permite al educando desenvolverse según el significado que tengan para ellos las actividades, espacio y los componentes del juego.

Definición Operacional: Evaluación de una estrategia didáctica basada en el juego algebraico para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de octavo.

Indicadores:

- ✓ Los estudiantes del grado Octavo desarrollan el pensamiento variacional mediante el juego algebraico como estrategia didáctica.
- ✓ Coherencia entre los instrumentos aplicados en la realización con la investigación.

- **Técnicas:** Estrategia didáctica fundamentada en el juego algebraico.
- **Instrumento:** Talleres lúdicos, trabajo en equipo

4.2.1.2. Variable Dependiente

El desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de octavo grado.

Definición Conceptual: El pensamiento variacional le permite al estudiante relacionar la información algebraica y comprenderla en medio de la variación y el cambio, según vasco (2003), descrito literalmente a continuación:

> "El pensamiento variacional puede describirse como el pensamiento dinámico que intenta producir sistemas mentales, variacionales y operacionales que se relacionan con su realidad o contexto" (p. 2)

Igualmente, en los Lineamientos Curriculares, el MEN (2003) establece que cuando se piensa en los procesos algebraicos se hace necesario los contextos de variación y cambio, donde el individuo se desenvuelve. El MEN también dice que a través de las interrelaciones entre el lenguaje matemático, icónico, gráfico, simbólico es posible comprender las reglas del algebra, dejando de ser su aprendizaje de forma abstracta para convertirse en una nueva forma de pensar la matemáticas.

Definición Operacional: Su identificación se basa en la observación del desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes a través del juego algebraico como estrategia didáctica

- **Indicadores:** Se tienen en cuenta las competencias, capacidades y habilidades que el estudiante desarrolla con el fin de lograr el aprendizaje del algebra.
  - ✓ Desarrollo de la sensibilidad y la percepción
  - ✓ Pensamiento lógico y racional
  - ✓ Memoria
  - ✓ Atención y concentración
  - ✓ Pensamiento (Análisis, comprensión y clasificación)
  - ✓ Trabajo en equipo
- **Técnicas:**
  - ✓ Observación directa
- **Instrumentos:**
  - ✓ Diario de campo

5. Estado de Arte

Diferentes investigaciones describen que el pensamiento matemático se ha considerado como un conjunto de procesos, métodos de razonamiento que permiten comprender la realidad de las situaciones y fenómenos a través de las matemáticas como lo menciona Muñoz (2016).
Ante esto se puede hacer una reflexión sobre los diferentes entornos, argumentos, situaciones y estudios que permitieron la fundamentación y continuación de los procesos de este estudio de investigación, además cooperaron con el ajuste contextual de la población objeto de estudio.

Los estándares curriculares de Matemáticas, establecidos en Colombia desde el 2002, describen la importancia del desarrollo del pensamiento relacional, representacional y analítico en situaciones reales del educando, donde la población educativa debe desarrollar habilidades para abstraer de las diferentes situaciones de su contexto la aplicabilidad de la matemáticas y especialmente el desarrollo del pensamiento variacional como unidad temática propuesta en este estudio, de tal manera que se genere en los estudiantes del grado Octavo el sentido analítico y funcional de los temas algebraicos a desarrollar durante el proceso formativo del educando. Ante esto, se puede considerar que el desarrollo del pensamiento variacional no es una competencia que se debe lograr solo en un nivel educativo especifico, sino que durante todo el proceso formativo en diferentes grados de escolaridad se debe motivar y promover el desarrollo del pensamiento matemático; por este motivo en esta investigación se pretende construir un camino basado en una estrategia metodológica que se fundamenta en el juego como instrumento lúdico para lograr un acercamiento significativo de comprensión y aplicabilidad ante los términos y procedimientos matemáticos y de esta manera desarrollar competencias con sentido de cálculo numérico y algebraico en problemas de la realidad.

Los estándares curriculares también señalan que las matemáticas en el grado octavo se convierte en una herramienta importante para interpretar y, para plantear, formular, modelar comportamientos de situaciones que se pueden observar en el entorno y que pueden ser desarrolladas mediante los conocimientos matemáticos. Diferentes estudios a nivel Internacional, Nacional, Departamental e Institucionales han estudiado esta situación y la denominan la transición de la aritmética al pensamiento algebraico en donde la didáctica del pensamiento matemático permite al educando desenvolverse en su Realidad. A continuación se da a conocer los diferentes estudios que aportaron a esta investigación:

“Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales”, es una investigación descrita por Gilberto Arroyo (2014): el propósito de esta investigación fue la de examinar los resultados que arrojaron los análisis sobre las dificultades que los estudiantes del grado octavo perteneciente a un colegio de Heredia en Costa Rica presentaron en la Universidad Nacional (UNA) sobre el aprendizaje de resolución de problemas algebraicos diseñados con ecuaciones lineales con una incógnita, donde los protagonistas fueron estudiantes con bajo rendimiento en matemáticas. En esta investigación se aplicaron técnicas como cuestionarios, observaciones directas y entrevistas. Los principales datos que se destacaron en el resultado sobre las causas que no permiten en los estudiantes el aprendizaje sobre cómo resolver problemas algebraicos fueron principalmente la poca comprensión relacional, cansancio, deficiencia de los conocimientos previos, distracción, deficiencia de comprensión lectora y el desconocimiento de la terminología de los conceptos básicos.

Se identificó en estos análisis que los estudiantes memorizan de manera mecánica los procesos matemáticos para resolver un ejercicio dado, según las entrevistas, lo que dificulta en ellos tener una iniciativa y un aprendizaje de la resolución de problemas. También En la investigación se pudo apreciar que los estudiantes se distraen cuando no tienen bien claro lo explicado en el área y terminen por no realizar los trabajos e interfieran en el proceso de los estudiantes que si están atentos. Es importante mencionar que las dificultades encontradas en la investigación son transitorias.

En la ciudad de México, Ricardo Cantoral Uriza (2015) realizó en el centro de investigación y estudios avanzados el “Desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional”, este estudió se menciona sobre las prácticas escolares, llamadas prácticas tradicionales; donde se describe que los factores como: motivación, afectividad, creatividad, visualización, intuición, comunicación y representación, desempeñan un papel importante en los conceptos matemáticos de los estudiantes. Desde este punto de vista, el autor considera que la forma de aprender matemáticas no es posible reducirse a la copia del exterior, sino más bien es el resultado de construcciones continuas, en el cual el propósito es lograr el éxito en los propósitos formativos.

El resultado de este principio educativo está en reconocer que hay mucho por aprender acerca de los procesos de aprendizaje de los estudiantes, saber por ejemplo como ellos practican con los números, como comprenden la aplicabilidad de las ecuaciones de primera incógnita en una situación cotidiana o como interpretan las concepciones matemáticas. Este enfoque permite

que la enseñanza tradicional del docente hacia el estudiante y de cómo el estudiante aprende, cambie. Los métodos aplicados en esta enseñanza muestran una manera diferente de adquirir un aprendizaje y que permite de forma espontánea que los estudiantes razonen mejor en las matemáticas. Desde este punto de vista el docente imparte su conocimiento de manera más activa, por lo que podría decirse que la responsabilidad y coordinación del aprendizaje recae sobre el docente. En cambio el logro académico depende del estudiante, donde el autor señala que es indispensable estructurar los procesos de enseñanza, las exigencias del pensamiento, los métodos de aprendizaje, los contextos históricos donde se desarrollan las prácticas educativas, los aspectos sociales y culturales que se requieren para el proceso de aprendizaje en el área de matemáticas. Ante esto el investigador se plantea ¿De qué manera el conocimiento sobre los procesos de aprendizaje en matemáticas puede influir benéficamente en la enseñanza? Un motivo para explicar los procesos complejos de la matemáticas, donde el considera que es importante tener en cuenta los conceptos del alumno que adquiere en su cotidianidad, como las estrategias que el maestro implementa acorde al contexto del educando para adquirir un aprendizaje significativo.

La investigación “El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora” (2014) realizada por Laura Muñoz y publicada en la Revista Interamericana De educación matemática – UNION en España, se llevó a cabo en estudiantes de primer curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en la que señala que a través de los juegos lúdicos en el aula de clase los estudiantes pueden lograr un mejor aprendizaje de las matemáticas debido a que estas pueden ser más motivadoras y divertidas, lo que les permite alcanzar competencias más sólidas por medio de esta estrategia.

Esta estrategia metodológica se llevó a cabo por medio de dos fases que consistieron, primero en la explicación de un concepto y procedimiento por parte de los docentes referente a la unidad didáctica que se esté trabajando. Luego se plantea un juego por medio del cual el alumnado practica e interioriza los contenidos explicados. Se toma como punto de partida el juego para explicar las nociones o algoritmos pertinentes. De esta manera, los educandos son sujeto activo en su aprendizaje, y recurren a su intuición y conocimientos para resolver los problemas.

Se descubrió que el uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de primer curso de ESO la motivación aumentó, igual que el interés hacia el estudio de las matemáticas, favoreciendo y adquiriendo así, mayores conocimientos. La diversidad de los recursos didácticos utilizados en el aula de clase es un componente principal, ya que influyen directamente en el rendimiento académico de los alumnos. Luego de ser analizados los efectos en el aprendizaje en la utilización de actividades lúdicas con los estudiantes en el área de matemáticas, se procede a ampliar la metodología a otras unidades didácticas. Es de aclarar que los juegos implementados en la propuesta tienen una estructura que con facilidad se adaptan a diferentes unidades correspondientes a la materia aptas para el primer curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) lo que hace posible su reutilización, aplicando, claro está, pequeñas modificaciones. De igual manera existe, actualmente una extensa biografía al respecto que le puede ayudar a los docentes a utilizarlos en su actuar docente.

"Desarrollo de pensamiento variacional a través de la letra en la iniciación al álgebra" es una investigación efectuada en la Universidad Pedagógica Nacional Facultad de Educación en la ciudad de Bogotá D.C. por Julieth Marcela Tamayo Cárdenas (2016). En él se plantea el fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una estrategia didáctica desarrollada en el colegio Sierra Morena I.E.D. en estudiantes del grado octavo, jornada tarde. La propuesta pedagógica y didáctica permite mostrar las problemáticas generadas en el aula especialmente en el área de álgebra, donde se evidencia en los estudiantes el poco o ningún interés hacia el aprendizaje matemático. El motivo de la estrategia es dar a conocer una variedad de actividades que ayudan a interpretar y razonar en el educando otros sistemas algebraicos los cuales contribuyen a la potencialización del pensamiento variacional, numérico, geométrico, espacial y aleatorio enriqueciendo aún más el pensamiento lógico matemático.

La investigación llevada a cabo está apoyada en estudios que mencionan que en el álgebra no solo se debe tener en cuenta las letras, sino también las aplicaciones, usos, estados e interpretaciones ya que los educandos poseen diferentes tipos de razonamientos, teniendo en cuenta el fundamento de Piaget. Así que el objetivo de este proyecto es poder desarrollar en el estudiante el pensamiento lógico-matemático, especialmente los sistemas algebraicos y el pensamiento variacional a través de estrategias didácticas donde se promueva la participación, el trabajo colectivo y construcción de conocimiento. Las actividades a realizar en la estrategia

planteada le permiten al educando desde su propio conocimiento poder utilizarlas en situaciones de la vida cotidiana, trabajar el valor numérico, plantear ecuaciones de una sola variable, regularidades para modelar fórmulas matemáticas.

La investigación fue realizada bajo los planteamientos de Stenhouse & Lewin, a partir de la acción docente en investigar el ambiente escolar directamente desde las matemáticas a través de la reflexión activa comprendiendo las diferentes realidades que en la enseñanza de las matemáticas intervienen y que hacen parte del trabajo investigativo. La metodología trata de tres momentos indispensables para llevarlo a cabo. 1. La planificación, la cual permite identificar la problemática y poder hacer un diagnóstico de estudio y plantear la propuesta. 2. La acción, que es la responsable de que la estrategia se ejecute con las actividades en conjunto, y 3. La evaluación, la que determina el tipo de manifestaciones que se crean en aula y que gracias a la estrategia didáctica se evidencian.

La investigación realizada por el Grupo de Investigación en Educación Matemática, Aristizabal, Colorado & Gutierrez (2016) "El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas" en la Universidad del Quindío (GEMAUQ), buscó desarrollar diferentes habilidades familiarizarse y reforzar las operaciones básicas de las matemáticas (adición, sustracción, producto y cociente) en estudiantes de grado quinto, atribuyendo como primordial la importancia del juego entre las variadas actividades del alumno. La estrategia didáctica consistió en trabajar una serie de actividades y/o juegos en cada una de las operaciones matemáticas y la combinación de estas, al igual que en la resolución de problemas, cuya implementación permitió generar mayor motivación e interés en los estudiantes en el tema propuesto. Se confirma una vez más, que la enseñanza de las matemáticas a través del juego como estrategia didáctica, sustituyendo los métodos didácticos convencionales aplicados en el aula de clase, consiguen transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje y la forma en que los estudiantes y docentes acceden a un mayor conocimiento de las cuatro operaciones básicas del pensamiento numérico.

El objetivo principal de la investigación fue la de diseñar y poner en práctica la estrategia didáctica desde el juego, que permitiera fortalecer el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas de las matemáticas, en estudiantes de grado quinto, en colaboración con la comunidad académica y del profesorado. La investigación se llevó a cabo a nivel experimental y exploratoria en la que se desplegó una estrategia didáctica que sirvió de ayuda a solucionar

dificultades encontradas en los estudiantes al afrontar las matemáticas, lo que permitió con mejor claridad comprenderla temática propuesta. La población objeto de estudio estuvo conformada por dos grupos de quinto grado del colegio Henry Marín Granada del municipio de Circasia en el departamento del Quindío, con quienes se trabajó de acuerdo con el siguiente diseño experimental denominado "diseño pretest - postest con un grupo control no equivalente" por Campbell y Stanley (1975) citado por Hernández, Fernández y Batista (2010) que dio lugar a la siguiente hipótesis: el desarrollo del pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas es mayor con el uso de una estrategia didáctica a través del juego que al utilizar una estrategia tradicional.

Allí se encontró que desde el juego se cumplió con el objetivo principal al utilizar la estrategia didáctica, porque permitió fortificar en los estudiantes de la Institución Educativa Henry Marín Granada del municipio de Circasia en el departamento del Quindío, el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. La implementación del juego permitió generar mayor motivación e interés en los estudiantes en el tema propuesto, también se evidenciaron diferencias significativas en los puntajes registrados en el pretest y el postest de los grupos, tanto de control como del experimental. En este proyecto, la didáctica llevada a cabo en las matemáticas evidenció mejor actitud y motivación por parte de los estudiantes ya que en el juego se resaltaron aspectos diferentes a los normalmente presentados en otros procedimientos algorítmicos.

"Estrategia metodológica basada en la actividad lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de 8º grado que cursan la asignatura matemática en la Institución Educativa Rural San Joaquín del Municipio de Santa María-Huila" es un proyecto investigativo realizado por Wilber Gustavo Lobo (2015) publicado en la Universidad del Tolima ubicada en la ciudad de Ibagué, Tolima, en la que se identificó una problemática referente a la dificultad que presentan los estudiantes de octavo grado en procesos algebraicos y en la que se propuso una estrategia metodológica en la búsqueda de una solución que les permita potencializar el pensamiento matemático coherente a sus procesos algebraicos. Con este proyecto de investigación se busca como objetivo principal, proponer una estrategia metodológica basada en la lúdica, donde se pueda evidenciar la dificultad que tienen los estudiantes en el desarrollo del pensamiento variacional a través de 3 pruebas de razonamiento y una de algebra configurado en 4 componentes como propiedades, lenguaje algebraico, operaciones y resolución de problemas.

El proceso investigativo que presenta este proyecto es a nivel cuantitativo, el cual ofrece métodos estadísticos para su pertinente interpretación y observación para una muestra de 40 estudiantes del grado octavo. El método de aprender álgebra cambió, al utilizar la lúdica como estrategia metodológica y motivante en el aprendizaje. Es el motivo principal de la investigación proponer por medio de la lúdica, una estrategia metodológica que motive al estudiante a tener espacios de capacitación que lo ayude a incentivar en algunos procesos repetitivos, tales como el manejo de diversas expresiones algebraicas que combinadas con otras pueda dar solución a diferentes expresiones algebraicas. Por los resultados dados, se descubrió que los estudiantes adquirieron un lenguaje algebraico, indicando que hay un pre-saber, sin embargo en el análisis se pudo evidenciar que debido a la información que el estudiante posee y a como pudo ser orientada, se le ha dificultado la utilización de algunos signos algebraicos.

En conclusión, se puede decir que a través de los juegos, el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de octavo grado puede involucrar otro tipo de pensamiento, como el numérico, algebraico y analítico, tal como lo apoya la propuesta en el cual constan elementos como la variación y el cambio. Así mismo el MEN (1998) en sus lineamientos curriculares dice que: la variación se propone a partir del desarrollo del pensamiento variacional donde se sugiere tomar situaciones del entorno, relacionadas fenómenos de cambio y variación en la que propone la utilización de otros sistemas de representación como registros simbólicos, gráficos o algebraicos, los cuales se reflejan en juegos verbales como, “Lo tuyo y lo mío”, “Adivinar un número”, “Dominó algebraico” entre otros.

Capítulo II

6. Marco Referencial

En este capítulo, se conocerá a través de una exploración documental, referentes legales de tipo internacional, nacional y local, fundamentos que permitieron desarrollar la problemática de esta investigación basados en autores que fundamentaran el desarrollo investigativo, además, del contexto externo e interno de la población educativa que se tomó para realizar el presente estudio. Entonces, el Marco Referencial permite revisar la fundamentación teórica, conceptual, contextual y legal, partiendo de estos referentes para guiar nuestras ideas y realizar una buena investigación que perita lograr el éxito de los objetivos planteados.

6.1. Marco Teórico

En este apartado, se lleva a cabo la fundamentación teórica en relación a la enseñanza de las matemáticas más específicamente en el álgebra, la importancia de su enseñanza, la comprensión de operaciones algebraicas y demás, igualmente se investiga sobre la incidencia del juego como estrategia pretendiendo motivar y mejorar el aprendizaje del algebra en los estudiantes de octavo grado. A continuación, se describen teorías como la Vygotsky (1995) sobre la actividad lúdica, Gavilán (2004) que evidencia la importancia del trabajo cooperativo y la comunicación para el aprendizaje del Algebra, entre otros autores que hablan sobre temas importantes para lograr la realización de este estudio.

6.1.1. Enfoque Constructivista para la enseñanza de Matemáticas

Es necesario para lograr el éxito del aprendizaje de las matemáticas que el educando se encuentre motivado e interesado por comprender, y disponerse a conocer conceptos que le permitan comprender su realidad. Entonces, resulta importante que las metodologías que el docente implementa en sus clases influyan positivamente en el aprendizaje, desarrollando que el educando explore con curiosidad y creatividad sus procesos educativos, logrando en consecuencia superar la etapa en la que se encuentra. Cabe resaltar, que las actividades deben caracterizarse por guardar una relación con el contexto, experiencias y situaciones de la vida cotidiana, con el fin de alimentar su motivación, el MEN (2009) señala que “el estudiante debe experimentar con frecuencia el éxito en una actividad matemática. El énfasis en dicho éxito

desarrolla en los estudiantes una actitud positiva hacia la matemática y hacia ellos mismos" (p.10).

Por tanto, es fundamental reconocer que los estudiantes aprenden matemáticas interactuando con el entorno físico y social, lo cual lleva a la abstracción de los procesos matemáticas (UNESCO, 1982) que les permite comprender como funciona su realidad, puesto que los estudiantes a medida que desarrollan su proceso aplican un sentimiento de autonomía que los lleva a aprenden investigando, donde el docente le ofrece diversas oportunidades para descubrir y crear patrones, así como para explicar, describir y representar las relaciones presentes en esos patrones de situaciones cotidianas.

De acuerdo con Godino (2004) el proceso formativo de las matemáticas no se basa solamente en "conocer" o "saber" matemáticas, puesto que, el educando no se debe limitar a repetir las definiciones ni concepto que le da el docente en la clase, si no que se debe preparar para identificar propiedades de números, magnitudes, polígonos u otros objetos matemáticos pretendiendo relacionarse con su contexto, encontrando salidas a problemas cotidianos de acuerdo a las matemáticas, Godino (2004) señala que "no es posible dar sentido pleno a los objetos matemáticos si no los relacionamos con los problemas de los que han surgido" (p. 24).

Las matemáticas es un área que promueve la resolución de problemas, así se hace evidente que los estudiantes comparen, cuenten, ordenen, comprendan la utilidad de los números y ecuaciones algebraicas cuya solución hacen posible que el educando capten el sentido de los números. La enseñanza de las matemáticas debe estar orientada a que el educando desarrolle un aprendizaje significativo, construyendo activamente conocimientos a partir de los previos y el contexto para formar nuevos conocimientos, según El Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas – NCTM (2000) identifica que "las orientaciones curriculares consideran que el aprendizaje significativo supone comprender y ser capaz de aplicar los procedimientos, conceptos y procesos matemáticos, y para ello deben coordinarse el conocimiento de hechos, la eficacia procedimental y la comprensión conceptual" (p. 30), entonces, se presentan las principales adecuaciones con las que debe contar el currículo en el área de matemáticas según lo establece Godino, Batanero & Font (2004):

1. En los Estándares básicos establecidos por el MEN (2009) se define que la enseñanza de las matemáticas pretende que los estudiantes mejoren sus capacidades matemáticas, a través del fomento del pensamiento racional matemático, las habilidades comunicativas,

la resolución de problemas, propiciar el desarrollo de la capacidad para relacionar distintas conexiones entre el área de matemáticas, y sus ramas de estudio. Por tanto, se hace necesario que los docentes incentiven en sus clases el dinamismo en la enseñanza procurando que:

- El educando formule y solucione problemas matemáticos mediante la creación de conjeturas, que los lleven a investigar argumentos que validen las soluciones planteadas y evalúen si tiene el criterio de veracidad.
- Los estudiantes dispongan su concentración para usar las metodologías que el docente le coloca para estimular su motivación por el aprendizaje de operaciones matemáticas además de apreciar su utilidad en la vida cotidiana.
- El estudiante es capaz de por sí solo entender que debe perseverar en el trabajo matemático, debido a que muchas veces pueden quedarse estancados, entonces, el docente busca animarlo a empezar de nuevo para encontrar la solución a una ecuación o procedimiento matemático, construyendo auto-confianza e interés.

2. Las oportunidades de los estudiantes para aprender matemáticas dependen del entorno y del tipo de tareas y discurso en que participan, refiere Godino (2004), por tanto, los estudiantes aprenden sobre conceptos y procedimientos particulares, donde se tenga en cuenta las situaciones reales que se le presentan cada día, así como su capacidad de razonamiento depende de cómo se implican en la actividad en clase de matemáticas, lo que genera que se relacione con las matemáticas y adopte una experiencia que construye su actitud de aprendizaje. Ante esto, el docente posibilita un currículo adaptado a las necesidades de los educandos, e implementa metodologías lúdicas y motivantes.

3. Todos los estudiantes pueden aprender a pensar matemáticamente, llevando a cabo la resolución de problemas por medio del razonamiento, relacionando sus experiencias y a comunicando ideas matemáticas, estos procesos no solo están destinados a los individuos "brillantes" o "capaces matemáticamente", todos los estudiantes se educan para hacer conjeturas, argumentar sobre las matemáticas usando la evidencia matemática, formular y resolver problemas que parezcan complejos.

4. Para lograr una buena enseñanza de las matemáticas se hace indispensable de que el educando tenga conocimientos generales sobre conceptos de las matemáticas, y el docente debe estar capacitado para acudir a todos los estilos de aprendizaje que tienen los

estudiantes, también, del contexto social, económico, político en donde se ubica la Institución; entonces, es clave que los educandos sigan un hilo de investigación para el diseño, implementación de tareas, discurso del profesor y de los estudiantes, entorno y finalmente, reflexionar sobre los aciertos y desaciertos logrados.

Cabe resaltar, que el tipo de experiencias que tienen los estudiantes con las matemáticas es importante para que estos se relacionen con la comprensión del álgebra, porque esas primeras veces que el educando interactúa con los procesos matemáticos definen las primeras experiencias con el razonamiento algebraico (Gavilán, 2004). Por lo que en la educación básica secundaria se empiezan a implementar el concepto matemático de las "variables", tales como $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ que son letras que definen una incógnita, que no es más que una generalización de una relación aritmética, en donde se relacionan números con letras pasando de ser una actividad matemática aritmética a una algebraica, que indica una generalización de la aritmética que permite la solución de problemas matemáticos más avanzada.

Teoría del aprendizaje Constructivista (Piaget, 1999): Estos aspectos más concretos del proceso de enseñanza aprendizaje para las matemáticas se han desarrollado en las asignaturas de la especialidad. Por un lado, en Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas han sido desarrollados los aspectos prácticos y teóricos de la enseñanza.

Aprendizaje: aprendiendo a elaborar material a través de un análisis del currículo y de los diferentes modelos docentes en matemáticas. Por otro, en Complementos para la Formación se ha trabajo en torno a los procesos de construcción del pensamiento matemático a partir de los diferentes episodios históricos de las matemáticas, se ha experimentado con multitud de estrategias de trabajo y se ha aprendido a facilitar la integración de los contenidos curriculares atendiendo al contexto y situaciones específicas. Por último, en innovación se han adquirido ciertas herramientas para el diseño de innovaciones, con el fin de propiciar la motivación en el aula. Por tanto, las estrategias seleccionadas para la mejora de la unidad didáctica son las siguientes:

Aprendizaje cooperativo: Permite el desarrollo de una actitud de reflexión, de discusión y de valoración de las opiniones y de los saberes de los demás en el alumnado.

Los juegos. Permite potenciar en el alumnado el gusto por la materia, motivación. Además facilita la asimilación y dominio de los contenidos. También permite interacciones individuales y grupales en el aula, y trabajar la resolución de problemas.

No todas las experiencias de aprendizaje consiguen acelerar la adquisición de las competencias operatorias. Son especialmente eficaces en este sentido aquellas que proponen una actividad susceptible de generar experiencia lógico matemática (es decir, la coordinación de esquemas de una abstracción que permita la reflexión.

- El aprendizaje depende en todo caso de las competencias previas que mostraba el sujeto, ya que este aprendizaje implica recurrir a las estructuras cognitivas ya presentes para intentar dar sentido a las nuevas experiencias. Los sujetos que más avanzan hacia el estado operatorio son aquellos que previamente ya mostraban cierto camino recorrido en este sentido. Los sujetos que estaban claramente en niveles preoperatorios apenas alcanzan el nivel superior, y cuando lo hacen, es de forma inestable y superficial.
- El conflicto representa un papel muy importante en el aprendizaje, ya que son estos conflictos los que permiten poner en marcha procesos de equilibrio que pueden culminar en reestructuraciones y progresos cognitivos.

6.1.2. Comprensión de las variables

Cogollo (2006) describe que en la enseñanza del algebra se deben distinguir dos etapas con relación al uso de los símbolos matemáticos, donde el estudiante inicialmente clasifican y progresan en su comprensión del uso de letras que les permite llevar a cabo el dominio de las variables identificando cuales son en un problema, Posada (2005) se refiere a este proceso donde el educando debe "vincular las condiciones del contexto en donde las situaciones de cambio sean el ingrediente primordial en la actividad matemática del estudiante que le permite ver que el desarrollo de pensamiento algebraico en los grados 8º y 9º" (p. 9).

Entonces, es clave que los estudiantes comprendan el significado de una variable y su representación, pretendiendo que este la identifique en una situación específica y llegue a un nivel más avanzado en el cual, sea capaz de entender una educación u operación algebraica que contiene distintas variables, Posada et al. (2007) expresa que "no se aprenden conceptos de un lado, y después se aprende a generalizar por otra vía, sino que un proceso de conceptualización es en sí mismo un camino hacia la generalización.” (p. 31).

Por otra parte, Lanner & Sousa (2008), definen la variable como:

> Las variables se caracterizan partiendo de tres perspectivas que la componen, identificándose que es una letra o una representación de las variables de una situación cotidiana o ficticia creada en un problema, también, se considera como un ente

generalizador, puesto que es la generalización o composición de un patrón, una regularidad, una secuencia, que en sí, podría decirse, es la parte que permite comprender y pensar los cambios dinámicos y mutables de las situaciones que se planteen.

Por tanto, es necesario tener en cuenta que la enseñanza - aprendizaje de variables para el desarrollo de operaciones algebraicas se tenga en cuenta la comprensión del concepto de variable con una base lógica-histórica conociendo los conocimientos previos de los educandos, y su experiencias con los docentes, compañeros y con el mismo conocimiento comprendiendo la fluencia, es decir, que la matemáticas y procesos algébricos son dinámicos, y siempre están en movimiento, puesto que es un estudio tomado de una realidad de situaciones que no son estáticas (Cogollo, 2006). Al mismo tiempo, el concepto de variable está estrechamente relacionado con el concepto de variación, a continuación se describe la letra como ente que constituye las variables:

- Letra evaluada: El niño asigna un valor numérico a las letras desde el principio, se capacita la capacidad del educando racional, porque solo le bastará un simple cálculo mental para lograr una respuesta a la incógnita identificada por una letra.
- Letra ignorada: Es una letra que en primera instancia el educando deja de lado y no le da un valor o significado porque lo toma como un par de letras escritas en su momento, sin embargo si se les pregunta sobre una operación con esas dos letras, como encontrar dos números que sumados den un resultado especifico, el educando reacciona rápidamente para dar una solución.
- Letra usada como objeto: La letra es considerada como un objeto concreto que permite construir relaciones y semejanzas entre diferente información, o se le da un valor a una letra en relación a un objeto concreto de estudio, encontrando esencial distinguir entre los objetos y las cantidades de los mismos.
- Letra usada como incógnita específica: Los niños consideran las letras como un número desconocido, pero específico y pueden operar sobre él directamente en las que los elementos que intervienen son combinados sin tener en cuenta la presencia de la letra.
- Letra usada como un número generalizado: la letra se puede utilizar para generalizar un conocimiento, que tiene el propósito de cumplir con una condición, guardando relación con varia información que es una fuente de investigación a una incógnita.

- Letra usada como variable: La letra se ve como representando un rango de valores no especificados con los que se puede lograr la comparación sistemática entre un conjunto y sistemas algebraicos le permite al educando desarrollar un pasamiento variacional donde tiene en cuenta, la cantidad de números u objetos implicados en una operación algebraica para después relacionarlos.

Este pensamiento es el objeto de estudio para el presente proyecto investigativo. El pensamiento variacional se vincula a las matemáticas inicialmente con el uso de las letras como medio de expresión para el pensamiento matemático, donde se visibilicen situaciones cotidianas y su variabilidad o cambio que permitan ser analizadas por medio de las matemáticas, causadas a veces, por la modelación constantes de procesos y situaciones naturales y sociales ya sean por medio de modelos matemáticos que expliquen la variación (cambios en los comportamientos de las situaciones) expresados en sistemas como los números reales, por medio de visualizaciones geométricas, o con recolección y análisis de un conjunto de datos. (MEN, 2006).

Para el desarrollo del pensamiento variacional la letra es una herramienta fundamental desde sus interpretaciones que diferentes docentes en matemáticas se han apoyado. Es así, que el maestro juega un papel importante en esta pretensión, pues es él quien debe pensar la estrategia, ya que él posee el conocimiento sobre la disciplina y debe apoyarse en los saberes que circulan en el aula que le permitan diseñarla, implementarla, observarla y constantemente evaluarla y rediseñarla.

6.1.3. Desarrollo del pensamiento variacional y sistemas algebraicos

Interpretar ideas utilizando un lenguaje de símbolos, realizar relaciones entre cantidades, incluyendo las funciones, las formas de representar relaciones matemáticas y el análisis de cambio, esto permite el desarrollo del pensamiento variacional y de sistemas algebraicos y analíticos, para lo cual se preparan a los estudiantes para que entiendan patrones, relaciones y funciones, siendo capaces de representar y analizar situaciones, estructuras matemáticas usando símbolos algebraicos, además de usar modelos matemáticos para representar y entender relaciones cuantitativas en medio del cambio en varios contextos.

John Mason & otros (1999) señalan que el pensamiento variacional se vincula a las matemáticas inicialmente con el uso de las letras como medio de expresión para el pensamiento matemático, donde se visibilicen situaciones cotidianas y su variabilidad o cambio que permitan ser analizadas por medio de las matemáticas. Este pensamiento posee una estrecha relación con

los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y pueden verse explicadas en diferentes formas; como es el caso de la modelación de procesos y situaciones naturales y sociales ya sean por medio de modelos matemáticos que expliquen la variación (cambios en los comportamientos de las situaciones) expresados en sistemas como los números reales, por medio de visualizaciones geométricas, o con recolección y análisis de un conjunto de datos. (MEN, 2006).

Para el desarrollo del pensamiento variacional se debe privilegiar a la letra como herramienta fundamental desde sus interpretaciones que diferentes docentes en matemáticas se han apoyado (Arce, 2004). Es así, que el maestro juega un papel importante en esta pretensión, pues es él quien debe pensar la estrategia, ya que él posee el conocimiento sobre la disciplina y debe apoyarse en los saberes que circulan en el aula que le permitan diseñarla, implementarla, observarla y constantemente evaluarla y rediseñarla.

6.1.4. Importancia de la enseñanza de las matemáticas

Uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en matemáticos que tengan mucha información teórica, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, debido a que existen herramientas como la calculadora facilitan resolver estas operaciones (Font, Giménez & Larias, 2012). Actualmente, se busca formar a un estudiante de forma integral desde el área de las matemáticas, que le permita desarrollar competencias y utilizarlas para interrelacionarse con su contexto, a continuación se describen los principales objetivos de aprendizaje según Fernández (2010):

- Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional.
- Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.

Entonces, el proceso de aprendizaje de matemáticas espera que el estudiante construya su realidad partiendo de los conocimientos que sabe, es decir desarrolla la competencia Saber y

Saber hacer, aplicando sus saberes para solucionar los problemas cotidianos Barrantes (2006) plantea que son necesarias las siguientes condiciones para lograr la resolución de problemas:

1. Recursos cognitivos: conjunto de hechos y procedimientos a disposición del resolutor.
2. Heurísticas: reglas para progresar en situaciones difíciles.
3. Control: aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles.
4. Sistema de creencias: nuestra perspectiva con respecto a la naturaleza de la matemática y cómo trabajar en ella.

"La resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje" (Salvador & Molero, 2013). Los estudiantes deberán tener frecuentes oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo. Mediante la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes deberán adquirir modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza ante situaciones no familiares que les serán útiles fuera de la clase de matemáticas. Incluso en la vida diaria y profesional es importante ser un buen resolutor de problemas.

La resolución de problemas es una parte integral de cualquier aprendizaje matemático, por lo que se considera que no debería ser considerado como una parte aislada del currículo matemático. En consecuencia, la resolución de problemas debe estar articulada dentro del proceso de estudio de los distintos bloques de contenido matemático, donde coloca como objeto de estudio los contextos de los problemas cotidianos de los estudiantes, tomando tanto sus experiencias familiares así como su economía, vivienda, política, cultura. Desde este punto de vista, los problemas aparecen primero para la construcción de los objetos matemáticos y después para su aplicación a diferentes contextos, por ello, la actividad de resolver problemas es esencial si se quiere conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas, Fernández (2010) considera que no se debe pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del aprendizaje de las matemáticas, y una fuente de motivación para los alumnos ya que alumno dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad.

El trabajo del alumno en la clase de matemáticas debe caracterizarse por desarrollar actividades de investigación en el aula para la resolución de resolver problemas, haciendo una hipótesis sobre la posible respuesta correcta, y luego probar que su solución es correcta por medio de modelos matemáticos (Barrantes, 2006), ante esto, el estudiante hace uso de conceptos

matemáticos, incluso podría llegar a crear sus propias teorías, igualmente, es necesario que el estudiante intercambie sus ideas con otros construyendo ambientes agradables para el aprendizaje de las matemáticas, Flores (1998) considera que se puede lograr la creación de una cultura matemática.

Mientras que el trabajo del profesor debe partir al logro de un conocimiento matemático en sus estudiantes, parte de un conocimiento matemático y busca uno o varios problemas que le den sentido para proponerlo a sus alumnos (recontextualización), refiere Corberán (s.f). Una vez producido un conocimiento, el matemático lo despersonaliza. Trata de quitarle todo lo anecdótico, su historia y circunstancias particulares, para hacerlo más abstracto y dotarlo de una utilidad general.

El profesor busca diferentes estrategias para hacer que el alumno se interese por el problema, es decir, se busca llevar a las clases de matemáticas problemas cotidianos concretos que son cercanos a los educandos, porque los afectan individualmente o a su sociedad, para que de esta manera, se motiven a trabajar en una solución, puesto que ven la necesidad de generar un bienestar común. Flores (1998) refiere que el profesor tiene la función de "ayudar a sus alumnos a encontrar las que son correctas, el conocimiento matemático tiene una dimensión cultural, el profesor ha de ayudar a sus alumnos a encontrar o construir este saber cultural, a la comunidad científica y cultural de su época" (p. 20).

Las matemáticas se evidencian en la cotidianidad de cada individuo y se usa con el fin de suplir unas necesidades de primer orden es la medida de magnitudes como la temperatura, la velocidad, etc. Gómez (s.f). Por otra parte, las construcciones (edificios, carreteras, plazas, puentes) proporcionan la oportunidad de analizar formas geométricas; su desarrollo ha precisado de cálculos geométricos y estadísticos, uso de funciones y actividades de medición y estimación (longitudes, superficies, volúmenes, tiempos de transporte, de construcción, costes, etc.), o en las situaciones del tiempo como la duración, intensidad, extensión de las lluvias, tormentas o granizos con el fin de pronosticar y guardar nuestra seguridad, los tiempos de cultivo donde es necesario conocer las temperaturas máximas y mínimas, la intensidad y dirección del viento son variables aleatorias.

Por otra parte, Fernández (2010) hace una relación entre el aprendizaje de las matemáticas y del mundo social del individuo donde describe que el hombre no vive aislado sino en sociedad conformada por la familia, la escuela, el trabajo, el ocio están llenos de situaciones matemáticas.

Entonces, se puede cuantificar el número de hijos de la familia, la edad de los padres al contraer matrimonio, el tipo de trabajo, las creencias o aficiones de los miembros varían de una familia a otra, todo ello puede dar lugar a estudios numéricos o estadísticos.

Para desplazarnos de casa a la escuela, o para ir de vacaciones, es necesario el transporte público. Entonces, se puede estimar el tiempo o la distancia o el número de viajeros que usarán el autobús, juegos de azar tales como quinielas o loterías, encuentros deportivos cuyos resultados son inciertos y es necesario un tiempo indefinido para conseguir las entradas donde ramas de estudio de la matemática como la estadística y probabilidad se revela como herramienta esencial en estos contextos. (Barrantes, 2006).

Otro contexto donde es importante la aplicación de los conocimientos matemáticos, es en el contexto político y gubernamental, tanto a nivel local como nacional o de organismos internacionales, necesita tomar múltiples decisiones y para ello necesita información. Por este motivo la administración precisa de la elaboración de censos y encuestas diversas. Corberán (s.f) señala que un ejemplo cotidiano son los resultados electorales hasta los censos de población hay muchas estadísticas cuyos resultados afectan las decisiones de gobierno. Los índices de precios al consumo, las tasas de población activa, emigración - inmigración, estadísticas demográficas, producción de los distintos bienes, comercio que son actividades de las que diariamente se escuchan valores numéricos en las noticias, además de razones y proporciones. En el contexto económico, la contabilidad nacional y de las empresas, el control y previsión de procesos de producción de bienes y servicios de todo tipo no serían posibles sin el empleo de métodos y modelos matemáticos. En la compleja economía actual son indispensables unos conocimientos mínimos de matemáticas financieras. Abrir una cuenta corriente, suscribir un plan de pensiones, obtener un préstamo hipotecario, etc. son ejemplos de operaciones que necesitan este tipo de matemáticas.

6.1.5. Dificultades del aprendizaje del Algebra

Palarea & Socas (1994) Otros matemáticos y profesores de matemáticas consideran que debe haber una estrecha relación entre las matemáticas y sus aplicaciones a lo largo de todo el currículo. Piensan que es importante mostrar a los alumnos la necesidad de cada parte de las matemáticas antes de que les sea presentada. Los alumnos deberían ser capaces de ver cómo cada parte de las matemáticas satisfacen una cierta necesidad.

El uso de notaciones, tanto en aritmética como en álgebra, se basa con frecuencia en convenios ambiguos, lo que puede explicar las dificultades en el aprendizaje. Se usan expresiones similares que tienen significados muy diferentes en aritmética y en álgebra. Por ejemplo, 27 y $2x$. El 2 de 27 indica el lugar de las decenas y, por tanto, representa 20. Sin embargo, $2x$ significa que el 2 multiplica a la x. El signo de multiplicar con frecuencia se omite, y cuando se pone puede confundirse con la letra equis (x).

Puede ocurrir que el alumno no entienda correctamente ninguna de las dos expresiones refieren (Castro, Cañadas, & Molina, 2010), por ejemplo, 27 puede ser interpretado sin tener en cuenta las reglas del sistema de numeración posicional, y visto como el nombre de una cierta cantidad de unidades; $2x$ es otra yuxtaposición de signos, una "palabra" que significa dos equis, y no como una multiplicación. Las cosas se pueden complicar incluso más cuando hay un ejercicio como: $27x$, ya que hay que tener en cuenta el convenio multiplicativo que relaciona 27 con x, haciendo que los estudiantes no entiendan esta relación y más aún porque colocan poca atención cuando se es explica el tema. (Jiménez Hernández, 2005)

Otra de situaciones que se presentan durante el estudio de las ecuaciones en secundaria, que lo hace poco significativo es la creación de errores en el cálculo con fracciones a alumnos que antes no los tenían, este tipo de error se manifiesta en muchos de los estudiantes donde eliminan denominadores en situaciones en las que no se debe hacer (Esquinas, 2008). Muchos alumnos que resuelven ecuaciones correctamente, pero sólo tienen un conocimiento instrumental que les permite resolverlas sin saber por qué se resuelven de esta manera y no de otra, consideran que en una ecuación "los denominadores se van". A pesar de esta falta de comprensión estos alumnos pueden resolver la mayoría de ecuaciones correctamente, lo cual reafirma su convicción de que "los denominadores se van". Este fenómeno se puede observar incluso en alumnos que antes de empezar a estudiar las ecuaciones no cometían este tipo de error al efectuar operaciones con fracciones (Godino, 2004).

El rechazo hacia las matemáticas que manifiestan muchos estudiantes, nace o se agrava precisamente cuando se inician en el álgebra, puesto que los resultados académicos que se derivan de las dificultades propias del álgebra, son desalentadores (Esquinas, 2008). En los niveles en los que se inicia el estudio más formal del álgebra, es donde se encuentra mayor fracaso escolar, muchos estudiantes manifiestan sentimientos de tensión y miedo, que pueden estar asociados al desafío existente entre lo que realmente pueden hacer y lo que se les pide que

hagan, debido a que están acostumbrados un nivel y pasar a uno con mayor dificultad hace que los estudiantes en muchas ocasiones entren con una actitud negativa hacia la enseñanza del algebra.

Cabe resaltar, que los docentes colocan tareas que corresponden con el desarrollo intelectual que los estudiantes deberían tener desarrollado en el grado Octavo, no obstante, surgen los problemas tanto en la comprensión como en los sentimientos y actitudes hacia las Matemáticas (Gavilán, 2011). Desde una perspectiva psicológica, aparece, en los trabajos desarrollados por Piaget e Inhelder (1984) y posteriormente por Collis (1980), la relación que existe entre el desarrollo cognitivo y el aprendizaje del álgebra. Collis (1980) citado por Gavilán (2011) identifica cinco estadios en el proceso evolutivo, que reciben el nombre de:

- Preparatorio que se da cuando los estudiantes entran a la escuela, en el grado Primero.
- Temprano de operaciones concretas, en esta etapa se encuentran los estudiantes que están entre los grados Segundo a Tercero.
- Final de operaciones concretas los estudiantes de los grados Cuarto a Quinto deben desarrollar este tipo de tareas matemáticas.
- Generalización concreta o formal temprano, se encuentran en los educandos del grado Sexto y Séptimo.
- Construcción de operaciones formales, en esta etapa se analiza cómo actúan los estudiantes en distintas operaciones algebraicas, como la sustitución de letra por números la resolución de ecuaciones y la comprensión del álgebra abstracta que empiezan en el grado Octavo.

Por otro lado, el mismo concepto de variable entraña una gran dificultad. Adquirir este concepto supone la integración de dos procesos: generalización, que permite pasar de situaciones concretas a aspectos comunes en todas las situaciones; y simbolización, que permite expresar de forma abreviada lo que tienen en común todas las situaciones. Ambos, generalización y simbolización, son difíciles de asimilar por los estudiantes que, hasta el momento de iniciarse en el álgebra, han trabajado con números concretos.

También, se tiene en cuenta que los signos de operación adquieren en el álgebra un significado diferente, pues según (Elejalde & Leon, 1996) mientras que en aritmética indican la acción que se tiene que realizar para obtener un resultado numérico, en álgebra son representaciones que indican operaciones que no siempre se tienen que realizar. En ocasiones, ni siquiera es

posible hacerlas. Del mismo modo, el signo igual adquiere diferentes significados según el contexto en que aparece. Mientras en aritmética el signo igual indica que se ha hecho una operación y se llega al resultado, es decir, su interpretación es unidireccional, en álgebra es bidireccional; es un símbolo de equivalencia entre lo que hay a su derecha y a su izquierda. Además sirve para indicar restricciones, como en el caso de las ecuaciones. El signo igual aparece en distintos contextos algebraicos refiriéndose a conceptos diferentes como ecuaciones, identidades, fórmulas o funciones. Estos diferentes usos que se hace del signo igual en el lenguaje algebraico añaden nuevas dificultades para los estudiantes.

En un paso posterior, las dificultades que aparecen a la hora de codificar el lenguaje ordinario para expresarlo en lenguaje matemático, en ocasiones son capaces de resolver problemas de forma verbal, pero no saben escribir ni resolver las ecuaciones que reflejan las relaciones entre los datos y la incógnita.

El planteamiento y resolución de ecuaciones se convierte en la parte central del álgebra escolar (al igual que ocurrió durante tantos siglos de historia). En la resolución de ecuaciones se enfrentan en primer lugar con un nuevo significado del signo igual, que coexiste con el significado puramente aritmético; en segundo, con la relación entre una operación y su inversa a la hora de transponer términos; y en tercero, con los obstáculos provenientes del manejo del signo menos y sus diferentes significados: como indicativo del signo de una cantidad o como operación indicada, ante la cual muchas veces no ven la necesidad de emplear paréntesis por atribuirle las mismas propiedades que al signo más (Castro, Cañadas, & Molina, 2010). Además, continúan las dificultades aritméticas relacionadas con el uso de los paréntesis y la jerarquía de las operaciones.

En la resolución de sistemas de ecuaciones, existe la dificultad que supone la necesidad de aceptar informaciones independientes, cada una de las cuales viene representada en una ecuación del sistema; el proceso de resolución conlleva la comprensión del concepto de equivalencia, al transformar un sistema en otro más sencillo.

En el paso que se da de la resolución de ecuaciones a la de sistemas, aparece una nueva dificultad: las incógnitas se perciben como valores particulares de unas variables sometidas a más de una condición. En algún momento, refiere (Barros & Elia, s.f) los estudiantes inventan nuevos significados personales que sustituyen a los auténticos, y tratan de operar las expresiones algebraicas como lo harían con las aritméticas, y en caso de no ser posible, simplifican

erróneamente las operaciones haciendo, por ejemplo, $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, o cualquier otra simplificación desafortunada.

Incluso los más aventajados pueden entender que el álgebra es algo así como una máquina de cálculo; pero difícilmente dan el paso de considerar el álgebra como una herramienta capaz de expresar relaciones estructurales. Parte de las problemas se deben a problemas propios del uso y comprensión del lenguaje puesto que (Castro, Cañadas, & Molina, 2010) identifican que, esto constituye una dificultad que se agrava al emplear palabras que en el contexto matemático tienen diferente significado que en el lenguaje habitual, como raíz, potencia, primo, diferencia, matriz; al tiempo que se crean otras, específicamente matemáticas, como hipotenusa, coeficiente, polinomio, isósceles, etc. Todo ello acentúa las dificultades en la adquisición del lenguaje algebraico, que a continuación se exponen:

La dificultad de percibir las estructuras subyacentes a las expresiones algebraicas. Kieran (1989) reconoce dos tipos de estructuras, superficial, que se refiere a la forma de la expresión algebraica (la ordenación de sus términos y jerarquía de sus operaciones), y sistémica, que se refiere a las propiedades de sus operaciones. Los estudiantes, en general, tienen dificultades en la percepción de estos dos tipos de estructuras. Mientras en el lenguaje ordinario se pueden comunicar significados sin necesidad de una precisión sintáctica, el lenguaje algebraico es preciso, obedece a unas reglas exactas y carece de significado si no se interpretan rigurosamente sus símbolos.

Siendo un lenguaje nuevo para el estudiante que permite manejar como conocidas las cosas desconocidas, pues la potencia del lenguaje algebraico frente al ordinario es su capacidad para expresar lo general empleando símbolos, y esa es precisamente su dificultad. Muchas veces el propio lenguaje de los docentes dificulta la construcción adecuada del significado algebraico en el alumnado señala (Barros & Elia, s.f), por ejemplo, “lo que está sumando pasa restando”, se da a entender que efectivamente desaparece de un miembro de la ecuación y sin saber cómo ni por qué, aparece en el otro.

De manera que es muy posible que incluso alumnos que son capaces de resolver adecuadamente complicadas ecuaciones matemáticas, no sepan a qué se deben los pasos que dan cuando van buscando la solución y más bien piensen que sólo se trata de aplicar las reglas que tantas veces han oído en clase, (Jiménez Hernández, 2005) dice que prueba de esta situación es la dificultad que tienen en general para mostrar que una solución es incorrecta. El camino preferido

consiste en volver a resolver la ecuación dada, sin darse cuenta que basta con sustituir la solución en la ecuación para que, si es incorrecta, dé lugar a valores diferentes en la derecha y en la izquierda.

La tarea de codificar un mensaje dado en lenguaje coloquial implica procesos más complejos que los involucrados en una simple traducción, el lenguaje matemático trata de expresar estructuras por medios exclusivamente formales. Esto implica, como procesos intermedios, identificar las variables que intervienen, los parámetros, las incógnitas, y comprender las relaciones que existen entre todas ellas; asimismo, supone el manejo de conceptos tales como la proporcionalidad o la igualdad, para poder expresar, respetando las reglas sintácticas del álgebra, el mensaje codificado, (Barros & Elia, s.f) mencionan que se requiere la resolución de los llamados "problemas de enunciado"; en ellos se enuncia una situación en la que aparecen varios datos y se pide el hallazgo de algún valor desconocido.

Resolver este tipo de problemas requiere la conjunción de numerosas habilidades matemáticas como establecer relaciones entre datos e incógnitas, emplear adecuadamente los signos, traducir el enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones, resolverlo, etc. En este sentido, según Blais (1988), los problemas de enunciado siempre esconden igualdades, por lo que su lectura inicial debe provocar una abstracción. El énfasis está en que los estudiantes lean cuidadosamente o de forma literal, sino que lean de una forma tal que después ignoren lo accesorio, filtrando los detalles que contiene la esencia del problema. Para poder resolver problemas de enunciado es preciso haber asumido una forma de pensar basada en la comprensión del significado de las operaciones y las consecuencias que tienen sobre los números que actúan, así como el significado del signo igual en el contexto de una ecuación.

Las dificultades en la transformación de un problema de enunciado a una ecuación provienen, por un lado, de la interpretación de las propias expresiones algebraicas y, por otro, de la búsqueda de una expresión algebraica adecuada que represente el contenido del problema, para lo cual es necesario un conocimiento adecuado de la estructura y sintaxis algebraica (Gallardo & Rojano, 1998). Para que los estudiantes puedan aceptar como resultado de este proceso una expresión con operaciones indicadas, pero sin efectuar, tienen que haber superado la fase de las operaciones aritméticas, para asumir el significado de las operaciones algebraicas, que representan la simbolización de un proceso.

Gallardo & Rojano (1998) dicen que es importante tener en cuenta los obstáculos cognitivos, que son producto de la experiencia previa de los alumnos y del procesamiento interno de estas experiencias, y que nuestra organización curricular, diseñada para presentar los objetos matemáticos de las formas lógicamente más simples, puede realmente causar obstáculos cognitivos, pero que también surgen obstáculos cognitivos que no tienen que ver con esta organización curricular sino que tienen que ver con otros aspectos, como los descritos a continuación:

1. Obstáculos basados en la secuencia de un tema, en que afirma que la razón para creer en obstáculos surge fundamentalmente del hecho de que ciertos conceptos tienen un grado de complejidad, por lo que es preciso familiarizarse con ellos en un cierto orden. Por ejemplo, el caso del Álgebra, en el que las destrezas operatorias son enseñadas con anterioridad a ideas conceptuales aparentemente más profundas.
2. Obstáculos basados sobre casos simples, posiblemente causados por limitar al estudiante a casos simples por un período sustancial de tiempo, antes de pasar a casos más complejos. Se observa que la idea de obstáculo parte de la misma fuente: el "obstáculo epistemológico" de Bachelard (1938). En el contexto del desarrollo del pensamiento matemático éste está lleno de obstáculos caracterizados como epistemológicos; éstos no están especificados en términos de experiencia de enseñanzas regladas y organizadas en el sistema educativo, no obstante organizaciones de las Matemáticas en el sistema escolar pueden originar obstáculos didácticos.

Esquinas (2008) refiere que los obstáculos se generan porque:

> Además la adquisición por parte del alumno de nuevos esquemas conceptuales está salpicado de obstáculos que se pueden considerar cognitivos, son producto de la experiencia previa de los alumnos y del procesamiento interno de estas experiencias; en la organización curricular, diseñada para presentar los objetos matemáticos de las formas lógicamente más simples, puede realmente causar obstáculos cognitivos, y aún más, surgen obstáculos cognitivos que no tienen que ver con esta organización curricular sino con otros aspectos.

En consecuencia, Roa Gómez (s.f) señala que la presencia de obstáculos y otras dificultades en la enseñanza – aprendizaje del álgebra supone que el estudiante se desmotiva antes del desarrollo de actividades matemáticas, y se desconcentra en las clases con demasiada facilidad, lo

que ha constituido una condición esencial, que rigen la construcción del conocimiento matemático y la construcción del conocimiento matemático en el contexto escolar, el análisis histórico puede ayudar al didáctico en su búsqueda de núcleos de resistencia al aprendizaje matemático, pero no puede, en ningún caso, aportar por sí solo la prueba de la existencia de tal o cual obstáculo para los alumnos de hoy.

6.1.6. El proceso de aprendizaje cognitivista

Los adolescentes, al comenzar el estudio del álgebra, traen consigo las nociones y los enfoques que usaban en aritmética. Sin embargo, el álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética. Aprender álgebra no es meramente hacer explícito lo que estaba implícito en la aritmética. Rivas (2008) define que el álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones. La transición desde lo que puede considerarse como un modo informal de representación y de resolver problemas, a uno formal resulta ser difícil para muchos de los que comienzan a estudiar álgebra. Estos estudiantes siguen usando los métodos que les funcionaban en aritmética. De hecho, un marco de referencia aritmético da cuenta de: a) su forma de ver el signo igual, b) sus dificultades con la concatenación y con algunas de las convenciones de notación del álgebra, y c) su falta de habilidad para expresar formalmente los métodos y los procedimientos que usan para resolver problemas. También da cuenta, en gran medida, de su interpretación de las variables -como se verá en el apartado siguiente.

La idea extendida entre los estudiantes que comienzan con el álgebra de que el signo igual es la "señal de hacer algo" antes que un símbolo de la equivalencia entre los lados izquierdo y derecho de una ecuación (Kieran 1980) viene indicada por su renuencia inicial a aceptar proposiciones, donde el estudiante supone la igualdad entre dos cantidades. El pensar que el lado derecho debería indicar un resultado especifico, hacen que los estudiantes conciban el signo igual como un mero separador entre la secuencia de operaciones y el resultado les lleva a violar las propiedades simétrica y transitiva de la igualdad (Fernández, 2010).

El que estudiantes de álgebra mayores continúan viendo el signo igual como una "señal de hacer algo" y, de hecho, extienden el conjunto de símbolos de operaciones matemáticas para incluir en él el signo igual se comprobó en un estudio con 150 estudiantes de primer ciclo de universidad (Rodríguez, 2014). Estos mismos estudiantes tuvieron éxito en un 90% al resolver un

conjunto de ecuaciones lineales, lo que indica que na comprensión pobre de la equivalencia y del signo igual no está basada en falta de destreza o falta de familiaridad con las ecuaciones lineales.

Es importante conocer cuál es la relación de las variables con el estudiante, observando en su experiencia de los niños en la escuela elemental con las letras en ecuaciones se reduce a menudo a fórmulas donde se colocan las variables con letras, y relaciones entre unidades de medida. Además, Las ecuaciones se encuentran más a menudo fuera del contexto de auténticas situaciones de problemas verbales, con el resultado de que el niño carece de un apoyo en el "mundo real" para interpretarlas. De hecho, los niños casi nunca usan ecuaciones para representar los problemas aritméticos verbales y, si se les pide una ecuación, los niños resuelven primero el problema y luego intentan dar la ecuación. A menudo los niños que son capaces de resolver problemas verbales no pueden escribir las ecuaciones que representan las relaciones cualitativas de la situación del problema (Barrantes, 2006).

Como señala Castro (s.f), en la revisión que hace sobre pensamiento y habilidad matemática, conocer la naturaleza de los procesos de pensamiento que intervienen en la actividad matemática, ha sido objeto de interés preferente tanto por parte de psicólogos como de matemáticos, donde la enseñanza de las matemáticas genera la formación de una serie de habilidades necesarias para el estudiante como:

a. Habilidad para formalizar material matemático, desde una forma aislada de contenido a una forma abstracta, desde relaciones concretas numéricas y formas espaciales, a operar con estructuras formales.

b. Habilidad para generalizar material matemático; detectar qué es importante y qué no lo es, abstrayendo lo irrelevante; también ver qué es común y qué es especialmente diferente.

c. Habilidad para operar con numerales y otros símbolos.

d. Habilidad para secuenciar el razonamiento lógico, relacionada con la necesidad de comprobar, demostrar y deducir.

e. Habilidad para abreviar los procesos de razonamiento y pensar en estructuras más reducidas.

f. Habilidad para invertir procesos mentales.

g. Flexibilidad de pensamiento: Es el proceso que incluye un pensamiento abierto a distintas posturas, que no se mantiene estático y por el contrario está en constante movimiento,

caracterizándose por su dinamismo en el paso de una forma mental a otra. Esta característica del pensamiento es importante para el trabajo creativo de un matemático.

h. Memoria matemática; se puede considerar que también rige el hecho específico de la ciencia matemática, ayuda a generalizar y formalizar estructuras y esquemas lógicos. 9.- Habilidad para conceptos espaciales. Está directamente relacionada con la geometría, especialmente con la geometría del espacio. Como indica Castro (1994) la memoria es una habilidad matemática. Los constructos habilidad y destreza están interrelacionados pero deben ser diferenciados.

i. Por habilidad, se entienden los rasgos psicológicos individuales de una persona, que favorecen la rapidez y demuestran dominio en una actividad concreta a través del razonamiento matemático.

Pero, para analizar tanto habilidades como destrezas, hay que analizar una actividad, pues se juzgan ambas usando los hechos y la ejecución de la actividad de las personas.

Fernández (2010) manifiesta que debe existir una relación entre los conocimientos que el estudiante obtiene para beneficiarse en la práctica de su vida cotidiana, puesto que los símbolos adquieren significado, al existir una conexión con el conocimiento conceptual que representan; se retienen más fácilmente los procedimientos, puesto que se encuentran conectados a una red de representaciones internas, y los procedimientos se pueden utilizar más fácilmente.

Dado que se aumenta el número de representaciones internas, se puede dirigir y ejecutar más eficientemente el procedimiento, se promueve la transferencia y se reduce el número de procedimientos requeridos. Por otra parte, el conocimiento conceptual se beneficia del conocimiento procedimental, puesto que los símbolos mejoran los conceptos y pueden generarlos.

6.1.7. La pedagogía y didáctica del juego

La pedagogía es una ciencia de la educación cuya esencia escapa a cualquier intento de clasificación epistemológica, la didáctica se reconoce como una rama de la pedagogía que se encarga de buscar métodos, estrategias y técnicas que mejoren el aprendizaje de saberes y sus condiciones de enseñanza – aprendizaje. Así entonces, (Kieran, 1992) identifica que la práctica de la enseñanza está determinada por el saber de la disciplina y por una actitud de vida, la que en últimas, le otorgaría su valor social, entonces la pedagogía al interesarse por la educación, en tanto valor, se constituye en un discurso soberano.

6.1.8. La actividad lúdica como método de enseñanza

Numerosas investigaciones han sido desarrolladas en el juego como método de enseñanza literaria; sin embargo, la misma experiencia, pone de manifiesto que las particularidades de los planteles hace que sea necesaria un estudio *in situ*, donde las improntas que posee cada Institución Educativa, posibilite estrategias puntuales, específicas y en coherencia con las realidades e irrealidades que la enmarcan.

Rodríguez (2014) señala que las matemáticas es un sistema escolar como agente de difusión cultural. Desde el punto de vista institucional existen funciones, normas, valores estéticos como método de la práctica de resolución de los problemas cotidianos, por lo tanto, se considera como un trabajo, una producción de sentido, y como tal debe ser analizada. Las matemáticas reproducen artificialmente procesos perceptivos de la sociedad globalmente considerada donde se incluye el juego, el goce del placer del juego como método de enseñanza especialmente en los niños.

Francisco Yndurain (1974) resalta la función lúdica cumple una función significativa en la transformación de aprendizaje que transforman el ambiente y proporcionando herramientas de estudio para el docente y para los estudiantes durante la clase y en todo en proceso de enseñanza en donde predomina la diversión, la risa, los juegos dinámicos, siempre inspirando a los estudiantes a pensar a crear y recrear mediante actividades que desarrollan la atención y la escucha activa.

En este sentido, es oportuno mencionar a Rodríguez (1991), quien señala que el niño desde su nacimiento está expuesto a productos y sistemas matemáticos que su cultura le propone para diversos fines y a través de distintos medios, rodeando su forma de vida, como cuando en las primeras actividades espontáneas el niño supone razones, o hipótesis sobre la solución de un problema.

Se ha considerado una oportunidad de aprendizaje, mediante el juego ya que ofrece una facilidad de aprender y recibir lo que les ofrece la actividad lúdica a la cual se le dedican con placer, además por medio de esta actividad la atención, la memoria y el ingenio se agudizan en el juego para participar en conjunto y llegar a un aprendizaje la aplicación del el ejercicio como un modo de practicar o ejercitar desde la niñez para así preparar las funcione que son necesaria para la época adulta. El fin del juego es el juego mismo es realizar la actividad que producen placer lo plantea el autor Groos (2000).

Por su parte, Lev S. Vygotsky (1995), define el juego como una actividad para socializar, ya que cualquier juego presenta nuevas exigencias al niño proporcionando el aprendizaje en la cual gracias a la cooperación con otros niños, se logran adquirir papeles o roles que hacen de esta una actividad, que caracteriza fundamentalmente con el juego para dar el inicio del comportamiento conceptual o guiado por las ideas. El autor menciona que lo fundamental en el juego es la naturaleza social de los papeles representados por el niño, que contribuyen al desarrollo de las funciones psicológicas superiores.

Cuando se es maestro por convicción, existe una búsqueda incesante por hacer de la clase un lugar para el encuentro con la felicidad y el aprendizaje verdadero; el diseño de actividades entonces debe ser una constante, y el juego, un posibilitador de aprendizaje, en ese orden de ideas, las teorías que sustentan el presente estudio investigativo, el juego infantil según Piaget (s.f), es producto dela asimilación utilizando la imaginación creadora y con la y con la aparición del pensamiento simbólico en la edad infantil (de 2 a 4 años), hace su aparición la ficción imaginaria y la imagen se convierten ahora en símbolo lúdico, entre otros aportes a la pedagogía también planteo el desarrollo intelectual a través de los estudios; de acuerdo a lo planteado nuestra investigación se ubica en la etapa delas operaciones concretas y su relación con el juego.

Ausubel (1977), ha dado grandes aportes mediante sus análisis en el aprendizaje significativo que ocurre cuando la información nueva por aprender se relaciona con la información previa ya existente en la estructura cognoscitiva del estudiante: para llevarla a cabo debe existir una disposición favorable o motivación del aprendiz, así como significación lógica, los cuales ayudan al alumno para crear una serie sobre sus propios conocimientos obteniendo una mejor comprensión y sobre todo la motivación utilizando tres tipos de aprendizaje significativo: aprendizaje de proposiciones, aprendizaje de representaciones y aprendizaje de conceptos.

Vygotsky et al., (1924) expresa que teniendo en cuenta los procesos de comunicación, lenguaje y razonamiento hacen parte del desarrollo para moldear los procesos cognitivos que influyen en el aprendizaje más que en las actitudes y que se pueden considerar en nivel interactivo inmediato y estableciendo el juego como una actividad social que en conjunto con otros niños llegan adquirir sus propios roles. El autor es una teoría permite reconocer la importancia de que niño logre trabajar independientemente y sin ayuda utilizando un límite inferior dado por el nivel de ejecución, pero puede existir el límite superior para que el niño progresivamente este dirigido por el maestro o por un compañero más avanzado.

Autores como Silva (1995), destacan la presencia de una persona mayor o con más conocimiento y experiencia para que participen en el desarrollo utilizando pistas, enseñando estrategias, ser modelos de aprendizaje para el niño logre realizar las actividades que aun para so son fáciles de realizarlas porque es ahí donde el todavía necesita ayuda esto puede variar según la capacidad, la escuela o los métodos de aprendizaje que se estén utilizando para el desarrollo intelectual de cada niño.

Para ayudar a los estudiantes a usar correctamente este lenguaje algebraico, son decisiones importantes tanto los materiales didácticos empleados como el tipo de actividades que se planteen y, sobre todo, la metodología. En la superación de los errores cometidos es necesario que el estudiante asuma un papel activo viéndose involucrado en un conflicto a través del cual sustituya sus concepciones erróneas por otras adecuadas, enfrentándose a la contradicción que existe entre ambas. El significado se alcanza cuando se pone en contacto la nueva comprensión con los esquemas previos y, de este contacto, surgen nuevos esquemas modificados y ampliados, que pueden reestructurarse dando lugar a otros esquemas de orden superior. La construcción del conocimiento es un proceso de cambio y de reestructuración del modelo conceptual, no de acumulación (Ausubel, 1977).

Un modo particularmente efectivo para superar estas dificultades consiste en generar discusiones en clase donde se muestren los conceptos falsos de los estudiantes y traten de superarlos mediante sus propias interacciones (Socas, 1991). Fomentar la interacción entre los estudiantes, de modo que las dificultades personales se expongan y se debatan en pequeños grupos, así como los significados personales, puede ayudar, atendiendo a la teoría de Vygotsky (1988) sobre la zona de desarrollo próximo, a paliar las dificultades anteriormente señaladas. Así, aparece el Aprendizaje Cooperativo como un método particularmente interesante para que se generen este tipo de discusiones enriquecedoras entre los estudiantes, entendiendo que el aprendizaje es un proceso de construcción con una clara dimensión social.

La lúdica debe de ser comprendida como experiencia cultural y no solamente ligada al juego. Ahora bien, las experiencias lúdicas son dimensiones transversales que atraviesan toda la vida, no son prácticas, no son actividades, no es una ciencia, ni una disciplina, ni mucho menos una nueva moda, sino que es un proceso inherente al desarrollo humano en toda su dimensionalidad psíquica, social, cultural y biológica. Por consiguiente, la lúdica está ligada a la cotidianidad, en especial, a la búsqueda del sentido de la vida y a la creatividad humana.

Es necesario resaltar que los procesos lúdicos, son una serie de actitudes y de predisposiciones que atraviesan toda la corporalidad humana. Se puede afirmar que son procesos mentales, biológicos, espirituales, que actúan como transversales fundamentales en el desarrollo humano. Por otra parte, estos procesos son productores de múltiples cascadas de moléculas de la emoción, que invaden toda nuestra corporalidad, produciendo una serie de afectaciones cuando hay un espacio de interacción espontáneamente con el otro, en cualquier tipo de actividad cotidiana que implique actividades simbólicas e imaginarias como el juego, la chanza, el sentido del humor, la escritura, el arte, el descanso, la estética, el baile, el amor, el afecto, las ensoñaciones, la palabrería. Inclusive, todos aquellos actos cotidianos como "mirar vitrinas", "pararse en las esquinas", "sentarse en una banca", son también lúdicos.

Es necesario aclarar al respecto que lo que tienen en común estas prácticas culturales, es que en la mayoría de los casos, actúan sin más recompensa que la gratitud y la felicidad que producen dichos eventos. Las experiencias culturales ligadas a la lúdica, a nivel biológico, son las que producen mayor secreción a nivel cerebral, de sustancias endógenas como las endorfinas. Estas moléculas mensajeras según la neurociencia, se encuentran estrechamente asociadas con el placer, el goce, la felicidad, la euforia, la creatividad, que son procesos fundamentales en la búsqueda del sentido de la vida por parte del ser humano, según Jiménez (s.f)

Ante estos fundamentos y experiencias de las prácticas de los Docentes se puede inferir que el juego también es una de las formas más inteligentes, sabía y querida por los adolescentes, sobre todo para una materia que no es querida por la mayoría de los que la estudian, por lo que hay que hacer todo lo posible por que sea aprendida y comprendida. Hay que recordar que el juego en grupo, no solo hará que aprendan un tema, sino que también se desarrollaran varias competencias genéricas como: Se expresa y comunica al lograr comprender el tema, el estudiante aprende de forma autónoma ya que ellos jugaran por si solos en equipos, Trabaja en forma colaborativa pues ellos harán todo el material didáctico en equipos.

Chamoso (2004) dice que la actividad lúdica permite construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales, formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques, y explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

Así como otras más ya que se inicien los temas que seguirían en el programa de la materia, que como se mencionó anteriormente, solo serán aprendidos y comprendidos por los alumnos, después de que hayan comprendido y practicado con nuestra estrategia didáctica que en este trabajo se describen. Y de las Competencias Genéricas desarrolladas al mismo tiempo que las disciplinares son:

1. La comunicación donde el estudiante desarrolla la capacidad para escuchar, interpretar y emitir mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
2. Trabaja cooperativamente integrándose con sus demás compañeros participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos, con el fin de que todos alcancen una meta planteada.

En este sentido, la investigación se enfoca en la actividad lúdica constituye una estrategia didáctica como una secuencia multidireccional o integrada de modos para facilitar un propósito Las secuencias de matemáticas para los grados de básica secundaria se plantean bajo los parámetros anteriormente descritos, y el tratamiento que se les da enfatiza en situaciones problema y en la construcción de conocimientos matemáticos más complejos, asimismo, son necesarios los momentos de explicación caracterizados por ser actos de validación de los conocimientos matemáticos y que se conviertan en espacios de comunicación cuyos significados se asocien tanto a la situación problema como a la misma generalización de los conceptos para aplicar en otras situaciones (Camacho, Flórez, Gaibao, & Aguirre, 2012), así se plantea que lo importante es identificar el meta-aprendizaje y metacognición del estudiante con respecto a las matemáticas teniendo como preguntas orientadoras qué está aprendiendo el educando, cómo lo está aprendiendo, cómo se usa lo que aprende, por qué y para qué de este aprendizaje.

Por otro lado, esta propuesta permea, en forma flexible, sus saberes y capacidades como docente, ya que las actividades de aprendizaje diseñadas a lo largo de la secuencia didáctica pueden ser enriquecidas, adaptadas y complejizadas de acuerdo a su contexto escolar. Lo importante es que el estudiante se desenvuelva en un contexto familiar para que, a través de las experiencias vividas, pueda construir las situaciones problema desde ahí, e interactúe con la situación y las comprensiones matemáticas que se requieren.

6.1.9. Trabajo Cooperativo en el Aprendizaje

Chamoso (2004) refiere que en una misma aula conviven los estudiantes que ya han adquirido ciertas formas de pensamiento concreto y se han iniciado en el pensamiento formal con otros estudiantes que están en una banda intermedia y necesitan continuar con el esfuerzo de consolidar sus esquemas mentales para dar el paso a esta nueva forma de pensamiento y poder acceder a los contenidos algebraicos; y aquellos cuyos esquemas mentales no son capaces, de momento, de soportar el paso al pensamiento formal. La correcta estructuración de los cinco pilares en los que se sustenta esta metodología, facilitan el presente estudio y es un importante soporte para el aprendizaje (Johnson & Johnson, 1994):

Interdependencia positiva: está asegurada cuando todos los miembros del grupo son conscientes de que no pueden alcanzar el éxito a menos que también lo alcancen sus compañeros. Del esfuerzo que realiza cada persona se beneficia ella misma y los demás. El mero hecho de pertenecer a un grupo no garantiza el aprendizaje de sus miembros. Es necesario saber que el trabajo individual va a afectar al éxito o fracaso de los demás compañeros del grupo, provocando esa doble responsabilidad: individual y de grupo.

Para lograrlo es necesario asignar al grupo una tarea clara y concreta que debe ser realizada entre todos sus componentes: tarea interdependiente; asegurar que nadie puede alcanzar la meta a menos que todos los componentes la alcancen: meta interdependiente; garantizar una recompensa para todos los miembros del grupo, que se verá modificada por la calidad de sus esfuerzos individuales. Con ello, se den cuenta que todos sus esfuerzos son necesarios para el éxito del grupo: recompensa interdependiente.

Cuanto mejor esté establecida la interdependencia positiva con más facilidad se producirá el conflicto cognitivo. Esta situación les lleva a la búsqueda activa de información, a la necesidad de razonar y justificar sus posturas, al cuestionamiento de lo ya sabido, a la reconceptualización del conocimiento. Como consecuencia, aumenta su dominio y retención de la materia discutida y se observa el empleo de estrategias de razonamiento de nivel superior (Gavilán, 2001).

- Interacción que promociona: se caracteriza por los esfuerzos que hace cada persona para que las demás alcancen la meta prevista. La finalidad de las interacciones entre los estudiantes es mejorar su aprendizaje. Para ello deben dar y recibir ayuda y mantener actitudes de confianza hacia los demás. Sólo apoyándose entre ellos podrán conseguir el objetivo que tienen como grupo.

- Doble responsabilidad: individual y grupal. El grupo es una plataforma que les va a facilitar la construcción de su aprendizaje, del que son los únicos responsables. En el aprendizaje cooperativo además de asumir esta responsabilidad, asumen la del aprendizaje de los demás compañeros de su grupo. Deben aprender juntos para poder actuar después individualmente.
- Aprendizaje de habilidades sociales: para el buen funcionamiento del grupo cooperativo es necesario enseñar al alumnado determinadas habilidades sociales, como las habilidades de comunicación, de confianza, de liderazgo, de resolución de conflictos.
- Revisión del proceso del grupo: periódicamente es necesario ofrecer diferentes cuestionarios a los estudiantes para que, de forma individual, reflexionen sobre su actitud y trabajo en su grupo. Las conclusiones de las investigaciones llevadas a cabo por Stuart Yager sobre las revisiones de grupo indican que los resultados académicos y los no académicos mejoran en los grupos en que se discute el funcionamiento y la efectividad de sus miembros (Johnson & Johnson, 1994).

Los resultados que obtienen los estudiantes que trabajan cooperativamente, han sido extensamente estudiados por distintos autores (Kagan, 1985, Slavin, 1980 Sharan, 1992 & Shaulov, 1990), siendo, probablemente, el más completo, el trabajo desarrollado en el Cooperative Learning Center de Minessota por los hermanos Johnson, Maruyama, Nelson & Skon entre otros, que consistió en la realización de cinco meta-análisis revisando los resultados arrojados por los trabajos de investigación previos (Gavilán, 2002):

- Cuando los estudiantes trabajan cooperativamente, en pequeños grupos heterogéneos, se encuentran con la ayuda facilitada por sus compañeros más aventajados, lo que les proporciona una indudable situación de andamiaje (Bruner, 1986). La ayuda prestada por estudiantes que están cercanos a su Zona de Desarrollo Próximo (en términos de Vigotsky), y recientemente acaban de superar las dificultades con las que ellos se encuentran, les hace más asequibles los contenidos.
- Los estudiantes, cuando trabajan cooperativamente, asumen un papel protagonista, tanto en lo que se refiere a su aprendizaje como a la gestión del trabajo del grupo. Desempeñan distintos papeles en el grupo, entre los que se pueden destacar los siguientes:
    - **a)** iniciar el debate o análisis, aunque las ideas aportadas no resulten siempre adecuadas

b) aportar distintas ideas y contrastarlas

c) cuestionar y debatir las ideas aportadas

d) sintetizar las ideas surgidas de los debates

e) poner en práctica y ejecutar las decisiones.

Cuando trabajan cooperativamente, los estudiantes perciben que, cuando necesitan ayuda, ésta siempre está a mano y llega en el momento en que la solicitan, pudiendo aplicarla a continuación en el contexto que están trabajando. Concretamente, cuando se trabajan problemas algebraicos conocidos como "problemas de enunciado", los estudiantes pasan por distintos momentos o episodios confiriendo a la resolución de problemas una estructura típica, diferente de la que se produce cuando los estudiantes resuelven los mismos problemas en otro tipo de enseñanza (Gavilán, 2002).

Cuando inician una nueva tarea se producen numerosos episodios de adquisición y evaluación de la comprensión, dirigidos por uno de los componentes del grupo, el que asume el papel de líder de la gestión del grupo. A medida que avanzan, se van produciendo numerosos episodios de petición de ayuda, seguidos de otros de adquisición. Ante una petición de ayuda bien formulada, sigue una respuesta –episodio de adquisición– donde se facilita la información solicitada. Avanzando más en la tarea, aumenta el número de episodios de planificación, ejecución y evaluación, pero no siguen una trayectoria lineal. El avance hacia la meta en el proceso de resolución de un problema se ajusta más a un modelo espiral, donde recorren varias veces distintas secuencias de estrategias en un avance progresivo. Así, tras una secuencia repetida de episodios de adquisición y evaluación de la comprensión, puede aparecer la reiteración de otra, formada por episodios de petición de ayuda y adquisición.

6.2. Marco conceptual

Inicialmente, se parte de que este proyecto está orientado hacia el fortalecimiento del pensamiento variacional en estudiantes de octavo por medio de la aplicación de la actividad lúdica hace necesario identificar desde la teoría los conceptos que se manejan en este estudio, como matemáticas, algebra, lenguaje algebraico, pedagogía y aprendizaje entre otro que se definen a continuación:

6.2.1. Matemáticas

La matemática es el estudio de los números y el espacio, que busca construir patrones y relaciones mediante el desarrollo de conocimientos y destrezas que el educando adquiere con el

fin de realizar generalizaciones que permita encontrar más fácilmente la solución a problemas de diversa índole (Colombia Aprende, s.f), este campo constituye un poderoso medio de comunicación que sirve para representar, interpretar, modelar, explicar y predecir situaciones siendo de esta manera, parte de nuestra cultura que ha sido importante en las actividades que se desarrollan cotidianamente desde los primeros tiempos. La matemática, por tanto, permite a los estudiantes apreciar mejor su legado cultural al suministrarles una amplia perspectiva de muchos de los logros culturales de la humanidad. MEN (s.f), frente a este bagaje que las matemáticas proporcionan, debemos tener en cuenta dos condiciones indispensables para su enseñanza, cuales son:

- Los estudiantes logren comprender y apreciar el papel de las matemáticas en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación en el contexto social, político, económico reconociendo sus contribuciones en el desarrollo de la vida.
- Los estudiantes lleguen a valorar y aplicar el método matemático, respondiendo a las situaciones que se le presenten de acuerdo a formas básicas de razonamiento y del trabajo matemático, así como su potencia y limitaciones.

Cabe resaltar, que este área de estudio tiene su principal particularidad en la precisión que maneja, además de su carácter formal y abstracto, naturaleza deductiva y por su organización a menudo axiomática, en este proceso se hace necesaria la apropiación del educando en la construcción del conocimiento matemático, partiendo de una teoría que se lleva a el campo práctico con la actividad concreta sobre los objetos, de la intuición y de las aproximaciones inductivas activadas por la realización de tareas y la resolución de problemas particulares. La experiencia y comprensión de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas a partir de la actividad real es, al mismo tiempo, un paso previo a la formalización y una condición necesaria para interpretar y utilizar correctamente todas las posibilidades que se tiene a la mano.

Alrededor de la historia, se les han ido adjuntando una serie de características a las matemáticas que la han convertido en la ciencia actual, que se compone por un pensamiento dualista donde, por una parte es un estudio exacto como los resultados de una operación, una transformación o cambios deben ser planeados y tienen un pequeño porcentaje de error, porque es solo un modelo de aproximación que nunca es exacto a la realidad, por lo que, siempre en la formación educativa se ha construido un currículo con enfoques tradicionalistas, que apunte a las

matemáticas como una ciencia exacta, potenciando solo las operaciones matemáticas de este tipo (MEN, 2013).

Lo anterior, comprende una parte de las matemáticas fundamental y relativamente menos trabajosa, debido a que es mecánica prefiriendo a obtener la certeza de un sí o no, verdadero o falso, exactitud del área de un polígono, contrario a la probabilidad que se estima que podría ser, pasando a ser relegados a un segundo plano, que encierra a los educandos a ver las matemáticas en un conjunto rodeado por las mismas operaciones que en la vida real le sirve, pero con un conocimiento incompleto de las matemáticas.

6.2.2. Algebra

El álgebra es un subconjunto de estudio de las matemáticas enfocado al uso de letras para representar relaciones aritméticas, que se construyen a partir de las operaciones fundamentales, cuales son la adición, sustracción, multiplicación, división y cálculo de raíces, refiere Sessa (2005). El álgebra clásica, que se ocupa de resolver ecuaciones, utiliza símbolos en vez de números específicos y operaciones aritméticas para determinar cómo usar dichos símbolos. El álgebra moderna ha evolucionado desde el álgebra clásica al poner más atención en las estructuras matemáticas. El álgebra escolar como la parte de las Matemáticas que trata de la simbolización de las relaciones numéricas, interpretándola como una aritmética generalizada.

El álgebra supone un cambio en el pensamiento del estudiante orientado hacia la generalización, pasando de un pensamiento cuantitativo que utiliza operaciones de forma mecánica para hallar una solución, a un pensamiento cualitativo donde el estudiante se ve en la necesidad de comprender lo que se le está preguntando y formula un hipotético a la situación para la resolución de problemas.

La parte aritmética y algebraica se ve diferenciada porque el enfoque aritmético de un problema matemático supone la descomposición del mismo en subproblemas más sencillos, hasta que la solución llega a imponerse por sí misma, mientras que el enfoque algebraico de un problema implica la identificación de las variables intervinientes y de los parámetros para, posteriormente, buscar las relaciones entre ellos y conseguir expresarlas en términos algebraicos, dando lugar a una o varias ecuaciones que aún deben ser resueltas (Bodanskii, 1991). Es decir, que para desarrollar la solución de problemas desde el álgebra se hace necesario de involucrar símbolos algebraicos, tales como números, letras y signos, igualmente, los números suponen una

constante, y las letras que representan tanto constantes (primeras letras del abecedario) como variables (últimas letras del abecedario).

Entonces, en el álgebra se realiza la agrupación de los símbolos algebraicos y la secuencia de las operaciones aritméticas que permiten entender la claridad de lectura del lenguaje algebraico, que utiliza de igual forma, conectores que son símbolos de agrupación donde se encuentran los paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves { } y rayas horizontales — que representan los vínculos para realizar una operación algebraica compuesta, que se desarrollan de acuerdo a un orden que va de lo interno a lo externo, primero las multiplicaciones, después las divisiones, seguidas de las sumas y las restas. Para entender el álgebra, se hace necesario que los estudiantes tengan algunos conceptos básicos que le permitan identificar los elementos en la resolución de problemas, y estos son:

- **Número**: Todos los números que conoces forman parte del Álgebra: el cero, los positivos y los negativos, sean enteros, fraccionarios, raíces, o decimales. Ej.: 1; 2,45; -7/5; 3,1416, 5, 2/3, 75, -17, 0, -2,.... etc.
- **Letra:** Todas las letras del alfabeto español y también del griego se pueden usar para representar números desconocidos dentro de las expresiones algebraicas. Generalmente se usan letras minúsculas: a, b, m, n, x, y.
- **Operaciones Algebraicas:** Suma, Resta, Multiplicación, División, Elevación a Potencias y Extracción de Raíces. La multiplicación generalmente va sin signo cuando no hay lugar a equivocación. Entre números se puede indicar con □ó con un punto entre ellos: 7 8□es lo mismo que 7·8; 7a es lo mismo que 7·a,... Cuando un número o letra tiene el signo - y se va a multiplicar, es necesario escribirlo entre paréntesis para que no se confunda con una resta.
- **Término:** Es una expresión algebraica que no contiene internamente operaciones de suma o resta. Los términos de una expresión algebraica son las partes que están separadas por los signos de suma (+), o resta (-).
- **Coeficiente:** El coeficiente de un término algebraico es el número que multiplica a la parte literal. Este número debe calcularse haciendo las operaciones indicadas cuando aparecen varios números y se escribe siempre antes de las letras del término. Si no aparece ningún número el coeficiente es 1 o -1, según el signo.

- **Exponente**: Es un número pequeño colocado a la derecha y arriba de un número o de una letra y que indica que se eleva a una potencia, cuando ésta es mayor que 1. Si la letra no tiene exponente, significa que su potencia es 1 y para las operaciones se debe tener esto en cuenta, contando como si tuviera exponente igual a 1.

6.2.3. Actividad lúdica

La lúdica es una dimensión del desarrollo humano asumiendo el juego como alternativa a nivel pedagógico que permite incluir temas concernientes a las relaciones afectivas ya que el ser humano, a lo largo de su historia ha hecho del aprendizaje desde el punto de vista didáctico para fomentar el desarrollo integral, la construcción de nuevos saberes, la conformación de la personalidad , es decir contiene una gama de actividades donde se cruza el entretenimiento, la diversión, el goce, la actividad creativa y el conocimiento actividades donde se cruza el placer, dentro de ambientes escolares en los cuales se aprende jugando explican Sánchez y Casas (1998).

Bajo este punto de vista el juego en el espacio libre-cotidiano es muy diferente al juego dentro de un espacio normado e institucionalizado como es la escuela. La lúdica se presenta como una categoría mayor al juego en donde el juego es una manifestación de lo lúdico es como una sensación, una actitud hacia la vida que atrae, seduce y convence en el sentido íntimo de querer hacerlo, de hacer parte de esto hasta olvidando tu propia individualidad por consiguiente es necesario que la educación comprenda y transforme, que se preocupe primero por el ser humano y su viabilidad en una mundo amable y luego en el conocimiento moderno.

En lo lúdico más allá del juego se da un estar como menciona De Borja (s.f), que mediante los conocimientos adquiridos a partir de la fantasía, el humor y la ironía produce una educación integral y no particular, que generar unas actitudes, posiciones vitales y sociales positivas y gestar nuevas situaciones, conceptos y relaciones, características que pueden fluir a través de la lúdica en la experiencia pedagógica lúdica el alumno y el profesor son iguales. El profesor juega con ellos para abrir un camino para un aprendizaje de las matemáticas, que mire hacia la alegría del conocer y de la experiencia cotidiana como fuente de ser y aprender, dar paso a los imaginarios para generar nuevas articulaciones de conceptos que quiere aprender y el cómo, de hacer de la actividad lúdica la manera creativa, constructiva, abierta a interactuar con el conocimiento.

De esta manera lo lúdico es el juego que permite potenciar sus habilidades y capacidad de razonamiento de forma agradable y generalmente divertida. Las actividades lúdicas mejoran la

motivación, atención, concentración, potencia la adquisición de información y el aprendizaje generando nuevos conocimientos. La lúdica permite con su especial modo el abordaje de los saberes según lo describe Edgar Morín (1999), donde considera necesarios para este siglo, pertinentes no como un conocimiento único, sino como una red de conocimiento que lleve a un desarrollo sostenible con nuevos Diseño Metodológico para fortalecer la comprensión, la memoria, la retención La concentración, para un desarrollo de la inteligencia. La lúdica se encuentra en el juego, pero también, en cuento, relato, poesía de esta forma, la lúdica a partir de la experiencia, pensamiento y sentimientos permite un lenguaje simbólico.

El juego permite que los estudiantes trabajen en un ambiente de análisis de distintos elementos para resolver una situación problema, pues nunca se habían enfrentado a actividades que pusieran en juego el significado de un conjunto de elementos para encontrar una solución, “el acercamiento lúdico transmite al estudiante la forma correcta de colocarse en su enfrentamiento con problemas matemáticos” (Ramírez, 2006), es decir, el trabajo con situaciones problema semejantes a la vida cotidiana permite la cualificación de los estudiantes en cuanto a la identificación, significado y apropiación de las competencias básicas, desde este punto de vista se nota las habilidades para comunicar y argumentar ideas donde se aplique el pensamiento lógico mediante el desarrollo de estructuras algebraicas.

“La lúdica se refiere a la necesidad del ser humano, de sentir, expresar, comunicar y producir emociones primarias (reír, gritar, llorar, gozar) emociones orientadas hacia la entretención, la diversión, el esparcimiento. Lo anterior ratifica que la lúdica posee una limitada cantidad de formas, medios o satisfactores, de los cuales el juego es tan solo uno de ellos” (Estada, 2001), Así se va comprendiendo entonces cómo la lúdica se expresa en diversas actividades que realiza el ser humano, donde la búsqueda del placer y la vivencia de tensiones emocionantes es lo que incita a la persona a vivirlas y experimentarlas.

6.2.4 Lenguaje algebraico

"El lenguaje es esencial para comunicar las interpretaciones y soluciones de los problemas, además de reconocer las conexiones entre conceptos relacionados, aplicar las matemáticas a la vida real mediante la modelización y para utilizar los nuevos recursos " (Sessa, 2005). Los enunciados de un problema de planteo conllevan un lenguaje simbólico entregado por la Lógica y Matemática, este lenguaje permite plantear y resolver los problemas siguiendo los pasos para la resolución de ecuaciones o sistemas de ecuaciones simultáneas. Es común en el álgebra utilizar

una letra para representar un dato desconocido de un problema. A esta letra se le llama incógnita. Luego los demás datos se comparan con ella estableciendo una relación y a partir de ésta se determina el valor de la incógnita.

- **Expresión algebraica:** Una expresión algebraica es cualquier secuencia de números y letras, que pueden tener exponentes o raíces, ligados entre sí mediante signos de operaciones algebraicas. Un solo número o letra puede ser también una expresión algebraica.
- **Parte literal**: La parte literal de un término algebraico es la parte formada por productos o divisiones de letras que pueden tener o no tener exponentes. Las letras se ordenan alfabéticamente dentro de cada término**.**
- **Grado de un término**. El grado de un término es la suma de las potencias de las letras que aparezcan multiplicadas entre sí en el numerador menos la suma de las que aparecen multiplicadas entre sí en el denominador. Si no hay denominador, es solamente la suma de las potencias de las letras.
- **Monomio**: Es una expresión algebraica que tiene solamente un término.
- **Polinomio:** Expresión algebraica que tiene más de un término. Los polinomios que aparecen con más frecuencia en el Algebra Elemental son:
    - **Binomio**: Expresión algebraica de dos términos.
    - **Trinomio**: Expresión algebraica de tres términos.

Las matemáticas, como el resto de las disciplinas científicas, aglutinan un conjunto de conocimientos con unas características propias y una determinada estructura y organización internas. Lo que confiere un carácter distintivo al conocimiento matemático es su enorme poder como instrumento de comunicación, conciso y sin ambigüedades. Gracias a la amplia utilización de diferentes sistemas de notación simbólica, señala Murillo et al. (2003), las matemáticas son útiles para representar de forma precisa informaciones de naturaleza muy diversa, poniendo de relieve algunos aspectos y relaciones no directamente observables y permitiendo anticipar y predecir hechos situaciones o resultados que todavía no se han producido.

Jiménez Hernández (2005) que se debe sembrar en el estudiante la capacidad del conocimiento matemático para representar, explicar y predecir hechos, situaciones y resultados es simplemente una consecuencia de la utilización de notaciones simbólicas precisas e inequívocas en cuanto a las informaciones que permiten representar. En realidad, si las notaciones simbólicas

pueden llegar a desempeñar efectivamente estos papeles es debido a la propia naturaleza del conocimiento matemático que está en su base y al que sirven de soporte.

6.2.5. Comunicación

La comunicación de nuestras ideas a otros es una parte esencial de las matemáticas y, por tanto, de su estudio por medio de la formulación, sea esta oral o escrita, y la comunicación, las ideas pasan a ser objetos de reflexión, discusión, revisión y perfeccionamiento. El proceso de comunicación ayuda a construir significado y permanencia para las ideas y permite hacerlas públicas, en el desarrollo de ejercicios donde los estudiantes piensan y razonan sobre las matemáticas y que comuniquen los resultados de su pensamiento a otras personas, de manera oral o escrita, aprenden a ser claros y convincentes.

Cuando los estudiantes escuchan las explicaciones de otros compañeros tienen oportunidades de desarrollar sus propias interpretaciones señala (MEN, 2006), por lo que los diálogos mediante los que las ideas matemáticas se exploran desde distintas perspectivas ayudan a los participantes a ajustar su pensamiento y hacer conexiones. Cuando los alumnos participan en discusiones en las que tienen que justificar sus soluciones -especialmente cuando hay desacuerdos - mejoran su comprensión matemática a medida que tienen que convencer a sus compañeros de puntos de vista diferentes.

Esa actividad también ayuda a los estudiantes a desarrollar un lenguaje para expresar ideas matemáticas y les hace conscientes de la necesidad de usar un lenguaje preciso (Gallardo & Rojano, 1998). Los alumnos que tienen oportunidades, estímulo y apoyo para hablar, escribir, leer y escuchar en las clases de matemáticas reciben un doble beneficio: mejoran su aprendizaje matemático al tiempo que aprenden a comunicarse de manera matemática.

6.2.6. Pedagogía

Es una ciencia que se encarga de estudiar la formación integral del individuo y de cómo estos aprenden, teniendo en cuenta el ente social ligado a perspectivas culturales, económicas y sociales de su entorno local, regional o nacional, contiene saberes educativos, en las dimensiones que este tenga, así como en la comprensión y organización de la cultura, la palabra pedagogía se relaciona principalmente con el niño, gracias al este estudio es posible la construcción de técnicas que se aplican a la enseñanza y educación de individuos. Al igual que todas las ciencias primero se realizó la acción educativa y después nació la pedagogía para tratar de recopilar datos sobre el hecho educativo, clasificarlos, estudiarlos, sistematizarlos y concluir una serie de principios

normativos. Decroly (1932), deduce que es el saber propio de maestros que les permite orientar los procesos de formación de estudiantes, es el saber que nutre la historia, que da a conocer propuestas que se han desarrollado para construir diariamente una relación personal o colegiada sobre los logros propuestos y obtenidos, sobre las metodologías más apropiadas para conseguir el desarrollo del saber.

Flórez Ochoa (s.f) señala que “la pedagogía es una disciplina que sigue y seguirá siendo vigente y va adquiriendo cada vez más fuerza convirtiéndose en la principal disciplina que se ocupa del estudio del fenómeno de la educación” (pág. 58), esto debido a que en primer lugar su objeto de estudio se centra en la enseñanza y no al estudio exclusivo de los alrededores de la escuela como lo hacen las "Ciencias de la Educación" entre ellas la sociología, la antropología, la economía, etc. Y en segundo lugar porque gracias a sus recientes desarrollos teóricos y experimentales, la pedagogía está logrando integrar y apoyarse en los aportes de otras disciplinas que se ocupan de la educación.

6.2.7. Didáctica

Para la enseñanza de las matemáticas, particularmente en el álgebra, el docente ha construido un saber sobre esta disciplina y es así que dicho saber se reconfigura cuando requiere ser transmitida en el aula de clase. (Chevellard, 1991). Construir conocimiento matemático, supone tener en cuenta una organización con aspectos de orden formativo, pedagógico y didáctico, y debe tener en cuenta ciertos interrogantes como: ¿Qué se enseña?, ¿Cómo se enseña?, ¿A quién se enseña?, ¿Cómo evaluar lo que se enseña?, situados desde el punto de vista de la enseñanza donde el profesor es su responsable. Sin embargo, la enseñanza no se manifiesta sin un aprendizaje así no sea el deseado pues es el aprendizaje el que determina un indicativo de evaluación de lo que se ha enseñado.

En este sentido, la didáctica juega un papel importante en la enseñanza de las matemáticas, ya que el proyecto investigativo explora las distintas rutas de transmitir el saber que favorezca al desarrollo del pensamiento variacional. Tomando como referencia a Chevellard, se entiende la didáctica de las matemáticas a partir de una relación ternaria que existe entre el estudiante, el docente y un saber matemático. El docente que enseña matemáticas y pretenda ser didacta en esta disciplina, observa, reflexiona y reconstruye sus clases con el objetivo de minimizar la distancia que exista entre el docente y el saber matemático.

6.2.8. Estrategia

Son aquellas acciones que realiza el maestro con el propósito de facilitar la formación y el aprendizaje de las disciplinas en los estudiantes, pues en la teoría habita la creatividad requerida para acompañar la complejidad del proceso de enseñanza - aprendizaje. Sólo cuando se posee una rica formación teórica, el maestro puede orientar con calidad la enseñanza y el aprendizaje de las distintas disciplinas. Según Maqueo (2000) describe que cuando lo que media la relación entre el maestro y el alumno es un conjunto de técnicas, la educación se empobrece y la enseñanza. La enseñanza se concibe como un espacio para facilitar la formación y la información cultural, para lo cual es necesario considerar, como mínimo, las características del sujeto que aprende, la disciplina por enseñar y el contexto socio cultural donde se lleva a cabo.

De acuerdo a lo anterior el propósito fundamental de las estrategias didácticas del programa es orientar y brindar a los docentes la posibilidad de mejorar sus prácticas de aula, crear entornos de aprendizajes más dinámicos e interactivos para complementar el proceso de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes, facilitar el trabajo en equipo y el cultivo de actitudes sociales con la comunidad de aprendizaje (Ramírez, 2006). Además, estimulando así los procesos mentales, haciendo más significativo el acto de enseñanza- aprendizaje al permitir que el estudiante comprenda que la tecnología es aplicable a todas las áreas del conocimiento y no específicamente a una, logrando que éste sea actor en la construcción de su propio aprendizaje.

6.2.9. Aprendizaje Significativo

Ausubel (1977) explica el proceso de aprendizaje según el cognitivismo. Se preocupa de los procesos de compresión, transformación, almacenamiento y uso de la información envueltos en la cognición. Esta teoría se acopla a los puntos de vista actuales de la filosofía constructivista que considera a la ciencia como algo dinámico, no estático, basado en la creencia de que la realidad e estructura de acuerdo a las percepciones y experiencias. Según este enfoque el conocimiento es considerado como flexible y evoluciona basado en nuevos hallazgos.

Para Ausubel (1977) nuevas ideas e informaciones pueden ser aprendidas y retenidas en la medida en que conceptos relevantes o adecuados e inclusivos se encuentren apropiadamente claros y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y sirvan, de esta forma, de anclaje a nuevas ideas y conceptos. Cuando nuevas informaciones adquieren significado para el individuo a través de la interacción con conceptos existentes se le llama aprendizaje significativo. Según los

cognitivistas, este tipo de aprendizaje es, por excelencia, el mecanismo humano para adquirir y retener una amplia cantidad de informaciones de un cuerpo de conocimientos.

Ausubel destaca el aprendizaje significativo como el proceso más importante. La teoría de Ausubel está basada en el supuesto de que las personas piensan con conceptos. Un concepto comunica el significado de alguna cosa. La adquisición, por parte del alumno, de un conocimiento claro, estable y organizado es más que el principal objetivo de enseñanza en el aula, ya que, una vez adquirido, ese conocimiento pasa a ser el factor más importante que influencia la adquisición de nuevos conocimientos en la misma área.

Los conceptos que son aprendidos significativamente pueden extender el conocimiento de una persona de conceptos relacionados, el aprendizaje significativo implica una construcción intencional, la información aprendida significativamente será retenida más tiempo. Estos conceptos pueden servir más tarde como inclusores para un aprendizaje posterior de conceptos relacionados. Ausubel sostiene que la instrucción debería enfatizar los conceptos más generales e inclusivos de un área de estudio. Además el conjunto de conceptos acumulados en la estructura cognitiva de cada alumno es único. Cada persona construirá distintos enlaces conceptuales aunque esté involucrado en la misma tarea de aprendizaje.

Según Moreira (s.f), la adquisición y retención de un cuerpo de conocimientos implica la adquisición y retención de un cuerpo de significados que son producto del aprendizaje significativo. El surgimiento de nuevos significados en el alumno refleja la consumación de un proceso de aprendizaje significativo. El aprendizaje significativo hace posible la transformación del significado lógico en psicológico. Las representaciones son símbolos aislados (generalmente palabras). Las palabras son símbolos convencionales o socialmente compartidos, cada uno de los cuales representa un objeto, acontecimiento, situación o concepto. Los conceptos son ideas genéricas unitarias o categoriales que se representan con símbolos aislados (palabra concepto).

Básicamente está referido a utilizar los conocimientos previos del alumno para construir un nuevo aprendizaje Colorado, Álvarez, & Ospina (2011) manifiestan que el maestro se convierte sólo en el mediador entre los conocimientos y los alumnos, ya no es él el que simplemente los imparte, sino que los alumnos participan en lo que aprenden, pero para lograr la participación del alumno se deben crear estrategias que permitan que el alumno se halle dispuesto y motivado para aprender. Gracias a la motivación que pueda alcanzar el maestro el alumno almacenará el conocimiento formando un significado o sea importante y relevante en su vida diaria.

Es aquel adquirido por los alumnos cuando ponen en relación sus conocimientos previos con los nuevos a adquirir. El aprendizaje significativo es el que ocurre cuando, al llega a nuestra mente un nuevo conocimiento, es decir, modifica nuestra(s) conductas. El aprendizaje significativo es el proceso por el cual un individuo elabora e internaliza conocimientos (haciendo referencia no solo a conocimientos, sino también a habilidades, destrezas, etc.) en base a experiencias anteriores relacionadas con sus propios intereses y necesidades.

El aprendizaje significativo es de tal manera que la persona vaya adquiriendo conocimiento propio de su vida cotidiana, esto favorece en su conducta social. El aprendizaje significativo es aquel que proviene del interés del individuo, no todo lo que aprende es significativo, se dice así cuando lo que aprende le sirve y utiliza porque es valorado para el cómo primordial y útil Lo que se ha aprendido tiene sentido y razón de ser, se caracteriza por haber surgido de una interrelación con lo que le rodea al individuo.

El aprendizaje significativo es aquel proceso mediante el cual, el individuo realiza una metacognición: 'aprende a aprender', a partir de sus conocimientos previos y de los adquiridos recientemente logra una integración y aprende mejor. (Liset Santoyo) Este tipo de aprendizaje es aquel que va en el fortalecimiento de todas aquellas actitudes biopsicosocioafectivas de los seres humanos a través de la aplicación de estrategias basadas en la apreciación de la realidad por medio de las experiencias propias y lógicas y los canales sensoriales.

Es el resultado de la interacción entre los conocimientos previos de un sujeto y los saberes por adquirir, siempre y cuando haya: necesidad, interés, ganas, disposición, por parte del sujeto cognoscente. De no existir una correspondencia entre el nuevo conocimiento y las bases con las que cuenta el individuo, no se puede hablar de un aprendizaje significativo. Por tanto, Colorado, Álvarez, & Ospina (2011) definen el Aprendizaje Significativo como "el resultado de la interacción de los conocimientos previos y los conocimientos nuevos y de su adaptación al contexto, y que además va a ser funcional en determinado momento de la vida del individuo" (p.20).

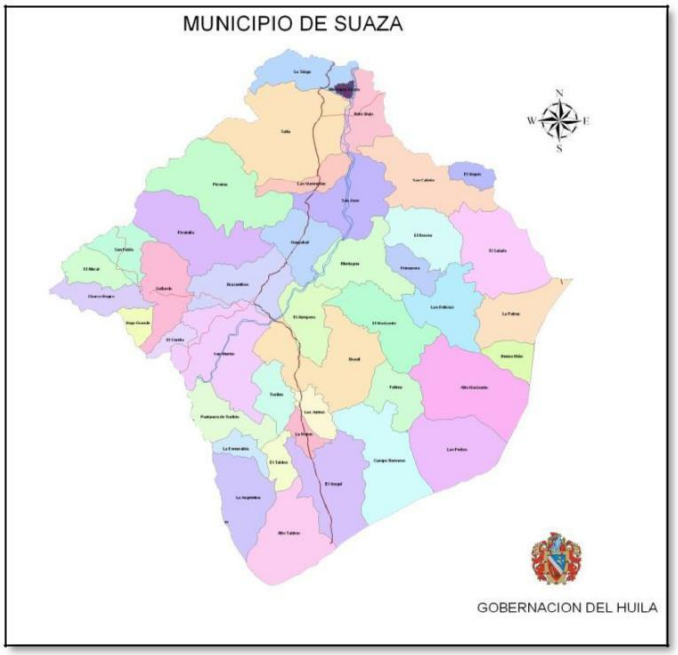
6.3. Marco Contextual

En este apartado se realiza la contextualización sobre las características generales del municipio de Suaza, Huila, donde se encuentra ubicada la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados, describiendo su ubicación geográfica, el contexto económico, cultural, social de los habitantes de este municipio desde una perspectiva macro-contextual y micro-contextual.

6.3.1. Macro contexto

A continuación se presenta la contextualización de las características generales del municipio de Suaza, Huila, donde se encuentra ubicada La Institución que es caso de estudio realizando una descripción concreta y especifica de los aspectos geográfico, económico, social y cultural de los habitantes suaceños que son parte del estudio que se realiza.

Figura 1: Mapa del municipio de Suaza, Huila.



Fuente: Gobernación del Huila (2015).

El Municipio de Suaza se encuentra situado a 155 km de distancia a la capital de Neiva como se establece en el Plan de Desarrollo Municipal de Suaza (2016), donde también se especifica que:

> Se ubica al suroriente del Departamento del Huila cerca del valle del río Suaza bordeado en la margen occidental por la serranía de la Ceja, en la oriental por las estribaciones de la Cordillera Oriental o corredor transamazónico. Este municipio limita con por el oriente con el Municipio de Guadalupe y Florencia, por el norte

> Zanja del Lindero abajo, hasta su desagüe en el río Suaza, por el occidente con los Municipios de Altamira y Timaná, y por el sur con el Municipio de Acevedo por la quebrada el Queso hasta su confluencia con el río Suaza, este arriba hasta el desagüe de la quebrada de Anayaco, este arriba hasta las vertientes; y de ésta hasta la cima de la cordillera oriental de los andes punto de partida.

Por otra parte, es posible referir que este municipio se caracteriza porque posee una fauna terrestre que constituye uno de los elementos fundamentales en el funcionamiento de los ecosistemas, debido a que tiene una buena vegetación, y la fauna existente permite que se logre un flujo de energía constante para las tierras fecundas y productivas de la región rural, entonces, los suaceños en su economía se destacan en el sector primario por la producción agrícola y ganadera, principalmente se cultiva el café ocupa primer renglón de producción, seguido del cacao, maracuyá, lulo, caña panelera, maíz, plátano, yuca y hortalizas, ocupando el 73.1% del territorio en cultivos que en su mayoría carecen de tecnología, además, se encuentra que en la alimentación es básico la mojarra y carpas, cuya producción es de consumo diario.

En el sector secundario aparecen actividades de la construcción que ocupa una pequeña, pero significativa parte de la población económicamente activa, mientras que algunos aún mantienen la construcción de artesanías representada por la pintura artística, la producción del sombrero suaceño y la alfarería, y finalmente en el sector Terciario se localiza el comercio y los servicios, definidos por pequeños establecimientos comerciales como misceláneas, restaurantes, talleres de ornamentación, carpinterías, graneros, cantinas, discotecas, entre otros. (Plan de Desarrollo Municipal de Suaza, 2016).

En el ámbito de salud el municipio de Suaza cuenta con la red hospitalaria definida por una red de servicios en salud que integra el nivel I básico de atención, ubicando la E.S.E. Hospital Nuestra Señora de Fátima la cual ofrece servicios básicos de primer nivel de complejidad. La zona rural del municipio de Suaza no es ajena al déficit de vivienda, respecto al número de hogares y viviendas existentes, actualmente existe un déficit de 1024 viviendas. Para la vigencia del PBOT, se requerirán 1276 adicionales, lo cual indica que se requieren construir alrededor de 2300 viviendas, las cuales por su condición de rurales, se indica en el Plan de Desarrollo Municipal de Suaza et al. (2016), con ello, se posibilita decir que los suaceños no tiene casa propia y algunos viven en condiciones desfavorables y no aptas.

Otro componente importante, es la familia como eje fundamental para el desarrollo de la sociedad, puesto que es necesario que impulse la educación en sus hijos, promoviendo su formación integral y ayudándoles a responder a sus necesidades y características específicas, y contribuyendo así al logro de la equidad e inclusión social, siendo relevante que conozcan las perspectivas de derecho y atención integral, equidad e inclusión social, corresponsabilidad e integralidad y promoción. En el Plan de Desarrollo Municipal de Suaza et al. (2016) se establece que invertir en la población del ciclo vital de primera infancia, "es invertir en las capacidades y destrezas de los ciudadanos capaces de realizar la transformación social de la sociedad del futuro" (p. 10).

En la cultura, el municipio de Suaza cuenta con la casa museo del sombrero, construcción en buenas condiciones de infraestructura para la elaboración de distintas actividades culturales, caracterizándose por ser espacios donde opera la dirección municipal de deporte y cultura, la biblioteca pública municipal, salón permanente de exposición fotográfica de artesanas del municipio y dos auditorios en donde se llevan a cabo los talleres de artesanías y los procesos de formación artística como danza y teatro.

6.3.2 Micro contexto

Los educandos de la sede de Básica Primaria de la Institución Educativa San Calixto del Municipio de Suaza-Huila se encuentra entre el estrato 0 y 1, y la mayor cantidad de estudiantes pertenecen a las zonas rurales de Suaza (Proyecto Educativo Institucional – PEI, 2016), otras de las características que identifican a la Institución se exponen en la tabla 1:

Tabla 1: Sedes de la Institución Educativa San Calixto.

SAN CALIXTO	VEREDA SAN CALIXTO	Brisas De Primavera	Primaria
		El Carmen	Primaria
		El Paraíso	Primaria
		El Recreo	Primaria
		El Vegón	Prescolar, Primaria
		La Palma	Prescolar, Primaria
		Los Salados	Prescolar, Primaria, Básica secundaria,
		Primavera	Prescolar, Primaria
		San Calixto	Prescolar, Primaria, Básica secundaria,

Tabla 2: Características de la Institución Educativa San Calixto.

Estado:	Antiguo-Activo
Tipo:	Institución Educativa
Calendario:	A
Sector:	Oficial
Zona EE:	Rural
Estrato:	Estrato 1
Jornada:	Completa, Fin De Semana
Género:	Mixto

El sector educativo está administrado por la Secretaría Departamental del Huila, se localiza en el área rural la Institución donde se llevara a cabo el estudio, que ofrece los niveles de Preescolar, Primaria, Básica Secundaria y Media Vocacional, de carácter mixto y una población matriculada de 2.852 alumnos, en modalidades académicas, públicos, jornada única de 8:00 a.m., a 3:00 p.m. y en proceso para la jornada ordinaria. El sector rural tiene el 77,8% de la participación con respecto al total de las Instituciones Educativas públicas y privadas del municipio de Suaza, se señala en el Plan de Desarrollo Municipal de Suaza (2016), y también, se da evidencia por un estudio del DANE (2015) que el municipio tenía una población en edad escolar de 15.261 niños, niñas y adolescentes con edades entre 3 y 17 años matriculados.

Los estudiantes que pertenecen a la Institución Educativa San Calixto se caracterizan por ser de estrato 1, en su contexto social se encuentra que viven entre algunas privaciones con respecto al consumo de alimentos, en un estudio se encontró que los estudiantes suaceños principalmente en lo que se refiere a la prestación de servicios básicos, en términos de agua potable y alcantarillado, donde la desventaja de Suaza es más del doble respecto al departamento, y en el componente de dependencia económica, la calidad de vida como es el nivel de educación de los habitantes es preocupante, puesto que se tiene que el 9, 47% de los suaceños no saben leer ni escribir, una tasa superior en más de dos puntos a la del Huila.

En la vida familiar, se observan principalmente familias completas, donde el estudiante vive con sus padres, incompletas, que es cuándo el educando convive con su madre o padre, y familias donde los abuelos son los que se encargan de la crianza de los estudiantes.

Sede Los Salados. Es una comunidad muy organizada, actualmente tiene 93 familias con aproximadamente 470 habitantes; cuenta con Junta de Deportes, Junta de Acción Comunal, Junta de Padres de Familia, Madres beneficiarias de Familias en Acción, donde las relaciones son buenas ya que todos trabajan por el bienestar común.

Una de las realidades sociales que está afectando la comunidad de la sede Los Salados es la violencia intrafamiliar, que repercute en algunos actores de esta comunidad.

Figura 2: Plano de la Sede Los Salados

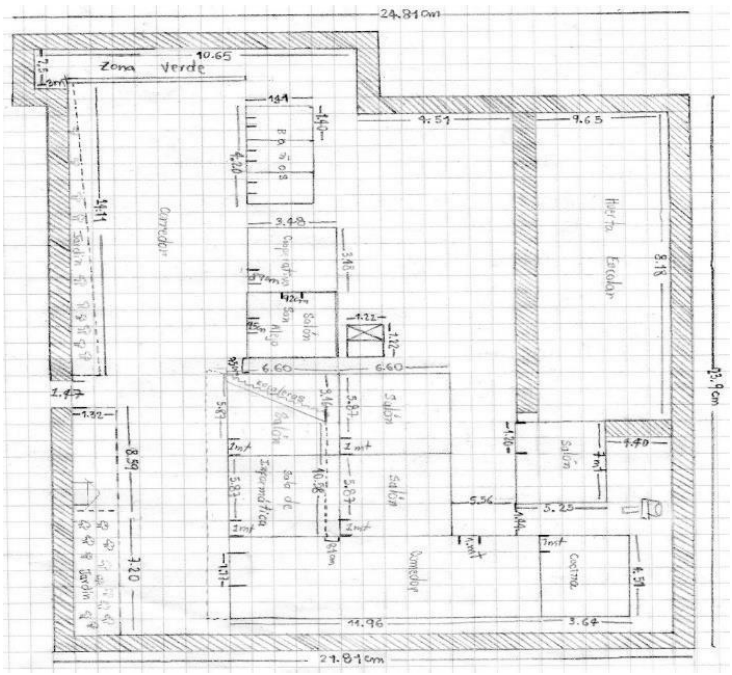


Figura 3: Ubicación geográfica

Economía. La mayoría de las familias presentan estrato uno y se sostienen de cultivos como el café, lulo y otros como: maíz, plátano, yuca, fríjol, y tomate.

Cultura. Entre sus religiones predominan la católica y los evangélicos, son muy unidos para celebrar sus fiestas patronales, sanpedrinas y navideñas, la mayoría de sus habitantes poseen estudios de Básica Primaria.

Reseña histórica. Los primeros habitantes fueron las familias Teodo Gómez Pajoy y familias Alarcón donde posteriormente fue dividida en dos veredas: La Palma con el señor Teodo Gómez y en los Salados con las familias Pajoy y Alarcón, el nombre de la vereda Los Salados se denomina así por lo que tiene abundantes nacederos de agua salada.

El terreno de la escuela fue donado por el señor Leonidas Pajoy, un terreno de 30m de ancho por 29m de largo, inicialmente se construyó una escuela provisional mientras se presentó un proyecto para la construcción de la escuela en material. En 1983 se construyeron 2 salones y en 1995 se construyó el aula múltiple con cocina, y cuarto de herramientas por medio del municipio.

Después en el año 2003 y 2004 se presentó un proyecto para la construcción del colegio el cual fue aprobado en el mismo año, se construyeron dos salones en el segundo piso gracias a la Federación Nacional De cafeteros y el Municipio, también en el año 2004 se proyectó la sala de informática la cual fue construida en el 2005 gracias a la Federación Nacional de Cafeteros.

En el año 2009 la sede contaba con los docentes nombrados por Decreto 1278 Carolina Pérez Quimbaya, Jonathan Perdomo García; Provisional María Yaneth Ramírez Méndez y una por ampliación de cobertura Cielo Adriana Bonilla.

En el 2015 la Institución contaba con tres docentes nombrados por el 1278: Leonardo Narváez Rodríguez, Néstor Iván Trujillo y Diego Alejandro Martínez y un docente en provisionalidad Arlington Astudillo.

En vista de que algunos estudiantes de esta escuela pertenecen a la parte alta de la vereda, la comunidad envió un proyecto ante la Alcaldía Municipal para que se creara una nueva escuela llamada “Brisas de Primavera”.

El terreno donde está ubicado el puesto de salud fue donado por el señor Luis Emilio Pajoy, un terreno de 9.40 m de largo por 10.40 m de ancho, dicho puesto de salud fue construido en 1990.

El Terreno donde está construido el polideportivo fue comprado por la comunidad y se construyó en el año de 1998, con medidas de 35m de largo por 18.50 m de ancho y se le dio el nombre de Los Pinos.

6.4. Marco legal

Con el propósito de presentar la viabilidad normativa del desarrollo de las estrategias planteadas, se hace necesario sustentar, citar a la Ley colombiana y normatividades legales de la actualidad. Entonces, se presentan la Ley General de Educación bajo lo establecido en la Constitución Política, y los Estándares básicos de Matemáticas que establece el Ministerio de Educación (2009). Entonces, se enunciaran como prioridad las leyes colombianas que respaldan la educación de los niños y niñas colombianas:

- **La Constitución Política de Colombia**

La Constitución Política de Colombia (1991) en su Artículo 44, define en los derechos fundamentales de los niños: la vida, la integridad física, la salud y la seguridad social, la alimentación equilibrada, su nombre y nacionalidad, tener una familia y no ser separados de ella, el cuidado y amor, la educación y la cultura, la recreación y la libre expresión de su opinión. Serán protegidos contra toda forma de abandono, violencia física o moral, secuestro, venta, abuso sexual, explotación laboral o económica y trabajos riesgosos. Gozarán también de los demás derechos consagrados en la Constitución, en las leyes y en los tratados internacionales ratificados por Colombia.

La familia, la sociedad y el Estado tienen la obligación de asistir y proteger al niño para garantizar su desarrollo armónico e integral y el ejercicio pleno de sus derechos. Cualquier

persona puede exigir de la autoridad competente su cumplimiento y la sanción de los infractores. Los derechos de los niños prevalecen sobre los derechos de los demás".

Artículo 67. La Educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social, con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La Educación formará al colombiano en el respeto de los Derechos Humanos, a la paz y la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.

El Estado, la Sociedad y la familia son responsables de la Educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. La Educación será gratuita en las Instituciones del Estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos.

Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la Educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo.

- **Ley General de Educación**

El Estado colombiano con la Ley 115 de febrero 8 de 1994 permite que este estudio ampare su desarrollo investigativo, donde se presenta las normas generales que regulan el Servicio Público de la Educación cumpliendo una función social que pretende suplir las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad, en la Constitución Política (1991) se refiere a "el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público" (p. 20).

Entonces, en el artículo 1 de la Ley General de Educación (1994) se expresa que "la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes" (p. 2), más adelante, en el artículo 73 de la Ley 115 de 1994 y el Decreto 1860, se definen las características del Proyecto Educativo Institucional – PEI como un documento que "se debe elaborar y poner en práctica los proyectos institucionales que contengan los principios y fines, recursos docentes y didácticos disponibles y necesarios, estrategias pedagógica, reglamento para docentes y estudiantes y sistema de gestión" (p. 12).

Por ello, se busca “la promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo” (Artículo 5, Ley General de Educación, 1994), esperando que el estudiante no solo se quede con conocimientos teóricos que son enseñando de forma monótona, si no que tanto docentes como estudiantes desarrollen un procesos de enseñanza – aprendizaje interactivo y dinámico que permita colocar a prueba los saberes que se le bridan en la escuela, y le permitan al educando superarse, pretendiendo mejorar su realidad y la realidad social.

En el Artículo 21 se expresa que “El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos” (p. 6). Por otra parte, en el Artículo 23, áreas obligatorias y fundamentales Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional.

1. Ciencias naturales y educación ambiental.
2. Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democracia.
3. Educación artística.
4. Educación ética y en valores humanos.
5. Educación física, recreación y deportes.
6. Educación religiosa.
7. Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros.
8. Matemáticas.
9. Tecnología e informática.

Igualmente, se describe que el 80% del plan de estudios que los estudiantes de Educación Básica y Media deben aprender se fundamentan en ocho áreas en total, donde se encuentra las Matemáticas, entonces, es necesario que los estudiantes comprendan alrededor de su formación las operaciones matemáticas con el fin de lograr el éxito de la educación básica.

- **Estándares Básicos de Competencias Matemáticas**

Los Estándares Básicos de Competencias de acuerdo al MEN (2006), consisten en una serie de elementos que orientan el diseño del currículum, fundamentando de esa manera, realizar un plan de estudios y otros tipos de proyectos escolares adecuados a cada grado de dificultad que

debe superar el estudiante, el MEN (2006) define los Estándares como “un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de educación de calidad” (p. 11), no obstante, no solo se tiene en cuenta el desarrollo de conceptos y teorías, puesto que se hace necesario conocer los conocimientos, habilidades, destrezas, comprensiones, actitudes y disposiciones específicas del estudiante con el fin de incentivarlas, y potenciar el desarrollo de competencias que los prepare para enfrentarse a la realidad, tales son el saber qué, del saber cómo, del saber por qué o del saber para qué, pues para el ejercicio de cada competencia se requieren muchos.

En los lineamientos curriculares MEN (1998), la variación se proponen a partir del desarrollo del pensamiento variacional donde se sugiere tomar situaciones del entorno, relacionadas fenómenos de cambio y variación, para ello propone el uso de diversos sistemas de representación como son los sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos, así el Ministerio de Educación - MEN (2009) establece en los Estándares Curriculares del área de Matemáticas que cualquier Institución tiene el deber de adoptar en su currículo y en el plan de estudios, además, de las herramientas, instrumentos y metodologías para desarrollarlo, las siguientes características demuestran los propósitos de enseñar procesos matemáticos en el grado 8°:

a) Generar en todos los estudiantes una actitud positiva y motivada hacia las matemáticas y estimular en ellos la autonomía.

b) Construir en los estudiantes la comprensión de conceptos, procesos y estrategias básicas de la matemática donde estos se capaciten en la solución de problemas cotidianos.

c) Desarrollar en los estudiantes la capacidad para que reconozcan la presencia de las matemáticas en situaciones de su vida cotidiana.

d) Ofrecer a los estudiantes un amplio léxico caracterizado por ser apropiado para que se comuniquen de manera eficaz, expresando sus ideas y experiencias matemáticas de forma clara.

e) Estimular en los estudiantes su habilidad creativa aplicada en procesos y operaciones matemáticas, que les permita aprender esta área de forma interactiva e interesada.

f) Llevar a los estudiantes a superar un nivel de excelencia que corresponda a su etapa de desarrollo.

Pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos

El pensamiento variacional, los sistemas algebraicos y analíticos conforman un componente muy importante del currículo, debido a que se tiene en cuenta una de las aplicaciones más importantes de la matemática, como lo es el diseño y desarrollo de modelos matemáticos para encontrar solución a diversos fenómenos. Por tanto, el MEN (2009) establece que este currículo debe permitir que:

> Los estudiantes adquieran progresivamente una comprensión de patrones, relaciones y funciones, así como desarrollar su capacidad de representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas mediante símbolos algebraicos y gráficas apropiadas. Así mismo, debe desarrollar en ellos la capacidad de analizar el cambio en varios contextos y de utilizar modelos matemáticos para entender y representar relaciones cuantitativas. (p. 12)

Al terminar el Octavo grado, el programa de matemáticas que los estudiantes hayan completado de acuerdo con el currículo implementado en cada Institución, deberá garantizar, como mínimo que los estudiantes hayan logrado alcanzar los siguientes propósitos:

- Reconoce una expresión algebraica, las variables y términos que la componen.
- Distingue entre las diferentes clases de expresiones algebraicas (racionales, irracionales, enteras, fraccionarias, etc.).
- Dados valores para las variables de una expresión algebraica, halla el valor de ésta.
- Reconoce un monomio y el grado de éste.
- Halla sumas, diferencias, productos, cocientes y potencias de un monomio.
- Reconoce un polinomio y sus partes.
- Halla la suma y diferencia de dos polinomios, y conoce y comprende las propiedades de la adición y la sustracción de polinomios.
- Halla el producto de dos polinomios y recuerda con facilidad los productos notables.
- Construye y utiliza el triángulo de Pascal para calcular las potencias de un binomio cualquiera.
- Halla el cociente de dos polinomios y recuerda y aplica los cocientes notables.
- Conoce, comprueba y aplica el teorema del residuo.
- Desarrolla técnicas para factorizar polinomios, en particular, la diferencia de dos cuadrados, la suma y diferencia de potencias impares, los trinomios cuadrados perfectos y otros trinomios factorizables

- Reconoce una fracción algebraica como el cociente indicado de dos polinomios.
- Suma, resta, multiplica, divide y simplifica fracciones algebraicas.
- Distingue entre una ecuación y una identidad algebraica.
- Clasifica las ecuaciones de acuerdo con su grado y número de variables.
- Halla la solución a cualquier ecuación de primer grado en una variable.
- Reconoce una inecuación de primer grado en una variable, halla su solución y la representa en la recta real.
- Encuentra dos o más soluciones de una ecuación de primer grado en dos variables y las utiliza para representar la ecuación en el plano cartesiano mediante un línea recta.
- Encuentra la solución de una inecuación lineal y la representa en la recta real.
- Utiliza una calculadora científica, de manera creativa, para evaluar expresiones algebraicas y fórmulas, resolver ecuaciones e inecuaciones y, en general, para facilitar el trabajo computacional.

6. Metodología

Este proyecto se llevó a cabo teniendo como horizonte los objetivos de la investigación, diagnosticar, establecer, implementar y evaluar la estrategia didáctica basada en el juego algebraico para fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa San Calixto sede Los salados en el municipio de Suaza – Huila, mediante la metodología mixta, donde se hicieron registros y recolección de datos mediante instrumentos cualitativos y cuantitativos, estos permitieron identificar las distintas situaciones del contexto que desarrollaron el pensamiento variacional del estudiante de grado Octavo como una unidad temática propuesta en este estudio, con el propósito de que en los estudiantes se generara el sentido analítico y aplicativo de los contenidos algebraicos o variacionales en su proceso formativo. Por tal razón el marco metodológico se realizó pensando en los fundamentos de Tamayo (2003) donde considera que la metodología es “un proceso que busca obtener información relevante para entender, verificar, corregir, o aplicar el conocimiento” (p.37). A su vez Arias (2006) expone que el marco metodológico es “el conjunto de pasos, técnicas y procedimientos que se emplean para formular y resolver problemas” (p.16). Teniendo en cuenta estos referentes se llevó a cabo la identificación y descripción de la realidad del Estudiante, con la

finalidad de recopilar los diferentes datos necesarios para dar respuesta a la pregunta de investigación, y lograr el éxito de los objetivos.

7.1. Tipo de Investigación

Esta investigación se fundamentó en los aportes de la investigación mixta, según Hernandez –Sampieri & Mendoza (2008) es "un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación que implican la recolección y el análisis de datos cuantitativos y cualitativos, asi como su integración y discusión en conjunto, para realizar inferencias producto de toda información recolectada (metainferencias)" (p. 15), esto se realizó con el propósito de comprender el fenómeno seleccionado a estudiar. Este tipo de investigación mixta permitió abordar la temática desde la perspectiva cualitativa y cuantitativa, donde fue posible el estudio del problema planteado de manera holística, centrando en el estudio las diferentes situaciones cotidianas que vive el estudiante, y las practicas docentes.

Igualmente esta investigación tomó como referente los aportes de McMillan & Schumacher (2005) donde menciona que la investigación mixta está conformada por dos componentes en primer lugar la investigación cualitativa donde busca comprender e interpretar la realidad de manera holística a través de múltiples herramientas, experiencias, sujetos sobre una situación social o educativa, el otro componente es la investigación cuantitativa donde entiende la realidad única mediante una prueba o estable relaciones entre variables medidas. Ante esto se puede decir que el propósito de esta investigación fue proporcionar resultados que puedan ser considerados creíbles a partir de instrumentos cualitativos y cuantitativos que permitieron la viabilidad y confiabilidad del análisis de los hallazgos, además en este estudio se buscó comprender los conocimientos, las actitudes que los estudiantes desarrollaron a través de una estrategia ya diseñada, compuesta por siete actividades y basada en el juego algebraico, donde se implementó como practica didáctica dentro del aula de clases, el propósito de la estrategia fue desarrollar el pensamiento variacional y su aplicabilidad en el contexto del estudiante de la Institución, cabe señalar que Rivera Muñoz (2012) menciona que el pensamiento variacional es el reconocimiento, la percepción, la variación de la operaciones algebraicas en diferentes contextos.

Es así, que en este estudio se propuso promover en los estudiantes del grado Octavo la observación de patrones, relaciones, propiedades matemáticas o algebraicas y de este modo, cultivar hábitos de pensamiento mediante el juego lúdico que atiendan a la estructura algebraica. Para esto las actividades que hacen parte de la estrategia didáctica buscaron generar un ambiente

lúdico en el que el estudiante exploró, modelizó, realizó predicciones, discutió, argumentó, comprobó ideas, discutió, comprobó ideas, argumentó y practicó habilidades del cálculo, todas estas características se determinaron mediante la aplicabilidad de los instrumentos cualitativos y cuantitativos que permitieron dar a conocer la efectividad del juego como estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento variacional algebraico.

Finalmente, se hizo necesaria la aplicación de un diseño de Triangulación concurrente - DITRIAC, "El diseño de triangulación es probablemente el más conocido de los cuatro diseños definidos en el método mixto. El propósito de este diseño fue combinar las fortalezas de ambas metodologías para obtener datos complementarios acerca de un mismo problema de investigación" (Hernández Sampieri, 2014), entonces, se contribuyó al proceso de indagación de quehaceres educativos, y se pretendió evaluar el desempeño de los sujetos de formación en las operaciones multiplicativas, fundamentado en presentar los puntos principales del proceso de la aplicación de estrategias basadas en el juego.

7.2. Alcance de la Investigación

Partiendo de la investigacion mixta, este estudio se enfatizó en alcance explicativo, según Sampieri et al (2014) menciona que " los estudios explicativos van más allá de lo descriptivo porque pretenden establecer las causas de los sucesos o fenómenos que se estudian" (pág. 95), es decir que están dirigidos a dar respuesta de las causas de una problemática , de un evento, un fenómeno físico, social o educativo, según este autor la investigación explicativa se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta o porque se relacionan dos o más variables. En este caso se pretendió dar a conocer en primer lugar en que consistió el juego algebraico como estrategia didáctica, como también que es una estrategia didáctica, cuales son las actividades que componen esta estrategia, es decir hacer un estudio descriptivo inicialmente, después relacionar dichas descripciones con el efecto y la efectividad de la estrategia didáctica para generar el pensamiento variacional algebraico en los estudiantes del grado Octavo de la Institución San Calixto del municipio de Suaza Huila.

7.3. **Descripción de la población y muestra**

7.3.1. Población

Dentro de esta investigación, se definió el concepto de población teniendo en cuenta los aportes de Hernández Sampieri, Fernández Collado & Baptista (1998), donde coinciden es

describir que la población es un grupo de elementos , casos ya sean individuos, objetos, acontecimientos que se ajustan a los criterios especificos del problema de la investigación en estudio, en este caso la población es la totalidad de estudiantes de la Institución San Calixto del municipio de Suaza Huila, donde la población educativa poseen características en común, la cual se estudia y dan origen a los datos de esta investigación.

Chávez (2007) también se refierió a la población como "el universo de estudio de la investigación, sobre el cual se pretende generalizar los resultados, constituida por características o estratos que le permiten distinguir los sujetos, unos de otros". (p.162). es Así que el presente proyecto de investigación se realizó en la Institución Educativa ya mencionada que se caracterizó por ser de carácter oficial, avalada y reconocida por el Ministerio de Educación Nacional, ejerciendo su jurisdicción en la zona rural de municipio Suaza, departamento del Huila con una población de 146 estudiantes.

Tabla 2**:** Cantidad de estudiante de las Instituciones Educativas de Suaza Huila.

Institución	Ubicación	Educación	Sedes
Institución Educativa San Calixto	Zona rural	• Básica primaria • Básica secundaria	San Calixto
			El Recreo
			El Carmen
			El Vegón
			Los Salados

Fuente: elaborado a partir de los reportes dados por el SIMAT de la institución

7.3.2. Muestra

Hernández et al.,(2014) definió la muestra como "un subgrupo de la población de interés sobre el cual se recolecta datos, que tienen que definirse y delimitarse de antemano con precisión, además que debe de ser representativos de la población" (p. 173) entonces, la muestra para este estudio se determinó mediante el muestreo probabilístico con el fin de ofrecer una condición de validez y confianza en este estudio, cabe señalar el aporte dicho por Jaeger (1984), este autor describe que mediante el muestreo probabilístico, los sujetos se extraen a partir de una población

más amplia de manera que se conoce la probabilidad de selección de cada miembro de la población, aunque la probabilidades no son necesariamente iguales. Es así que para la obtención de la muestra probabilística en esta investigación todos los miembros tuvieron la posibilidad de ser escogidos o seleccionados mediante la fórmula estadística para las poblaciones finitas, que a continuación se describe, igualmente después de la aplicación estadística se seleccionó el grupo intencionalmente de acuerdo a las necesidades relacionadas con el estudio:

Figura 4: Ecuación para sacar la muestra.

$$n \quad \frac{Z^2 * p * q * N}{e^2(N \quad 1) \quad Z \qquad {}^2 * p * q}$$

Dónde:

- **N:** Representa la población escogida, que son 146 estudiantes de la sede principal de la Institución San Calixto.
- **Z**: Este ítem representa el nivel de confianza y validez que se señaló para el éxito de la investigación, con un 90%, debido a la vulnerabilidad de esta población.
- **e**: Constituye el error de muestreo, o error esperado, dejando un 10% que identifica los momentos no favorables para este estudio, como que los estudiantes no pudieron asistir en su totalidad, se niegan a responder las pruebas diagnósticas, muestran comportamientos y los desaciertos del proceso.
- **n**: Es la muestra que arroja como resultado el cálculo realizado en Excel con la fórmula, señalando que 38 estudiantes son la cantidad adecuada para la investigación.

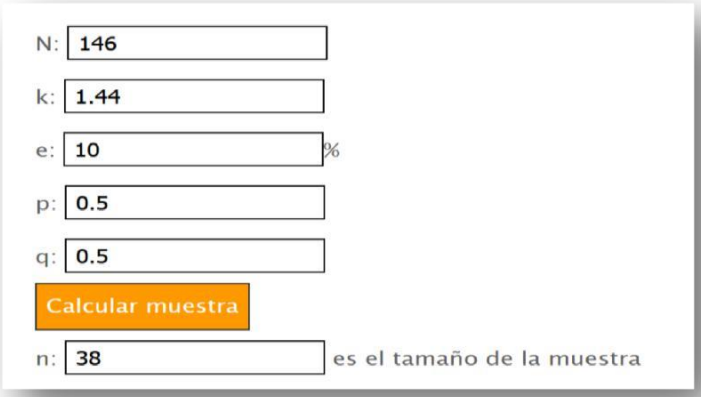
Tabla 3**:** valores k más utilizados y sus niveles de confianza

F

K	1,15	1,28	1,44	1,65	1,96	2	2,58
Nivel de confianza	75%	80%	85%	90%	95%	95,5%	99%

F

fuente: https://www.feedbacknetworks.com/cas/experiencia/sol-preguntar-calcular.htmlTabla 4: Muestra aleatoria simple probabilística.



Fuente:
Consultado el 20 de Mayo del 2017 en https://www.feedbacknetworks.com/cas/experiencia/sol-preguntar-calcular.html

En este caso, la muestra la constituyeron 38 estudiantes del grado Octavo que oscilan entre las edades de 13 y 14 años de edad, que se seleccionaron intencionalmente porque en los últimos años en las pruebas SABER se ha identificado bajos resultados en la competencia algebraico, igualmente mediante una prueba diagnóstica objeto de este estudio de investigación, se determinaron bajos resultados académicos en el área de matemáticas.

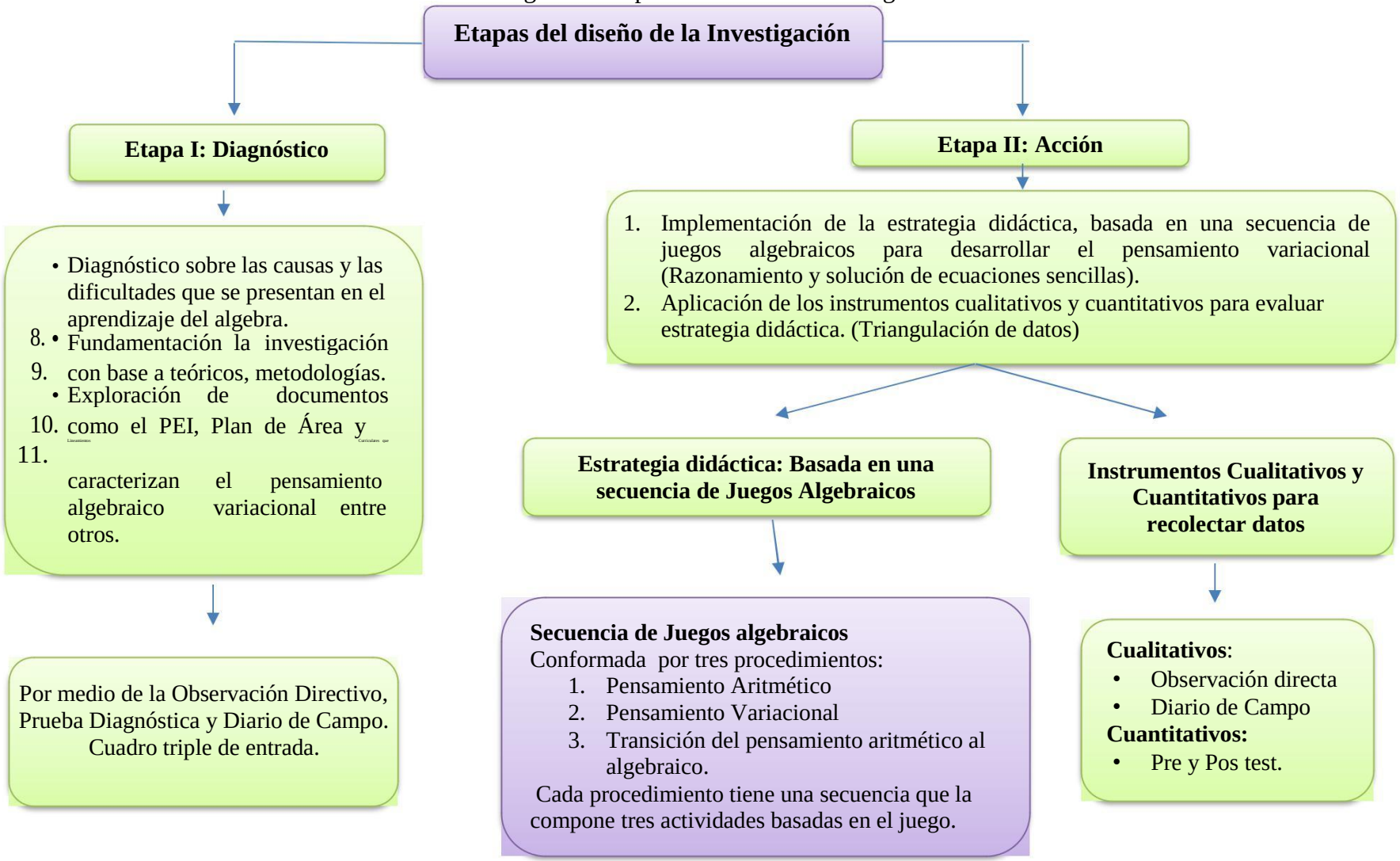
El número de estudiantes de la Institución Educativa permiten realizar un estudio a profundidad sobre las dificultades de los educandos a la hora de alcanzar un rendimiento en el área de matemáticas satisfactorio, sobre todo en las temáticas de algebra porque no saben manejar las incógnitas y lenguaje algebraico, lo que llevó a implementar una estrategia didáctica para mejorar esta situación, escogiendo la población de la sede Los Salados compuesta por 146 estudiantes de la Institución Educativa San Calixto, que actualmente presta el servicio de educación de los grados primero a noveno, a continuación se presenta una tabla con las características de la población institucional:

Figura 5: Desarrollo metodológico para lograr el Pensamiento Variacional

Fuente: Autoría, elaborado para realizar el análisis desde un puto holístico

7.3. Etapas para el desarrollo del diseño de la investigación

Figura 6: Etapas del diseño de investigación



Fuente: Autoría, elaborado para el desarrollo del diseño de la investigación

Primera etapa: Diagnóstico

En primer lugar se realizó una exploración de los antecedentes, de los documentos recopilados, de las vivencias y experiencias de los estudiantes, del Plan de aula, Plan de estudios derivados del PEI, de las formas de evaluación en el área de matemáticas, de los componentes del SIEE en el proceso cognitivo, procedimental y axiológico, de las carpetas auxiliares de los estudiantes, de la revisión teórico – conceptual sobre las estrategias para aprender las concepciones algebraicas, de la legalidad relacionadas con el contenido de la investigación, como también los resultados en las pruebas saber (2014, 2015 y 2016), buscando de esta manera la identificación de fortalezas y debilidades de las estrategias planteadas en la Institución para generar el pensamiento variacional en los estudiantes de octavo de la Institución educativa San Calixto sede el salado.

Entonces, mediante el registro descriptivo en el Diario de Campo ante la exploración de todos los documentos propuestos en el Diagnóstico, fue posible evidenciar que durante el proceso académico los estudiantes de octavo grado han obtenido un bajo rendimiento académico en los resultados obtenidos en la competencia algebraica. A partir de ahí la importancia para estructurar una ruta o secuencia que permitiera el desarrollo del pensamiento variacional fundamentado es actividades ya propuestas y en los intereses de los jóvenes, siendo conscientes que los jóvenes de hoy se ven atraídos por los juegos.

Por último, la metodología de esta investigación se desarrolló siguiendo una secuencia donde el diagnóstico, permitió la planificación y por tanto se procedió a la construcción de las herramientas o instrumentos que permitieran la recolección de información para ir construyendo el documento escrito, donde se menciona la metodología utilizada, los observaciones realizadas en el diario de campo, los resultados y aplicación de la encuesta para docentes, estudiantes y padres de familia, como el análisis planteado y conclusiones. A continuación se presenta la sucesión del proceso.

Segunda etapa: Trabajo de Campo

En esta segunda etapa se presentan todos los aspectos relacionados con la secuencia que se diseñó y planteó para la estrategia didáctica, en la que se buscó desarrollar el pensamiento variacional de los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del municipio de Suaza- Huila. Cabe señalar que esta estrategia se basó en juegos algebraicos que han sido establecidos en diferentes fuentes bibliográficas con el propósito de

mejorar el pensamiento algebraico, en esta etapa se hace una descripción de los tres componentes que conforman la estrategia de manera secuencial. El primer componente consistió en desarrollar el pensamiento aritmético o numérico, el segundo en el pensamiento variacional o algebraico y el último componente en la transición del pensamiento variacional al algebraico.

Para la secuencia de la estrategia didáctica se tuvieron en cuenta dos aportes, en primera instancia a Mason (1985). Este autor menciona que el estudiante desarrolla patrones algebraicos cuando este adquiere las habilidades de ver, decir, registrar y probar. El segundo autor Molina (2007) argumenta la importancia de promover en las aulas las observaciones de patrones, relaciones y propiedades matemáticas. Ante el fundamento de estos dos autores se consideró importante en esta investigación cultivar hábitos de pensamiento matemático donde el estudiante valorará, explorará, hiciera predicciones, comprobará ideas y practicará habilidades algebraicas en el contexto en que se desenvuelve. Entonces, el propósito de esta secuencia fue desarrollar el razonamiento algebraico mediante un lenguaje natural, lúdico haciendo uso del juego.

Filósofos clásicos como Platón & Aristóteles han sido los primeros autores que han planteado el juego como estrategia para los procesos de aprendizaje, incluso motivaban a los padres a utilizar los juguetes para formar la mente de los niños. Otro autor como Jean Piaget (1981) describe que el juego es una actividad que genera placer y permite el desarrollo de los estadios cognitivos con el desarrollo de la actividad lúdica. Estos fundamentos permiten inferir que el juego es una oportunidad para adquirir el conocimiento con motivación y de esta manera despertar habilidades del pensamiento algebraico, permitiendo la capacidad de observación y análisis matemáticos. Igualmente Vygotsky (1995) propone el juego como una actividad social donde los niños interactúan y cooperan entre ellos logrando diferentes roles que son complementarios del uno al otro, es decir que el juego desarrolla el pensamiento, desarrolla roles, permite la interacción entre los miembros de una sociedad y coopera con el desarrollo de la sociedad. Es así que en esta investigación se pretendió conocer la efectividad que generan las estrategias didácticas basadas en juegos algebraicos para estimular, motivar, desarrollar una comprensión entretenida de los contenidos matemáticos y de los problemas que el estudiante debe resolver de acuerdo a su contexto y al pensamiento variacional que el estudiante adquirió en su proceso de enseñanza y aprendizaje del álgebra.

Otro aspecto importante en mencionar que señalan otras fuentes, es la capacidad que tiene el juego para desarrollar aprendizajes constructivistas o significativos, porque el juego permite

partir del interés o de la motivación de la población estudiantil, el niño desde que nace siente atracción por el juego, por ejemplo Vygotsky, también señala que el juego construye en el niño su aprendizaje y su propia realidad socio – cultural, ampliando su capacidad de comprender la realidad de su entorno social, en este caso comprende su contexto a través del pensamiento variacional, a lo que este autor le llama "zona de desarrollo próximo. A continuación se describen los aspectos principales que se tuvieron en cuenta en cada componente que hizo parte de la secuencia planteada para la estrategia de los juegos algebraicos.

Tabla 5: Componentes de la secuencia de la estrategia de juegos algebraicos

SECUENCIA				
COMPONENTE	**OBJETIVO**	**ACTIVIDAD**	**CONTENIDO**	**TIEMPO**
PENSAMIENTO ARITMÉTICO O NUMÉRICO,	comprender los sistemas numéricos necesarios para el desarrollo del pensamiento variacional y la operatividad de estos con las actividades cotidianas de los estudiantes	Algeblocks. Es una herramienta importante en el aprendizaje de conceptos básicos o abstractos que consta de bloques llamados Bloques De Dienes , según Hull & Dienes (s.f.) (Ver anexo 1)	• Símbolos matemáticos • Operaciones matemáticas • Ecuaciones	De 45 minutos a 2 horas durante tres secciones.
PENSAMIENTO VARIACIONAL	Construir acercamientos significativos para la compresión de conceptos y procedimientos relacionados con el pensamiento algebraico.	**Juego 1:** la flor algebraica (destrezas algebraicas) **Juego 2**: puzzle hexagonal de destrezas algebraicas (multiplicar factor común) **Juego 3:** Tablero de inecuaciones (variable – inecuaciones) (ver anexo 2)	• Variables • Simplificación de expresiones algebraicos • Generalización de patrones • Estructuras algebraicas	De 45 minutos a 2 horas durante tres secciones.
TRANSICIÓN DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL AL ALGEBRAICO	Identificar los componentes numéricos y algebraicos y su relación con el pensamiento matemático	Juego 1: Tetraedro mágico (forma de ecuaciones) Juego 2: Domino de ecuaciones (aplicación de ecuaciones) Juego 3: La pirámide de ecuaciones (Problemas y análisis de ecuaciones. Juego 4: Codificando y descodificando un mensaje. (anexo 3)	• Ecuaciones algebraicas • Problemas algebraicos	De 45 minutos a 2 horas durante tres secciones.

A continuación se muestra en una tabla los ocho juegos que se realizaron a los estudiantes de grado Octavo, las temáticas y objetivos que permitieron llevar a cabo el desarrollo del pensamiento variacional:

Tabla 6: Actividades lúdicas.

Actividad lúdica	Temática	Objetivos
Algeblocks.	Símbolos matemáticos Operaciones matemáticas	• Comprender el sistema numérico y las operaciones necesarias para desarrollar el pensamiento variacional.
Tablero de Inecuaciones	• Variables • Inecuaciones	• Aplicar conocimiento sobre la sustitución de variables y las inecuaciones.
La pirámide de ecuaciones	• Ecuaciones de primer grado • Signos (+, -)	• Reforzar en clase la resolución de ecuaciones de primer grado tipo. = + , donde también, los estudiantes tengan en cuenta la influencia de los signos en las ecuaciones.
El tetraedro mágico	• Letras como incógnitas • Ecuaciones • Propiedades de la suma	• Manejar las letras como incógnitas • Traducir condiciones en forma de ecuaciones • Observar propiedades de las sumas de números para que saquen conclusiones sobre posibles soluciones.
Puzzle Hexagonal de destrezas algebraicas	• Lenguaje algebraico • Ecuaciones de primer grado • Factor común	• Iniciar el manejo de las letras afianzando las primeras destrezas algebraicas, multiplicar, sacar factor común etc. • Reforzar la resolución de ecuaciones de primer grado muy sencillas con soluciones negativas.
Dominó de ecuaciones.	• Ecuaciones sencillas de primer grado	• Resolver ecuaciones de primer grado de forma inmediata.
La Flor algebraica	• Letras como incógnitas • Razonamiento	• Desarrollar destrezas algebraicas en los estudiantes.
Codificando y descodificando un mensaje.	• Razonamiento • Operaciones con incógnitas • Paréntesis.	• Afianzar la simbolización de las cadenas de operaciones y variables • Comprender la jerarquía de operaciones y sus consecuencias para el uso de paréntesis.

Fuente: Autoría

7.4.Diseño y Técnicas de Recolección de información

7.4.1. Construcción y proceso operativo de Instrumentos aplicados en cada etapa

Sampieri et al (2014), menciona que la investigación mixta se puede dominar al menos una variable independiente que permite la observación, el análisis de los resultados, la relación con la variable dependiente y los instrumentos que permitieron el diseño de este proyecto de investigación, aplicado a un solo grupo, en este caso como ya se mencionó el grado Octavo. Entonces, el punto de referencia inicial del diseño de la estrategia didáctica estructurada secuencialmente mediante juegos algebraicos fue es el pre – test, con el propósito de identificar el nivel de aprendizaje en los estudiantes del grado octavo en el área de matemáticas o el pensamiento algebraico, después se aplicaron los juegos que se plantearon como instrumento metodológico y didáctico para mejorar las habilidades algebraicas en el momento de resolver un problema cotidiano en el aula de clase y extracurricular, posteriormente se aplicó un pos-test, para hacer una comparación de los resultados obtenidos en la aplicación del pre y pos test y de esta manera se determinó las transformaciones en el pensamiento variacional de los estudiantes mediante la estrategia didáctica planteada.

7.4.1.1. Instrumentos Cuantitativos

- **Pre y pos test**

Sampieri (2010) , describe que el Pre- test y Post test tiene como finalidad identificar las fortalezas, las debilidades que presentan los estudiantes, según el autor esta prueba es de bastante interés por que permite el aseguramiento de la validez, y confiabilidad de la investigación , como también permite detectar las dificultades que se presentan en el proceso de la investigación antes y después de la aplicación un plan de estudio, en este caso el pre y pos test permitió la validez y confiabilidad de la estrategia didáctica basada en la secuencia de juegos algebraicos para generar el pensamiento variacional y aplicarlo en su contexto. Cabe señalar que para esta investigación se utilizó un test o una prueba de rendimiento, esta permitió medir el conocimiento o el rendimiento académico como lo menciona McMillan (2005).

El pre y pos test propuesto en esta investigación, se conformó de 15 preguntas cerradas, relacionadas con los saberes del pensamiento variacional, esta preguntas fueron validadas por los expertos seleccionadas para esta investigación y después aplicada a los 23 estudiantes antes y después, estas permitieron conocer la evolución que tuvieron los estudiantes en su rendimiento

académico después de la aplicación de la estrategia didáctica, donde se observó la actitud, las habilidades y las destrezas para adquirir el pensamiento algebraico. Para el desarrollo de esta prueba de rendimiento, el estudiante la realizó durante un tiempo de 2 horas.

7.4.1.2. Instrumentos Cualitativos

- **La Observación Directa**

La observación es un instrumento que permite catalogar y apreciar el tipo de situaciones que ocurren en cierto contexto, en este caso en el aula para desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes del grado Octavo de la Institución Educativa San Calixto, sede el salado. Para Knapp (s.f), la observación es "un conjunto de registros incidentes de comportamiento que tiene lugar en el curso normal de los acontecimientos y que son destacados como significativos para describir modelos de desarrollo". (pág. 47).

Esta técnica permite comprender diversos aspectos de la práctica realizada por el docente en formación en el transcurso de la clase de matemáticas, debido a que "el investigador puede informar, en términos muy generales de su proyecto de investigación, actuando con naturalidad" et al., (Knapp, s.f), gracias a esta naturaleza interactiva que ofrece una visión descriptiva de los factores influyentes en el proceso de investigación planteado. A través de este instrumento se recopilo la información de la población objeto de estudio, para establecer sus características, la descripción de su contexto, problemática circundante, al igual que vislumbrar sus necesidades e intereses, en relación al proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento variacional a través del juego.

Cabe mencionar que Rodriguez & Gil (1999), también coincide en describir que la observación directa es un instrumento cualitativo que permite un proceso sistemático por el que un especialista recoge por sí mismo información relacionada con cierto problema, en esta investigación intervienen las percepciones del investigador, del docente que se observa, del sujeto a quien se le aplica la estrategia didáctica y por ultimo las interpretaciones de lo observado.

- **Diario de Campo**

El Diario de campo permitió registrar la información de la observación directa sobre las estrategia didáctica utilizada para el desarrollo del pensamiento variacional, como también fue posible contar con una narración sobre el ambiente real del estudiante ante las causas y consecuencias de los bajos resultados académicos en el área de matemáticas, como el desempeño, la actitud, la motivación y el ritmo de trabajo de los estudiantes en el momento de

desarrollar ejercicios algebraicos haciendo uso del juego algebraicos. Además este instrumento permitió realizar anotaciones interpretativas de lo que se percibió sobre significados, emociones e interacciones de los participantes. Este instrumento es fundamentado por Sampieri (2014) donde señala que es una herramienta que describe de forma escrita las observaciones realizadas en la investigación, en este caso evidencian los desempeños logrados del estudiante durante el desarrollo de la estrategia planteada.

7.4.2. Validez y fiabilidad de los instrumentos

Para determinar la validez y confiabilidad de la construcción de los instrumentos planteados se realizó una encuesta a los expertos, basada en la escala Likert y argumentada por Sampieri (2014). Ante esto, cabe mencionar la importancia de la validez y fiabilidad en el proceso de investigación, en este caso se tuvo en cuenta el fundamento de Méndez (2007) donde describe que la validez es "el grado en que una prueba mide lo que se propone medir" (p. 298). Entonces, de acuerdo al diseño de los instrumentos cualitativos y cuantitativos, los expertos consideraron que los instrumentos en cuanto a su forma y contenido son apropiados para la investigación , donde posteriormente fueron aplicados a los estudiantes de grado octavo, antes y después de implementar la actividad lúdica como estrategia didáctica basada en el juego algebraico.

Por otra parte, la confiabilidad es "el grado en que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes, es decir, que en su aplicación repetida al mismo sujeto produce resultados iguales" Kerlinger (s.f). Entonces, se hizo una encuesta a ocho expertos para la validez y fiabilidad del pre-test y post-test, instrumento cuantitativo que permitió identificar la efectividad de la estrategia didáctica.

Entonces, los ocho expertos determinaron el rango de la valoración para medir la validez y confiabilidad de los instrumentos, donde los rangos elegidos fueron de 0 a , siendo 0 el valor que define que esta incorrecto o el instrumento no cuenta con lo referido, y 1 el valor afirmativo que valida y hace confiable el instrumento, como la diario de campo, las entrevistas y los talleres en cuanto forma y contenido se exponen a continuación, fundamentadas en la escala Likert que permitió analizar y presentar los resultados finales después de las valoraciones, según Sampieri (2014). En consecuencia, se muestran las valoraciones que los expertos en su criterio consideraron para la forma y contenido de los instrumentos tanto cualitativos como cuantitativos.

Tabla 7: Resultados de los expertos para la validez.

EXPERTO	PUNTO 1	PUNTO 2	PUNTO 3	PUNTO 4	PUNTO 5	PUNTO 6	PUNTO 7	PUNTO 8	PUNTO 9	PUNTO 10
1	1	0,6	0,8	0,8	1	0,8	1	1	1	0,8
2	0,8	0,8	1	1	0,8	0,8	1	0,6	0,6	1
3	1	0,8	1	1	1	1	1	0,6	1	1
4	1	0,8	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	0,8	1	0,8	1	1	1	0,8	1
6	1	1	1	1	1	1	0,6	1	1	0,8
7	1	1	1	1	0,8	0,8	1	1	1	1
8	1	0,6	1	0,8	1	1	1	1	0,8	1

Figura 7: Media para la Validez.

MEDIA

0,92

De acuerdo a las valoraciones descritas en la tabla anterior, se encuentra que el pre y pos test realizado alcanza un puntaje de 0,92 en la media, obteniendo valores de 0,6 a 1 punto en relación a su contenido y forma.

Tabla 8: Resultados de los expertos para la Confiabilidad.

EXPERTO	PUNTO 1	PUNTO 2	PUNTO 3	PUNTO 4	PUNTO 5	PUNTO 7	PUNTO 8	PUNTO 9	PUNTO 10
1	1	0,8	0,8	1	1	1	0,8	1	0,8
2	1	0,6	1	1	0,8	1	1	1	0,8
3	0,8	1	1	1	1	1	1	0,6	1
4	1	1	0,8	1	1	1	1	0,8	1
5	0,8	1	0,6	1	1	1	0,8	1	0,6
6	1	1	0,8	1	1	1	1	1	1
7	0,8	1	0,6	1	0,8	1	1	1	0,8
8	1	1	0,8	0,6	0,8	1	1	1	0,6

Figura 8: Media para la confiabilidad.

Es posible evidenciar, las valoraciones que los ocho expertos le otorgaron a los instrumentos planteados, alcanzado valores entre 0,6 y 1, luego, se calculó la media que arrojó como resultado 0,91. Con estos resultados encontrados, se logró identificar si los instrumentos cumplieron con los ítems establecidos en las encuestas que los expertos evaluaron, a continuación se observan cuáles son los parámetros que permitieron evaluar la validez y fiabilidad según Herrera (1998).

Tabla 9: Parámetros de acuerdo a Herrera (1998) para la validez y confiabilidad.

Medidas					
Validez nula /Confiabilidad nula	**Validez baja/ Confiabilidad baja**	**Válida/ Confiable**	**Muy válida/ Muy confiable**	**Excelente validez/ Excelente confiabilidad**	**Validez perfecta/ Confiabilidad perfecta**
0,53 a menos	0,54 a 0,59	0,60 a 0,65	0,66 a 0,71	0, 72 a 0,99	1,0
0,53 a menos	0,54 a 0,59	0,60 a 0,65	0,66 a 0,71	0, 72 a 0,99	1,0

Ante esto, se determinó que los instrumentos propuestos se encuentran en el rango del ítem de validez y confiabilidad 0,72 a 0,99 para la recolección de datos e información, es decir, que los instrumentos evaluados tienen excelente validez y excelente confiabilidad, además permitió conocer la influencia que tuvieron los juegos en la comprensión del tema matemático escogido en este estudio por parte de los estudiantes de octavo grado.

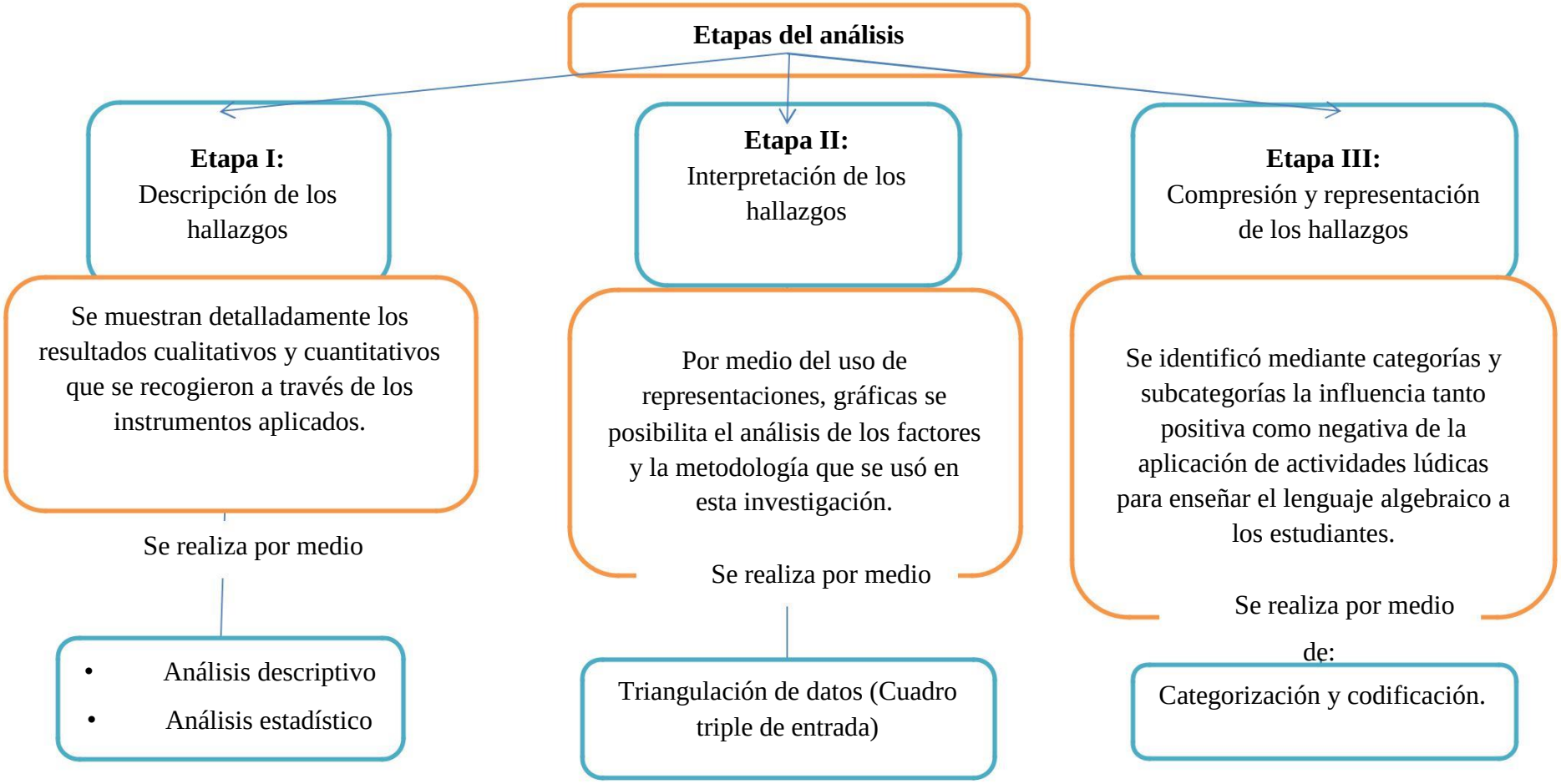
8. Análisis de los hallazgos

Se pretende analizar de forma CUAL- cuan , la incidencia que tiene el juego algebraico como estrategia didáctica para fortalecer el pensamiento variacional de los estudiantes, además se plantea como objetivo encontrar la incidencia de la lúdica en el estado anímico y actitudes que los docentes y estudiantes presentan a la hora de desarrollar el proceso formativo. La revista SUMA (2004) señala que el juego sirve para "la enseñanza de gran cantidad de contenidos matemáticos que pueden surgir al trabajar un juego de forma individual y grupal, siempre que se tenga interés en ello y se trabaje con suficiente profundidad" (p. 11), en este sentido es necesario tener en cuenta las posibilidades del entorno educativo en que se quiera trabajar: docente, aula de trabajo, número de estudiantes, posibilidades de los alumnos, materiales es positivo el aprendizaje.

Partiendo de estos argumentos, se realiza el análisis de los hallazgos durante tres etapas, se inició con la descripción de los hallazgos donde se recogieron los resultados de tipo cualitativo y cuantitativo por medio de la Observación directa, el diario de campo y el pre - pos test, esto permite identificar las principales características de la muestra como que sus edades se encuentran en un rango de 13 a 15 años. Los relatos, las situaciones, las percepciones de los estudiantes de octavo grado demuestran en el pre test sus conocimientos previos de aritmética y en el pos test se describen los aspectos con mayor relevancia en el proceso. Luego, se lleva a cabo la segunda etapa que es la Interpretación de los hallazgos y finalmente se realiza la etapa de comprensión y representación de los hallazgos, en la cual se detallan el análisis a partir de un cuadro y diagrama de categorías que resumen el pensamiento variacional, haciendo énfasis en las observaciones que logran construir las conclusiones y evaluar la viabilidad de la hipótesis de forma estadística.

8.1.Etapas del análisis

Figura 9: Etapas del análisis.



8.1.1. Etapa I: Descripción de los hallazgos

8.1.1.1. Diagnóstico

Inicialmente se realizó un diagnostico que permitió conocer la opinión de los estudiantes frente al ejercicio de la algebra y sus componentes como el lenguaje algebraico, pensamiento variacional entre otras capacidades de desarrollo racional y lógico que se le enseña al estudiante.

Tabla 10: Análisis del diagnóstico.

No	Pregunta	Siempre		Casi siempre		Algunas veces		Casi nunca		Nunca	
		Est	%	Est	%	Est	%	Est	%	Est	%
1	¿Le gustan las matemáticas?	0	0%	5	13%	30	79%	3	8%	0	0%
2	¿Le gusta la forma en que le enseña el docente en la clase de matemáticas?	2	5%	22	58%	10	26%	4	11%	0	0%
3	¿Recibe reforzamiento antes de cada examen de matemáticas?	4	11%	30	79%	4	11%	0	0%	0	0%
4	¿Su docente le da la oportunidad de participar en la clase de matemáticas?	28	74%	10	26%	0	0%	0	0%	0	0%
5	¿La falta de nivel educativo de sus padres afecta su rendimiento escolar?	10	26%	25	66%	3	8%	0	0%	0	0%
6	¿Le dedica horas para estudiar la asignatura de matemáticas?	2	5%	10	26%	20	53%	5	13%	1	3%
7	¿Le es difícil entender matemáticas?	28	74%	7	18%	3	8%	0	0%	0	0%
8	¿Cree que los estudiantes que reprueban matemáticas participan poco en clase?	20	53%	18	47%	0	0%	0	0%	0	0%
9	¿Cree que existe una relación entre el hábito lector y el fenómeno de reprobación de la materia de matemáticas?	10	26%	18	47%	5	13%	3	8%	2	5%
10	¿Cuál ha sido su incidencia en la reprobación del área de matemáticas?	2	5%	23	61%	0	0%	1	3%	12	32%
11	¿Entiende que es una incógnita?	0	0%	13	34%	7	18%	8	21%	10	26%
12	¿Se le dificulta entender las operaciones algebraicas cuando existen letras?	20	53%	5	13%	13	34%	0	0%	0	0%
13	¿Cree que es necesario aprender a resolver problemas con incógnitas?	11	29%	18	47%	5	13%	3	8%	1	3%
14	¿Conoce cuál es el lenguaje algebraico?	0	0%	10	26%	5	13%	20	53%	3	8%

El análisis cualitativo de cada una de las preguntas del diagnóstico que tuvo el objetivo de identificar el conocimiento y actitudes que tiene los estudiantes tienen en relación a las temáticas de algebra que se ven el transcurso del grado Octavo, se encontró que:

- El 79% de los estudiantes manifestaron que algunas veces les gustan las matemáticas, el 13% dice que casi siempre y un 8% casi nunca le gusta. Ningún estudiante escoge la opción de siempre y nunca respecto a la pregunta de su gusto por las matemáticas.
- En la segunda pregunta que refiere a la metodología del docente, los estudiantes opinaron en una mayor porcentaje del 58% que casi siempre son adecuados los procedimientos que se llevan a cabo en la clase de matemáticas; otro 26% algunas veces, el 11% dice que casi nunca y un mínimo 5% manifestaron que es totalmente de su agrado la clase de matemáticas.
- En esta pregunta, los estudiantes señalan que si reciben reforzamiento antes de cada examen de matemáticas, a lo que respondieron que casi siempre en un 79%, y el 22% refieren en igual porcentaje que siempre y algunas veces lo reciben.
- Al preguntarle a los estudiantes si el docentes les da la oportunidad de participar en la clase de matemáticas, el 76% respondieron que siempre, y un 26% casi siempre, en las otras opciones de respuestas ninguno respondió.
- En la pregunta 5, los estudiantes responden que, si piensan que el nivel educativo afecta a su rendimiento académico a lo que el 66% alude que eso casi siempre influye, el 26% afirma que siempre y el 8% dicen que algunas veces.
- En la pregunta 6, los educandos reconocen que tiempo dedican al estudio de las matemáticas, entonces se encontró que el 56% dice que a veces, el 26% dice que siempre, el 3% dice que casi nunca, el 5% afirma que lo hace, y el 3% señala que definitivamente no estudia matemáticas en su casa.
- Cuando se indaga sobre si es difícil como estudiante entender matemáticas respondieron en un 74% que siempre es complicado, el 18% afirma que casi siempre y el 8% dice que algunas veces no comprender las temáticas en su totalidad.
- Los estudiantes permiten afirma la idea que se tiene de que los estudiantes que reprueban matemáticas son los que participan poco en clase, pues el 53% dice que siempre son este tipo de estudiantes los que no les gusta compartir sus dudas o ideas y el 47% señala que casi siempre.

- En este punto se preguntó sobre la relación entre el hábito lector como elemento importante para pasar matemáticas, a lo que respondieron en un 47% que casi siempre es fundamental tener en cuenta la lectura, el 26% dice que siempre se tiene una relación, el 13% señala que a veces, el 8% casi nunca y el tan solo el 5% creen que nunca es necesario leer para pasar matemáticas.
- El 61% dice que casi siempre pierde la materia, el 5% dice que siempre, mientras que un 32% afirma que nunca pierden matemáticas y el 3% señala que casi siempre la pierde. Ante esto, es evidente la necesidad de encontrar una estrategia que les permita comprender matemáticas y motivarse a pasar la materia, trabajando por alcanzar mejores resultados.
- En cuanto a la pregunta de si entiende que es incógnita los estudiantes señalan que en un 34% que casi siempre entienden el termino, el 18% dice que algunas veces, el 21% dice que casi nunca y el 26% definitivamente nunca lo entiende.
- El 53% de los estudiantes manifestaron que es muy complicado cuando colocan letras en las operaciones matemáticas, el 34% dice que algunas veces se les dificulta entenderlas y el 13% dice que casi siempre.
- En la pregunta 13, el 47% de los estudiantes respondieron que casi siempre se hace necesario el uso de incógnitas para resolver problemas, el 29% dice que siempre es necesario, el 13% dice que casi siempre, el 8% manifiesta que casi nunca las necesitan y el 3% señala que nunca.
- En el punto final del diagnóstico, se les preguntó si conocen el lenguaje algebraico, a lo que respondieron en un 53% que casi nunca comprenden esa temática, el 26% señala que casi siempre entiende se refiere esta temática, el 13% dice que algunas veces y el 8% nunca lo comprende.

8.1.1.2. Observación directa

Con este instrumento cualitativo se hizo posible que el investigador registrara los hechos personalmente sin ninguna clase de intervención con el propósito de obtener información de manera espontánea, llevando un seguimiento y así poder profundizar y analizar los conocimientos de la investigación. Entonces, se observó que:

- Los estudiantes mediante el juego construyeron e interpretaron modelos algebraicos básicos teniendo en cuenta la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones problemáticas basadas en el contexto real de los estudiantes después de que hayan comprendido y practicado con la estrategia didáctica planteada que en este trabajo.
- Igualmente, se reconoce que el estudiante desarrollo y fortaleció capacidades para expresarse y comunicarse, puesto que cuando el docente le orientaba los juegos el educando escuchaba, interpretaba e incluso ayudaba a sus compañeros. Además, se mostró participativo y colaborador, lo que evidencia la apropiación conceptual y práctica de los procesos desarrollados.

El desarrollo de procedimientos matemáticos integró el álgebra y aritmética para la resolución de problemas, fue un aspecto que en un inicio presentó demasiada dificultad y generaba resistencia frente al desarrollo de la misma, identificado en el diagnóstico. Por lo cual se hizo necesario considerar algunos métodos que además de ser coherentes frente a las temáticas desarrolladas fueran interesantes para el estudiante, la realización de modelación matemática a través del juego como competencia en el área fue un acierto, pero esta debe ser mucho más soportada y aplicada en clase.

- En pruebas evaluativas, se encontró que los estudiantes son capaces de traducir un lenguaje natural a un lenguaje algebraico, lo que indica que existe un pre saber el cual fue tenido en cuenta antes y durante el desarrollo del pensamiento variacional, pero se les dificultad utilizar signos, el análisis aquí radica en la información que tiene el estudiante y la forma que debe ser orientada para que continúe la apropiación lógica en el saber algebraico, puesto que los aprendices presentan dificultades cuando deben involucrar elementos matemáticos.

Hay que destacar que el álgebra es una temática abstracta en la que se manejan símbolos que corresponden a representaciones. La confusión entre los objetos representados con las representaciones de los mismos lleva a una pérdida de comprensión, dicho de otra manera, el fondo del problema puede radicar en el discernimiento que el estudiante realiza al extrapolar conceptos que sí tienen relación, pero que carecen de sentido debido a los enlaces que se efectúan en el contexto, lo que indica que las prácticas pedagógicas deben incursionar en el desarrollo del pensamiento matemático variacional con procesos que permitan hilar conceptos.

Se tuvo en cuenta, que las temáticas de álgebra y aritmética son primordiales para la resolución de problemas, por lo que si este proceso del conocimiento no se transmite de manera adecuada el siguiente paso será casi que un fracaso para el estudiante, así, se reconoce que los estudiantes tenían buenas bases y las explicaciones anteriores sobre el álgebra les permitieron resolver y entender las situaciones de los juegos. Cabe resaltar, que esta materia requiere de atención y del fortalecimiento del pensamiento variacional constante, lo cual implica la construcción de un ambiente de clase significativo, sumado a las estrategias innovadoras que el docente utilice siendo esto indispensables para afrontar esta etapa que ciertamente es compleja para el estudiante de grado octavo.

8.1.1.3.Diario de campo

Para comenzar la investigación se socializó la actividades, desarrollo y resultados que se esperaban en la Institución Educativa, y se les informo a los estudiantes quienes dieron su aprobación y expresaron que la investigación les pareció adecuada y muy pertinente, además de divertida, acordando estar atentos a las indicaciones del docente en el proceso de aprendizaje, porque los estudiantes se sintieron animados a seguir asistiendo a las clases, siendo respaldados a no desfallecer en el proceso para encontrar al final muy buenos resultados tanto académicos como en sus capacidades, lo que influyó positivamente en las actitudes de los estudiantes identificado esto durante el desarrollo de las actividades propuestas en el Juego algebraico, donde se les dio a los estudiantes la oportunidad de controlar su propio aprendizaje y ampliar su experiencia en el uso del lenguaje algebraico, significándolo a sus necesidades, capacitándose en buscar información que le ayude a aprender por su cuenta los procesos de enseñanza – aprendizaje en el aula.

Por otra parte, el docente aprovecho al máximo el trabajo propuesto con sus estudiantes, acompañándolos en todo momento con las dudas que fueron surgiendo en el desarrollo del proceso, logrando con éxito los objetivos, y potenciando las capacidades de sus estudiantes para inferir respuestas adecuadas y acertadas, identificando las incógnitas en las ecuaciones de primer grado que fueron aumentando su nivel de dificultad, y relacionando las situaciones planteadas con su contexto. Dentro de la implementación de la estrategia didáctica, se observó que los estudiantes acertaron y se mostraron dispuestos y atentos al desarrollo del trabajo, evidenciando cambios, que generaron una retroalimentación de conceptos a los estudiantes del grado Octavo en conocimientos matemáticos, donde el docente guío y acompaño en todo momento el proceso

aportando mejorar la calidad educativa, donde se tomaron en cuenta las preferencias del estudiante en el diseño de un entorno de aprendizaje significativo, aprovechando las fortalezas de los estudiantes y reforzar debilidades que tenían los estudiantes en la comprensión de textos a nivel inferencial.

8.1.1.4. Pre y Pos test

En este proceso, se evidenció que hubo dificultad en un inicio porque algunos estudiantes no asistían a clases debido a que no tenían transporte, o situaciones familiares, sin embargo, más adelante se vio que la estrategia didáctica planteada fue atractiva, y rápidamente fue aceptada por los estudiantes, concluyendo que este tipo de estrategias y recursos son indispensables en el aula de clases. Entonces, los estudiantes de grado Octavo, tuvieron la oportunidad de resolver ejercicios de algebraicos, que fueron elaborados por los investigadores permitiendo que los estudiantes potenciaran capacidades para analizar e interpretar el lenguaje algebraico, igualmente se creó un diálogo entre los educandos, donde intercambiaron respuestas, y puntos de vista en las sesiones grupales de estudio, donde cada estudiante se motivó por la competencia y ganar, de esta manera se identificó que a través de esta investigación los estudiantes por medio de la estrategia didáctica se construyó un ambiente de aprendizaje significativo.

Por su parte, el docente se capacitó en el manejo de lúdicas algebraicas con el fin de orientar, revisar y evaluar con disciplina la evolución de las actividades realizadas por los estudiantes, induciéndolos con preguntas aleatorias sobre el tema, que prepararon a estudiante a formar un sentimiento de autonomía adquiriendo paso a paso el dominio de su propio ritmo y velocidad ante sus procesos de educación, convirtiéndolo en una persona activa dentro de las clases, demostrándolo en la participación y aportando a las clases con sus conocimientos, también, fueron muy hábiles con el manejo e interacción de la herramientas tecnológicas creando un espacio académico agradable.

Ante esto, se hace una comparación entre los resultados que obtuvieron los estudiantes en el pre test y posteriormente, el pos test prueba compuesta por 18 preguntas, donde usaron sus conocimientos sobre el lenguaje algebraico, ejercicios hipotéticos, un problema donde debían interpretar información y el desarrollo de un cuadro mágico, se le realizó a 38 estudiantes de octavo grado. En las preguntas 16 y 18 fueron preguntas con justificación escrita, que no fueron desarrolladas correctamente en el pre test, y en el pos test, lograron correctamente su desarrollo con éxito.

- **Pre y Pos test**

Tabla 11: Pre test.

| N | Preguntas | Respuestas correctas | Estudiantes | | |

Tabla 12: Pos test.

| N | Preguntas | Respuestas correctas | Estudiantes | | |

8.1.2. Etapa II: Interpretación de los hallazgos

8.1.2.1. Triangulación de datos

A través de la triangulación de datos se permite contrastar información obtenida de diferentes fuentes lo que proporciona mayor soporte al análisis, de acuerdo a esto se observó la incidencia del juego algebraico en el fortalecimiento del pensamiento variacional de los estudiantes de grado octavo, para ello se confrontaron los resultados obtenidos entre las categorías de: Nivel de interés y motivación, grado de dificultad de los contenidos, resultados del aprendizaje y grado de satisfacción que están relacionándolas con el marco teórico que sirve de sustento para esta investigación.

Gracias a este cuadro de triple entrada se puede dar un vistazo general al proceso que se llevó a cabo paso a paso, lo cual permitió hacer un seguimiento a la investigación desde la descripción del problema hasta la aplicación del diseño metodológico, lo cual quiere decir que, el lector puede acceder a la información general y resumida de cada parte del proceso realizado.

Tabla 13: Cuadro de triple entrada.

Fuentes	**Expertos en el tema**			**Docentes**			**Estudiantes**			**Fundamentos teóricos**
Instrumentos	**Test**	**DC**	**OD**	**Test**	**DC**	**OD**	**Test**	**DC**	**OD**	**Análisis de Documentos**
CATEGORÍA										
Contextualización de la estrategia										Se puede entender que el juego es un espacio asociado a la interioridad con situaciones imaginarias para suplir demandas culturales, además pretender potenciar la lógica y la racionalidad” (Vygotsky, p. 10).
INDICADORES										
¿Considera que la estrategias didácticas mejorar el aprendizaje de las matemáticas?			X	X			X			
¿Cree que el desarrollo del lenguaje algebraico es necesario en la vida cotidiana?	X							X		
¿Cómo influyen los cambios y variaciones en las situaciones que diariamente lo rodean?									X	

¿Cuáles Actitudes, comportamientos y habilidades determinan que los estudiantes solucionen un problema?			X		X	
¿Es necesaria la relación de la contextualización de problemas hipotéticos en el aula de clase?		X	X	X		
CATEGORÍA						
Grado de dificultad de los contenidos algebraicos						
INDICADORES						
¿Cuál es la actitud de los estudiantes de grado octavo frente a la enseñanza del pensamiento variacional?	X		X		X	Cogollo (2006) describe que en la enseñanza del algebra se deben distinguir dos etapas con relación al uso de los símbolos matemáticos, donde el estudiante inicialmente clasifican y progresan en su comprensión del uso de letras que les permite llevar a cabo el dominio de las variables identificando cuales son en un problema.
¿Qué opinión tiene ahora acerca de la importancia de la educación de los temas algebraicos?	X		X		X	
¿Qué relación hay entre el contexto social y el álgebra?		X				
¿En el sistema de Educación la enseñanza del algebra es necesaria para un desarrollo integral?		X	X			
¿En los métodos de enseñanza, considera usted que la lúdica perite solucionar problemas en la práctica?			X			
CATEGORÍA						
El Juego como estrategia didáctica.						La lúdica es una dimensión del

INDICADORES					desarrollo humano asumiendo el juego como alternativa a nivel pedagógico que permito incluir temas concernientes a las relaciones afectivas ya que el ser humano, a lo largo de su historia ha hecho del aprendizaje desde el punto de vista didáctico para fomenta el desarrollo integral, la adquisición de saberes, la conformación de la personalidad. Sánchez y Casas (1998).
¿Por qué se hace necesario la interrelación de los conocimientos previos de los estudiantes en la enseñanza del pensamiento variacional?		X			
¿Está capacitado el docente para orientar el manejo de estrategias didácticas y lúdicas en los estudiantes de octavo?		X			
¿Qué lúdicas aplicadas por los docentes para el fortalecimiento del pensamiento lógico y racional son las más eficaces?		X		X	
¿Qué implicaciones tiene para el estudiante aprender el pensamiento variacional?	X	X			X
CATEGORÍA					
Cambios actitudinales y percepciones					El Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas – NCTM (2000) identifica que “las orientaciones curriculares consideran que el
INDICADORES					
¿Cuáles son los cambios que presenta el estudiante frente a su aprendizaje del pensamiento variacional?					X

¿Ha notado cambios positivos en la parte actitudinal de los estudiantes a través del desarrollo de juegos para aprender algebra?	X	X		aprendizaje significativo supone comprender y ser capaz de aplicar los procedimientos, conceptos y procesos matemáticos, y para ello deben coordinarse el conocimiento de hechos, la eficacia procedimental y la comprensión conceptual" (p. 30),
¿El material didáctico tiene una estructura acorde? ¿El diseño del material es pertinente para utilizarlo en el grado octavo? ¿Las instrucciones del material son claras? ¿La metodología empleada responde a la necesidad de los estudiantes?	X	X	X	

8.1.2.2. Análisis estadístico

- **Análisis de Media, Varianza, Desviación Típica y Coeficiente de Variación.**

Tabla 14: Interpretación del Pre y Pos test

Pre test		%
Aciertos	149	25
Desaciertos	459	75
Total de preguntas realizadas	608	100

Media	5,30
Desv. típica	5,17
Coef. de variación	0,98
Varianza	27

Pos test		%
Aciertos	527	87
Desaciertos	81	13
Total de preguntas realizadas	608	100

Media	32,5
Desv. típica	3,8
Coef. de variación	0,12
Varianza	14,20

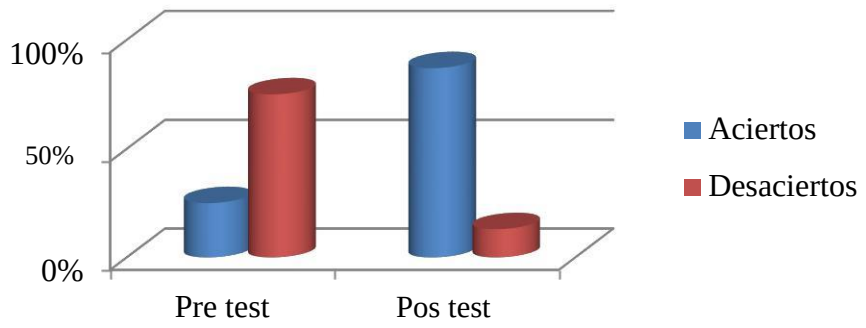
✓ Según los resultados de la media, se nos indica que de los 38 estudiantes hay un incremento de preguntas respondidas correctamente del 5,30 a 32,5 evidenciando el fortalecimiento del pensamiento variacional significativamente después de la aplicación

del juego, el cual fue una estrategia efectivo para el logro del objetivo planteado al inicio de la investigación.

- ✓ Según el resultado de la desviación típica en el pre test, se determinó que 5,17 se acerca a la media mostrando mayor margen de error y desaciertos en las respuestas de los test, sin embargo, esto cambia a 3,8 indicando que la cantidad de preguntas que respondieron los estudiantes fueron en su mayoría acertadas.
- ✓ El coeficiente de variación es una medida que permitió reconocer cual fue el margen de error, presentándose que entre más se acerque a 0 las preguntas resueltas por los estudiantes serán con mayor frecuencia correctas, ante esto, en el pre test el coeficiente de variación fue de 0,98 y en el pos test de 0,12.
- ✓ Según los resultados obtenidos de la varianza, están muy alejados de la media en el pre test con un valor de 27, lo que permite identificar que hay gran variabilidad en el número de respuestas correctas por cada estudiantes, pero después en el pos test es posible observar que disminuye la varianza a 14,20 es decir, que no hay tanta variabilidad, sin embargo, aún persisten casos que no permiten lograr que la varianza esperada como por ejemplos los estudiantes que no llegan a la aplicación de las pruebas, se enfermaron, no quisieron realizarlas.

- Análisis comparativo de las respuestas alcanzadas en el pre y pos test.

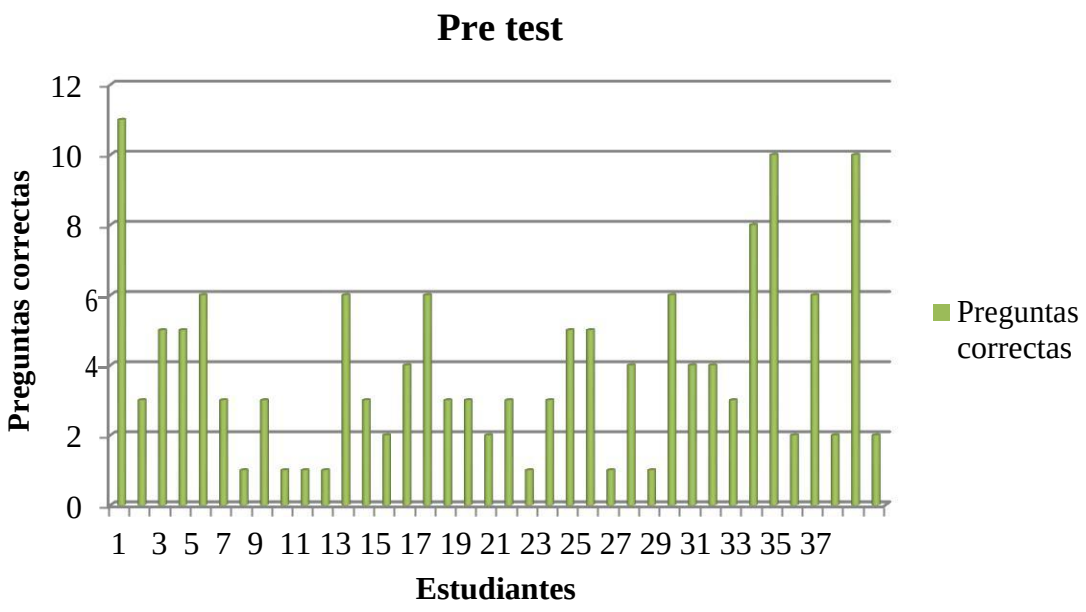
Figura 11: Porcentaje de aciertos y desaciertos conseguido en el pre y pos test.



En este diagrama de barras, se indica el cambio en la cantidad de preguntas correctas e incorrectas que los estudiantes respondieron en el pre y pos test, entonces, inicialmente, se observa que el 25% son aciertos mientras que un 75% restante no fueron respondidas adecuadamente, y en el pos test, se evidencia que el 87% de las preguntas son respuestas de manera verídica siendo esto prueba de que el estudiante es capaz de cumplir con las condiciones y situaciones presentadas sobre las temáticas desarrolladas con el juego como el lenguaje algebraico, el pensamiento variacional, entre otros fundamentales y básicos del

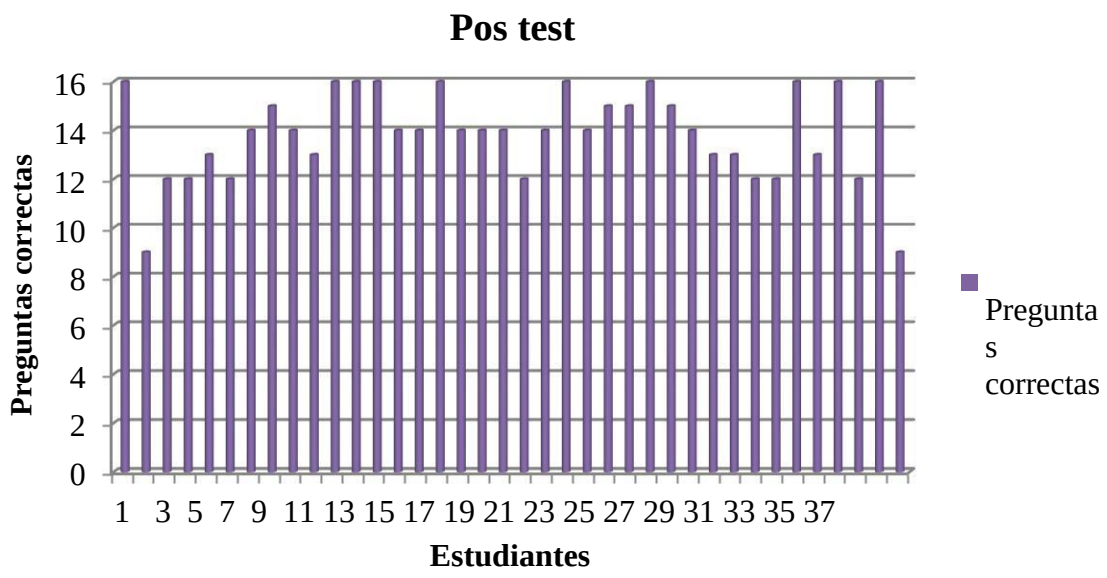
algebra, y tan solo obtienen un 13% de preguntas son contentados erróneamente. Por lo tanto, el juego algebraico como estrategia didáctica fue efectivo, demostrándose en las estadísticas que el número de estudiantes que respondieron acertadamente cada pregunta aumento considerablemente.

Figura 12: **Resultados del pre test.**



En la figura 8, de los 38 estudiantes, 4 de ellos lograron contestar de 16 preguntas más de 6 de forma correctas, sin embargo, estos resultados fueron muy desalentadores y negativos en cuanto a la capacidad algebraica de cada uno, y se ve en la necesidad de plantear una nueva estrategia de enseñanza que es el juego algebraico.

Figura 13: Resultados del pos test.



En el pos test, se nota que la mayoría de estudiantes superan 10 preguntas de 16, e incluso 10 estudiantes logran responder todo el examen bien. Aún se reflejan algunos estudiantes que tienen 8 o 9 preguntas correctas pero son pocos.

De acuerdo a los resultados mostrados en la figura, se identifica que la aplicación del juego en el aula de clase permitió que los estudiantes fueran capaces de responder acertadamente a las preguntas, debido a que con anterioridad muy pocos lograron responder acertadamente en el pre test donde se observa que antes de la aplicación del juego como estrategia didáctica menos de 10 estudiantes respondieron bien, pero después de la aplicación del juego, 33 estudiantes responden de manera correcta, porque se orientaron a la resolución racional y aritmética de los problemas propuestos en el test. Con esto, se muestra claramente las deficiencias que tenían los estudiantes en las temáticas algebraicas, no obstante, después se encontró que de los 38 estudiantes, más de 30 escogieron bien la respuesta.

8.1.2.3. Prueba de Hipótesis

Para probar la hipótesis se identificó como muestra 38 estudiantes, de los cuales 33 estudiantes de la muestra reinciden con el mayor porcentaje en la mayoría de las preguntas que se diseñaron, caracterizándose por ser los aciertos del pos test después de la aplicación del juego como estrategia para fortalecer el pensamiento variacional, con un porcentaje de 87 %. La hipótesis se prueba con un nivel de significación del 1%, donde se realizó el cálculo correspondiente a la hipótesis planteada, siendo aceptada con un valor de 1,56 dentro del rango -2,33 y 2, 33.

Figura 14: Prueba de Hipótesis en Excel.

Nivel de significación	0,01
z tabla	-2,32634787
z tabla	2,32634787
n	38
x	33
po	0,76

$$z_{prueba} = \frac{\frac{x}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

1,5649231

Fuente: Elaborado a través de un programa en Excel para la aprobación de la Hipótesis

El juego algebraico como estrategia didáctica, fortalece el pensamiento variacional en los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del Municipio de Suaza-Huila.

8.1.3. Etapa III: Comprensión y representación de los hallazgos

8.1.3.1. Categorización de los hallazgos

Para la tercera etapa se plantea la representación de los hallazgos por medio de un proceso de categorización y codificación, con el fin de clasificarla en un sistema ordenado donde sea posible evidenciar la relación entre las características que presentan los hallazgos yendo de un proceso deductivo a uno inductivo para encontrar el tema central. Bonilla y Rodríguez (1997) señalan la importancia de organizar la información en categorías que permita el análisis profundo para lograr identificar la forma en que influye el juego en la situación problemática planteada después del desarrollo de la estrategia didáctica.

Se contempla que el uso de material didáctico fue entendido por la mayoría de los estudiantes y los temas relacionados con el aprendizaje del pensamiento variacional fueron adecuados y correspondían con la unidad didáctica. Entonces, la clase iniciaba con una explicación por parte del docente y en casa de haber dejado ejercicios se corregían ejercicios. Por otra parte, se observó la competencia comunicativa la base del interés estudiantil, es decir, no se puede trabajar aisladamente porque implica este proceso implica una construcción del estudiante y de relaciones con su medio, que se actualiza en contextos significativos y que supone la capacidad para usar los conocimientos acerca de la lengua en diversas situaciones, tanto dentro como fuera de la vida escolar. Por esta razón, la propuesta abarca también el desarrollo de habilidades y saberes que se relacionan con las dimensiones emocionales del estudiante.

Por otra parte, el estudiante logro mediante el aprendizaje del algebra, abarcar el fortalecimiento de la capacidad racional y lógico, la contextualización de temáticas, y la comunicación. Entonces, se refiere a la voluntad de que los estudiantes comprendieran el aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva lúdica que les brindo elementos de su agrado como motivaciones, actitudes positivas, confianza y concentración, entre otros. Por lo tanto, se realiza continuación una tabla que contiene la información condensada en categorías.

Tabla 15: Codificación abierta.

TERMINOS	DEFINICION
Fenómeno	Efectividad de una estrategia didáctica basada en el juego algebraico para fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del Municipio de Suaza-Huila teniendo en cuenta: · • Como influencia en el rendimiento escolar • Aplicación de una conjunto de juegos • Socialización de la investigación
Conceptos	**Álgebra** El álgebra es un subconjunto de estudio de las matemáticas enfocado al uso de letras para representar relaciones aritméticas, que se construyen a partir de las operaciones fundamentales, cuales son la adición, sustracción, multiplicación, división y cálculo de raíces, refiere Sessa (2005).
	Pensamiento variacional El álgebra supone un cambio en el pensamiento del estudiante orientado hacia la generalización, pasando de un pensamiento cuantitativo que utiliza operaciones de forma mecánica para hallar una solución, a un pensamiento cualitativo donde el estudiante se ve en la necesidad de comprender lo que se le está preguntando y formula un hipotético a la situación para la resolución de problemas. Cogollo (2006) describe que en la enseñanza del algebra se deben distinguir dos etapas con relación al uso de los símbolos matemáticos, donde el estudiante inicialmente clasifican y progresan en su comprensión del uso de letras que les permite llevar a cabo el dominio de las variables identificando cuales son en un problema des una perspectiva contextualizadas y significativa.

	Lúdica La lúdica es una dimensión del desarrollo humano asumiendo el juego como alternativa a nivel pedagógico que permito incluir temas concernientes a las relaciones afectivas ya que el ser humano, contiene una gama de actividades donde se cruza el entretenimiento, la diversión, el goce, la actividad creativa y el conocimiento actividades donde se cruza el placer, dentro de ambientes escolares en los cuales se aprende jugando explican Sánchez y Casas (1998).
Subcategorías	• Generar espacios de aprendizaje significativos para el estudiante de octavo grado. • Utilizar una metodología motivadora y formativa cuidando de la disponibilidad de recursos didácticos. • Enriquecer la comunicación y relaciones del estudiante con su entorno. • Capacitación de los docentes en la orientación de lúdicas algebraicas. • Contextualización de los conocimientos. • Fortalezas y Dificultades de a estrategia didáctica el juego.

- **Generar espacios de aprendizaje significativos para el estudiante de octavo grado.**

Previamente a su puesta en práctica, el docente mostro entusiasmo por el uso de los juegos en el aula señalando que fue una buena estrategia para aumentar la motivación, sin embargo, hay una constante negativa pues admitieron que probablemente este tipo de actividades formativas serian motivo de pérdida de la concentración, acomodación en los estudios, disminución del orden en el aula, etc. Ante esto, los instrumentos de investigación y el pos test permitió identificar que el uso de esta estrategia ha repercutido positivamente en el rendimiento de los educandos. Así pues, en toda la parte de introducción al álgebra el profesor estuvo atento a comprender que cómo el estudiante está aprendiendo un lenguaje nuevo y fue ayudándole a dar significado y a hacer entender que representan aquellos símbolos y signos y dejar en un segundo nivel las reglas sintácticas.

A lo largo de los distintos bloques de clase de matemáticas, por medio de la observación en el aula, la mayoría de los estudiantes se implicaban en las actividades, mostrándose participativos y más activos en el desarrollo de las clases. El interés por ganar despertó un sentimiento de competitividad que motivo al estudiante, pues le gustaba sentirse en un reto consigo mismo y con los demás implicándose de forma directa en su aprendizaje, siendo rápidos a la hora de planificar sistemas algebraicos para la resolución de problemas que se les planteaban lo que permitió que comprendieran que utilizando el álgebra de una forma autónoma.

- **Utilizar una metodología motivadora y formativa cuidando de la disponibilidad de recursos didácticos.**

Se puede inferir de los resultados anteriores que hay un incremento de la motivación y del interés hacia las matemáticas, específicamente en el uso del algebra gracias a la implantación de la nueva metodología participativa. Los alumnos afirman que aprender matemáticas jugando les resulta interesante y divertido. En lo que respecta a la dificultad del proceso de aprendizaje, los estudiantes reconocen que el uso de juegos les ha facilitado la comprensión de los conceptos como incógnitas que son muy trabajadas en ecuaciones. Igualmente, trabajar en grupos les permitió seguir su ritmo de aprendizaje. En general, se puede decir que los estudiantes estuvieron satisfechos con lo aprendido y se reflejó a la hora de presentar el pos test pues comparando las calificaciones obtenidas en cuanto a la unidad didáctica y su trayectoria a lo largo del curso, se aprecian diferencias significativas con el pre test.

Finalmente, hay que destacar que la experiencia fue muy enriquecedora y satisfactoria para todos, debido a que la participación de los docentes y estudiantes, la motivación en las clases, el interés por aprender y enseñar, la concentración y el empeño por resolver los problemas para competir por el ganador del juego fueron aspectos muy positivos. En particular, el creciente gusto por las matemáticas en los estudiantes y la eliminación de mitos, fue un elemento de plena satisfacción para la labor docente, que contrarresta el trabajo y esfuerzo que conlleva planificar una unidad didáctica utilizando juegos didácticos.

- **Enriquecer la comunicación y relaciones del estudiante con su entorno.**

Por medio de esta estrategia se logró un trabajo en grupo donde se fomentará el desarrollo de la expresión oral que fuera bien enseñada en la escuela, potenciando su desarrollo en los contextos educativo, familiar y social, por educarle en la expresión de su lengua materna. Los profesores bilingües reconocen con claridad su falta de formación en el

idioma Runashimi pero se preocupan por capacitarse y aprender el idioma, y su didáctica, pero expresan que cuentan con conocimientos metodológicos para desarrollar este proceso.

La variedad de recursos didácticos utilizados en el aula es un elemento relevante, puesto que influye directamente en el rendimiento de los alumnos. Una vez analizadas las consecuencias en el aprendizaje que conlleva la utilización de actividades de carácter lúdico en el aula de matemáticas, la idea ahora es extender esta mecánica a otras unidades didácticas. El juego condiciona la comunicación didáctica y facilitan el desarrollo de una praxis amena a través de otros recursos posibles más variados y atractivos para los estudiantes.

- **Capacitación de los docentes en la orientación de lúdicas algebraicas.**

Inicuamente, el profesor reflexionó sobre el uso del álgebra, encontrando que el álgebra es un lenguaje que sirve para la resolución de problemas, y una herramienta potente y fundamental para la introducción del análisis y cálculos aritméticos, por tanto el docente como agente orientador de los procesos de aprendizaje de matemáticas tuvo que capacitarse y explorar nuevas metodologías, “el juego es un espacio que supone una zona de desarrollo potencial de aprendizaje” (Vygotsky, p. 9), es decir, a formación especial del docente para enseñar por medio de lúdicas se hizo con el fin de empezar a implementar una pedagogía activa donde se le da a la oportunidad al estudiante de la estimulación, exploración para hacer matemáticas a través del fomento de la motivación.

Así, mediante el juego se propició situaciones de máximo valor educativo y cognitivo que permitieron que el educando experimentara, investigara, y resolviera problemas simulados de su vida cotidiana, descubriendo y reflexionando sobre nuevos procedimientos para encontrar una solución, todo esto con el fin de ser conducido a la construcción del conocimiento, al aprendizaje significativo. Por otra parte, las implicaciones de tipo emocional fue un elemento clave en este proceso de aprendizaje, puesto que el carácter lúdico, el desbloqueo emocional, la desinhibición, son fuente de motivación para el estudiante, constituyendo una forma distinta de acercarse a los conocimientos diferentes a las situaciones de aprendizaje tradicionales.

- **Contextualización de los conocimientos.**

Para seleccionar adecuadamente los juegos fue necesario conocer las necesidades e interés de los estudiantes donde el investigador planteó los problemas matemáticos en forma de juego para solucionar y plantear sistemas algebraicos de resolución, de este modo se logró despertar el interés y el deseo de descubrir a los estudiantes y brindarles una experiencia de la vida real. También, es importante reconocer que un juego bien elegido desde el punto de vista metodológico sirvió para introducir el tema del pensamiento variacional, ayudar a comprender

mejor los conceptos o los procesos, afianzar los conocimientos aritméticos que el educando tiene, relacionar los conocimientos aritméticos y algebraicos, adquirir destreza en el razonamiento y descubrir la importancia del algebra, todo esto con el fin de consolidar un contenido.

- **Fortalezas y dificultades de la estrategia didáctica el juego.**

Luego del diseño de la ruta metodológica se evaluaron las fortalezas y debilidades del desarrollo de las actividades lúdicas, a continuación se describen la información encontrada:

A. Fortalezas

A pesar de que los estudiantes en un principio les parecía aburrido aprender matemáticas, con las actividades lúdicas se logró que los estudiantes entendieran como aplicar el lenguaje algebraico en la resolución de problemas de su propio contexto, así pues, mediante la teoría y la práctica ellos consiguieron darle un sentido significativo a las incógnitas representadas como letras haciendo de esta una fortaleza en la investigación porque la comprensión matemática paso de ser débil y aburrida para los estudiantes a ser un conocimiento adquirido bajo los parámetros de didáctica, una clase activa e interesante.

Otra fortaleza, fue la disposición que tuvieron los educandos durante la sesiones de clases, pues esto permitió que el docente diera las instrucciones para realizar los juegos, controlando la disciplina. Durante el desarrollo de la estrategia, se observó que la clase estaba atenta y cuando surgía una duda e docente la contestaba para dejar en claro a todos los conceptos, así, se construyó un ambiente significativo en conjunto, donde se dio el espacio

para apreciar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y se enfatizó en la conexión causa – consecuencia de los procesos matemáticos.

Seguidamente, los educandos manifestaron que hallaron la semejanzas de aritmética con algebra, a pesar de que en el currículo se dividen las temáticas por año alrededor de todos los años de educación, en fin de concebir las matemáticas como un todo resalta la necesidad de estudiar y pensar sobre las conexiones internas de esta área, tanto en un nivel particular del currículo como entre distintos niveles, los cuales tienen una estrecha relación y conexión, pues las partes separadas van en un orden donde es necesaria la sucesión de uno para entender otro, añadiendo de esta manera, paso a paso conceptos importantes del amplio campo de las matemáticas.

Por otra parte, con el diagnóstico los docentes previamente tienen conocimiento sobre las necesidades de sus estudiantes y los pensamientos que revelan su bajo rendimiento académico, ante esto, la estrategia permite motivarlos a fortalecer sus competencias

matemáticas, incluyendo el razonamiento matemático y la demostración racional de las soluciones que construye para un problema, llevando a cabo un proceso, la exploración de fenómenos, la formulación de conjeturas matemáticas, la justificación de resultados, sobre distintos contenidos matemáticos lo que permite que estudiante le tome sentido a lo que está realizando, y lo pueda implementar en su contexto real. Las actividades propuestas por el docente fueron potencialmente significativas y la metodología lúdica se puede decir que fue la adecuada, donde los estudiantes estuvieron en condiciones de hacerlas porque estaba motivado.

El razonamiento y la demostración matemática es una cuestión que a los estudiantes les cuesta mucho identificar, sin embargo, se les enseñó por medio de la estrategia, gráficamente las formas de solucionar situaciones. Entonces, se les ofreció a los estudiantes una experiencia matemática, donde identifican que el razonamiento no es solamente un componente que deben usar durante la matemática, pues en todos los contextos es un hábito que nos permite analizar y decidir sobre diferentes opciones para sacar provecho.

Con lo anterior, se precisa que en el currículo se tiene como fin que los estudiantes comprendan las matemáticas o que logren el desarrollo de la competencia o capacidad matemática, lo que en resumen, se logra cuando el estudiante demuestra por medio de los juegos que puede resolver las incógnitas, entiende la organización de fórmulas, y la relación de números con letras dotando un significado para tal práctica matemática.

Godino (2004) señala que el estudiante debe ser en ciertos momentos comparase con las acciones de los propios matemáticos, por esto, se observa que el estudiante fue capaz de:

- Investigar y trata de resolver problemas a través de fórmulas que le permiten hacer una conjetura sobre la posible solución.
- Busca evidencia y razones coherentes para fundamentar la veracidad de la solución.
- Construye ideas sólidas
- Usa el lenguaje variacional y conceptos matemáticos
- Se comunica con los demás para dar a conocer sus ideas y aportar su opinión
- Elige la solución que más se adecue a su contexto.

- Se evidencia que el docente no impone el conocimiento matemático, sino que orienta a los estudiantes para que comprendan las situaciones desde las matemáticas por su

propia cuenta, partiendo de la contextualización, donde busca contextos y casos particulares para motivar el estudiante.

- Luego de este proceso, el docente llevo el conocimiento matemático de lo personal a uno global, caracterizado por ser abstracto y dotado de una utilidad general.
- El docente estructura bien los contenidos algebraicos que quiere enseñar por medio de una ruta metodológica.
- Los materiales que escogió fueron claros y adecuados para el desarrollo de ejercicios y problemas matemáticos primando el interés de los estudiantes.
- La presentación del tema que hizo el docente fue clara y organizada, cuidando de que todos los estudiantes prestaran atención, colocando énfasis en los conceptos clave del tema, y explicando paso a paso las actividades del proceso.
- Inicialmente, el docente analizó las características de las situaciones didácticas sobre las cuales puede actuar, escogiendo fundamentos constructivistas y estrategias lúdicas donde los estudiantes pueden implementar conocimientos previos y ejercitar los conocimiento adquiridos sobre el lenguaje algebraico.

B. Dificultades

En cuanto a las dificultades se identifican las acciones realizadas por los conocimientos previos, actitudes de los estudiantes y el docente, quien tomo en su rol la caracterización de sensibilidad y valorización de las ideas de sus estudiantes, además, de implementar el juego como técnicas del conflicto cognitivo para lograr el progreso en el aprendizaje del

pensamiento variacional. También, se tiene en cuenta que el modelo de aprendizaje determinado para el desarrollo de esta estrategia fue constructivista, donde no solo se espera imponer y corregir los errores de los estudiantes sino que se construye un conocimiento. Algunas dificultades encontradas son las siguientes:

1. Dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos

Se encontró que inicialmente los estudiantes tenían dificultades con la abstracción y generalización de los procesos algebraicos, debido a esto no comprendían los juegos y les parecía que su grado de dificultad era alto, de esta manera no lograban identificar las variables a tener en cuenta para facilitar el hallazgo de una solución. Después de que el docente les explicara, se generó que el estudiante no sabía cómo aplicar el conocimiento teórico, y no por falta de conocimiento, sino porque una vez que el estudiante lograba realizar un ejercicio

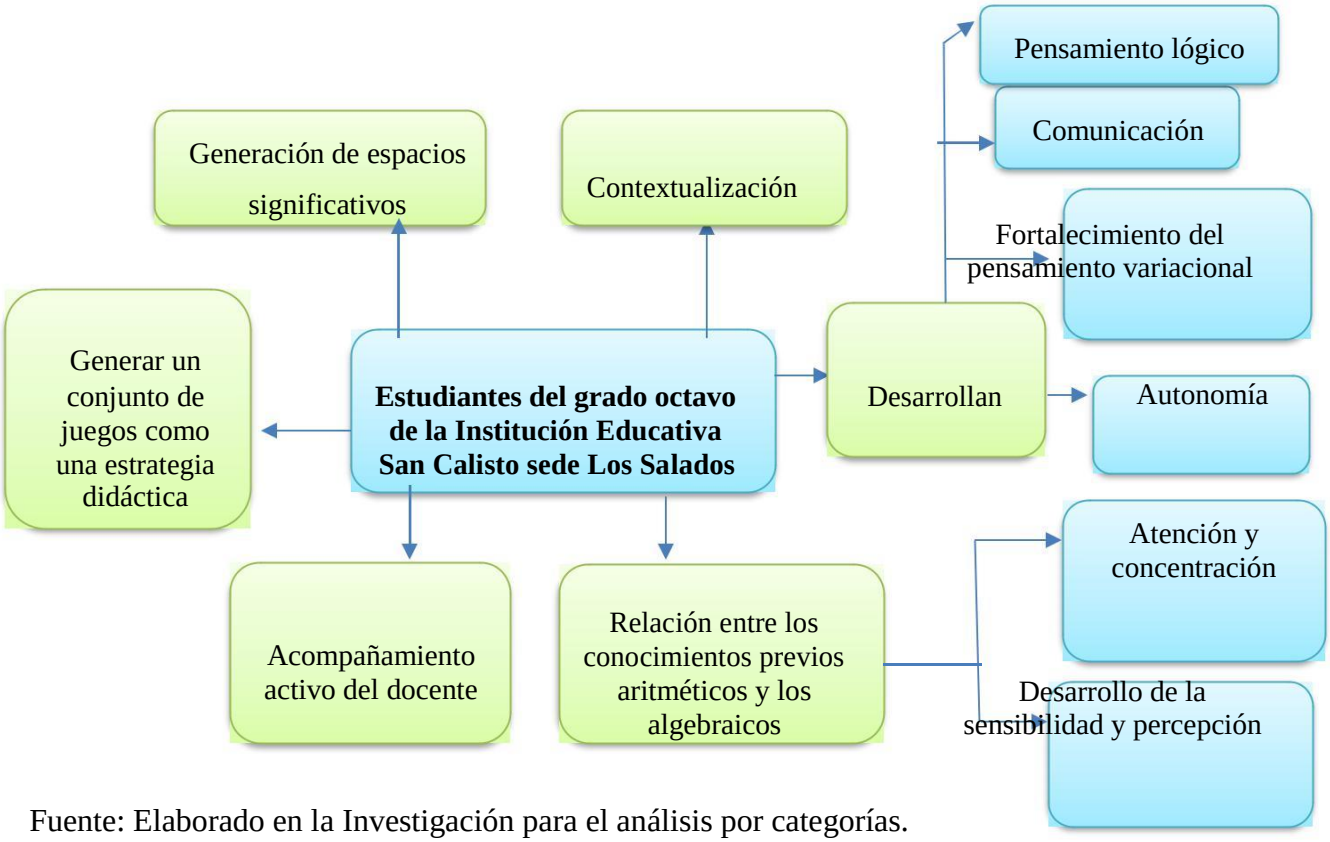
correctamente, lo seguía usando como válido para todas las circunstancias, de esta manera aplicó indebidamente muchas estructuras algebraicas, por lo que se considera un obstáculo.

Este tipo de dificultad se manifestó en un cierto número de estudiantes, por lo que el docente buscó una solución, revisando la literatura del problema en la superación del obstáculo, permitiéndole al estudiante construir un significado personal de la situación problemática en este caso las preguntas y actividades lúdicas, de manera que la práctica se tornó más adecuada, haciendo que los estudiantes comprendieran que deben hallar una solución la cual es sumamente específica para un solo problema que tiene un contexto particular.

2. **Dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores**

Se presentó como dificultad que algunos estudiantes al llegar al grado octavo no cuentan con un nivel evolutivo adecuado, es decir, no tenían los conocimientos previos de aritmética necesarios como para poder aprender el nuevo contenido algebraico, detectándose en el pre – test que los contenidos previos que tenían los estudiantes no eran suficientes que hay que adquirir para conseguir el aprendizaje del lenguaje variacional, por tanto, el docente les realizo un repaso de temáticas, incluyen aspectos matemáticos muy importantes como la suma, resta, multiplicación y división.

Figura 15: **Categorización selectiva.**



Fuente: Elaborado en la Investigación para el análisis por categorías.

En esta investigación los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa San Calixto sede los Salados fortalecieron su pensamiento variacional a través del juego, que según Piaget (1985) “ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad incorporándola para revivirla, dominarla, comprender la compensarla” (p. 20), de esta manera la lúdica permite que el estudiante asimile su contexto y los conocimientos matemáticos que aprendió le permitirán el desarrollo del mismo. Igualmente, el aprendizaje del pensamiento variacional y su relación con el desarrollo personal fue importante para que se diera una interacción social en el aula de clases porque:

- El estudiante construyo relaciones de comunicación con los demás para hallar la solución de un problema matemático.
- Fue posible que el estudiante lograra la comprensión y el manejo de un lenguaje simbólico propio del algebra como las incógnitas.
- La expresión de la creatividad se vio reflejada durante la investigación, cuando los estudiantes competían por encontrar un sistema numérico que les permitiera la resolución de problemas.
- El estudiante desarrollo sus ideas libremente, pues cada uno tiene un estilo diferente de aprendizaje y de acuerdo a este son capaces de generar ideas, pensamientos y acciones.
- El estudiante fue receptivo a en cuanto al desarrollo de los juegos propuestos.
- El estudiante manifiesta su entusiasmo, motivación y sobre todo diversión que obtiene del desarrollo de juegos algebraicos.
- Con la contextualización de las situaciones problemáticas el educando ve las matemáticas como algo útil y lleno de interés.
- Se convierte en un estudiante activo y participativo en las clases.
- En el trabajo grupal se fomentó el desarrollo de la expresión oral.
- Fue importante que los estudiantes reflexionaran acerca del razonamiento seguido para llegar a una solución por un medio lógico.
- Se construye un espacio significativo que integra a todos los estudiantes y les d la oportunidad de hablar, discutir, compartir, comprobar y explicar sus razones.
- Se fomentó el desarrollo intelectual enfocando al estudiante en la creatividad y el ingenio que ellos pueden generar.
- El juego algebraico resulto ser una valiosa herramienta metodológica para enseñar el pensamiento variacional.

- Se tuvieron en cuenta procesos intelectuales y afectivos en el desarrollo del juego, que permitió pasar de un aprendizaje pasivo a uno activo, participativo donde el educando expreso su opinión, trabajo en grupo, tuvo buenas actitudes y mejoro su pensamiento en cuanto a la formación del algebra.

9. Conclusiones

En esta investigación se presentan las conclusiones a partir de evaluar una estrategia didáctica basada en el juego algebraico para fortalecer el pensamiento variacional en los estudiantes de Octavo grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del Municipio de Suaza-Huila. A continuación es posible concluir después de los resultados logrados antes y después de las acciones desarrolladas que:

Las acciones concretas realizadas a través del juego permitieron observar y crear una nueva perspectiva referida al pensamiento variacional, entendiéndose que este es un conocimiento que debe promoverse durante todos los grados de escolaridad, debido a que su desarrollo es muy importante para que el estudiante de octavo genere un pensamiento más racional y lógico que involucra otros tipos de pensamiento que relacionan elementos de cambio y variación para crear soluciones. Por tanto, se construyó un camino basado en una estrategia didáctica basado en la lúdica para tener un acercamiento significativo en la comprensión y uso de conceptos, procedimientos para el aprendizaje de contenidos con sentido algebraico y aritmético.

También, se logró trabajar con el juego contextualizado, es decir, “se puede entender que el juego es un espacio asociado a la interioridad con situaciones imaginarias para suplir demandas culturales, además pretender potenciar la lógica y la racionalidad” (Vygotsky, p. 10). En consecuencia, la variación es una temática que se entendió desde la comprensión de situaciones conflictivas del entorno, porque, al fin y al cabo el pensamiento variacional está conformado por fenómenos de cambio y variación, y de esta forma, el estudiante se vuelve más dinámico y autónomo para tratar de entender su alrededor mediante sistemas de representación, registros simbólicos, gráficos algebraicos que empiezan a tener sentido para su vida cotidiana.

Inicialmente, se identificó que los estudiantes de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados presentaban dificultades en las categorías propuestas en la investigación, y las dificultades que claramente no se esperan cuando deben plantear una resolución a determinado problemas, y también, las malas actitudes y mitos que se tienen sobre el aprendizaje del álgebra haciendo que se desestime el valor de este área de conocimiento lo que generó resistencia frente al desarrollo de la misma.

Ante esta situación desalentadora, se plantea el juego como estrategia didáctica de aprendizaje que permitió el desarrollo del pensamiento matemático variacional siendo evidente como los instrumentos de recolección, en el desarrollo una ruta de contenidos

algebraicos, cuales fueron Pensamiento Aritmético, el Pensamiento Variacional y la Transición del pensamiento aritmético al algebraico, donde en algunos juegos se fueron superando las dificultades de los estudiantes, por medio de esta metodología motivantes y creativa, que les propuso retos a los estudiantes donde debían esforzarse por generar una modelación matemática en fin de la construcción de una solución. Luego el aprendizaje de contenidos algebraicos se guio al estudiante hacia la activación y practica de su capacidad matemática a partir de tareas sobre la noción de cambio, variación y procesos de modelación, teniendo en cuenta como base los conocimientos conceptuales previos de cada estudiante y poder centrar el estudio en la práctica. .

Entonces, aprender álgebra implicó que los estudiantes tuvieran un cambio de pensamiento, donde fue primordial que reconocieran la necesidad de desenvolverse en situaciones problemas a través de la proposición de soluciones integradas por la presencia de números y operaciones matemáticas, de este modo se recorrió una camino que le permitió al estudiante ir escalando en grados de dificultad en los juegos propuestos, yendo de resolver una ecuación de primer grado a formular y resolver ecuaciones con más incógnitas y datos. Igualmente, fue necesario romper con hábitos que los estudiantes traían de sus conocimientos aritméticos con el fin de enseñarles nuevos procedimientos para generar un número significativo como respuesta.

Sin embargo, los conocimientos aritméticos no fueron olvidados completamente, pues, se articularon los conocimientos algebraicos con los aritméticos y dar continuidad a un conocimiento matemático más integrado y complejo que llevaron a los estudiantes a comprender esta nueva disciplina, se tuvo en cuenta que los conocimientos previos de los estudiantes fueron reorientados para comprender los nacientes conocimientos del pensamiento variacional.

Por otra parte, el aplicar alguno de estos juegos genero confusión en algunos debido a que estaban acostumbrados a un modelo tradicional de enseñar matemáticas como un cuerpo teórico, donde el docente explica los conocimientos en el tablero, así se pretendió en todo momento el desarrollo de un aprendizaje de matemáticas que no sea de una manera tediosa y trivial. Por ello, la metodología planteada siempre estuvo alejada de los métodos tradicionalistas desde una perspectiva lúdica y contextualizada que le brindo al estudiante la oportunidad de utilizar los conocimientos adquiridos en la realidad que lo rodea, de modo que muchos opinaron al final de las actividades que las explicaciones matemáticas son fijas y más confiables. Ante esto, se encontró que el desarrollo de actividades lúdicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas enriquece la formación de los estudiantes donde

estos reconocen el juego como un espacio significativo que les permite reforzar conocimientos matemáticos en la simulación de situaciones que le serán de provecho para sus vidas en un futuro cercano.

Los estudiantes cuando se hizo la intervención didáctica a través de la lúdica respondieron positivamente a esa influencia en la enseñanza de las matemáticas, y la construcción de material lúdico generó expectativas en los estudiantes, quien quisieron desarrollarlos continuamente en las clases de matemáticas porque de esa manera generaba motivación en ellos, en particular cuando se enfrentaban a la competencia, formando de esta forma un aprendizaje social y significativo en contenidos matemáticos.

Asimismo, el diseño e implementación de actividades con base en el juego permitió la cualificación del proceso de enseñanza por parte de los docentes dirigiendo un aprendizaje significativo de los estudiantes, esforzándose para intervenir y facilitar la formación de un espacio de motivación permanente y necesaria para que estudiantes estuvieran atentos a aprender. En definitiva, los juegos implementados permiten el fortalecimiento de conocimientos algebraicos y valores, debido a que los juegos algebraicos apoyan el trabajo tanto individual como en el grupo dentro del aula siendo este un elemento motivante imprescindible en cualquier proceso educativo.

La estrategia didáctica se aplicó considerado los fundamentos pedagógicos y curriculares que permitió a los estudiantes controlar su propio aprendizaje para el desarrollo del pensamiento variacional donde logro involucrase de manera más comprometida y motivacional con su proceso de aprendizaje matemático, entonces, es primordial, que como docentes se busque la retroalimentación constante desde otras fuentes que permitan crecer y entender que la educación no es más que la inmersión del conocimiento en el mundo cotidiano

Por tanto, como resultado de este proyecto se define que fue una experiencia significativa en la práctica pedagógica la cual requiere de trabajo en un futuro, siendo una evidencia de la innovación de la práctica pedagógica de la enseñanza de las matemáticas en la Institución Educativa y que este tipo de actividades son necesarias que se aplique en diferentes áreas de conocimiento, puesto que la lúdica generó motivaciones en los estudiantes. Así partiendo de sus intereses y el contexto se logró un aprendizaje de algunos contenidos de algebra como el pensamiento variacional, lenguaje algebraico, incógnitas, entre otros que se transversal izaron con las operaciones aritméticas básicas.

10. Bibliografía

Arce, J. (2004). Inciación al álgebra escolar; situaciones funcionales, de generalización y modelación. En I. d. Pedagogía. Universidad del Valle.

Ausubel, D. (1977). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Teoría del aprendizaje significativa. México.

Barros, S. d., & Elia, M. F. (s.f). Las actitudes de los profesores: Cómo influyen en la realidad de la clase. Brasil: Universidad Federal de Rio de Janeiro.

Camacho, T., Flórez, M., Gaibao, D., & Aguirre, M. (2012). Estrategias socio-afectivas. En Estrategias pedagogicas en el ámbito educativo (págs. 50-57). Bogotá.

Caracuaro, M. (2011). Lenguaje algebraico. Recuperado de la página web http://www.matemath.com/algebra/p05.html

Castro, E., Cañadas, M., & Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matematico

Colorado, H., Álvarez, D. & Ospina, L. (2011). Aprendizaje significativo en el área de matemáticas: una experiencia pedagógica. Universidad de los Andes. Recuperado de la página web http://funes.uniandes.edu.co/2385/.

Elejalde, R., & Leon, G. (1996). Relaciones y funciones. Universidad Pontificia Bolivariana.

Fonto, V., Giménez, J. & Larios, V. (2012). Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato. Ediciones Universidad de Barcelona.

Gallardo, A., & Rojano, T. (1998). Areas de dificultades en la adquisición del lenguaje aritmetico-algebraico.

Gavilán, P. (2011). Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo? Universidad de Alcalá de Henares. PP 95-108.

García, A. (2015). Algebra. Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas. Recuperado de la página web https://anagarciaazcarate.wordpress.com/category/algebra/page/2/

Godino, J. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Recuperado el 18 de junio del 2017 de la página web http://www.ugr.es/local/jgodino/fprofesores.htm/

Jiménez, A. (s.f). Cerebro creativo y lúdico. Profesor Titular Universidad Libre – Pereira.

El juego. Recuperado de http://www.revistateina.es/teina/web/teina5/dos4.htm#sthash.HRHlRt7Q.dpuf

Jiménez Hernández, J. (2005). Matemáticas 1 SEP. Lenguaje algebraico. México. Umbral editorial.

Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. En T. h. (1995). Universidad de los Andres.

Kieran, C. & Filloy Yague, E. (s.f). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. Investigación y experiencias didácticas. Universidad de Québec, Canadá y Universidad de London, Inglaterra.

Linares Gómez, A. (28 de Septiembre de 2013). ¿Por qué somos tan malos en matemáticas? El Tiempo, pág. 2.

MEN, Ministerio de Educación (2006). Estándares Básicos de Competencias. Bogotá.

Ministerio de Educación – MEN (2009). Estándares para la excelencia de la educación. Estándares curriculares para matemáticas para la educación preescolar, básica y media. Colombia. Recuperado de http://www.ierdsimonbolivar.edu.co/Templates/estandarescurriculares.pdf

Muñoz José Andres (2016). Tesis Matematicas aplicada a la realidad. Recuperado el 12 de Abril del 2016 de: http://www.um.es/documents/118351/1884002/TFG_ANDRES+MU%C3%91OZ.pdf/88891637-6194-46e2-bbaa-f0bdb3f8cccf

Murillo, J. (2003). Mejorar procesos, mejorar resultados en educación: investigación europea sobre mejora de la eficacia escolar. España. Ediciones Mensajero.

Navarro, R. (2003). El rendimiento académico: Concepto, Investigación y Desarrollo. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación.

Ortiz Rodríguez, F. (2001). Matemáticas estrategias de enseñanza y aprendizaje. México. Editorial Pax México.

Palare, M. & Socas, M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del leguaje cognitivo. I seminario nacional sobre Lenguaje y Matemáticas. Recuperado de https://revistasuma.es/IMG/pdf/16/091-098.pdf

PISA, Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos. (2012). Estudiantes de bajo rendimiento. Por qué se quedan atrás y cómo ayudarles a tener.

Plan de Desarrollo Municipal de Suaza. (2015). Una caracterización del municipio de Suaza. Huila. Colombia. Recuperado de http://huila.gov.co/images/stories/odm/SUAZA.pdf.

Rivas, M. (2008). Procesos cognitivos y aprendizaje significativo. Recuperado de la página web http://www.deposoft.com.ar/repo/publicaciones/A9R6652.pdf

Salvador, A. & Molero, M. (2013). Coeducación en la clase de matemáticas de secundaria. Editorial Académica Española.

Sánchez, C. & Casas, L. (1998). Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en Matemáticas. Centro de Investigación y Documentación Educativa - CIDE.

Sessa, C. (2005). Iniciación al estudio didáctico del álgebra: orígenes y perspectivas. Algebra, Educación. Buenos Aires. Editorial Libros del Zorzal.

Vygotsky, L. (1995). La psicología socio-histórica. Citado por Marcos Antoni Lucci (2006). Brasil. Universidad Católica de Sao Paulo.

Wolfram, C. (2017). El 80% de lo que se aprende en la asignatura de matemáticas no sirve para nada. Taller de periodismo basadrino. Revista Calameo. P. 7-10

Anexos

Anexo 1: Prueba diagnóstica realizada a los estudiantes.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

2017

PRUEBA DIAGNOSTICA

Nombre: _____ **Fecha:** _____

Institución Educativa: San Calixto **Sede:** Los Salados **Área:** Matemáticas

Introducción: A continuación se van a realizar unas preguntas sobre sus hábitos lectores relacionados con la leyenda, es importante que ponga interés y responda con sinceridad a todo lo que se le pregunta. No hay respuestas incorrectas.

Objetivo: Identificar las actitudes y el contexto de los estudiantes de Octavo grado en relación a las temáticas orientadas en el área de algebra.

Entonces, se le presentan una serie de preguntas que usted deberá responder de acuerdo a sus conocimientos en el área de matemáticas. Entonces, responda con una equis (X) dentro de la casilla que seleccionó:

No	Pregunta	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
1	¿Le gustan las matemáticas?					
2	¿Le gusta la forma en que le enseña el docente en la clase de matemáticas?					
3	¿Recibe reforzamiento antes de cada examen de matemáticas?					
4	¿Su docente le da la oportunidad de participar en la clase de matemáticas?					
5	¿La falta de nivel educativo de sus padres afecta su rendimiento escolar?					
6	¿Le dedica horas para estudiar la asignatura de matemáticas?					

7	¿Le es difícil entender matemáticas?					
8	¿Cree que los estudiantes que reprueban matemáticas participan poco en clase?					
9	¿Cree que existe una relación entre el hábito lector y el fenómeno de reprobación de la materia de matemáticas?					
10	¿Cuál ha sido su incidencia en la reprobación del área de matemáticas?					
11	¿Entiende que es una incógnita?					
12	¿Se le dificulta entender las operaciones algebraicas cuando existen letras?					
13	¿Cree que es necesario aprender a resolver problemas con incógnitas?					
14	¿Conoce cuál es el lenguaje algebraico?					

Anexo 2: Encuesta para la Validez y fiabilidad del instrumento.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN EL JUEGO ALGEBRAICO PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO

Encuesta a Expertos para Validar y Fiabilizar la encuesta

Nombre: _____ Fecha: _____

Institución Etnoeducativa: _____

La información a la que se refiere la presente encuesta, aborda temas relacionados a forma y contenido de la creación de una estrategia didáctica basada en el juego algebraico dirigidas a los estudiantes del grado octavo, tales como la dicción, la ortografía, los aspectos gramaticales y orden lógica, además de las temáticas de Algebra, Pensamiento Variacional, Matemáticas, Juego, Estrategia Didáctica. Por tanto, esta encuesta se dirige a ocho (8) expertos en el área de matemáticas y enseñanza didáctica.

- **Objetivo:**

Recoger información de expertos del área de matemáticas, enseñanza didáctica a fin de validar y fiabilizar la forma del instrumento de recolección de datos.

- **Medición**

La siguiente escala tiene como objetivo expresar libremente su opinión sobre la forma y contenido de la encuesta.

Ítem	Valores	Equivalente en la escala de Herrera (1998)
Completamente (mucho)	5	0, 72 a 0,99-1,0
Aceptablemente	4	0,66 a 0,71
Regular	3	0,60 a 0,65
Poco	2	0,54 a 0,59
Nada	1	0,53 a menos

Por favor lea con cuidado y escoja con una equis (X) objetivamente su respuesta.

No	PREGUNTAS FORMA	5	4	3	2	1
1	¿Los juegos propuestos utilizan un vocabulario adecuado?					
2	¿Se observa un orden en la construcción de las temáticas del instrumento?					
3	¿La presentación del instrumento es correcta?					
4	¿El instrumento está bien estructurado?					
5	¿El instrumento identifica el tema a tratar?					

6	¿La forma de desarrollar el instrumento es sencilla?					
7	¿Se observa claridad en las instrucciones para llevar a cabo el instrumento?					
8	¿El tipo de letra utilizado en el instrumento es el adecuado?					
9	¿Existe continuidad en cada uno de los temas del instrumento?					
10	¿La extensión del instrumento es el adecuado?					

No	PREGUNTAS CONTENIDO	5	4	3	2	1
1	¿El instrumento permite la enseñanza del pensamiento variacional y temas relacionados con el álgebra a los estudiantes del grado octavo?					
2	¿La información contemplada en el instrumento es pertinente?					
3	¿El instrumento se relaciona con los objetivos de la investigación?					
4	¿La metodología y los recursos propuesta para los juegos son adecuados?					
5	¿Hay claridad en la intención de desarrollo de cada juego propuesto?					
6	¿Se refleja en el instrumento la relación entre los contenidos algebraicos y el juego como estrategia?					
7	¿Cree que el nivel de razonamiento propuesto en los juegos es adecuado para que los estudiantes avancen en su proceso de aprendizaje?					
8	¿El instrumento aparece la información requerida para que los estudiantes logren la organización de sistemas algebraicos básicos?					
9	¿Los juegos le permiten al estudiante motivarse para aprender el pensamiento variacional?					
10	¿Es necesaria la aplicación del instrumento propuesto para la enseñanza del algebra?					

Anexo 3: Pre y Pos test

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

2017

PRE - TEST

Tema: Lenguaje algebraico y ecuaciones_____

Institución Educativa: San Calixto sede Los Salados__

Grado: Octavo **Fecha:** _____ **Área:** Matemáticas

Nombre: _____

Objetivo:

- Interpretar correctamente el lenguaje algebraico.
- Resolver ecuaciones con la incógnita a ambos lados de la igualdad
- Resolver problemas de planteo.

Apreciado(a) estudiante las preguntas que a continuación vas a responder constan de un enunciado y de cuatro opciones de respuesta (A, B, C, D), entre las cuales usted debe escoger la que considere correcta.

Representa cada aseveración en lenguaje algebraico:

1. El doble de un número más 3 unidades

- **a.** 2x+3
- **b.** 3x+2
- **c.** 2x
- **d.** 3

2. El triple de un numero menos el doble de el mismo

- **a.** 3x
- **b.** 3x-2x
- **c.** 3x-2(3x)
- **d.** 2-3x
- **d.** x-y

3. La mitad de un número más su doble

- **a.** (x/2) + 2x
- **b.** 2*2
- **c.** 22
- **d.** 2x2

4. La diferencia de dos números

- **a.** 2+3
- **b.** 3-2
- **c.** 3x-1

5. La tercera parte de un numero disminuido 3 unidades

- **a.** (x-3)/3
- **b.** x-3
- **c.** 3x/3
- **d.** 3*x

Resuelve las siguientes ecuaciones:

6. 2+4x=10

- **a.** 2
- **b.** 8

c. 9
d. 10

7. 2x-1= 2

a. 3/2
b. 3
c. 2
d. 3*2

8. x+1= -x

a. 0
b. 1/-2
c. 1
d. 2

9. 3x-10+x= 24-12+2x

a. 11
b. 12
c. 10
d. 15

10. 4y= 16

a. 4
b. 5
c. 23
d. 15

11. 5z+15-10= 0

a. 4
b. -1
c. 20
d. 25

12. x+36+20= 25+6x-20+x

a. 51/6
b. 51/3
c. 5/3
d. -51/6

13. -3t+20= 10t-20-2

a. -3t-10t= -20-18
b. 38/13
c. 42/13
d. 42/-13
e. 38

14. 2+w-3= 132-4w+6w

a. 133
b. -133
c. 4
d. 3
e. Ninguna de las anteriores

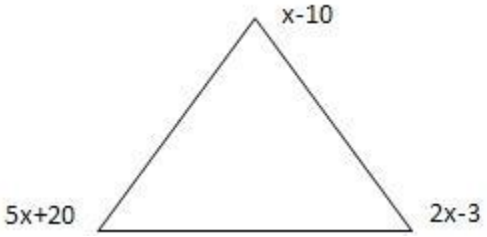
Resuelve los siguientes problemas:

15. Un número sumado al doble del mismo número equivale a 30. ¿Cuál es el número?

a. 30
b. 15
c. 10

Realice los siguientes ejercicios

16. Calcule la medida de los ángulos de la figura siguiente:



Responsa y justifique:

_____

_____

_____

17. La edad de Luisa es 10 veces la edad de Soraya. En 10 años más, la edad de Luisa serán 5 veces la edad de Soraya. ¿Cuáles son sus edades actuales?

a. Luisa 80, Soraya 8

b. Luisa 8, Soraya 80

c. Luisa 10, Soraya 5

d. Luisa 15, Soraya 10

18. Resuelve el cuadro mágico con los números que sumen 15, tanto en las filas como en las columnas.

		2	→ 15
3	5		→ 15
	1		→ 15
↓ 15	↓ 15	↓ 15	

Anexo 4:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

2017

JUEGO CON EL ALGEBRA

Institución Educativa: San Calixto sede Los Salados **Grado:** Octavo

Introducción: El álgebra es una rama de estudio de las matemáticas que supone un cambio en el pensamiento del estudiante orientado hacia la generalización, pasando de un pensamiento cuantitativo que utiliza operaciones de forma mecánica para hallar una solución, a un pensamiento cualitativo donde el estudiante se ve en la necesidad de comprender lo que se le está preguntando y formula un hipotético a la situación para la resolución de problemas. Ante esto, se proponen 10 juegos con el álgebra como una estrategia que permita al estudiante entender por medio de una actividad lúdica la claridad de lectura del lenguaje algebraico por medio de la agrupación de los símbolos algebraicos y la secuencia de las operaciones aritméticas.

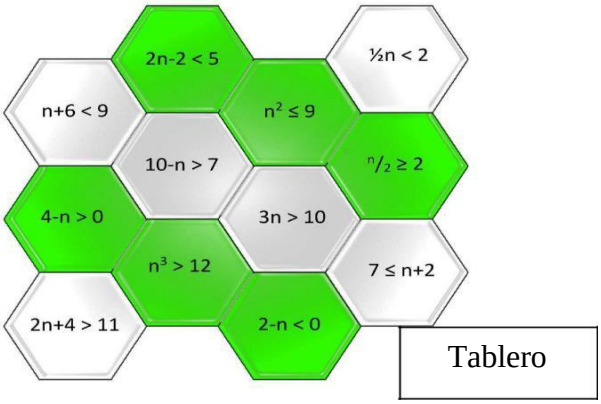
Objetivo: Implementar una estrategia didáctica en el área de Matemáticas basada en siete juegos con el álgebra para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes **Actividad** de Octavo **1** grado de la Institución Educativa San Calixto sede Los Salados del Municipio de Suaza-Huila.

Nombre: Tablero de Inecuaciones

Objetivo: Aplicar conocimiento sobre la sustitución de variables y las inecuaciones.

Materiales:

- 1 tablero
- 10 fichas para cada jugador
- 1 dado



Tablero

Tiempo: Cuarenta y cinco minutos

Desarrollo: Se juega entre dos oponentes, iniciando porque un jugador lanza un dado y el resultado equivaldrá al valor correspondiente a **n**, después, el jugador busca un hexágono en el tablero, él escoge una ecuación de acuerdo al número que le salió donde cumpla con la condición expresada. Seguidamente coloca una de sus fichas encima. Por ejemplo: Si saco 2 podrá ocupar la ecuación:

$$4 - \mathbf{n} > 0 \;/\; 4 - 2 > 0$$

El segundo jugador repite esta acción.

El juego termina cuando todos los hexágonos hayan sido tapados con una ficha, y se define el ganador quien tenga más hexágonos ocupados con su ficha.

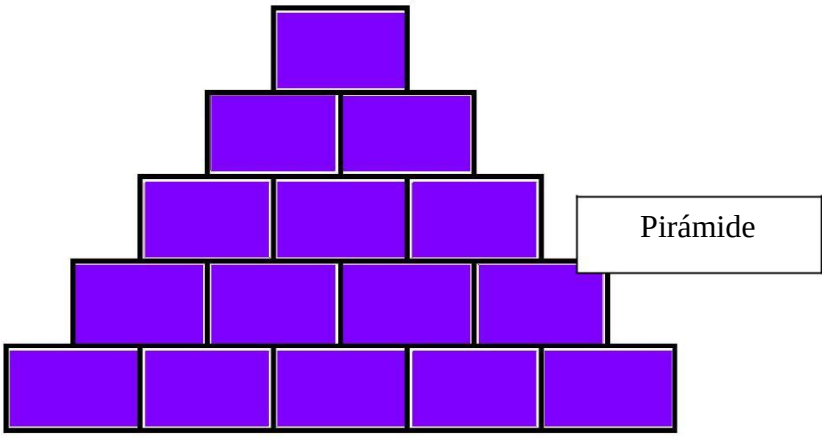
Actividad 2

Nombre: La pirámide de ecuaciones

Objetivo: Reforzar en clase la resolución de ecuaciones de primer grado tipo Ax+B=Cx+D, donde también, los estudiantes tengan en cuenta la influencia de los signos en las ecuaciones.

Materiales:

- 1 tablero con la pirámide
- 1 hoja con 15 tarjetas que tengan las ecuaciones



Tiempo: Una hora.

Desarrollo: Se juega en parejas, quienes en colaboración trabajan con u tablero y una hoja con 15 tarjetas que contienen las ecuaciones que deben resolver, luego, con las respuestas recortan las tarjetas y colocar cada una en la pirámide cumpliendo con la condición anterior, gana la pareja que termine.

- **Condición:** La solución de cada casilla es la suma de las dos soluciones de las ecuaciones de las casillas que quedan abajo.

Existen varias soluciones que por razones de simetría serán correctas.

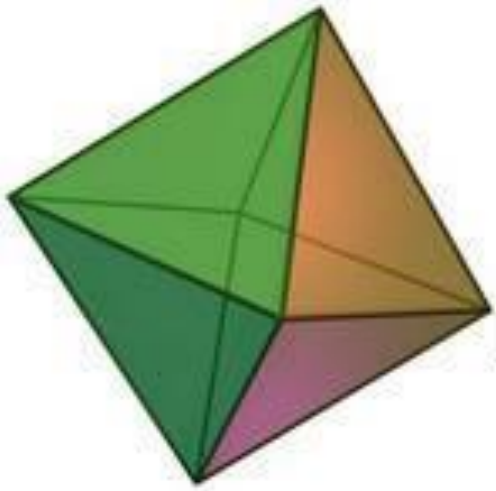
Actividad 3

Nombre: El tetraedro mágico

Objetivos: Con esta actividad lúdica se busca que los estudiantes logren:

- Manejar las letras como incógnitas
- Traducir condiciones en forma de ecuaciones
- Observar propiedades de las sumas de números para que saquen conclusiones sobre posibles soluciones.

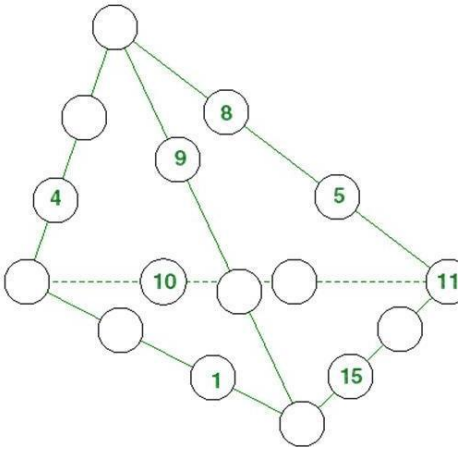
Materiales:



Tetraedro

Tiempo: Una hora y media

Desarrollo: Se presenta a los estudiantes un tetraedro donde deben a aparecer los números del 1 al 16 ubicados en sus lados, con el fin de que cada lado del tetraedro debe sumar 40 (número mágico).



Entonces, individualmente el estudiante debe encontrar los valores faltantes.

Pistas

1. Hacen falta ocho valores en las casillas vacías.

	2	3	
	6	7	
			12
13	14		16

2. Hay un lado del tetraedro que está casi completo. ¿Puedes entonces averiguar cuál es el número que falta en la única casilla vacía? Borra ese número de la lista anterior.
3. Ya sólo nos quedan siete números a hallar. Llama con las letras **x1**, **x2**, **x3**,…. **x7** a estos siete valores desconocidos y escribe, recordando que el tetraedro es una figura mágica, las cinco ecuaciones que deben cumplirse.
4. Comparando estas ecuaciones con los posibles siete valores llegarás pronto a resolver el pasatiempo.

Actividad 4

Nombre: Puzzle Hexagonal de destrezas algebraicas

Objetivos:

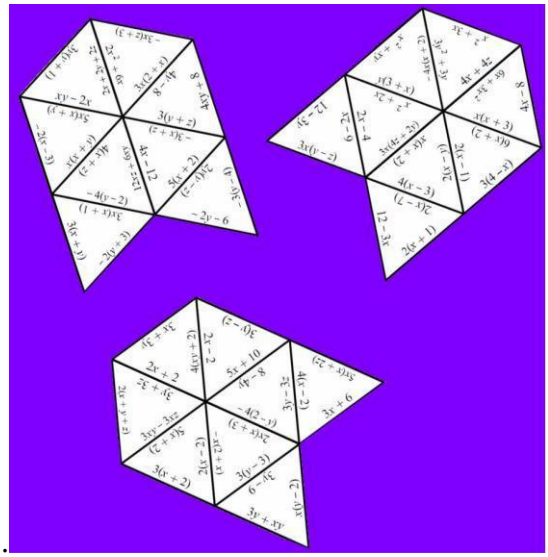
- Iniciar el manejo de las letras afianzando las primeras destrezas algebraicas, multiplicar, sacar factor común etc.
- Reforzar la resolución de ecuaciones de primer grado muy sencillas con soluciones negativas.

Materiales: 24 fichas triangulares por estudiante o por pareja de alumnos.

$x(x+3)$	x^2+3x	$4y(x+3)$	$4yx+12y$	$-4(-x-3)$	$4x+12$
$-3(x-3)$	$-3x+9$	$-2x(y+4)$	$-2xy-8x$	$4(-x+2)$	$-4x+8$
$-x(x-3)$	$-x^2+3x$	$-2x-6=14$	$x=-10$	$-6y-1=-13$	$y=2$
$-3x+8=-10$	$x=6$	$x^2(-x+3)$	$-x^3+3x^2$	$-3(x-1)$	$-3x+3$
$3(-x^2+4)$	$-3x^2+12$	$-x(x+3)$	$-x^2-3x$	$x(x-1)$	x^2-x
$-2x+1=9$	$x=-4$	$-5x+6=21$	$x=-3$	$6x+3=-27$	$x=-5$
$3(-x-4)$	$-3x-12$	$-x(x-7)$	$-x^2+7x$	$-3x(x-1)$	$-3x^2+3x$
$3(3-x)$	$9-3x$	$-4x+2=50$	$y=-12$	$7(x^2+4x)$	$7x^2+28x$
$-3(4-x)$	$-12+3x$	$x(x-4+y)$	$x^2-4x+xy$	$x(x+7)$	x^2+7x
$x(2y+3)$	$2xy+3x$	$-5y-11=24$	$y=-7$	$-x^2(x+5)$	$-x^3-5x^2$

Tiempo: Dos horas

Desarrollo: De forma individual o por parejas, deben formar cada triángulo con tres de sus lados una expresión algebraica que se presentará en el puzzle intentando unir los lados de los triángulos con una expresión equivalente o cada ecuación con su solución o cada ecuación con su solución. De esta forma se puede formar un gran hexágono. Entonces, gana el individuo o pareja que forma un gran hexágono.



Puzzle hexagonal

Actividad 5

Nombre: Domino de ecuaciones.

Objetivo: Resolver ecuaciones de primer grado de forma inmediata.

Materiales: 28 fichas de dominó

Tiempo: Realizar varias partidas de cuarenta minutos.

Desarrollo: Se juega en parejas que pueden ser dos oponentes entre sí, o dos parejas en contra. Inicialmente, se reparten 7 fichas para cada oponente y el resto de fichas quedan en la mesa boca abajo, Por orden los jugadores van colocando sus fichas, enlazadas con la primera en cualquiera de los lados de la ficha, mediante fichas con ecuaciones equivalentes o con la solución de la ecuación. Si un jugador no puede colocar una ficha porque no tiene valores adecuados, pierde su turno. En el caso de dos jugadores coge una nueva ficha hasta conseguir la adecuada o agotarlas todas. Gana el jugador que se queda sin ficha.

Puede que se cierre el juego y nadie puede colocar una ficha, entonces, gana el jugador que tiene menos puntos, sumando los valores de las soluciones de las fichas que le han quedado a cada jugador.

2x+4=-4	-4	x-6=-10	3x=-12	-4x+2=18	-x = 4	x+5=1
-4	5x=-15	x+2=0	x+4=6	3x=9	2x+2=10	5
-x-3=0	x/3 = -1	9x=-27	-3	2x+4=-2	x+3=0	
-3	5x=-10	3x=6	-4x=-12	4	25=5x	
0=x+2	-6=3x	0=2x+4	0=6x+12	-2		
-2	12x=24	5x=15	-4x=-16	20=4x		

.

x+6=3x+2	0=x-2	2x+3=7	3x+1=4x-1
x+6=4x	-3x=-9	-x+3=-1	2x=10
3	3	3	
0=x-3	2x=8	4x=25-x	

0=x-4	2x+1=x+5
4	-x=-5

5
4x-5=3x

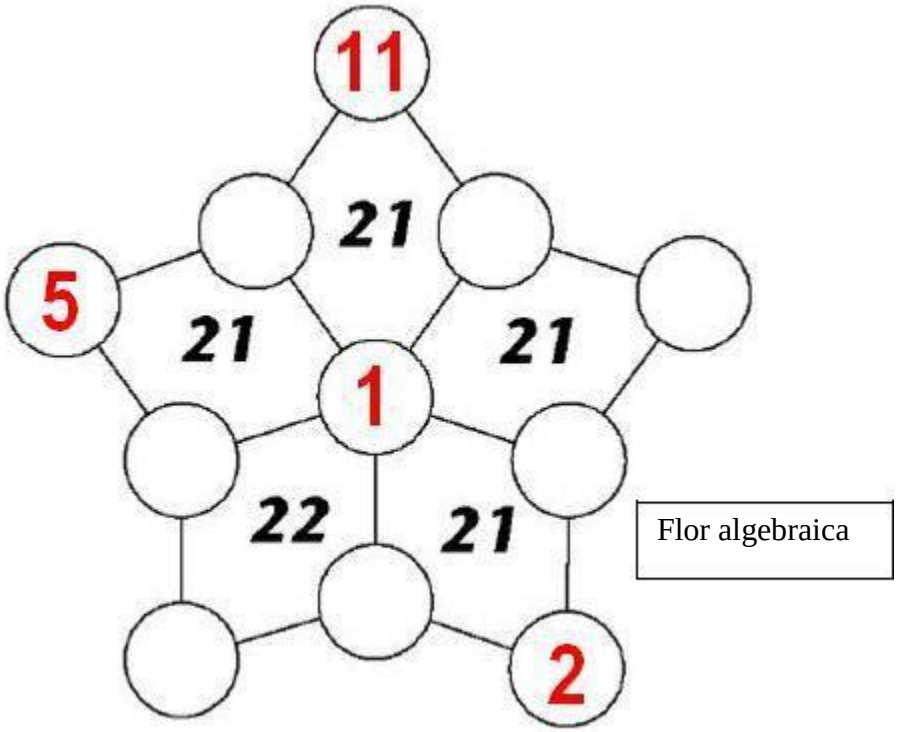
Actividad 6

Nombre: La Flor algebraica
Objetivo: Desarrollar destrezas algebraicas en los estudiantes.
Materiales:
1 Cartulina con el dibujo de la flor

Tiempo: Treinta minutos.

Desarrollo: Se les presenta a los estudiantes la imagen de una flor que contiene una serie de números con algunos espacios vacíos, con el fin de que el estudiante complete esas casillas con

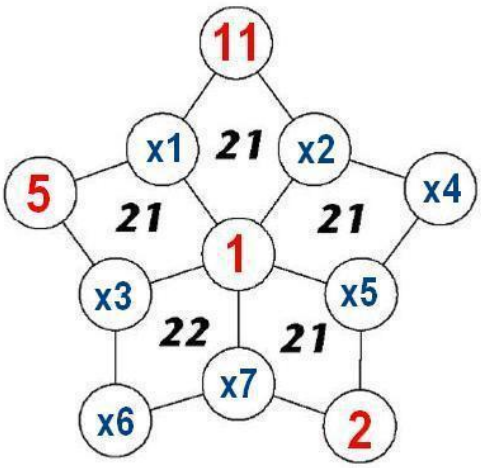
los números del 1 al 11, teniendo en cuenta que no se pueden repetir. La condición que deben cumplir es que la suma de los cuatro vértices de cada rombo sea el número que está en el centro.



Flor algebraica

Pistas:

1. Para hallar la respuesta con más facilidad, llama por letras a los números que faltan.



2. Realiza ecuaciones sencillas para intentar resolver las incógnitas.

Nombre: Codificando y descodificando un mensaje.

Objetivo:

- Afianzar la simbolización de las cadenas de operaciones y variables

- Comprender la jerarquía de operaciones y sus consecuencias para el uso de paréntesis.

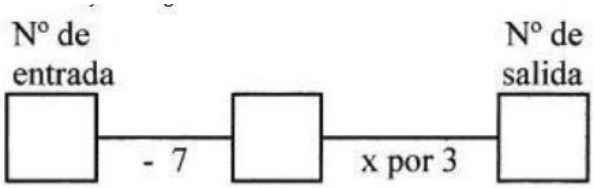
Materiales:

Tiempo: Dos horas.

Desarrollo: Los estudiantes deben imaginarse como agentes secretos. Para comunicarse los agentes se envían entre si mensajes que están codificados para que nadie más los pueda leer. Los mensajes que se mandan están en forma de números, siendo cada número una letra, como se presenta a continuación:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

Sin embargo, no se pueden mandar los números directamente, porque todo el mundo entendería los mensajes secretos. Entonces, para mandar los números que corresponden al mensaje, los codificamos previamente, y como entre amigos agentes conocen también la codificación, ellos si se entienden. La forma de codificar los números del mensaje cambia casi todos los días para que el enemigo no pueda llegar a descubrirla. La máquina de codificar mensajes para el día de hoy es la siguiente:



Esto quiere decir, que si queremos escribir M E G U S T A S T U.

Tenemos que pasar cada letra cada letra del mensaje por la máquina de codificar para enviar el mensaje.

M	E	G	U	S	T	A	S	T	U
13	5	7	22	20	21	1	20	21	22
18	-6	0	45	39	42	-18	39	42	45

Ante esto, el agente tiene tres misiones para el día de hoy:

1. Enviar un mensaje de tres palabras con el código de hoy (Representa el número de entrada con una x y expresa el número de salida en función de x).

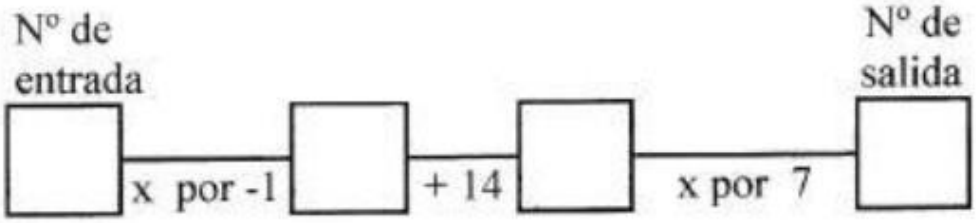
2. Descodificar el mensaje que acaba de llegar:

48	6	48	-18	30	6	42	-18	0	27	36	-18	39

3. Ayer, mandamos el siguiente mensaje, codifícalo teniendo en cuanta el código de ayer:

S	O	Y	E	L	M	E	J	O	R

Código de ayer

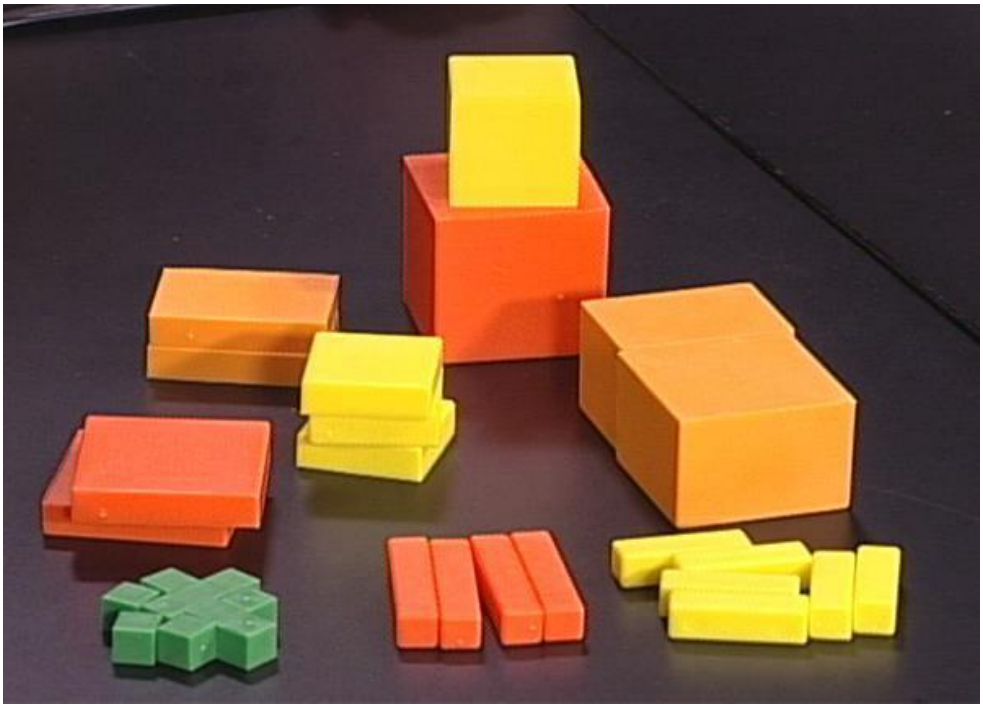


4. Los otros agentes nos contestaron el siguiente mensaje:

-84	91	-42	63	70	63	-42	77	35	56	-35	91	-35	14	-14

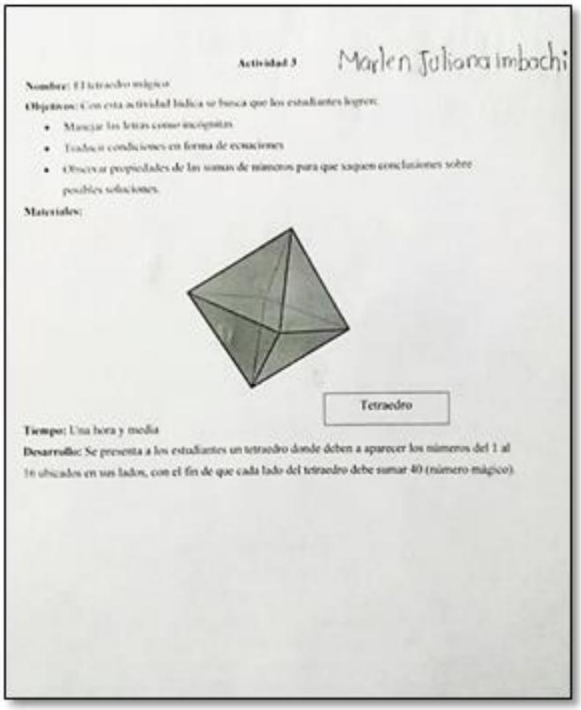
¿Qué fue lo que los agentes secretos nos contestaron?

- Actividades lúdicas realizadas con los estudiantes de Octavo grado



Anexo 5: Evidencia fotográfica.

Fotografía 1: Desarrollo de los juegos



Actividad 3 Marlen Juliana Imbachi

Nombre: El tetraedro mágico

Objetivos: Con esta actividad lúdica se busca que los estudiantes logren:

- Manejar las letras como incógnitas
- Traducir condiciones en forma de ecuaciones
- Observar propiedades de las sumas de números para que saquen conclusiones sobre posibles soluciones.

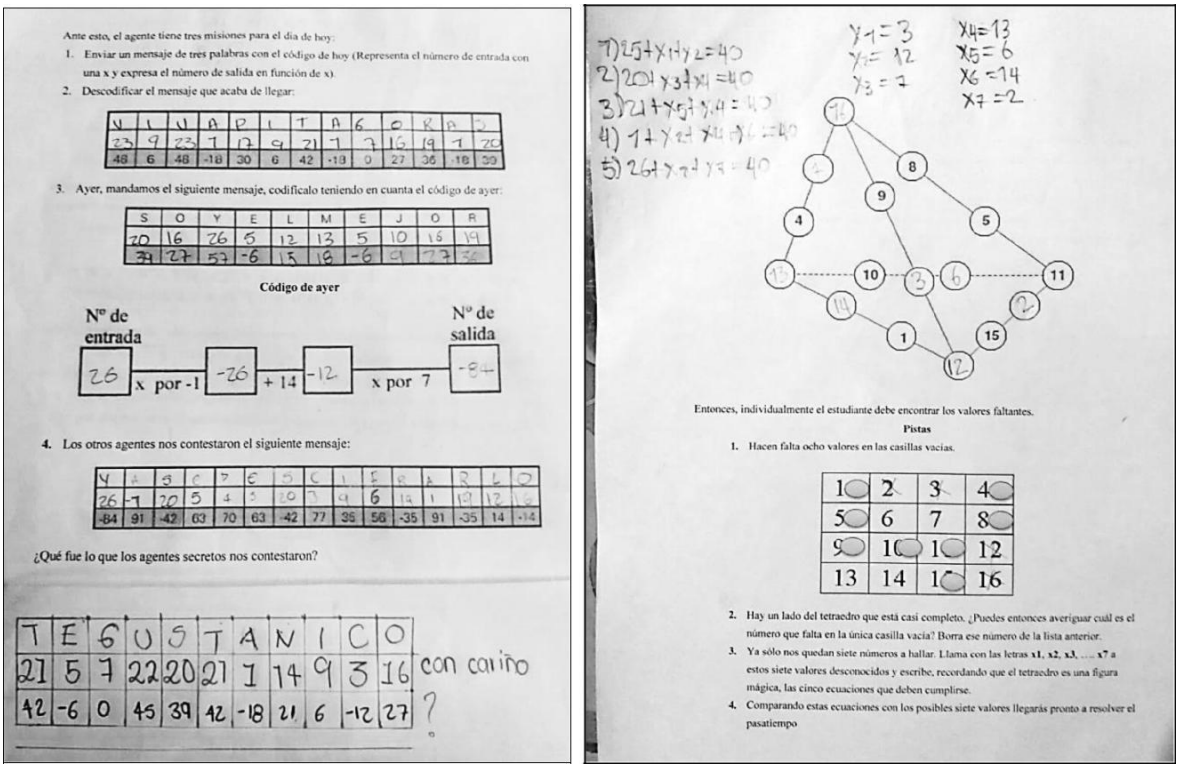
Materiales:

Tetraedro

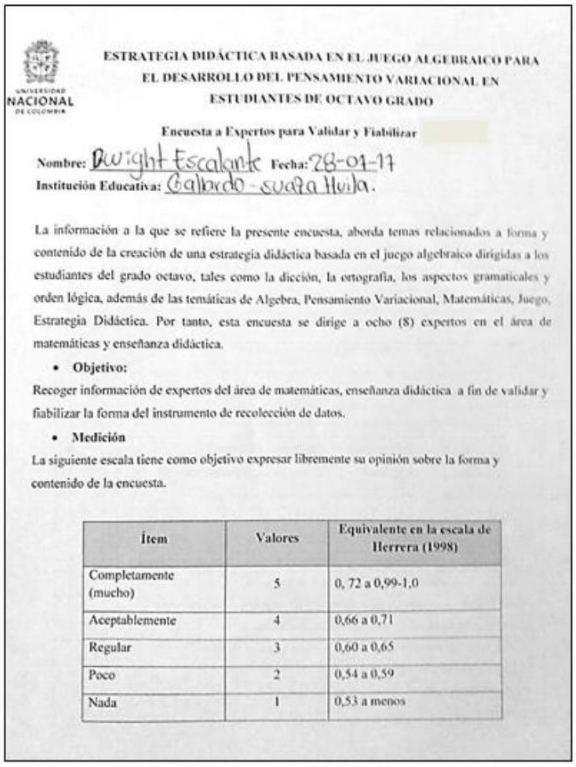
Tiempo: Una hora y media

Desarrollo: Se presenta a los estudiantes un tetraedro donde deben a aparecer los números del 1 al 16 ubicados en sus lados, con el fin de que cada lado del tetraedro debe sumar 40 (número mágico).

algebraicos.



Fotografía 2: Desarrollo de la encuesta para Validar y Fiabilizar el instrumento.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN EL JUEGO ALGEBRAICO PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO

Encuesta a Expertos para Validar y Fiabilizar

Nombre: Dwight Escalante **Fecha:** 28-01-17
Institución Educativa: Gallardo - Suaza Huila.

La información a la que se refiere la presente encuesta, aborda temas relacionados a forma y contenido de la creación de una estrategia didáctica basada en el juego algebraico dirigidas a los estudiantes del grado octavo, tales como la dicción, la ortografía, los aspectos gramaticales y orden lógica, además de las temáticas de Algebra, Pensamiento Variacional, Matemáticas, Juego, Estrategia Didáctica. Por tanto, esta encuesta se dirige a ocho (8) expertos en el área de matemáticas y enseñanza didáctica.

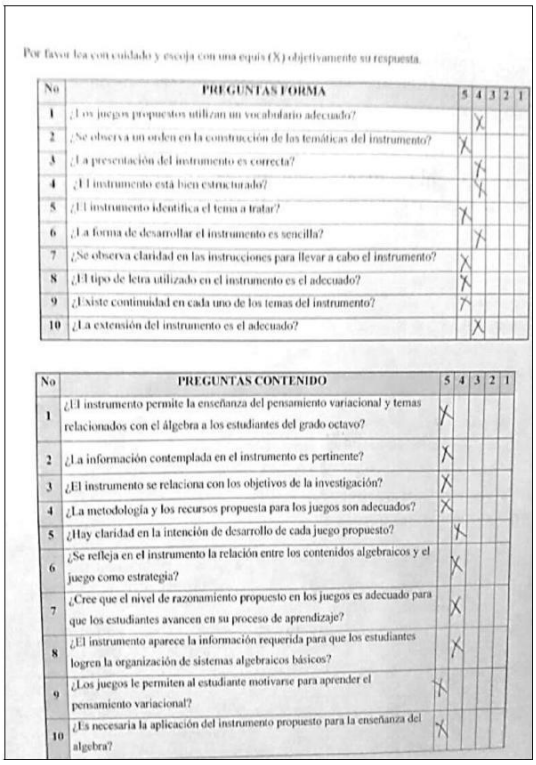
- **Objetivo:**

Recoger información de expertos del área de matemáticas, enseñanza didáctica a fin de validar y fiabilizar la forma del instrumento de recolección de datos.

- **Medición**

La siguiente escala tiene como objetivo expresar libremente su opinión sobre la forma y contenido de la encuesta.

Ítem	Valores	Equivalente en la escala de Herrera (1998)
Completamente (mucho)	5	0, 72 a 0,99-1,0
Aceptablemente	4	0,66 a 0,71
Regular	3	0,60 a 0,65
Poco	2	0,54 a 0,59
Nada	1	0,53 a menos



Por favor lea con cuidado y escoja con una equis (X) objetivamente su respuesta.

No	PREGUNTAS FORMA	5	4	3	2	1
1	¿Los juegos propuestos utilizan un vocabulario adecuado?		X			
2	¿Se observa un orden en la construcción de los temáticas del instrumento?	X				
3	¿La presentación del instrumento es correcta?		X			
4	¿El instrumento está bien estructurado?		X			
5	¿El instrumento identifica el tema a tratar?	X				
6	¿La forma de desarrollar el instrumento es sencilla?		X			
7	¿Se observa claridad en las instrucciones para llevar a cabo el instrumento?	X				
8	¿El tipo de letra utilizado en el instrumento es el adecuado?	X				
9	¿Existe continuidad en cada uno de los temas del instrumento?	X				
10	¿La extensión del instrumento es el adecuado?		X			

No	PREGUNTAS CONTENIDO	5	4	3	2	1
1	¿El instrumento permite la enseñanza del pensamiento variacional y temas relacionados con el álgebra a los estudiantes del grado octavo?	X				
2	¿La información contemplada en el instrumento es pertinente?	X				
3	¿El instrumento se relaciona con los objetivos de la investigación?	X				
4	¿La metodología y los recursos propuesta para los juegos son adecuados?	X				
5	¿Hay claridad en la intención de desarrollo de cada juego propuesto?		X			
6	¿Se refleja en el instrumento la relación entre los contenidos algebraicos y el juego como estrategia?		X			
7	¿Cree que el nivel de razonamiento propuesto en los juegos es adecuado para que los estudiantes avancen en su proceso de aprendizaje?		X			
8	¿El instrumento aparece la información requerida para que los estudiantes logren la organización de sistemas algebraicos básicos?		X			
9	¿Los juegos le permiten al estudiante motivarse para aprender el pensamiento variacional?	X				
10	¿Es necesaria la aplicación del instrumento propuesto para la enseñanza del algebra?	X				

ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN EL JUEGO ALGEBRAICO PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO

Encuesta a Expertos para Validar y Fiabilizar la encuesta

Nombre: Alejandro Martinez **Fecha:** 28-07-17
Institución Educativa: Cantalixto - Sede los salados

La información a la que se refiere la presente encuesta, aborda temas relacionados a forma y contenido de la creación de una estrategia didáctica basada en el juego algebraico dirigidas a los estudiantes del grado octavo, tales como la dicción, la ortografía, los aspectos gramaticales y orden lógica, además de las temáticas de Algebra, Pensamiento Variacional, Matemáticas, Juego, Estrategia Didáctica. Por tanto, esta encuesta se dirige a ocho (8) expertos en el área de matemáticas y enseñanza didáctica.

- **Objetivo:**

Recoger información de expertos del área de matemáticas, enseñanza didáctica a fin de validar y fiabilizar la forma del instrumento de recolección de datos.

- **Medición**

La siguiente escala tiene como objetivo expresar libremente su opinión sobre la forma y contenido de la encuesta.

Item	Valores	Equivalente en la escala de Herrera (1998)
Completamente (mucho)	5	0, 72 a 0,99-1,0
Aceptablemente	4	0,66 a 0,71
Regular	3	0,60 a 0,65
Poco	2	0,54 a 0,59
Nada	1	0,53 a menos

Por favor lea con cuidado y escoja con una equis (X) objetivamente su respuesta.

No	PREGUNTAS FORMA	5	4	3	2	1
1	¿Los juegos propuestos utilizan un vocabulario adecuado?		X			
2	¿Se observa un orden en la construcción de las temáticas del instrumento?		X			
3	¿La presentación del instrumento es correcta?		X			
4	¿El instrumento está bien estructurado?	X				
5	¿El instrumento identifica el tema a tratar?		X			
6	¿La forma de desarrollar el instrumento es sencilla?		X			
7	¿Se observa claridad en las instrucciones para llevar a cabo el instrumento?	X				
8	¿El tipo de letra utilizado en el instrumento es el adecuado?		X			
9	¿Existe continuidad en cada uno de los temas del instrumento?	X				
10	¿La extensión del instrumento es el adecuado?			X		

No	PREGUNTAS CONTENIDO	5	4	3	2	1
1	¿El instrumento permite la enseñanza del pensamiento variacional y temas relacionados con el álgebra a los estudiantes del grado octavo?		X			
2	¿La información contemplada en el instrumento es pertinente?		X			
3	¿El instrumento se relaciona con los objetivos de la investigación?	X				
4	¿La metodología y los recursos propuesta para los juegos son adecuados?		X			
5	¿Hay claridad en la intención de desarrollo de cada juego propuesto?	X				
6	¿Se refleja en el instrumento la relación entre los contenidos algebraicos y el juego como estrategia?		X			
7	¿Cree que el nivel de razonamiento propuesto en los juegos es adecuado para que los estudiantes avancen en su proceso de aprendizaje?		X			
8	¿El instrumento aparece la información requerida para que los estudiantes logren la organización de sistemas algebraicos básicos?	X				
9	¿Los juegos le permiten al estudiante motivarse para aprender el pensamiento variacional?	X				
10	¿Es necesaria la aplicación del instrumento propuesto para la enseñanza del algebra?		X			