Modelación numérica de la transformación del oleaje y las oscilaciones de run-up en arrecifes de coral

Daniel Santiago Peláez Zapata

Modelación numérica de la transformación del oleaje y las oscilaciones de run-up en arrecifes de coral

Numerical modeling of wave transformation and run-up oscillations over fringing reefs

Daniel Santiago Peláez Zapata

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de
Magister en Ingeniería de Recursos Hidráulicos

Director:
Ph.D., Andrés Osorio Arias

Codirector:
Ph.D., Rubén Montoya Ramirez

Comité de Jurados:
Ph.D., Mauricio Toro Botero
Ph.D., Alejandro Orfila Förster

Grupo de Oceanografía e Ingeniería Costera
Dapartamento de Geociencias y Medio Ambiente, Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia
Medellín, 2015

Modelación numérica de la transformación del oleaje y las oscilaciones de run-up en arrecifes de coral

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de M.Ing. de Recursos Hidráulicos

Portada:
Gran ola de Kanagawa (*Kanagawa Oki Nami Ura*) - Katsushika Hokusai (1829–32)

Grupo de Oceanografía e Ingeniería Costera
Dapartamento de Geociencias y Medio Ambiente, Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia
CL 80 65-233 M2-303
Medellín, Colombia
Teléfono: (+57 4) 425-9000

Información bibliográfica:
Daniel Santiago Peláez Zapata (2015). Modelación numérica de la transformación del oleaje y las oscilaciones de *run-up* en arrecifes de coral, Tesis de M.Ing., Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia.

«*Alea iacta est*»

«*Lo esencial es no perder la orientación*»
José Arcadio Buendía
Cien Años de Soledad, Gabriel García Márquez

Resumen

Se presenta un estudio sobre la transformación del oleaje y las oscilaciones de *run-up* en un perfil típico de arrecife de coral tipo *fringing reef*. Se calibró y validó el modelo no-hidrostático SWASH usando datos de laboratorio de superficie libre $\eta(t)$ en 8 sensores y variación vertical del *run-up* $R_u(t)$. El modelo es altamente sensible al número de Manning (n) y la longitud de mezcla horizontal (ℓ_m). Se encontró que con los parámetros $n^* = 0{,}014\,\mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$ y $\ell_m^* = 0{,}01\,\mathrm{m}$ el modelo reproduce bien el período medio de *run-up* T_R ($R^2 = 0{,}93$), el *run-up* significante de *sea-swell* $R_s^{(ss)}$ ($R^2 = 0{,}93$) y el *run-up* significante infragravitatorio $R_s^{(ig)}$ ($R^2 = 0{,}88$). Los resultados sugieren que el mecanismo de generación de las ondas infragravitatorias es debido a la variación temporal del punto de rotura con los grupos de ondas cortas. La razón $R_s^{(ss)}/R_s^{(ig)}$ es altamente dependiente de $\xi_0 = \beta/(H_0/L_0)^{1/2}$, para condiciones disipativas ($\xi_0 < 0{,}3$) e intermedias ($0{,}3 < \xi_0 < 1{,}25$) el *run-up* está dominado principalmente por oscilaciones de baja frecuencia (infragravtitatorias), mientras que para condiciones reflejantes ($\xi_0 > 1{,}25$), las oscilaciones de *run-up* son principalmente de alta frecuencia (*sea-swell*). Finalmente, los datos muestran que el espectro de *run-up* en las altas frecuencias es proporcional a f^{-4}. El nivel de energía en las altas frecuencias (α) es aparentemente independiente de las condiciones incidentes y de la pendiente del *fore-reef-terrace* β. Sin embargo la variable qué mayor influencia tiene sobre α es la profundidad de la cresta del arrecife.

Palabras clave: espectro de *run-up*, arrecifes de coral, modelación numérica, SWASH, ondas infragravitatorias.

Abstract

A study on the wave transformation and run-up oscillations over a typical fringing reef profile is presented. The non-hydrostatic model SWASH was calibrated and validated using laboratory data of free surface $\eta(t)$ at 8 gauges and vertical variation of run-up $R_u(t)$. The model is highly sensitive to the Manning's roughness (n) and the horizontal mixing length (ℓ_m). It was found that the model reproduces well the bulk parameters of run-up spectrum as mean period T_R ($R^2 = 0{,}93$), significant run-up at the incident band $R_s^{(ss)}$ ($R^2 = 0{,}93$) and the significant run-up at the infragravity band $R_s^{(ig)}$ ($R^2 = 0{,}88$) by using the parameters $n^* = 0{,}014\,\mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$ and $\ell_m^* = 0{,}01\,\mathrm{m}$. The results suggest that the mechanism of generation of infragravity waves is due to the time variation of the breakpoint related to short wave groups. The ratio $R_s^{(ss)}/R_s^{(ig)}$ is highly dependent on $\xi_0 = \beta/(H_0/L_0)^{1/2}$, for dissipative ($\xi_0 < 0{,}3$) and intermediate conditions ($0{,}3 < \xi_0 < 1{,}25$) the run-up is mainly dominated by low frequency oscillations (infragravity), while for reflective conditions ($\xi_0 > 1{,}25$) high frequency run-up oscillations become more important than infragravity frequencies. The data show that the spectrum of run-up at high frequencies is proportional to f^{-4}. The energy level at high frequencies (α) is apparently independent of the off-shore wave conditions and the fore-reef-terrace slope β. However, the depth of the reef crest seems to be the most influential variable on the high-frecuency energy.

Keywords: *run-up* spectrum, fringing reef, numerical modeling, SWASH, infragravity waves.

Agradecimientos

Quisiera expresar mis más sinceros agradecimientos a la Facultad de Minas y a la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, especialmente al Grupo de Investigación en Oceanografía e Ingeniería Costera (OCEÁNICOS) por permitirme llevar a cabo satisfactoriamente esta estapa de mi formación. A las instituciones que financiaron los proyectos de investigación en los que participé durante mis estudios de pregrado en Ingeniería Civil y Maestría en Ingeniería de Recursos Hidráulicos: Conservación Internacional, Ecopetrol, COLCIENCIAS e INVEMAR. Agradezco al Dr. Zeki Demirbilek del CHL (*Coastal and Hydraulics Laboratory*) del USACE/ERDC (*U.S. Army Corps of Engineers – Engineer Research and Development Center*) por ofrecerme abiertamente usar los datos del experimento de la Universidad de Michigan (UM), gracias a él fue posible hacer este trabajo. Igualmente, agradezco al Dr. Marcel Zijlema y a su grupo de desarrolladores por la implementación del modelo SWASH. Agradezco a toda la comunidad de desarrolladores de software libre, especialmente a los de IPython, NumPy, SciPy, matplotlib, `git`, LaTeX y Vim.

Agradezco profundamente a Andrés Osorio, que más que mi director es mi papá académico, gracias por su apoyo incondicional, su entusiasmo, su paciencia, y sobre todo por toda la confianza que puso en mi. A mi codirector Rubén Montoya, por la dedicación y el apoyo que me brindó. A los profesores del departamento de Geociencias y Medio Ambiente, Gladys Bernal, Gaspar Monsalve, Andrés Gómez, Ramiro Marbello, Mauricio Toro, Germán Poveda y Carlos David Hoyos. A mis compañeros y amigos del Grupo OCEÁNICOS, Ángela Gómez, Juan David Osorio, Oscar Álvarez, Enovaldo Herrera, Jennifer Montaño, José Luis Madrazo, Santiago Ortega, Yamith Quintana, Catalina Vanegas, Christian Robledo, Cristian Ortiz, Alejandro Cáceres, César Jaramillo, David Quintero, Victor Saavedra, entre otros. A todos mis compañeros y amigos del Departamento de Geociencias y Medio Ambiente, Santiago Osorio, Alejandra Romero, Eileen Pertuz, Arlex Marín, Maria Victoria Antía, Los rolos, Las geólogas, Doña Olga, a

todos gracias. Un agradecimiento muy especial para mis amigos del Centro de investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California, México (CICESE), Vladimir Toro, Pedro Osuna, Rodrigo Alcaráz, Eliana Gómez, Carolina Gutiérrez, Citlali Mirabal, Bernardo Esquivel, Amaia Ruiz de Alegría, entre otros, igualmente al Dr. Franciso Ocampo Torres por abrirme las puertas para realizar una estancia académica en dicha institución.

Finalmente, mi más profunda gratitud para mis padres, Danilo Peláez y Eunice Zapata: gracias por sacarnos adelante, gracias por encargarse de que nunca nos faltara nada y gracias darnos lo mejor, incondicionalmente. A mis hermanos Carolina y Felipe, y a mis queridos Juan Pablo, Andrés y Griselda, con los que he compartido toda mi vida. A mis compañeros de vida, Juan Camilo Amaya y Juan Gabriel Correa, a mis queridos amigos Susana Cadavid y Julián Urán y a mi querida Mónica Monje. Gracias por todo.

Contenido

Resumen vi

Abstract vii

Agradecimientos viii

Contenido xi

Lista de Figuras xii

Lista de Tablas xiv

1. Introducción **15**

1.1. Estado del arte 15

1.2. Justificación 19

1.3. Objetivos 19

1.3.1. Objetivo general 19

1.3.2. Objetivos específicos 20

1.4. Estructura de la tesis 20

2. Marco teórico **21**

2.1. Teoría lineal de oleaje 21

2.1.1. Ecuaciones de gobierno 21

2.1.2. Relación de dispersión 23

2.1.3. Agrupamiento de ondas 25
2.1.4. Tensor de radiación 26
2.2. Ondas infragravitatorias 28
2.2.1. Ondas infragravitatorias forzadas 28
2.2.2. Ondas infragravitatorias libres 30

3. Datos experimentales **31**
3.1. Descripción del montaje experimental 31
3.2. Características de los datos 32

4. Modelo numérico **35**
4.1. Ecuaciones de gobierno 35
4.2. Configuración del modelo 38
4.3. Análisis de sensibilidad 39
4.3.1. Sensibilidad a las condiciones de frontera 40
4.3.2. Sensibilidad a la profundidad mínima 43
4.3.3. Sensibilidad a la resolución vertical 44
4.3.4. Sensibilidad a parámetros físicos 45
4.4. Calibración del modelo 47
4.5. Validación del modelo 49

5. Resultados y discusión **54**
5.1. Transformación del oleaje a lo largo del canal 54
5.2. Ondas infragravitatorias 57
5.3. Oscilaciones de *run-up* 60

6. Conclusiones **73**

Referencias **77**

Lista de Figuras

2.1. Número de onda k con el método de Hunt (1979) 24

2.2. Agrupamiento de un tren de ondas bicromático 26

3.1. Esquema del canal usado en el experimento 32

4.1. Sensibilidad a las condiciones de frontera 42

4.2. Sensibilidad a la profundidad mínima 43

4.3. Sensibilidad a la resolución vertical 45

4.4. Sensibilidad a los parámetros físicos 47

4.5. Funciones de error basadas en el MAE y en el RMSE 48

4.6. Comparación de la superficie libre 50

4.7. Parámetros del espectro de *run-up* para los 29 casos 52

5.1. Comparación de los espectros de densidad de energía 55

5.2. Comparación de los parámetros integrales del espectro 56

5.3. Correlación cruzada de la envolvente y la señal infragravitatoria . . 59

5.4. Distribución de probabilidad conjunta $f(H_{s,0}, T_{p,0})$. 62

5.5. Razón $R_s^{(ss)}/R_s^{(ig)}$ en función de H_0 y ξ_0 63

5.6. $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$ en función de $(H_0 L_0)^{1/2}$ 64

5.7. $\bar{R}$ y T_R en función de $(H_0 L_0)^{1/2}$ 65

5.8. Parámetros del *run-up* en función de $\beta/(H_0/L_0)^{1/2}$ 67

5.9. Espectros de *run-up* 69

5.10. Nivel de energía en las altas frecuencias 70

5.11. Coeficientes de ajuste en la parametrización propuesta 71
5.12. Error de estimación del espectro de *run-up* 72

Lista de Tablas

3.1. Posición y profundidad de los sensores 32
3.2. Casos ejecutados en el laboratorio 33

4.1. Sensibilidad a las condiciones de frontera 42
4.2. Sensibilidad a la profundidad mínima 44
4.3. Parámetros físicos evaluados en el análisis de sensibilidad 46
4.4. Estadísticos de error y concordancia para el caso C46 51
4.5. Estadísticos de error y concordancia para todos los casos 52

5.1. Características de las boyas de la NDBC 61
5.2. Ajuste de los parámetros de *run-up* 68

Capítulo 1

Introducción

1.1. Estado del arte

Los arrecifes de coral están ampliamente distribuidos en aguas someras tropicales y extra-tropicales, son muy apreciados ya que proveen un ambiente propicio para la diversidad de especies de fauna marina (Buddemeier et al., 2004). La importancia de los arrecifes de coral en la disipación de la energía del oleaje incidente (entre 70 y 95 %) ha sido demostrada por varios autores (Lugo-Fernández et al., 1998; Péquignet et al., 2011). Esta alta eficiencia en la disipación implica además que las playas protegidas con arrecifes son más estables, desde el punto de vista morfológico (Ruiz de Alegría-Arzaburu et al., 2012).

El *run-up* se define como la oscilación vertical de la columna de agua en la línea de costa, medida con respecto al nivel medio (SWL; *Still Water Level*). Es comúnmente representado en aplicaciones de la ingeniería con el valor correspondiente al 2 % de probabilidad de excedencia ($R_{2\,\%}$). Holman (1986) encontró una relación entre $R_{2\,\%}$ normalizado con la altura de ola en aguas profundas (a 20 m de profundidad) y el número de Iribarren (Iribarren & Nogales, 1949) usando mediciones en campo en playas naturales, a partir de dicha relación propone que $R_{2\,\%}/H_0 = 0{,}83\xi_0 + 0{,}2$, donde $\xi_o = \beta/(H_0/L_0)^{1/2}$ es el número de Iribarren, siendo H_0 y L_0 la altura de ola y la longitud de onda en aguas profundas respectivamente y β la pendiente de la playa. La relación entre $R_{2\,\%}$ y ξ_0 para diferentes tipos de playas, fue examinada también por Nielsen & Hanslow (1991), quienes encontraron una dependencia lineal de $R_{2\,\%}$ con ξ_0, para playas de alta pendiente ($\beta > 0{,}1$), lo que soporta los resultados de otros autores como Hunt (1959) y Holman (1986), sin embargo, para playas tendidas ($\beta < 0{,}1$), encontraron que el *run-up* puede ser independiente de β.

El *run-up* puede ser separado en una componente estacionaria (*set-up*) y una componente oscilatoria en el tiempo (*swash*), el *swash* a su vez está compuesto por fluctuaciones de alta frecuencia (banda incidente o *sea-swell*) y de baja frecuencia (banda infragravitatoria). Stockdon et al. (2006) proponen que el *run-up* asociado al 2 % de excedencia puede ser estimado como:

$$R_{2\,\%} = 1{,}1\left(\bar{R} + \frac{R_s}{2}\right) \tag{1.1}$$

donde $\bar{R}$ es el *set-up* y R_s es el *run-up* significante (análogo a la altura de ola significante), calculado a partir de las componentes de *sea-swell* e infragravitatoria como:

$$R_s = \sqrt{\left(R_s^{(ss)}\right)^2 + \left(R_s^{(ig)}\right)^2} \tag{1.2}$$

Usando datos de 10 campañas en playas naturales, tanto disipativas como reflejantes, Stockdon et al. (2006) encontraron que el *run-up* significante infragravitatorio está bien parametrizado como $R_s^{(ig)} = 0{,}06(H_0 L_0)^{1/2}$, el de la banda *sea-swell* como $R_s^{(ss)} = 0{,}75\beta(H_0 L_0)^{1/2}$ y el *set-up* como $\bar{R} = 0{,}35\beta(H_0 L_0)^{1/2}$, teniendo en cuenta que $\xi_0 H_0 = \beta(H_0 L_0)^{1/2}$. Senechal et al. (2011) demostraron con mediciones en playas que bajo condiciones altamente energéticas (alturas de ola de hasta 6,4 m y períodos de hasta 16,4 s) el incremento en el *run-up* está dominado por la componente infragravitatoria, mientras la componente incidente se satura rápidamente, es decir, $R_s^{(ss)}$ tiende a un valor constante para valores altos de H_0. Está saturación también se presenta en la componente infragravitatoria, por lo tanto sugieren que el mejor ajuste de $R_s^{(ig)}$ respecto a H_0 está dado por una función asintótica (tangente hiperbólica). Finalmente concluyen que aunque el *run-up* está bien parametrizado en función únicamente de la altura de ola, la inclusión del período (o la longitud de onda) aumenta drásticamente las correlaciones.

Aunque evidentemente hay una dependencia entre el *run-up* y las condiciones del oleaje incidente, las mediciones aun muestran cierta dispersión, lo que sugiere la dependencia de otros parámetros (Brinkkemper et al., 2013), *p.ej.*, Cox et al. (2013) proponen una parametrización del *run-up* para playas con barra (*barred beaches*) teniendo en cuenta la posición y las dimensiones de la misma, sus resultados muestran un aumento de la componente infragravitatoria del *run-up* cuando las olas rompen entre la barra y la costa. Igualmente, Hughes (2004) propone que el *run-up* puede ser parametrizado a partir del flujo de momentum integrado en la vertical para playas impermeables de pendiente constante. Recientemente, Guza & Feddersen (2012) estudiaron el *run-up* en función del ancho espectral y la dispersión direccional, usando un modelo numérico basado en las ecuaciones de Boussinesq sobre una playa idealizada con pendiente constante para diferentes

condiciones de oleaje incidente, a partir de los resultados proponen la siguiente parametrización para $R_s^{(ig)}$:

$$\frac{R_s^{(ig)}}{(H_0 L_0)^{1/2}} = -0{,}013 \ln \left[\left(\frac{f_p}{f_s} \right) \sigma_\theta \right] + 0{,}058 \tag{1.3}$$

donde f_s es el ancho espectral, σ_θ la dispersión direccional y f_p la frecuencia asociada al pico del espectro en aguas profundas. Los resultados de Guza & Feddersen (2012) son coherentes con las parametrizaciones existentes basadas en $(H_0 L_0)^{1/2}$ y $\beta(H_0 L_0)^{1/2}$, pero sugieren además que la inclusión del parámetro adimensional $(f_p/f_s)\sigma_\theta$ puede mejorar la predicción del *run-up* infragravitatorio, por no tiene incidencia en la componente de *sea-swell*. Una amplia revisión de las parametrizaciones de *run-up* propuestas por diferentes autores es presentada por Hughes (2004).

A partir del hecho de que la componente infragravitatoria del *run-up*, en la mayoría de los casos, domina sobre la componente de *sea-swell*, surge la necesidad de entender correctamente la hidrodinámica de las ondas infragravitatorias en la zona de *surf* y en la zona de *swash*, donde juegan un papel importante, *p.ej.*, algunos trabajos resaltan la importancia de las ondas infragravitatorias en el transporte de sedimentos en playas (Aagaard & Greenwood, 2008) y los problemas causados por la resonancia en puertos (Bowers, 1977). Las ondas infragravitatorias también son importantes en el océano abierto, *p.ej.*, las mediciones de altimetría satelital de SSH (*Sea Surface Height*) usadas en diversas aplicaciones, deben ser corregidas por la contaminación debida a la presencia de ondas infragravitatorias (Aucan & Ardhuin, 2013). Algunos otros estudios señalan que las ondas infragravitatorias pueden ser la fuente de las fluctuaciones en los registros sísmicos (Ardhuin & Herbers, 2013; Ardhuin et al., 2011).

Los mecanismos de generación de las ondas infragravitatorias libres han sido ampliamente estudiados y discutidos desde las primeras observaciones realizadas por Munk (1949) y Tucker (1950), *p.ej.*, algunas discusiones son presentadas por Baldock & Huntley (2002) y Baldock (2012). En algunos estudios se ha demostrado que el mecanismo de generación de las ondas infragravitatorias libres es explicado por la «liberación» de la onda larga forzada (Masselink, 1995; Ruju et al., 2012), lo que es consecuente con la teoría propuesta por Longuet-Higgins & Stewart (1962). En otros casos, la variación espacio-temporal del punto de rotura, asociada con los grupos de ondas cortas, funciona como generador de ondas infragravitatorias libres (Pomeroy et al., 2012; Symonds et al., 1982; van Dongeren et al., 2013), como lo predice el modelo presentado por Symonds et al. (1982). Los dos mecanismos de

generación son complementarios y suelen coexistir. La importancia relativa de las ondas largas incidentes forzadas y generadas en el punto de rotura depende de las condiciones del oleaje incidente y del perfil del fondo. Ensayos de laboratorio realizados en playas de gran pendiente han indicado la predominancia de las ondas largas generadas por variación del punto de rotura sobre las ondas incidentes forzadas. Por otro lado, la liberación de las ondas largas incidentes parece ser el principal mecanismo de generación en playas tendidas (Ruju et al., 2012).

Según la revisión de la literatura, la mayoría de los esfuerzos se han enfocado en predecir el *run-up* en playas, son escasos los trabajos que se enfocan en arrecifes de coral, uno de ellos es *p.ej.* Demirbilek et al. (2007). Los estudios más representativos de la evolución de la energía infragravitatoria en arrecifes de coral son presentados por Ma et al. (2014); Péquignet et al. (2009); Pomeroy et al. (2012); Sheremet et al. (2011); van Dongeren et al. (2013).

La modelación numérica del oleaje tiene como finalidad la descripción del estado de mar y la predicción adecuada de la evolución de la energía de las olas en diferentes escalas espaciales y temporales, mediante el uso de técnicas numéricas. Existen dos grupos principales de modelos de oleaje: *i*) los modelos que resuelven la fase (*phase-resolving models*) y *ii*) los modelos que promedian la fase (*phase-averaging models*). Los modelos del primer grupo resuelven el desplazamiento vertical de la superficie libre $\eta(\mathbf{x}, t)$ y la estructura vertical de la velocidad $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ usando las ecuaciones de conservación de masa y momentum. Los modelos que resuelven la fase requieren una resolución espacial suficientemente fina comparada con la longitud de onda mínima que se quiere resolver, lo que los hace muy costosos computacionalmente y restringidos a aplicaciones muy locales. Existen diferentes tipos de estos modelos, entre ellos: modelos tipo VoF (*Volume-of-Flud*; Hirt & Nichols 1981), SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*; Dalrymple & Rogers 2006), Boussinesq (Nwogu, 1993; Peregrine, 1967) y no-hidrostáticos (Ma et al., 2014; Yamazaki et al., 2008; Zijlema et al., 2011). Los modelos que promedian la fase usan un estadístico de la superficie libre, que generalmente es el espectro de energía $S(\sigma, \theta)$ o la acción de onda $N(\sigma, \theta)$, donde σ representa la frecuencia relativa en presencia de corrientes. Estos modelos están basados en el balance de energía en cada celda, lo que los hace más eficientes desde el punto de vista computacional y más versátiles, ya que pueden ser usados en escalas espaciales y temporales mayores que los modelos que resuelven la fase. Los modelos más ampliamente utilizados son el SWAN (*Simulating WAves Nearshore*; Booij et al., 1999), el WAM (*WAve Model*; The WAMDI Group, 1988) y el WAVEWATCH III$^{\text{TM}}$(Tolman, 2014).

1.2. Justificación

El *run-up* está directamente asociado con la inundación costera. El nivel que alcanza la superficie del mar en la costa durante una inundación, es la combinación del nivel de marea, el *storm surge* debido a la sobrelevación por bajas de presión atmosférica y fuertes vientos, y el nivel de *run-up* (Medina & Méndez, 2006). Los arrecifes de coral son altamente apreciados ya que proveen un ambiente ideal para la diversidad de especies de fauna marina (Buddemeier et al., 2004), además de su capacidad como estructuras naturales disipadoras de la energía del oleaje (Lugo-Fernández et al., 1998). En Colombia existe una amplia variedad de especies de arrecifes de coral, distribuidos principalmente en San Andrés y Providencia, La Guajira, Santa Marta, Cartagena y el Golfo de Urabá (Garzón-Ferreira & Díaz, 2003). Por lo tanto, resulta importante conocer la dinámica asociada con la transformación del oleaje y las oscilaciones de *run-up* en este tipo de ambientes, motivado aun más por el incremento del nivel del mar, proyectado por el IPCC (*Intergovernmental Panel on Climate Change*; Stocker et al., 2013).

Los resultados de este trabajo, además de aportar a la discusión en general sobre los procesos hidrodinámicos que ocurren en arrecifes de coral, pueden ser aplicados como una herramienta para la evaluación de la amenaza de inundación en las zonas costeras, lo cual es un requerimiento clave para la gestión del riesgo y la planeación a nivel nacional, regional y local. Debido a la ubicación geográfica del país y a la alta dinámica socioeconómica y ambiental que presentan sus zonas costeras, resulta importante y oportuno desarrollar un estudio sobre la inundación costera, específicamente en ambientes arrecifales, el cual pueda utilizarse como criterio a la hora de tomar decisiones y proponer planes de contingencia para prevenir daños materiales y pérdidas humanas ante una posible inundación.

1.3. Objetivos

Con base en los antecedentes y la justificación presentados anteriormente, se plantean los siguientes objetivos.

1.3.1. Objetivo general

Estudiar los procesos de transformación del oleaje y las oscilaciones de *run-up* en un perfil típico de arrecife de coral, usando datos experimentales obtenidos en laboratorio y modelación numérica.

1.3.2. Objetivos específicos

- Simular los procesos hidrodinámicos asociados con la transformación del oleaje y las oscilaciones de *run-up* en el arrecife, mediante la calibración y validación de un modelo numérico empleando datos de laboratorio.
- Estudiar los mecanismos de generación y la transformación de las ondas cortas de las ondas infragravitatorias en el arrecife, con datos de laboratorio y modelación numérica.
- Analizar el comportamiento de las oscilaciones de *run-up* en el arrecife para diferentes condiciones de oleaje incidente.
- Proponer una parametrización empírica del espectro de *run-up* en función de los parámetros incidentes del oleaje.

1.4. Estructura de la tesis

El presente documento está estructurado en seis capítulos. En el Capítulo 1 se hace una introducción al trabajo realizado, mencionando los antecedentes, la justificación y los objetivos de la tesis. El Capítulo 2 presenta una revisión de los conceptos teóricos sobre el oleaje, se habla sobre los aspectos fundamentales de la teoría lineal de oleaje y las ondas infragravitatorias, este capítulo está basado principalmente en Dean & Dalrymple (1991); Holthuijsen (2007); Komen et al. (1994); LeBlond & Mysak (1978); Phillips (1977) entre otros. En el Capítulo 3 se presentan los datos experimentales obtenidos en laboratorio por Demirbilek et al. (2007), los cuales fueron usados en la tesis, se hace una descripción del montaje experimental y las características de los datos. En el Capítulo 4 se habla sobre el modelo numérico no-hidrostático SWASH (*Simulating WAves till SHore*; Zijlema et al., 2011), se presentan las ecuaciones de gobierno y las parametrizaciones, se hace una descripción de la configuración empleada para la simulación, se presenta el análisis de sensibilidad del modelo sobre los parámetros más importantes, y por último se presenta la calibración y validación del modelo. En el Capítulo 5 se presentan los resultados más relevantes de la tesis y la discusión asociada, se habla sobre los procesos de transformación de la energía del oleaje a lo largo del canal, los mecanismos de generación de ondas infragravitatorias y las oscilaciones de *run-up*, por último se presenta una propuesta de parametrización empírica del espectro de *run-up*. Finalmente, el Capítulo 6 presenta las conclusiones de la tesis.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Teoría lineal de oleaje

Esta teoría, conocida también como *Airy Wave Theory* o *Small-Amplitude Wave Theory* está basada en las ecuaciones de conservación de masa y momentum para un fluido incompresible. Bajo la suposición de flujo irrotacional, ambas ecuaciones pueden ser expresadas en función del potencial de velocidad $\phi(\mathbf{x}, t)$, lo cual resulta en las ecuaciones de Laplace y Bernoulli. La teoría lineal solo considera la gravedad como fuerza externa. La principal condición de la teoría lineal es que la amplitud de la ondas es pequeña comparada con la longitud de onda y con la profundidad del agua (Holthuijsen, 2007).

2.1.1. Ecuaciones de gobierno

Considerando un volumen infinitesimal de fluido con densidad $\rho(\mathbf{x}, t)$, la ecuación de conservación de masa para dicho volumen puede escribirse como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \tag{2.1}$$

donde $\mathbf{u} = (u, v, w)$ es el vector de velocidad que es función de $\mathbf{x} = (x, y, z)$ y t. El primer término del lado izquierdo se refiere al cambio temporal de la masa para un volumen constante y el segundo término (divergente) se entiende como el balance de entrada y salida de masa por la superficie del volumen de control. Aplicando la segunda ley de Newton (balance de fuerzas) sobre el volumen de control, se obtiene la ecuación de conservación de momentum (cantidad de movimiento), la cual se puede escribir como:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \tag{2.2}$$

El término del lado izquierdo en (2.2) representa las aceleraciones local y convectiva del fluido. El primer término del lado derecho de la ecuación representa la fuerza debido al gradiente de presión; el segundo término representa las fuerzas viscosas, suponiendo que el flujo obedece a la ley de Newton de la viscosidad; y el último término se refiere a la fuerza producida por la aceleración de la gravedad. Si se desprecian los términos de segundo orden (términos advectivos) y los efectos viscosos, y se trabaja bajo las suposiciones de incompresibilidad ($D\rho/Dt = 0$) e irrotacionalidad ($\nabla \times \mathbf{u} = 0$), (2.1) se convierte en:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{2.3}$$

y (2.2) en:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g} \tag{2.4}$$

Si se define la función potencial de velocidad $\phi(\mathbf{x}, t)$, tal que $\nabla\phi = \mathbf{u}$ y se combina con (2.3) se obtiene la ecuación de Laplace[1]:

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2\phi}{\partial^2 z} = 0 \tag{2.5}$$

La ecuación de conservación de momentum (2.4) también puede ser expresada en términos de $\phi(\mathbf{x}, t)$. De ésta ecuación resulta la ecuación de Bernoulli linealizada (se desprecian los términos no lineales correspondientes a la parte advectiva de la ecuación de movimiento), que se puede escribir como:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{\rho}p + gz = 0 \tag{2.6}$$

Se consideran dos tipos de condiciones de frontera: (1) cinemática, relativa a la velocidad de las partículas y (2) dinámica, relativa a la fuerza que actúa en las partículas. La variación de la superficie libre η con el tiempo es la velocidad en dirección z y la presión en la superficie es constante y se toma como $p(z = 0) = 0$. Las condiciones de frontera descritas se pueden escribir como:

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial\eta}{\partial t} \qquad \text{en } z = 0 \qquad \text{(Cinemática en superficie)} \tag{2.7a}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + g\eta = 0 \qquad \text{en } z = 0 \qquad \text{(Dinámica en superficie)} \tag{2.7b}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \qquad \text{en } z = -d \qquad \text{(Cinemática en fondo)} \tag{2.7c}$$

[1]Para el propósito de este trabajo se supone que las variaciones espaciales y temporales en la dirección y son despreciables, por lo tanto solo se tiene en cuenta la propagación de ondas en la dirección x.

La forma general de la evolución de la superficie libre para el problema dado en (2.5) y (2.6) con condiciones de frontera dadas por (2.7) está dada por:

$$\eta(x,t) = a\sin(\omega t - kx) \tag{2.8}$$

donde a es la amplitud de la onda, k es el número de onda y ω es la frecuencia angular. La altura de la onda (H), la longitud (L), el período (T) y la frecuencia cíclica (f) se relacionan a continuación:

$$H = 2a \tag{2.9a}$$

$$L = 2\pi/k \tag{2.9b}$$

$$T = 2\pi/\omega = 1/f \tag{2.9c}$$

Sustituyendo (2.8) en (2.5) y (2.6), se obtiene la forma de la solución para la función potencial, de la cual se obtienen las velocidades u y w respectivamente ($\nabla\phi = \mathbf{u}$). La forma de esta solución está dada por:

$$\phi(x,z,t) = \frac{a\omega}{k}\frac{\cosh k(d+z)}{\sinh kd}\cos(\omega t - kx) \tag{2.10}$$

A partir de (2.10) se puede obtener el perfil vertical de velocidad $u(z,t)$ asociado a la propagación de la onda, en función de la profundidad, la frecuencia y el número de onda.

2.1.2. Relación de dispersión

Derivando (2.10) con respecto al tiempo y evaluando en $z = 0$ se obtiene la ecuación conocida como la relación de dispersión lineal:

$$\omega^2 = gk\tanh kd \tag{2.11}$$

donde g es la aceleración de la gravedad. Usando (2.11) es posible obtener el número de onda asociado a cada frecuencia para cierta profundidad y viceversa. Teniendo en cuenta las propiedades de las funciones hiperbólicas, se puede obtener una solución aproximada para ciertos rangos de kd. En aguas profundas ($kd \gg 1$) la función $\tanh kd$ tiende a uno6, por lo tanto (2.11) se aproxima a:

$$\omega^2 = gk \tag{2.12}$$

En aguas someras ($kd \ll 1$) la función $\tanh kd$ tiende a kd, por lo tanto (2.11) se puede aproximar como:

$$\omega^2 = gk^2 d \tag{2.13}$$

El cálculo del número de onda k, dada una frecuencia ω y una profundidad d, usando la relación de dispersión (2.11) no puede hacerse explícitamente, por lo tanto debe usarse un método iterativo como punto fijo, bisección, Newton-Raphson, etc. En este trabajo se usa una solución aproximada propuesta por Hunt (1979), la cual reduce drásticamente el tiempo de cómputo comparado con la solución iterativa. En este método k puede ser calculado directamente como:

$$(kd)^2 = y^2 + \frac{y}{1 + p_n} \tag{2.14}$$

donde $y = \omega^2 h/g$ y $p_n = 0{,}666y + 0{,}355y^2 + 0{,}161y^3 + 0{,}0632y^4 + 0{,}0218y^5 + 0{,}0065y^6$ es un polinomio de sexto grado. En la Figura 2.1 se presenta una comparación de los números de onda calculados con el método de Hunt (1979) y el método iterativo de punto fijo; también se presentan las aproximaciones para aguas profundas (2.12) y para aguas someras (2.13).

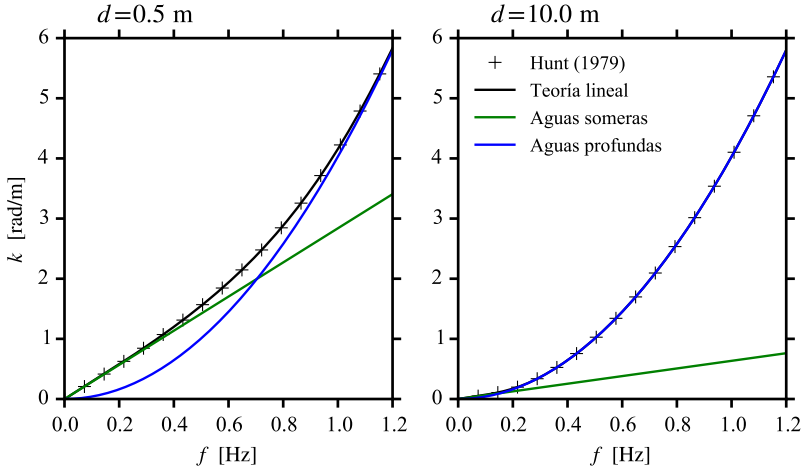

Figura 2.1. Comparación del número de onda k calculado con el método de Hunt (1979) (2.14) contra la solución numérica iterativa de (2.11) por el método de punto fijo, para un profundidad $d = 0{,}5\,\text{m}$ (izquierda) y $d = 10\,\text{m}$ (derecha), se incluye las aproximación de la relación de dispersión para aguas profundas y someras.

El método de Hunt (1979) coincide casi perfectamente con la solución iterativa, lo cual justifica el uso de (2.14). Se observa que para una profundidad de 0.5 m y frecuencias por debajo de 0.3 Hz la aproximación para aguas someras coincide con las soluciones exactas, igualmente, para una profundidad de 10 m y frecuencias mayores que 0.1 Hz, la curva de la aproximación de aguas profundas coincide con la relación de dispersión real.

Como consecuencia de la relación de dispersión, la velocidad de propagación

de la onda (velocidad de fase) $c = \omega/k$ está dada por:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kd} \tag{2.15}$$

Si la velocidad de fase c depende de la frecuencia ω, la onda es dispersiva, ya que las ondas de diferente ω, se propagan a diferente velocidad, por lo tanto se dispersan o se separan. Según la aproximación (2.12), las ondas en aguas profundas son dispersivas, ya que la velocidad de fase es inversamente proporcional a la frecuencia ($c = g/\omega = \sqrt{g/k}$), es decir, las ondas de baja frecuencia viajan más rápido que las ondas de alta frecuencia. En aguas someras, según (2.13), las ondas se propagan a la misma velocidad de las ondas libres ($c = \sqrt{gd}$) por lo tanto no son dispersivas.

2.1.3. Agrupamiento de ondas

La superposición de dos ondas armónicas (2.8) con frecuencias ligeramente diferentes ($\omega_1 \approx \omega_2$) y la misma amplitud ($a = a_1 = a_2$) da como resultado un agrupamiento, es decir, una amplitud modulada por una onda envolvente. Se puede demostrar (Dean & Dalrymple, 1991; Holthuijsen, 2007) que la onda resultante de la superposición está dada por:

$$\eta = 2a \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t - \frac{k_1 - k_2}{2}x\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \frac{k_1 + k_2}{2}x\right) \tag{2.16}$$

Se puede separar (2.16) en dos partes: (1) la onda individual dada por el seno y (2) la envolvente de la amplitud de dicha onda dada por la función coseno. Esta envolvente se propaga con una frecuencia $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ y un número de onda $\Delta k = k_1 - k_2$, por lo tanto, la velocidad con la que se propaga el grupo de ondas (velocidad de grupo) es $c_g = \Delta\omega/\Delta k$, y está dada, según la relación de dispersión (2.11) por:

$$c_g = \frac{1}{2}c\left(1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd}\right) \tag{2.17}$$

La Figura 2.2 presenta la superposición de dos ondas armónicas con una amplitud $a = 0{,}25\,\text{m}$ y frecuencias $f_1 = 0{,}35\,\text{Hz}$ y $f_2 = 0{,}42\,\text{Hz}$ respectivamente. La envolvente de la onda resultante representa la amplitud instantánea de la onda superpuesta y se calcula como el valor absoluto de la señal analítica[2], la cual puede ser calculada con la transformada de Hilbert (Bendat & Piersol, 2011; Huang et al., 1998).

[2]La señal analítica de $x(t)$ se define como una función compleja $z(t)$ tal que $\text{Re}\{z(t)\} = x(t)$ y $\text{Im}\{z(t)\} = y(t)$, es decir $z(t) = x(t) + iy(t)$.

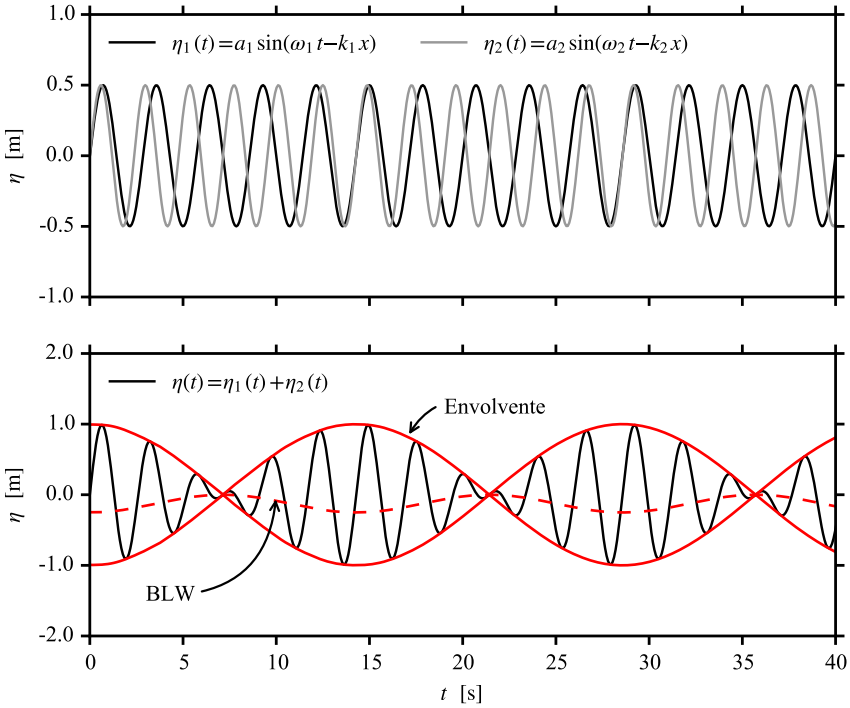

Figura 2.2. Agrupamiento de un tren de ondas bicromático. El panel superior presenta las dos componentes armónicas. El panel inferior muestra la superposición de dichas componentes, la envolvente de la amplitud y la onda larga forzada.

En un caso realista, donde la elevación de la superficie libre $\eta(t)$ es irregular, la descripción del agrupamiento es menos sencilla. En van Vledder (1983a) se hace una revisión de los métodos existentes para el análisis del agrupamiento de ondas. Estos métodos pueden ser basados en: *i*) el análisis de ondas individuales o *ii*) en la envolvente de la serie de tiempo. De los primeros se destaca el modelo de Kimura que es extendido en van Vledder (1983b). De los métodos basados en la envolvente, se destaca el propuesto por Funke & Mansard (1979) que usa el concepto de SIWEH (*Smoothed Instantaneous Wave Energy History*) que es una medida de la distribución de la energía en función del tiempo.

2.1.4. Tensor de radiación

Como lo plantea Holthuijsen (2007), el movimiento de las partículas de agua debido a la presencia de las ondas requiere un trabajo; para realizar dicho trabajo se requiere una cantidad de energía. La energía asociada al campo de olas consiste en dos partes: energía cinética y energía potencial. A partir de la teoría lineal, la energía (cinética y potencial) total por unidad de área, promediada en el tiempo,

asociada a una onda armónica es proporcional al cuadrado de su amplitud y se puede expresar como:

$$E = \frac{1}{2}\rho g a^2 \tag{2.18}$$

Las ondas de amplitud finita propagan energía, la cual viaja a la velocidad del grupo de las ondas individuales c_g, por lo tanto, el flujo de energía en la dirección de propagación de las ondas es:

$$F = Ec_g = \frac{1}{2}Ec\left(1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd}\right) \tag{2.19}$$

En aguas profundas ($kd \gg 1$) la energía se propaga a la mitad de la velocidad de la onda individual ($c_g = c/2$), mientras que en aguas someras ($kd \ll 1$) la energía se propaga a la misma velocidad de la onda ($c_g = c$).

El concepto de tensor de radiación fue propuesto por Longuet-Higgins & Stewart (1962, 1964, 1960), quienes lo definen como «el exceso de flujo de momentum debido a la presencia de las olas». La tasa media de transferencia de momentum por unidad de ancho, a través de un plano vertical perpendicular a la propagación del oleaje, menos el flujo de momentum debido a la presión hidrostática (p_0), se puede escribir como:

$$S_{xx} = \overline{\int_{-d}^{\eta}(p + \rho u^2)dz} - \int_{-d}^{\eta} p_0 dz \tag{2.20}$$

A partir de la teoría lineal, se puede escribir la componente del tensor de radiación en la dirección de propagación del oleaje S_{xx} como:

$$S_{xx} = E\left(\frac{1}{2} + \frac{2kd}{\sinh 2kd}\right) = E\left(2\frac{c_g}{c} - \frac{1}{2}\right) \tag{2.21}$$

En aguas profundas ($kd \gg 1$) la velocidad de grupo es aproximadamente la mitad de la velocidad de fase ($c_g/c \approx 1/2$), entonces el tensor de radiación se convierte en $S_{xx} = E/2$. Igualmente, en aguas someras ($kd \ll 1$), la velocidad de grupo es igual a la velocidad de fase ($c_g/c \approx 1$), por lo tanto el tensor de radiación toma el valor de $S_{xx} = 3E/2$ (Longuet-Higgins & Stewart, 1962). El valor del tensor de radiación depende directamente de la energía local, que a su vez depende del cuadrado de la amplitud. Cuando la amplitud varía gradualmente con el tiempo (o espacio), es decir, está modulada por una envolvente (como en el caso de la Figura 2.2), el tensor de radiación varía en el tiempo (o espacio) a la misma escala. Por lo tanto se puede decir que el tensor de radiación está directamente asociado con los grupos de ondas.

2.2. Ondas infragravitatorias

En esta sección se presentan las teorías sobre los mecanismos de generación de las ondas infragravitatorias, también conocidas como ondas largas u ondas de baja frecuencia. Se parte de la suposición de que la longitud de las ondas infragravitatorias es grande comparada con la profundidad, esto permite escribir las ecuaciones de conservación de masa (2.1) y momentum (2.2) integradas en la vertical y promediadas en el tiempo. Para el caso unidimensional estas ecuaciones pueden ser expresadas (Mei et al., 2005; Schäffer, 1993) como:

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(d + \bar{\eta})\bar{u} = 0 \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + g\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho(d + \bar{\eta})}\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} \tag{2.23}$$

donde $\bar{\eta}$ representa la variación vertical de la superficie libre y $\bar{u}$ la velocidad de la partícula integrada en la vertical, ambas asociadas con la onda larga, el término $\partial S_{xx}/\partial x$ es el gradiente del tensor de radiación en la dirección de propagación de las ondas. Las ecuaciones (2.22) y (2.23) se conocen como las ecuaciones no lineales de aguas someras o de onda larga (NLSWE, *Non-linear Shallow Water Equations*) con un forzador externo debido a las ondas cortas. Suponiendo que la amplitud de la onda larga es pequeña comparada con la profundidad ($\bar{\eta} \ll d$) y despreciando el término advectivo de la ecuación de momentum ($\bar{u}\partial\bar{u}/\partial x$), las ecuaciones (2.22) y (2.23) pueden ser combinadas para obtener la ecuación lineal de onda larga forzada (*Linear Shallow Water Equation*). Schäffer (1993) y Mei et al. (2005) expresan dicha ecuación como[3]:

$$\frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x}\left(gd\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x}\right) = \frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 S_{xx}}{\partial x^2} \tag{2.24}$$

Según Schäffer (1993) la solución de la ecuación linealizada para una playa con pendiente constante presenta diferencias significativas respecto a la no-lineal cerca de la línea de costa, sin embargo, el *run-up* es el mismo para ambas soluciones.

2.2.1. Ondas infragravitatorias forzadas

Longuet-Higgins & Stewart (1962, 1964) presentan una conocida solución a la ecuación (2.24) para el caso de un tren de ondas propagándose sobre un fondo

[3]Esta ecuación difiere ligeramente de la expresión original presentada por Schäffer (1993) y Mei et al. (2005) ya que en este caso se cambió el signo a ambos lados de la ecuación.

plano ($\partial d/\partial x = 0$) en la dirección x. Partiendo de que el forzador S_{xx} es proporcional al cuadrado de la amplitud local de la onda corta (ver Sección 2.1.4), la fuerza aplicada ($-\partial S_{xx}/\partial x$) viaja a la velocidad de grupo c_g, por lo tanto se puede reemplazar el término $\partial/\partial t$ por $-c_g\partial/\partial x$ en (2.24), después de la integración se llega a la siguiente expresión:

$$\bar{\eta} = -\frac{S_{xx}}{\rho(gd - c_g^2)} \tag{2.25}$$

La ecuación (2.25) representa una onda larga forzada (*Bound Long Wave*), también conocida como *set-down*. Esta onda larga está negativamente correlacionada con los grupos de ondas cortas. En la Figura 2.2 se observa que la superficie libre asociada a la onda larga sufre una depresión durante los grupos de ondas cortas de mayor amplitud, mientras que durante los grupos de menor amplitud, la superficie libre se eleva. Se observa también en (2.25) que cuando la velocidad de grupo c_g se aproxima a $\sqrt{gd}$ (aguas someras) el denominador se aproxima a cero y la amplitud de la superficie libre tiende a infinito. En el caso de aguas muy someras la velocidad de grupo se puede aproximar a $c_g^2 \approx gd(1 - (kd)^2)$, y a partir de la teoría lineal el tensor de radiación se convierte en $S_{xx} = 3\rho g a^2/4$, por lo tanto la superficie libre asociada a la onda larga se puede expresar como:

$$\bar{\eta} = -\frac{3ga^2}{4\omega^2 d^2} \tag{2.26}$$

donde ω es la frecuencia representativa de las ondas cortas. Este resultado puede ser usado para casos donde el fondo no sea constante ($\partial d/\partial x \neq 0$) pero se debe suponer que los cambios en el fondo son suficientemente lentos para que se establezca un equilibrio dinámico (Longuet-Higgins & Stewart, 1962).

A partir de la teoría de ondas de segundo orden, Hasselmann (1962) propone que la onda larga incidente es forzada por interacciones no-lineales entre pares de frecuencias ω_i y ω_j. La amplitud de esta onda se puede calcular como (Rijnsdorp et al., 2014):

$$a_{ij} = D_{ij} a_i a_j \tag{2.27}$$

donde a_i y a_j son las amplitudes de las ondas cortas asociadas al par de frecuencias y D_{ij} es un coeficiente de interacción en función de la frecuencia $\omega_{ij} = \omega_j - \omega_i$ y el número de onda $k_{ij} = k_j - k_i$, el cual puede escribirse como:

$$D_{ij} = -\frac{gk_ik_j}{2\omega_i\omega_j} + \frac{\omega_i^2 - \omega_i\omega_j + \omega_j^2}{2g} - C\frac{g(\omega_i - \omega_j)}{\omega_i\omega_j[gk_{ij}\tanh k_{ij}d - (\omega_i - \omega_j)^2]} \tag{2.28}$$

donde C es un coeficiente que está definido como:

$$C = (\omega_i - \omega_j)\left(\frac{\omega_i^2\omega_j^2}{g^2} + k_ik_j\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_i k_j^2}{\cosh^2 k_j d} - \frac{\omega_j k_i^2}{\cosh^2 k_i d}\right) \tag{2.29}$$

2.2.2. Ondas infragravitatorias libres

Las ondas largas forzadas en la zona de *surf* pueden dar lugar a la generación de ondas largas libres (que se propagan a una velocidad $c = \sqrt{gd}$). Munk (1949) y Tucker (1950) fueron los primeros en describir este fenómeno como *surf-beat*. Tucker (1950) encontró una correlación significativa entre las fluctuaciones de baja frecuencia de la superficie libre y la ocurrencia de los grupos de ondas cortas. Estas ondas largas libres fueron observadas 4-5 min después de que se registrara el grupo de ondas. Longuet-Higgins & Stewart (1962) proponen que dicho rezago es el tiempo que toma para que las ondas cortas lleguen a la costa, más el tiempo para que la onda larga sea reflejada de nuevo hasta el punto de medición.

Symonds et al. (1982) proponen un mecanismo de generación de ondas largas libres en la zona de *surf* que se basa en la suposición de que el punto de rotura varía temporalmente con los grupos de ondas cortas. Este modelo se basa en la suposición de que las olas comienzan a romper cuando su amplitud es una fracción de la profundidad y que la amplitud varía de forma lineal desde su valor máximo en el punto de rotura, hasta cero en la línea de costa. Partiendo de que el tensor de radiación es proporcional a la energía local de las ondas cortas, cuando la energía comienza a ser disipada por el proceso de rotura, el tensor de radiación sufre una disminución. Por lo tanto se tiene un gradiente negativo de tensor de radiación hacia la costa, el cual debe ser contrarrestado por un gradiente positivo en la superficie libre. Este fenómeno es conocido como *wave set-up*. La solución analítica de Symonds et al. (1982) es análoga a un problema tipo *wave-maker*. Las ondas libres generadas en la zona de forzamiento (definida por los puntos máximo y mínimo de rotura) son radiadas en ambas direcciones, es decir, hacia la costa y hacia mar afuera. Las ondas que van hacia la costa se supone que son totalmente reflejadas, lo cual produce una onda estacionaria entre la línea de costa y la zona de forzamiento. La amplitud de la onda que se propaga mar afuera depende de la diferencia de fase entre la onda radiada y la onda reflejada.

Capítulo 3

Datos experimentales

3.1. Descripción del montaje experimental

Los datos fueron obtenidos de un experimento realizado por el USACE/ERDC (*U.S. Army Corps of Engineers – Engineer Research and Development Center*) en el canal de oleaje y viento de la Universidad de Michigan (UM) para estudiar el efecto del viento en el *run-up* sobre arrecifes de coral (Demirbilek et al., 2007)[1]. El canal tiene 35 m de largo y una sección de 0,7 m de ancho por 1,6 m de alto. En el fondo del canal fue construido un modelo idealizado de un perfil típico de arrecife de coral tipo *fringing reef* a escala 1:64. Se instalaron nueve sensores de capacitancia para registrar la variación vertical de la superficie libre a lo largo del canal y un sensor de 1 m de largo a pie de playa para registrar el *run-up*. Los sensores se configuraron para medir a una frecuencia de 20 Hz durante 15 min (18000 registros). La Figura 3.1 muestra un esquema de la configuración del canal y los sensores de superficie libre (P1, P2,..., P9) implementados en el experimento. Los datos registrados en el sensor P4 no se tuvieron en cuenta ya que presentan errores sistemáticos (Zijlema, 2012).

La posición del sensor P1 se estableció en $x = 0$ por conveniencia, ya que a partir de este punto se definió el dominio del modelo SWASH, la posición de los demás sensores fue calculada a partir de la distancia desde P1. En la Tabla 3.1 se muestra la posición (x_p) de los sensores P1 a P9 y la profundidad (d_p) medida respecto a la cresta del arrecife. La profundidad real de cada sensor es el nivel

[1]Todos los datos registrados en el experimento se encuentran disponibles en la página web del CIRP (*Coastal Inlets Reasearch Program*), la cual puede ser accedida desde `http://cirp.wes.army.mil/cirp/cirp.html`. Para este trabajo, los datos fueron adquiridos mediante comunicación personal con el Dr. Zeki Demirbilek.

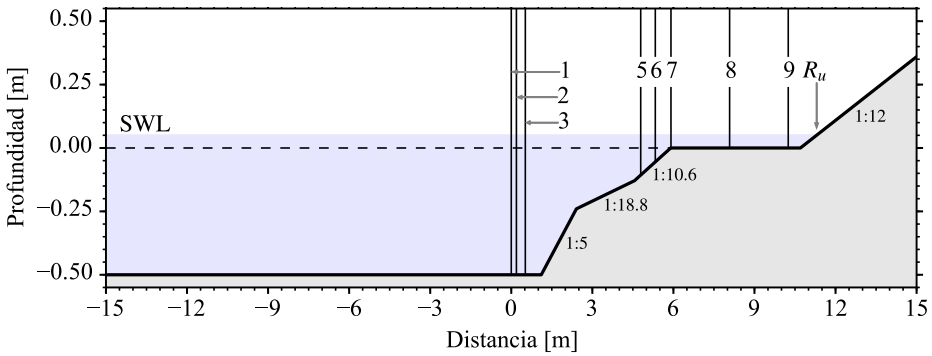

Figura 3.1. Esquema del perfil batimétrico usado en el experimento. Las líneas continuas marcan las posiciones de los sensores usados para medir la superficie libre. La líneal horizontal punteada marca el nivel de referencia. En el esquema se dibujó el nivel del agua en 0,551 m.

medio del agua SWL más la profundidad d_p.

Tabla 3.1. Posición x_p y profundidad d_p de los 8 sensores usados en el experimento. La profundidad está medida respecto a la cresta del arrecife.

	P1	P2	P3	P5	P6	P7	P8	P9
x_p [m]	0,00	0,19	0,52	4,79	5,33	5,91	8,08	10,25
d_p [m]	0,50	0,50	0,50	0,11	0,05	0,00	0,00	0,00

El perfil batimétrico está caracterizado por la estructura típica de un arrecife de coral tipo *fringing reef*, la zonas que lo componen son el talud (*fore-reef*), la cresta (*reef-crest*) y el plano arrecifal (*reef-flat*). La zona comprendida desde −15,0 a 1,10 m tiene un fondo plano ($\beta = 0$). El *fore-reef* está compuesto por tres secciones: entre 1,1 y 2,41 m la pendiente es $\beta = 1/5$ (*deep-fore-reef* o *wall*); entre 2,41 y 4,55 m la pendiente es $\beta = 1/18{,}8$ (*fore-reef*) y entre 4,55 y 5,9 m la pendiente es $\beta = 1/10{,}6$ (*fore-reef-terrace*). La cresta del arrecife está ubicada en 5,9 m. El *reef-flat*, donde $\beta = 0$, se encuentra entre 5,9 y 10,7 m. La playa tiene una pendiente $\beta = 1/12$ y corresponde a la zona definida entre 10,7 y 15,0 m.

3.2. Características de los datos

Demirbilek et al. (2007) ejecutaron aproximadamente 80 casos, combinando solo oleaje en la frontera, solo viento y oleaje y viento. Para este trabajo se usaron 29 casos que corresponden a solo oleaje. Usaron un espectro tipo JONSWAP (*Joint North Sea Wave Project*; Hasselmann et al. 1973) para generar la condición en la frontera, la cual es sintetizada por un generador de oleaje controlado por

computador (*wave-maker*) para reproducir la variación vertical de la superficie libre. La forma general del espectro JONSWAP puede escribirse como:

$$S(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp\left(-\beta \left(\frac{f_p}{f}\right)^4\right) \gamma^\delta \tag{3.1a}$$

$$\delta = \exp\left(-\frac{(f - f_p)^2}{2(\sigma_0 f_p)^2}\right) \tag{3.1b}$$

$$\sigma_0 = \begin{cases} 0{,}07 & : f < f_p \\ 0{,}09 & : f \geq f_p \end{cases} \tag{3.1c}$$

donde $\alpha = 0{,}081$, $\beta = 5/4$, $\gamma = 3{,}3$ y $f_p = 1/T_{p,0}$. El área bajo la curva del espectro debe ser normalizada tal que $\int S(f)\mathrm{d}f = H_{s,0}^2/16$. Las condiciones de frontera varían la altura de ola significante ($H_{s,0}$) desde 0,032 a 0,085 m, el período pico ($T_{p,0}$) de 1 a 2,5 s y nivel medio del mar (SWL) de 0 m (nivel de marea baja) hasta 0,051 m (nivel de marea alta). En la Tabla 3.2 se presentan los 29 casos estudiados.

Tabla 3.2. Altura de ola significante objetivo ($H_{s,0}$), período pico objetivo ($T_{p,0}$) y nivel medio (SWL) para los 29 casos ejecutados en el laboratorio.

SWL = 0,051 m			SWL = 0,016 m			SWL = 0,000 m			SWL = 0,031 m		
Caso	$H_{s,0}$ [m]	$T_{p,0}$ [s]	Caso	$H_{s,0}$ [m]	$T_{p,0}$ [s]	Caso	$H_{s,0}$ [m]	$T_{p,0}$ [s]	Caso	$H_{s,0}$ [m]	$T_{p,0}$ [s]
C15	0.062	1.00	C26	0.058	1.00	C33	0.056	1.00	C44	0.032	1.00
C20	0.061	1.25	C27	0.055	1.25	C34	0.045	1.50	C45	0.061	1.00
C16	0.052	1.50	C28	0.047	1.50	C35	0.045	1.50	C46	0.059	1.25
C17	0.078	1.50	C29	0.071	1.50	C36	0.068	1.50	C47	0.050	1.50
C21	0.082	1.75	C30	0.076	1.75	C37	0.076	1.75	C48	0.075	1.50
C18	0.085	2.00	C31	0.085	2.00	C38	0.084	2.00	C57	0.077	1.75
C19	0.083	2.50	C32	0.079	2.50	C39	0.077	2.50	C58	0.085	2.00
-	-	-	-	-	-	-	-	-	C59	0.082	2.50

El espectro de densidad de energía $S(f)$ se obtuvo aplicando la transformada rápida de Fourier (FFT) por ventanas sobre los datos de superficie libre $\eta(t)$ obtenidos del experimento de Demirbilek et al. (2007). El registro de longitud 2^{14} (16384) datos se dividió en tres secciones de 2^{13} (8192) datos, superpuestas un 50 %, a cada sección se le hizo un *tapering* (con una ventana tipo Hanning) para reducir el *leakage* (Rodríguez & Soares, 1999). Finalmente se aplicó un filtro pasa-bajas sobre 128 frecuencias para suavizar el espectro. En total se tiene una resolución espectral de 0,315 Hz y 193 grados de libertad. El espectro se separó en dos zonas: la zona infragravitatoria con frecuencias menores que cierta frecuencia

de corte f_c y la zona de *sea-swell* con frecuencias mayores que f_c. El valor de f_c se estableció en función de la frecuencia pico del espectro en aguas profundas como $f_c = f_{p,0}/2$.

A partir del espectro $S(f)$ se derivan los parámetros integrales (*bulk parameters*) en función del momento de orden j que se define como:

$$m_j = \int_{f_1}^{f_2} f^j S(f) \mathrm{d}f \tag{3.2}$$

donde f_1 y f_2 son los límites de integración inferior y superior respectivamente. A continuación se presentan las variables involucradas en el presente trabajo:

- La altura de ola significante, que está definida como $H_s = 4\sqrt{m_0}$, de aquí se definen también la altura de ola significante de la banda *sea-swell* $H_s^{(ss)}$, la cual está integrada entre $f_1 = f_c$ y $f_2 = f_{\text{máx}}$; y la altura de ola significante de la banda infragravitatoria $H_s^{(ig)}$, integrada entre $f_1 = f_{\text{mín}}$ y $f_2 = f_c$.
- El período medio (*zero-crossing period*), que se define como $T_{m02} = \sqrt{m_0/m_2}$. Se prefiere usar el período T_{m02} ya que eventualmente el período T_{m01} puede verse modificado por la presencia de ondas cortas y el T_p es de naturaleza más ruidosa debido a la forma como se estima (Ardhuin et al., 2014).
- El período pico T_p se usó en la frontera de la malla ($x = 0\,\text{m}$). La forma de calcular el período pico es $T_p = 1/f_p$, donde $f_p = f|_{\text{máx}\{S(f)\}}$.
- Se definieron también tres variables para el espectro de *run-up*: *i*) el período medio de oscilación del *run-up* definido como $T_R = m_0/m_1$ igual que en Holman (1986); *ii*) el *run-up* significante incidente (*sea-swell*) $R_s^{(ss)}$ y *iii*) el *run-up* significante infragravitatorio $R_s^{(ig)}$, ambos análogos a las alturas de ola significante de *sea-swell* e infragravitatoria, pero integrando sobre el espectro de *run-up*.

Capítulo 4

Modelo numérico

4.1. Ecuaciones de gobierno

El modelo SWASH es la implementación numérica de las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS, *Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations*) incluyendo la presión no-hidrostática para flujo incompresible (Rijnsdorp et al., 2014; Smit et al., 2014). Es una herramienta de propósito general que puede ser usada para simular flujos rotacionales, problemas de propagación de ondas y fenómenos de transporte en una, dos y tres dimensiones (Zijlema et al., 2011). Las ecuaciones de gobierno del SWASH se obtienen a partir de (2.1) y (2.2). La ecuación de conservación de masa para un flujo incompresible en un plano bi-dimensional $x - z$ se escribe como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{4.1}$$

donde $u(x, z, t)$ y $w(x, z, t)$ son las velocidades horizontal y vertical respectivamente. De igual forma, la ecuación de conservacion de momentum horizontal (en dirección x) y vertical (en dirección z), se pueden escribir como (Yamazaki et al., 2008):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial (p+q)}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial (p+q)}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - g \tag{4.3}$$

donde p y q representan las presiones hidrostática y no-hidrostática respecti-

vamente. La presión hidrostática se expresa en función de la superficie libre como $p = \rho g(\eta - z)$, así, el gradiente de presión hidrostática es $\partial p/\partial x = \rho g \partial \eta/\partial x$ y $\partial p/\partial z = -\rho g$ en dirección x y z respectivamente. Los términos τ_{ij} representan los esfuerzos turbulentos en la dirección j aplicado sobre el plano i. Estos esfuerzos son obtenidos usando la aproximación de viscosidad de remolino (*eddy viscosity*), por lo tanto el esfuerzo en dirección x se expresa como $\tau_{xx} = 2\nu_t \partial u/\partial x$, donde ν_t es la viscosidad cinemática de remolino. El modelo de turbulencia es indispensable para aproximar la mezcla turbulenta y la disipación por rotura. Aunque la disipación por rotura está implícita en el modelo, es la viscosidad de remolino la que determina la escala a la cual se da dicha disipación. El SWASH usa la hipótesis de longitud de mezcla de Prandtl (ℓ_m) suponiendo que la turbulencia está en equilibrio local (Zijlema et al., 2011), según esta hipótesis la viscosidad de remolino para el caso unidimensional está dada por:

$$\nu_{\mathrm{t}} = \ell_m^2 \sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} \tag{4.4}$$

Las ecuaciones de gobierno del SWASH están limitadas en la columna de agua por $z = \eta(x,t)$ en la superficie y $z = -d(x)$ en el fondo ($z = 0$ es la posición del nivel medio del agua). De aquí se obtienen las condiciones de frontera cinemáticas en la superficie y el fondo para la velocidad vertical como $w = \mathrm{D}\eta/\mathrm{D}t$ (donde $\mathrm{D}/\mathrm{D}t$ denota la derivada material). Integrando la ecuación de conservación de masa en la vertical se obtiene la ecuación (2.22) descrita anteriormente. La ecuación de conservación de momentum horizontal bajo la misma integración y teniendo en cuenta los esfuerzos producidos por la fricción en el fondo, está dada por (Zijlema et al., 2011):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -g\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{h}\int_{-d}^{\eta} \frac{\partial q}{\partial x} dz - c_f \frac{u\,|u|}{h} + \frac{1}{h}\frac{\partial}{\partial x}\left(h\nu_t \frac{\partial u}{\partial x}\right) \tag{4.5}$$

donde $h = \eta + d$ y c_f es el coeficiente adimensional de fricción con el fondo, que está basado en el parámetro de rugosidad de Manning n y puede escribirse como:

$$c_f = \frac{n^2 g}{h^{1/3}} \tag{4.6}$$

La tasa de disipación debida a la fricción con el fondo es inversamente proporcional a $h^{4/3}$ (según la ecuación de momentum), entre menor es la profundidad mayor es la fricción. La formulación de Manning representa mejor la dinámica

de las ondas en la zona de *surf* que otras conocidas formulaciones como Chèzy o Colebrook-White (Zijlema et al., 2011). Uno de los términos más importantes de la ecuación (4.5) es el gradiente de presión no-hidrostática. Según Stelling & Zijlema (2003) este término es calculado como:

$$\int_{-d}^{\eta} \frac{\partial q}{\partial x} dz = \frac{1}{2} \left(h \frac{\partial q_b}{\partial x} + q_b \frac{\partial (\eta - d)}{\partial x} \right) \tag{4.7}$$

donde q_b es la presión no-hidrostática en el fondo. Suponiendo que la velocidad vertical w varía linealmente desde el fondo hasta la superficie y despreciando los términos advectivos y difusivos en la ecuación de conservación de momentum vertical, la aceleración vertical $\partial w/\partial t$ queda determinada por el gradiente de presión no-hidrostática en el fondo. Finalmente, la ecuación de momentum vertical, aplicando el esquema Keller-Box (Zijlema et al., 2011; Zijlema & Stelling, 2008), se puede escribir como:

$$\frac{\partial w_s}{\partial t} + \frac{\partial w_b}{\partial t} = \frac{2 q_b}{h} \tag{4.8}$$

donde w_s y w_b son las velocidades verticales en la superficie y el fondo respectivamente obtenidas a partir de la condición de frontera cinemática. Las ecuaciones presentadas son las mismas que las ecuaciones no lineales de aguas someras (NLSWE) excepto por la adición de la ecuación de momentum vertical y el término de la presión no-hidrostática en la ecuación de momentum horizontal (Yamazaki et al., 2008). Es posible mejorar la estimación de la velocidad vertical integrando las ecuaciones en diferentes capas y así resolver mejor la dispersión frecuencial de las ondas. Stelling & Zijlema (2003) y Zijlema & Stelling (2008) presentan la extensión de las ecuaciones de gobierno del SWASH y la discretización numérica para diferentes capas verticales.

SWASH no puede reproducir procesos como el arrastre[1] de aire en la superficie libre del agua, la formación de voluta o la turbulencia generada cuando el frente de la onda se vuelve inestable y comienza el proceso de rotura. En este caso se usa una aproximación para capturar los procesos a gran escala en la zona de *surf*, considerando la rotura de las ondas como un resalto hidráulico en movimiento (Smit et al., 2014). Cuando la tasa de cambio de la superficie libre con respecto al tiempo excede una fracción α de la velocidad de fase de la onda libre $\sqrt{gd}$, el

[1]La palabra correcta sería atrapamiento de aire que corresponde al inglés *air-entrainment* aunque no está registrada en la Real Academia de la Lengua Española.

modelo comienza el proceso de rotura, es decir:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} > \alpha \sqrt{gd} \tag{4.9}$$

Cuando esta condición se satisface el modelo fuerza el frente de onda a ser hidrostático, omitiendo el cálculo de la presión no-hidrostática. Después de que inicia la rotura, el parámetro α se reduce a β (donde $\beta < \alpha$) para garantizar la persistencia del proceso. Smit et al. (2014, 2013) proponen que $\alpha = 0{,}6$ y $\beta = 0{,}3$.

4.2. Configuración del modelo

El modelo SWASH se ejecutó en el perfil batimétrico de la Figura 3.1, estableciendo el dominio computacional desde $x = 0$ hasta $x = 15\,\text{m}$ y despreciando las variaciones paralelas a la costa (modo unidimensional). La serie de superficie libre $\eta(t)$ registrada en el sensor P1 es la base para definir el forzador del modelo en la frontera *offshore*. El registro en este punto es la combinación de las ondas cortas incidentes (*incident short waves*), la onda forzada incidente (*incident bound long wave*) y la onda libre reflejada (*reflected free long wave*). Solamente la energía incidente debe ser incorporada como condición de frontera en el modelo (Rijnsdorp, 2011). Para imponer en la frontera únicamente la energía incidente, se aplicó un filtro pasa altas (usando la frecuencia de corte $f_c = f_{p,0}/2$) y se adicionó la componente de la onda larga forzada (BLW) calculada a partir de la teoría de segundo orden (Hasselmann, 1962) con la ecuación (2.27). En la sección 4.3.1 se presenta un análisis de sensibilidad sobre la forma en como se impone la condición de frontera en el modelo.

La resolución espacial debe ser suficientemente fina para resolver las ondas de menor tamaño. Se definió una malla con espaciamiento constante $\Delta x = 0{,}01\,\text{m}$. Las ondas más cortas tienen un período pico de $1{,}0\,\text{s}$, que de acuerdo con la relación de dispersión (2.11), para una profundidad de $0{,}551\,\text{m}$ (condiciones del caso C15; Tabla 3.2), su longitud de onda asociada es $1{,}5\,\text{m}$. Por lo tanto, para un dominio de $15\,\text{m}$ de largo se tienen 150 puntos por longitud de onda y 1500 celdas computacionales en total. Para garantizar la estabilidad numérica en la solución de las ecuaciones, el paso de tiempo de integración (Δt) se restringió según la condición CFL (Courant–Friedrichs–Lewy):

$$\text{CFL}_{\text{mín}} \leq \frac{\Delta t(\sqrt{gd} + |u|)}{\Delta x} \leq \text{CFL}_{\text{máx}} \tag{4.10}$$

El SWASH hace una actualización dinámica del CFL en un rango establecido

por el usuario, duplicando o reduciendo a la mitad el Δt según las condiciones. El $\mathrm{CFL}_{\mathrm{mín}}$ se fijó en 0,1 y el $\mathrm{CFL}_{\mathrm{máx}}$ en 0,6, por lo tanto, para la resolución vertical y la mayor profundidad, el paso de tiempo es $\Delta t = 0{,}001\,\mathrm{s}$. La resolución vertical está determinada por el número de capas K, en este caso el modelo se ejecutó con una sola capa, ya que según Zijlema et al. (2011), para una profundidad relativa $kd \leq 2{,}9$ la precisión del modelo es aceptable (aproximadamente del 3 %), para el caso más crítico (mayor profundidad y menor período), la profundidad relativa es $kd = 2{,}30$. Al aumentar el número de capas se mejora la capacidad del modelo en reproducir las ondas más cortas, pero también se aumenta significativamente el tiempo computacional. En un PC Intel® Core™ i5-3570 de 3,40 GHz × 4 y 8 GB de RAM, tarda en promedio 5 min la simulación de cada caso con una capa vertical, mientras que si se consideran dos capas, el tiempo requerido es de 120 min. Para los objetivos de este trabajo se considera que la simulación con una capa es suficiente para reproducir el espectro de *run-up*. En la sección 4.3.3 se presenta un análisis de sensibilidad sobre el número de capas verticales.

Se ejecutaron los 29 casos de la Tabla 3.2 durante 15 min, de los cuales no se tuvieron en cuenta los primeros 80,8 s (es decir, 9 % del tiempo total) que constituyen el tiempo de calentamiento del modelo (*spin-up*). La frecuencia de salida de los datos de superficie libre del modelo se estableció en 20 Hz (un dato cada 0,05 s) la misma de los datos observados. El *run-up* fue calculado como la coordenada vertical de la superficie libre en el punto donde la profundidad es igual o menor que cierta profundidad $d_{\mathrm{mín}}$, establecida en 1 mm. En la sección 4.3.2 se presenta un análisis de sensibilidad a este parámetro. Con las series de superficie libre se obtuvieron los espectros de densidad de energía a lo largo del canal y el espectro de *run-up* al igual que los parámetros integrales definidos anteriormente.

4.3. Análisis de sensibilidad

En esta sección se presentan los resultados del análisis de sensibilidad del modelo SWASH. Existe una amplia cantidad de parámetros estadísticos para evaluar los resultados de un modelo respecto a un valor de referencia, que generalmente son las observaciones. En Sutherland et al. (2004) se presenta un completo análisis sobre estos parámetros. El parámetro más comúnmente usado que mide la precisión de un modelo es el error cuadrático medio (MSE, *Mean Squared Error*). Si se define O como los datos de referencia y P como los resultados del modelo, el

MSE se puede escribir como:

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(P_i - O_i)^2 \tag{4.11}$$

donde N es el número de datos evaluados. El MSE puede ser visto como la suma de tres errores (Liu et al., 2009): el error debido al sesgo o la diferencia de medias $(\bar{P} - \bar{O})^2$; el error debido a la diferencia entre las desviaciones estándar $(S_P - S_O)^2$; y el error debido a la variabilidad o error en el coeficiente de correlación $2S_P S_O(1 - R)$, donde S_O y S_P representan la desviación estándar del valor de referencia y la predicción respectivamente. El MSE es altamente sensible a la presencia de *outliers*, por lo tanto es poco robusto y muy conservador. Otro de los estadísticos más usados es el MAE (*Mean Absolute Error*) el cual es expresado como:

$$\mathrm{MAE} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|P_i - O_i| \tag{4.12}$$

La principal diferencia entre estos dos estimadores del error es que el MSE eleva las diferencias al cuadrado antes de sumarlas, por lo tanto las magnifica cuando son mayores que uno y las reduce cuando son menores. Una ventaja del MAE es que tiene las mismas unidades que la variable evaluada. Una generalización del MSE y el MAE es presentada por Willmott et al. (1985), donde incluye una ponderación para cada una de las diferencias y la posibilidad de usar otras potencias diferentes de uno y dos.

El análisis de sensibilidad se llevó a cabo en dos etapas. Primero se realizó un análisis sobre el tipo de condición de frontera impuesta en el modelo, la profundidad mínima para definir la oscilación del *run-up* y la resolución vertical. En esta primera etapa se comparó con las observaciones para definir la mejor forma de configuración del modelo. Finalmente, una vez definida la estrategia de simulación, se realizó el análisis de sensibilidad sobre los parámetros físicos, es decir, los coeficientes que determinan la fricción con el fondo, la escala de mezcla horizontal y la rotura. Se escogieron los casos C15 ($H_{s,0} = 0{,}062\,\mathrm{m}$; $T_{p,0} = 1{,}0\,\mathrm{s}$), C28 ($H_{s,0} = 0{,}047\,\mathrm{m}$; $T_{p,0} = 1{,}5\,\mathrm{s}$) y C59 ($H_{s,0} = 0{,}082\,\mathrm{m}$; $T_{p,0} = 2{,}5\,\mathrm{s}$) para cubrir condiciones de baja, media y alta energía incidente respectivamente.

4.3.1. Sensibilidad a las condiciones de frontera

Para reproducir correctamente la transformación de las ondas en todo el dominio, el modelo debe ser forzado con las condiciones de frontera adecuadas. En la Figura 4.1 se presenta una comparación del espectro de *run-up* con los datos

de los casos C15 (baja energía incidente) y C59 (alta energía incidente) para tres tipos de condiciones de frontera impuestas en el modelo:

1. Serie total de superficie libre medida en el punto P1, donde se incluye tanto la energía incidente como la energía reflejada.

2. Serie en el punto P1 con las ondas largas filtradas, es decir, solo la energía incidente en la banda *sea-swell*, más la onda larga forzada calculada con la solución de las ecuaciones lineales de aguas someras para un fondo plano presentada por (Longuet-Higgins & Stewart, 1962). La forma de la onda larga forzada, como función del tiempo, es:

$$\bar{\eta}(t) = -\frac{S_{xx}(t)}{\rho(gd - c_g^2)} \tag{4.13}$$

   En este caso se calculó el tensor de radiación $S_{xx}(t)$ en función del cuadrado de la amplitud local $a^2(t)$ obtenido con la envolvente de la superficie libre. La velocidad de fase se calculó a partir de la relación de dispersión, usando el período pico característico de la serie. Por lo tanto, la señal en la frontera es escrita como:

3. Serie en el punto P1 filtrada más la onda larga forzada incidente calculada a partir de la teoría de segundo orden (Hasselmann, 1962). En este caso, se calculó la amplitud de la componente de segundo orden como $a_{ij} = D_{ij}a_i a_j$, donde D_{ij} es un coeficiente de interacción calculado según la ecuación 2.28, y a_i, a_j, son las amplitudes de las componentes i, j respectivamente. La frecuencia de la componente de segundo orden es $\omega_{ij} = \omega_j - \omega_i$. Por lo tanto la superficie libre en la frontera es escrita como:

$$\eta(t) = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i)}_{\text{Onda corta incidente}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N} a_{ij} \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij})}_{\text{Onda larga forzada}} \tag{4.14}$$

Se calculó la raíz del MSE normalizada con el rango de las observaciones (NRMSE $= \sqrt{\text{MSE}}/\Delta$, donde $\Delta = O_{\text{máx}} - O_{\text{mín}}$) como medida del error relativo entre el *run-up* infragravitatorio $R_s^{(ig)}$ predicho y observado, para cada condición de frontera, esto con el fin de evaluar cuál es la más adecuada según las observaciones.

Cuando se incluye como forzador la serie total medida, se obtiene un exceso de energía en la banda infragravitatoria del 53 % y en la banda de *sea-swell* del

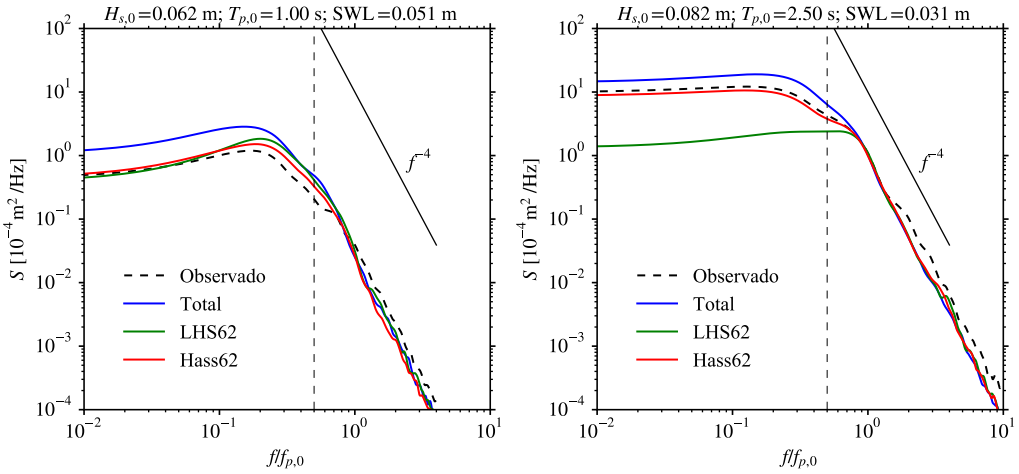

Figura 4.1. Comparación del espectro de *run-up* para los casos C15 (izquierda) y C59 (derecha) para las tres condiciones de frontera impuestas en el modelo, LHS62 es teoría de aguas someras y Hass62 es el interacciones entre pares de frecuencias. La línea vertical negra punteada marca la división entre la zona de *sea-swell* (derecha) e infragravitatoria (izquierda). La línea negra continua es la pendiente del rango de saturación del espectro de *run-up*.

20 % para el caso C15, debido a que se está incluyendo la onda libre reflejada (que está incluida en el registro) como forzador, lo cual produce una reflexión adicional, que no coincide con las observaciones. Por lo tanto la forma correcta de imponer la condición de frontera es filtrando las componentes de la banda infragravitatoria y agregando la onda forzada a las ondas cortas. Cuando se calcula la onda forzada por LHS62 (4.13), para la frecuencia pico del espectro y el número de onda asociado según la profundidad, se sobrestima la energía en la banda infragravitatoria un 24 % y en la banda de *sea-swell* del 17 % para el caso C15. Los resultados que más se acercan a las observaciones corresponden a la condición de frontera calculada por Hass62 (4.14), la cual presenta un NRMSE de 14 % en el *run-up* significante infragravitatorio y un NRMSE de 5 % en el *run-up* significante de *sea-swell*. En los tres casos (C15, C28 y C59) se observó que la mejor forma de calcular la onda de segundo orden es a partir de la teoría de Hass62 (Tabla 4.1).

Tabla 4.1. RMSE normalizado (NRMSE) entre los parámetros de *run-up* T_R, $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$ simulados y observados, para el análsis de sensibilidad a la condición de frontera, con los datos de los casos C15, C28 y C59.

Frontera	Caso C15			Caso C28			Caso C59		
	T_R	$R_s^{(ss)}$	$R_s^{(ig)}$	T_R	$R_s^{(ss)}$	$R_s^{(ig)}$	T_R	$R_s^{(ss)}$	$R_s^{(ig)}$
Total	20 %	20 %	53 %	14 %	37 %	55 %	17 %	5 %	26 %
LHS62	0,1 %	17 %	24 %	−3 %	55 %	42 %	−35 %	−10 %	−51 %
Hass62	5 %	5 %	14 %	1 %	46 %	43 %	1 %	−4 %	−7 %

4.3.2. Sensibilidad a la profundidad mínima

El punto en el cual se mide el *run-up* define la forma del espectro en la zona de *swash* (Ruju et al., 2014). Este punto está determinado por la profundidad mínima ($d_{\text{mín}}$) hasta donde se resuelven las ecuaciones en el modelo. El valor por defecto de esta profundidad en el SWASH está establecido en 0,5 mm. Se evaluó la respuesta en el espectro de *run-up* para cuatro valores de profundidad mínima y se comparó con las observaciones. La Figura 4.2 muestra el espectro de energía en la zona de *swash* para los datos de los casos C15 y C59, variando la profundidad mínima desde 0,5 a 5 mm.

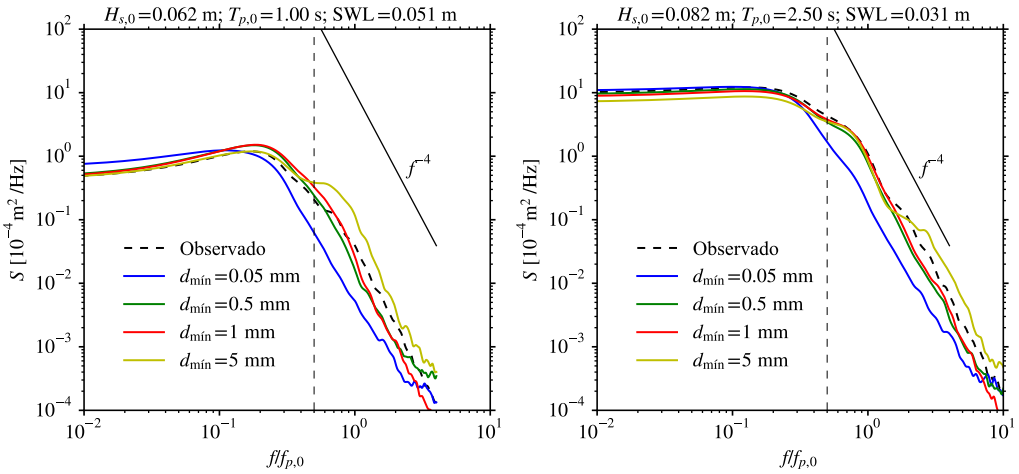

Figura 4.2. Comparación del espectro de *run-up* de los casos C15 (izquierda) y C59 (derecha) para diferentes profundidades mínimas. La línea negra punteada marca la división entre la zona de *sea-swell* (derecha) e infragravitatoria (izquierda). La línea negra continua es la pendiente del rango de saturación del espectro de *run-up*.

En este caso se evaluó el NRMSE en el *run-up* significante (*sea-swell* e infragravitatoria) observado y predicho para diferentes profundidades mínimas con los datos de los casos C15, C28 y C59 (Tabla 4.2). El espectro de *run-up* es evidentemente sensible a la profundidad mínima, entre mayor (menor) es $d_{\text{mín}}$ mayor es la energía en las altas (bajas) frecuencias. Por ejemplo, para el caso C15, el valor de profundidad mínima que menor NRMSE de $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$ presenta respecto a las observaciones (5 % y 14 % respectivamente) es $d_{\text{mín}} = 1$ mm. Para este valor el período medio de *run-up* (T_R) también presenta los mejores resultados respecto a las observaciones (5 %), mientras que cuando $d_{\text{mín}}$ es 0,05 y 5 mm el error es 59 % y −24 % respectivamente. Se observa (Tabla 4.2) que los resultados son similares para las tres condiciones energéticas, aunque para el caso C28 se observan diferencias muy altas (~ 40 %) en el *run-up* significante cuando $d_{\text{mín}} = 1$ mm.

Tabla 4.2. RMSE normalizado (NRMSE) entre los parámetros de *run-up* T_R, $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$ simulados y observados, para el análisis de sensibilidad a la profundidad mínima, con los datos de los casos C15, C28 y C59.

$d_{\text{mín}}$	Caso C15			Caso C28			Caso C59		
	T_R	$R_s^{(ss)}$	$R_s^{(ig)}$	T_R	$R_s^{(ss)}$	$R_s^{(ig)}$	T_R	$R_s^{(ss)}$	$R_s^{(ig)}$
0,05 mm	59 %	−55 %	−5 %	38 %	2 %	58 %	61 %	−51 %	−6 %
0,5 mm	13 %	−12 %	11 %	−3 %	47 %	45 %	11 %	−13 %	−4 %
1 mm	5 %	5 %	14 %	1 %	46 %	43 %	1 %	−4 %	−6 %
5 mm	−24 %	62 %	4 %	−4 %	18 %	26 %	−12 %	−5 %	−14 %

Aplicando el factor de escala de 1:64, este valor de 1 mm corresponde a 6,4 cm en el prototipo (escala real), el cual es el valor de profundidad mínima que permite las mejores comparaciones con mediciones de *run-up* en campo, usando técnicas de video (Ruju et al., 2014).

4.3.3. Sensibilidad a la resolución vertical

El número de capas verticales es de vital importancia en los resultados del modelo según la aplicación (Zijlema & Stelling, 2008). La precisión con que se calcula la velocidad de fase $c = \omega/k$ depende de la discretización del gradiente de presión vertical, entre mayor número de capas, mejor definida queda la distribución de la presión. La influencia del número de capas verticales se muestra para el caso C15, el cual tiene un período pico $T_{p,0} = 1{,}0\,\text{s}$, que para una profundidad $d = 0{,}551\,\text{m}$ representa un $kd = 2{,}30$. La Figura 4.3 presenta el espectro de energía en aguas profundas (P1), en la zona de rotura (P6 y P7), en la zona de *swash* (P8 y P9) y el espectro de *run-up*, para una, dos y tres capas.

En las simulaciones con $K = 1$ y $K = 2$ se usó el esquema Keller-Box (Smit et al., 2013; Zijlema et al., 2011; Zijlema & Stelling, 2008) para aproximar el gradiente vertical de presión no-hidrostática, mientras que con $K = 3$ se usó el esquema estándar (diferencias finitas centradas), ya que el modelo presentó inestabilidades numéricas con $K = 3$ y el esquema Keller-Box. Se observa que en la zona de *surf* (P6 y P7) el modelo pierde capacidad de predecir las ondas de alta frecuencia cuando se modela con una sola capa. Cuando estas ondas son disipadas por la rotura, la zona de altas frecuencias del espectro es bien reproducida por el modelo (P8 y P9). Los resultados para $K = 2$ muestran una mejor predicción del espectro en las altas frecuencias, pero en la zona infragravitatoria se sobrestima ligeramente la energía. Cuando se usan tres capas y se usa el esquema estándar, no se resuelve bien la dispersión frecuencial de las ondas más cortas, se observa que

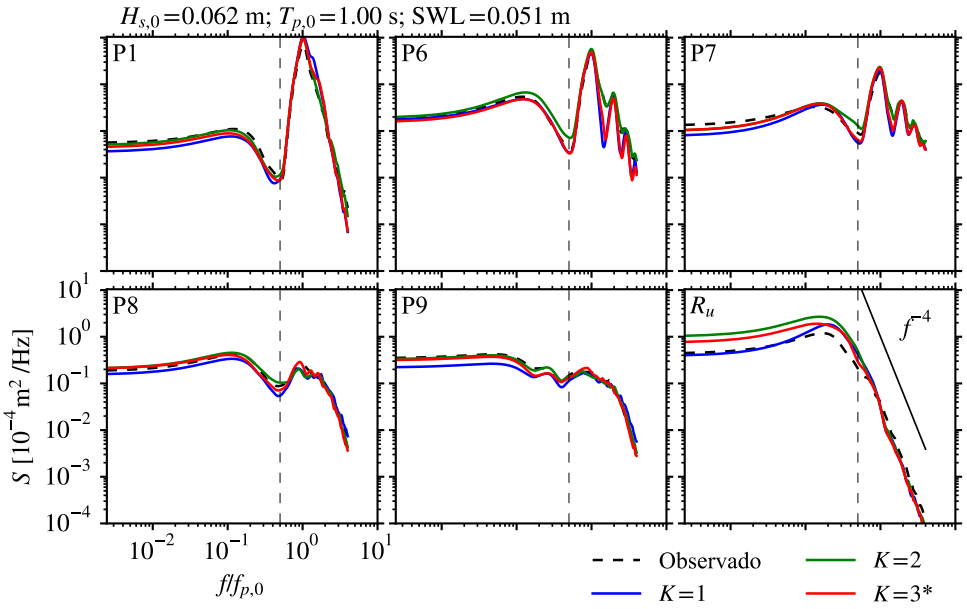

Figura 4.3. Comparación de los espectros de energía del caso C15 en los puntos P1, P6, P7, P8, P9 y *run-up* para una, dos y tres capas verticales. La línea negra punteada marca la división entre la zona de *sea-swell* (derecha) e infragravitatoria (izquierda). La línea negra continua en el último panel es la pendiente del rango de saturación del espectro de *run-up*.

los resultados para $K = 3$ se asemejan mucho a los resultados con $K = 1$. En la zona de las altas frecuencias del espectro de *run-up* no se observa mucha influencia del número de capas, mientras que en la parte infragravitatoria es sobrestimada con $K = 2$ y $K = 3$. Para el objetivo de este trabajo, que es reproducir el espectro de *run-up*, es suficiente la simulación con una sola capa.

4.3.4. Sensibilidad a parámetros físicos

Se estudió la respuesta del modelo al cambio de los parámetros que determinan la fricción con el fondo (n), dada por la ecuación de Manning (4.6); la escala de mezcla horizontal (ℓ_m), determinada por la hipótesis de longitud de mezcla de Prandtl (4.4); y la rotura del oleaje (β), la cual está parametrizada según (4.9). Los parámetros se variaron de acuerdo al valor que pueden tomar según la física del fenómeno. El coeficiente de Manning se varió desde $n = 0{,}001\,\mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$ (correspondiente a una superficie lisa) hasta $n = 0{,}1\,\mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$ (correspondiente a una superficie altamente rugosa). El parámetro de rotura se varió desde $\beta = 0{,}1$ hasta $\beta = 0{,}5$ (limitado por la parametrización de rotura). La longitud de mezcla se varió desde $\ell_m = 0{,}001\,\mathrm{m}$ hasta $\ell_m = 0{,}1\,\mathrm{m}$ (asociada a alturas de ola del mismo

orden). En total se realizaron 9 simulaciones variando un parámetro a la vez (27 simulaciones en total). Se encontró que los tres casos evaluados (C15, C28 y C59) presentan resultados similares para el análisis de sensibilidad a los parámetros físicos, por lo tanto solo se muestran los resultados para el caso C15.

Se evaluaron cinco variables: T_{m02}, $H_s^{(ss)}$, $H_s^{(ig)}$, $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$; las tres primeras están definidas en los sensores P1 a P9 (ocho puntos) y las dos últimas en el espectro de *run-up* (un solo punto). Se usó la raíz del MSE como medida de la desviación relativa, usando como valor de referencia (O) los resultados del modelo con parámetros por defecto (`default` en la Tabla 4.3). Este valor se normalizó con la media del caso base para poner todas las variables en la misma escala, esta normalización es conocida como coeficiente de variación del RMSE (CV = $\sqrt{\text{MSE}}/\bar{O}$), un valor alto quiere decir que la variable presenta alta sensibilidad al parámetro evaluado. En la Tabla 4.3 se presentan el valor de los parámetros por cada ejecución y el coeficiente de variación para las cinco variables.

Tabla 4.3. Parámetros físicos evaluados en el análisis de sensibilidad y coeficiente de variación CV ($\sqrt{\text{MSE}}/\bar{O}$) para las variables T_{m02}, $H_s^{(ss)}$, $H_s^{(ig)}$, $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$ del caso C15.

Run	Parámetros			Coeficiente de variación CV				
	$n\,[\text{m}^{-1/3}\text{s}]$	$\beta\,[-]$	$\ell_m\,[\text{m}]$	T_{m02}	$H_s^{(ss)}$	$H_s^{(ig)}$	$R_s^{(ss)}$	$R_s^{(ig)}$
`default`	0.010	0.3	0.010	-	-	-	-	-
`fric1a`	0.001	0.3	0.010	0.55 %	0.14 %	6.03 %	13.78 %	13.73 %
`fric9a`	0.100	0.3	0.010	6.12 %	10.82 %	56.73 %	88.11 %	87.87 %
`brkn1a`	0.010	0.1	0.010	6.31 %	4.93 %	1.68 %	6.29 %	6.31 %
`brkn9a`	0.010	0.5	0.010	0.71 %	2.64 %	0.80 %	0.21 %	2.82 %
`hmix1a`	0.010	0.3	0.001	2.78 %	3.23 %	7.09 %	3.17 %	11.13 %
`hmix9a`	0.010	0.3	0.100	49.10 %	15.98 %	30.45 %	73.67 %	40.59 %

La Figura 4.4 muestra el CV para los tres parámetros evaluados: el coeficiente de Manning (izquierda), el parámetro de rotura (centro) y la longitud de mezcla (derecha) para el caso C15. El coeficiente de Manning afecta principalmente las ondas infragravitatorias, un aumento de $n = 0{,}01\,\text{m}^{-1/3}\text{s}$ a $n = 0{,}1\,\text{m}^{-1/3}\text{s}$ presenta una variación de 56,73 % en la altura de ola infragravitatoria a lo largo del canal y 87,87 % en el espectro de *run-up*, mientras que una disminución hasta $n = 0{,}001\,\text{m}^{-1/3}\text{s}$ genera un variación de 6,03 % a lo largo del canal y 13,73 % en el espectro de *run-up*. La parte del espectro que menos se ve afectada al modificar el coeficiente de fricción es la zona del *sea-swell*, el mayor cambio se nota cuando se aumenta n a $0{,}1\,\text{m}^{-1/3}\text{s}$, lo cual genera un cambio en $H_s^{(ss)}$ de 10,82 %. El coeficiente de rotura β es el menos sensible de los tres parámetros, se espera

que al modificar este parámetro se presente un cambio solo a partir de la zona de rompiente. Ninguna de las variables presenta CV mayores a 7 % al aumentar o reducir el parámetros de rotura en un 66 % (entre 0,1 y 0,5). La longitud de mezcla, que define la escala a la que se da la disipación turbulenta, es otro de los parámetros sensibles en el modelo. Las variables que muestran mayor sensibilidad cuando se aumenta ℓ_m un 90 % son T_{m02}, $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$ con un CV de 49,10 %, 73,67 % y 40,59 % respectivamente.

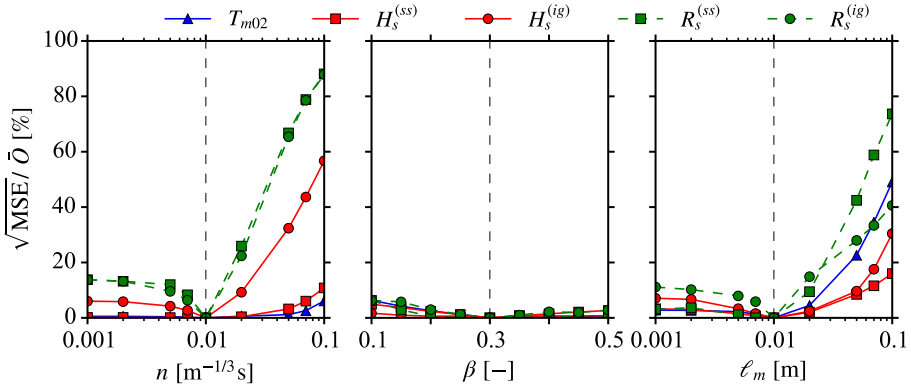

Figura 4.4. Coeficiente de variación CV ($\sqrt{\text{MSE}}/\bar{O}$) de los parámetros n (izquierda), β (centro) y ℓ_m (derecha) para las variables T_{m02}, $H_s^{(ss)}$, $H_s^{(ig)}$, $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$ del caso C15.

Los dos parámetros más sensibles son el coeficiente de Manning (n) y la longitud de mezcla (ℓ_m). El parámetro de rotura (β) no parece influir mucho en los resultados del modelo. Por lo tanto, solamente se escogieron n y ℓ_m como los parámetros más adecuados para la calibración del modelo.

4.4. Calibración del modelo

La calibración del modelo consiste en encontrar los parámetros que optimizan los resultados, es decir, que minimizan el error entre la simulación y las observaciones. La metodología usada para la calibración del SWASH está basada en un método de búsqueda directa (*Grid Search for Hyper-Parameter Optimization*; *p.ej.*, Audet et al., 2008; Bergstra & Bengio, 2012; Kolda et al., 2003). La aplicación de esta metodología consistió en ejecutar el modelo variando los parámetros en una malla constante, es decir, se varió el coeficientes de fricción (n) y la longitud de mezcla (ℓ_m), desde 0,002 hasta 0,05 con 13 valores intermedios distribuidos de forma lineal cada 0,004. Se escogieron los mismos casos del análisis de sensibilidad: C15, C28 y C59. Como el objetivo es reproducir adecuadamente el espectro

de *run-up*, se usaron las variables T_R, $R_s^{(ss)}$ y $R_s^{(ig)}$ para evaluar los resultados del modelo. Estas variables fueron adimensionalizadas con los valores en aguas profundas para definir una función objetivo que incluyera las tres variables, es decir, el *run-up* significante de la zona de *sea-swell* e infragravitatoria se normalizó con $H_{s,0}$ y el período medio del *run-up* se normalizó con $T_{p,0}$. En total se realizaron 169 (13×13) simulaciones por cada caso (507 para los tres casos). Se definieron dos funciones objetivo (FO), una basada en el MAE (ϵ_1):

$$\epsilon_1 = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} |\tilde{P}_{ij} - \tilde{O}_{ij}| \tag{4.15}$$

y otra en el RMSE (ϵ_2):

$$\epsilon_2 = \sqrt{\frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} (\tilde{P}_{ij} - \tilde{O}_{ij})^2} \tag{4.16}$$

donde N, es el número de casos ($N = 3$), M es el número de variables ($M = 3$), $\tilde{O}$ y $\tilde{P}$ son los datos observados y predichos respectivamente, ambos normalizados. Finalmente, la evaluación de la FO para cada valor de los parámetros n y ℓ_m, genera una superficie de error $\epsilon = \epsilon(n, \ell_m)$. En la Figura 4.5 se presentan los resultados de la función ϵ para la FO basada en el MAE (izquierda) y la FO basada en el RMSE (derecha).

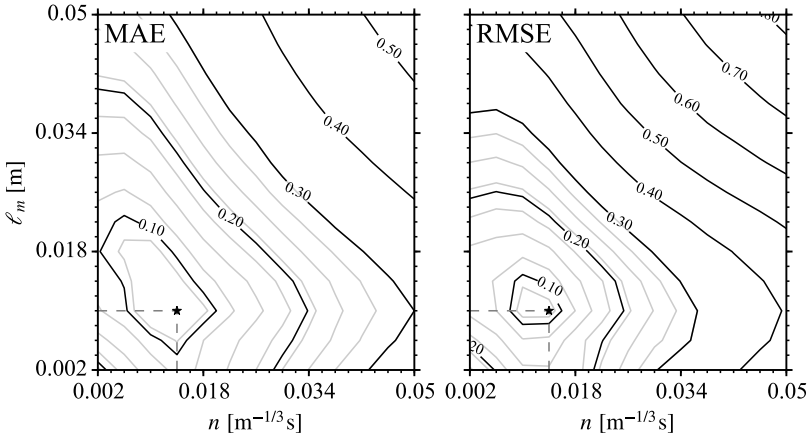

Figura 4.5. Funciones de error basadas en el MAE (ϵ_1) y en el RMSE (ϵ_2) para diferentes valores de los parámetros n y ℓ_m. La estrella negra indica la posición del óptimo. Las líneas negras representan los valores del error cada 0,1 y las líneas grises cada 0,03.

La estrella negra en cada uno de los paneles indica la posición del óptimo, es decir, la combinación de parámetros (n^*, ℓ_m^*) que minimizan el error ϵ entre la

predicción y la observación. Para ambas FO se encontró que los valores óptimos fueron $n^* = 0{,}014\,\mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$ y $\ell_m^* = 0{,}01\,\mathrm{m}$. Tanto ϵ_1 como ϵ_2 tienen una estructura parecida; para valores altos de n y ℓ_m el error aumenta significativamente. Se observa que ϵ_2 aumenta mucho más rápido que ϵ_1 para valores lejos del óptimo, pero la zona de estimación del óptimo, es decir, el área donde $\epsilon \leq 0{,}10$, es mucho más reducida en ϵ_2 que en ϵ_1. Esto podría indicar que el MAE es un estadístico más robusto ya que es menos sensible a los *outliers* pero el RMSE es más preciso ya que encierra mejor el óptimo.

4.5. Validación del modelo

Se compararon las series de tiempo de superficie libre $\eta(t)$ predichas y observadas en los puntos P1 a P9 y la oscilación del *run-up* para los datos del caso C46 (Figura 4.6). Cuando las ondas se aproximan a la costa se vuelven más asimétricas y más empinadas. En la cresta del arrecife (P7) el perfil de onda tiene la forma característica de «*diente de sierra*» (*saw-tooth wave*). Debido al proceso de rotura se genera una reducción en la amplitud de las ondas producto de la disipación de energía, se observa también que a partir del punto P5 se presenta un cambio en la estructura de grupo, que está bien definida en aguas profundas. Más allá de la zona de *surf* la amplitud del movimiento es mayor en las oscilaciones de baja frecuencia que en las de alta frecuencia. A pesar de que la simulación se hizo únicamente con una capa vertical, el modelo reproduce bien la velocidad de fase en la mayoría de los puntos, excepto en el *reef-flat* (P8 y P9) donde se presenta un desfase respecto a la observación, específicamente en las ondas de alta frecuencia. La oscilación del *run-up* ($R_u(t)$; panel inferior derecho) es definida como el movimiento vertical respecto al nivel medio (SWL) de la columna de agua donde la profundidad es de 1 mm, el movimiento en este punto está dominado por oscilaciones de baja frecuencia. La evolución de la superficie libre a lo largo del canal reproducida por el modelo es consistente con los resultados previos obtenidos por Zijlema (2012) y Demirbilek et al. (2007) para el mismo caso de estudio.

Para cuantificar la capacidad del modelo de predecir la evolución de la superficie libre a lo largo del canal se usó un parámetro estadístico basado en el MSE (Willmott, 1981; Willmott et al., 1985, 2012), conocido como índice de concordancia (*agreement index*), este parámetro está dado por:

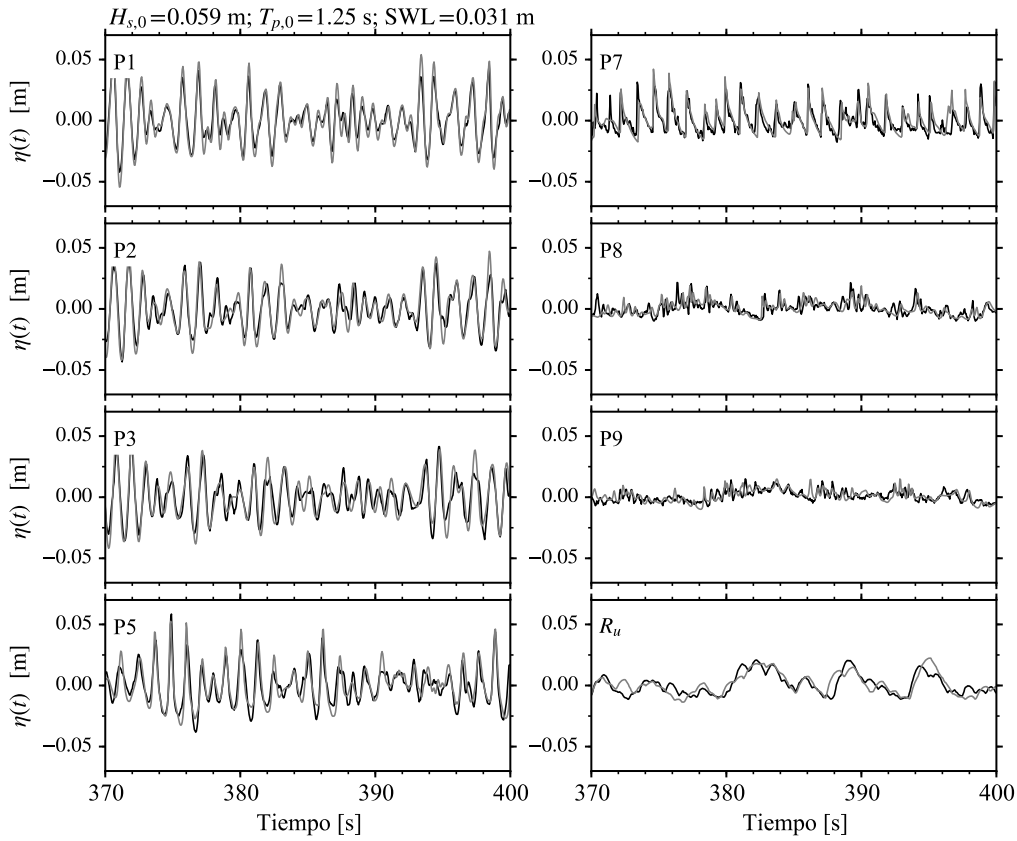

Figura 4.6. Comparación de las series de superficie libre $\eta(t)$ predicha (línea gris continua) y observada (línea negra continua) para los sensores P1 a P9 del caso C46. El panel inferior derecho muestra la oscilación del *run-up* $R_u(t)$ medida verticalmente alrededor del nivel SWL.

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}(P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^{N}(|P_i - \bar{O}| + |O_i - \bar{O}|)^2} \tag{4.17}$$

donde la barra denota el promedio aritmético de los datos. En este caso la variable O hace referencia a los datos observados. El valor del índice de concordancia está delimitado entre 0 y 1; si d tiende a uno indica que el error entre la predicción y la observación es mínimo, mientras que si tiende a cero, el modelo no reproduce correctamente las observaciones. En la Tabla 4.4 se presentan el índice de concordancia d y los errores RMSE y MAE entre las series de superficie libre predicha y observada en cada punto para los datos del caso C46. Los valores del índice de concordancia indican que el modelo reproduce bien la superficie libre en cada punto para este caso, los puntos P8 y P9 (en el *reef-flat*) presentan

los menores índices de concordancia (0,65 y 0,74 respectivamente). El máximo error entre la simulación y la observación se da en el punto P6 (RMSE = 9 mm y MAE = 7 mm), que corresponde a la zona de rotura, donde los procesos físicos son más difíciles de reproducir por el modelo debido a la parametrización. El índice de concordancia para el *run-up* (0,78) muestra que el modelo también reproduce adecuadamente las oscilaciones en la zona de *swash*.

Tabla 4.4. Estadísticos de error (RMSE y MAE) e índice de concordancia (d) entre las series de superficie libre predicha y observada para el caso C46.

	P1	P2	P3	P5	P6	P7	P8	P9	R_u
RMSE [mm]	5,8	6,7	8,4	8,4	9,3	9,4	5,9	4,9	7,2
MAE [mm]	4,6	5,3	6,7	6,6	6,6	6,2	4,4	3,8	5,5
d [−]	0,97	0,95	0,92	0,91	0,90	0,77	0,65	0,74	0,78

Los parámetros integrales del espectro de *run-up* fueron evaluados para los 29 casos (Tabla 3.2). La Figura 4.7 muestra la comparación del *run-up* significante de *sea-swell* $R_s^{(ss)}$ e infragravitatorio $R_s^{(ig)}$ y el período medio de oscilación de *run-up* T_R. En el ajuste no se tuvieron en cuenta los casos C15, C28 y C59 que fueron utilizados para la calibración del modelo (marcados como puntos grises en la gráfica), ya que el objetivo de la validación es verificar que con los parámetros óptimos obtenidos de la calibración, el modelo es capaz de representar correctamente una amplia variedad de condiciones de oleaje incidente y por lo tanto la inclusión de estos casos, para los cuales el modelo fue optimizado, estaría sesgando los resultados. Tampoco se tuvieron en cuenta los casos con nivel de marea baja (SWL = 0,0 m), ya que se observó que el modelo, con la presente configuración, no reproduce adecuadamente la forma del espectro de *run-up* para estos casos (marcados como equis negras en la gráfica), y por lo tanto, la inclusión de estos, constituiría un *outlier* para el ajuste en general. La razón por la cual el modelo no representa bien el *run-up* para estos casos no es bien entendida, pero se caracteriza por una sobrestimación de la densidad de energía en el espectro de *run-up* en la zona infragravitatoria.

Se usaron como estadísticos para medir el ajuste, el coeficiente de determinación R^2 (calculado como el cuadrado del coeficiente de correlación lineal de Pearson), el índice de concordancia de Willmott d y el error cuadrático medio RMSE. La comparación se hizo con 16 casos. En general se presenta un muy buen ajuste entre la observación y la modelación de las tres variables evaluadas. El período medio de oscilación de *run-up* T_R y el *run-up* significante de *sea-swell* $R_s^{(ss)}$ son las variables mejor predichas ($d = 0{,}98$ y $d = 0{,}97$ respectivamente), el coeficiente de determinación indica que el modelo puede reproducir al menos el

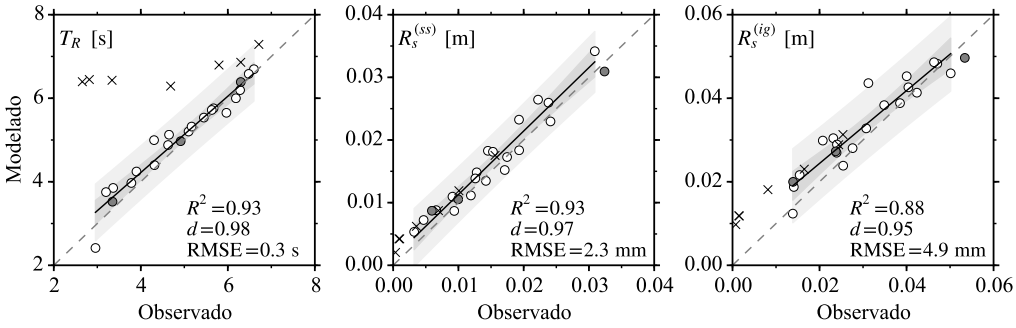

Figura 4.7. Comparación de los parámetros integrales del espectro de *run-up*: período medio de oscilación de *run-up* T_m (izquierda), *run-up* significante de *sea-swell* $R_s^{(ss)}$ (centro) e infragravitatorio $R_s^{(ig)}$ (derecha). Se muestra la línea de ajuste (línea continua negra) y la línea de 45° (línea punteada gris). Las sombras grises representan las bandas de confianza (oscura) y predicción (clara) al 95 %. Los puntos grises corresponden a los casos C15, C28 y C59 usados para la calibración del modelo. Las equis corresponden a los casos donde SWL = 0,0 m.

93 % de la variabilidad observada, con errores de estimación de 0,3 s para T_R y 2,3 mm para $R_s^{(ss)}$. El *run-up* significante de la banda infragravitatoria también está bien reproducido por el modelo ($d = 0{,}95$), el coeficiente de determinación es un poco menor que el de las otras dos variables ($R^2 = 0{,}88$) y el error cuadrático medio es un poco más alto (RMSE = 4,9 mm), a pesar de esto, es un error relativamente bajo en comparación con valores de $R_s^{(ig)}$ del orden de 6 cm, lo que representa un 8 % aproximadamente. En la Tabla 4.5 se presenta el RMSE y el índice de concordancia d entre las series de tiempo de oscilación vertical del *run-up* $R_u(t)$ predicha y observada para los 29 casos estudiados.

Tabla 4.5. Error cuadrático medio (RMSE) e índice de concordancia (d) entre la oscilación vertical del *run-up* predicha y observada para los 29 casos estudiados. Los casos están organizados desde el período más bajo, hasta el período más alto.

SWL = 0,051 m			SWL = 0,016 m			SWL = 0,000 m			SWL = 0,031 m		
Caso	RMSE [mm]	d [-]	Caso	RMSE [mm]	d [-]	Caso	RMSE [mm]	d [-]	Caso	RMSE [mm]	d [-]
C15	8,2	0,60	C26	4,3	0,75	C33	2,7	0,11	C44	4,5	0,61
C20	8,1	0,70	C27	4,3	0,82	C34	3,5	0,19	C45	7,0	0,70
C16	7,7	0,73	C28	4,3	0,80	C35	3,5	0,18	C46	7,2	0,78
C17	9,9	0,77	C29	6,2	0,83	C36	4,4	0,63	C47	6,7	0,79
C21	11,2	0,79	C30	7,4	0,83	C37	5,9	0,70	C48	9,2	0,80
C18	12,5	0,79	C31	9,2	0,83	C38	7,3	0,76	C57	9,9	0,83
C19	13,3	0,80	C32	9,7	0,86	C39	7,1	0,83	C58	11,5	0,83
-	-	-	-	-	-	-	-	-	C59	12,7	0,84

En general se observa que el modelo SWASH reproduce adecuadamente el *run-*

up para diferentes condiciones incidentes. Generalmente el error en la estimación de $R_u(t)$ está directamente asociado con el período pico en la frontera, los casos con períodos pico más altos (entre 1,75 y 2,5 s) están mejor representados ($d \sim 0{,}8$), mientras que los casos con períodos pico más bajos (entre 1 y 1,5 s), presentan los menores índices de concordancia ($d \sim 0{,}7$). Esto está relacionado con la resolución vertical en el modelo, entre mayor es el número de capas, mayor es la capacidad del modelo de resolver la estructura del perfil de velocidad vertical y la presión no-hidrostática, y por lo tanto la dispersión frecuencial (Zijlema et al., 2011); las ondas más cortas dependen en gran medida de las variaciones verticales, entonces al modelar sólo con una capa se está suponiendo una variación lineal de la velocidad vertical entre la superficie y el fondo, por lo tanto no se están resolviendo correctamente los procesos asociados con dichas variaciones. Posiblemente, efectos turbulentos que no están incluidos en la modelación, también estén afectando los resultados, específicamente la disipación de las ondas de alta frecuencia. Evidentemente los casos donde el nivel es SWL = 0,0 m, especialmente los que tienen períodos bajos (C33, C34 y C35), no están bien resueltos por el modelo ($d \sim 0{,}15$). El RMSE también aumenta con el período, pero como entre mayor es el período mayor es la escala espacial de las ondas (longitud de onda), el RMSE relativo, es decir, divido entre una medida de la varianza de la serie, se mantiene casi constante (RMSE $\sim 15\,\%$). En general, los resultados de la simulación son consistentes con algunos estudios, en los que se han implementado modelos numéricos, no-hidrostáticos (Ma et al., 2014; Torres-Freyermuth et al., 2012; Zijlema, 2012) y tipo Boussinesq (Demirbilek & Nwogu, 2007; Demirbilek et al., 2009), usando los mismos datos del experimento de Demirbilek et al. (2007).

Capítulo 5

Resultados y discusión

5.1. Transformación del oleaje a lo largo del canal

En la Figura 5.1 se presenta la evolución del espectro de densidad de energía observado (arriba) y predicho (abajo) a lo largo del canal para el caso C46. Se escogió este caso para mostrar los resultados ya que tiene condiciones energéticas medias ($H_{s,0} = 0{,}059\,\mathrm{m}$; $T_{p,0} = 1{,}25\,\mathrm{s}$). El eje de frecuencias fue normalizado con la frecuencia pico en aguas profundas $f_{p,0}$ (en adelante sólo f_p). La línea horizontal negra punteada indica la separación entre la banda incidente ($f > 0{,}5 f_p$) y la banda infragravitatoria ($f < 0{,}5 f_p$).

Entre 0 y 6 m el espectro está dominado por la energía de la banda *sea-swell* por lo tanto la energía está concentrada alrededor de la frecuencia pico. En la zona del *fore-reef terrace* (entre 5 y 6 m aproximadamente) se presenta una reducción dramática de esta energía, producto de la disipación por la rotura de las ondas cortas. Se observa además una transferencia de energía hacia las altas frecuencias que es disipada más adelante, esta transferencia que se observa principalmente en un crecimiento de la energía en los súper-armónicos $2f_p$ y $3f_p$, puede ser explicada por las interacciones no lineales entre tres componentes espectrales (triadas) que es un proceso característico de transformación del oleaje en aguas someras (Becq-Girard et al., 1999; Eldeberky & Battjes, 1996). En esta misma región se observa una concentración de energía infragravitatoria alrededor de un décimo de la frecuencia pico ($0{,}1 f_p \sim 0{,}08\,\mathrm{Hz}$).

El espectro en el *reef-flat* está dominado por la energía infragravitatoria, las observaciones muestran un pequeño porcentaje de energía incidente cerca a la frecuencia pico entre 8 y 9 m aproximadamente, que no se logra observar en las

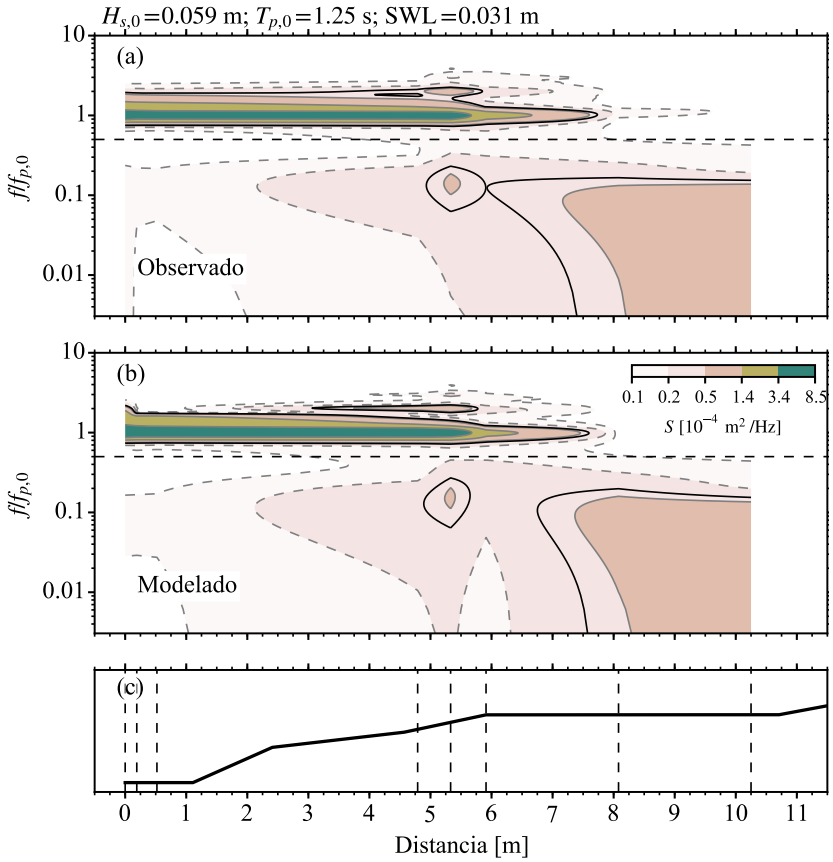

Figura 5.1. Espectro de energía observado (a) y predicho (b), a lo largo del canal para el caso C46. Los contornos están distribuidos logarítmicamente. La línea horizontal negra punteda indica la separación entre la banda incidente y la banda infragravitatoria. La línea negra sólida indica el contorno de 5 %. Las líneas grises sólidas (punteadas) son los contornos mayores (menores) de 5 %. El panel inferior (c) muestra el perfil batimétrico y la posición de los sensores (línea vertical punteada).

simulaciones. Las diferencias en la magnitud de la energía infragravitatoria en el *reef-flat* entre el modelo y la observación, puede deberse a una sobrestimación del coeficiente de fricción (c_f), como $c_f \propto h^{-4/3}$, entre menor es la profundidad, mayor es la disipación, por lo tanto para lograr una mejor estimación de la disipación por fricción sería necesario involucrar una variación espacial del coeficiente de fricción; *p.ej.*, Péquignet et al. (2011) usa un coeficiente para el talud y otro, un orden de magnitud menor, para el *reef-flat*. En general, la estructura de la variación espacial del espectro a lo largo del canal es consistente con estudios similares como Ma et al. (2014) y Sheremet et al. (2011). Aunque la superficie libre en los puntos P8 y P9 presenta ciertas diferencias con las observaciones, especialmente en la fase (Figura 4.6; Tabla 4.4), la energía espectral está bien estimada.

En la Figura 5.2 se presenta la comparación entre el valor predicho y la observación del *set-up* $\bar{\eta}$ (panel superior) y altura de ola significante de *sea-swell* $H_s^{(ss)}$ e infragravitatoria $H_s^{(ig)}$ (panel central) a lo largo del canal para los datos del caso C46. Ambas variables fueron normalizadas con la altura de ola incidente. En el panel inferior se presenta el esquema del perfil batimétrico y la posición de los sensores.

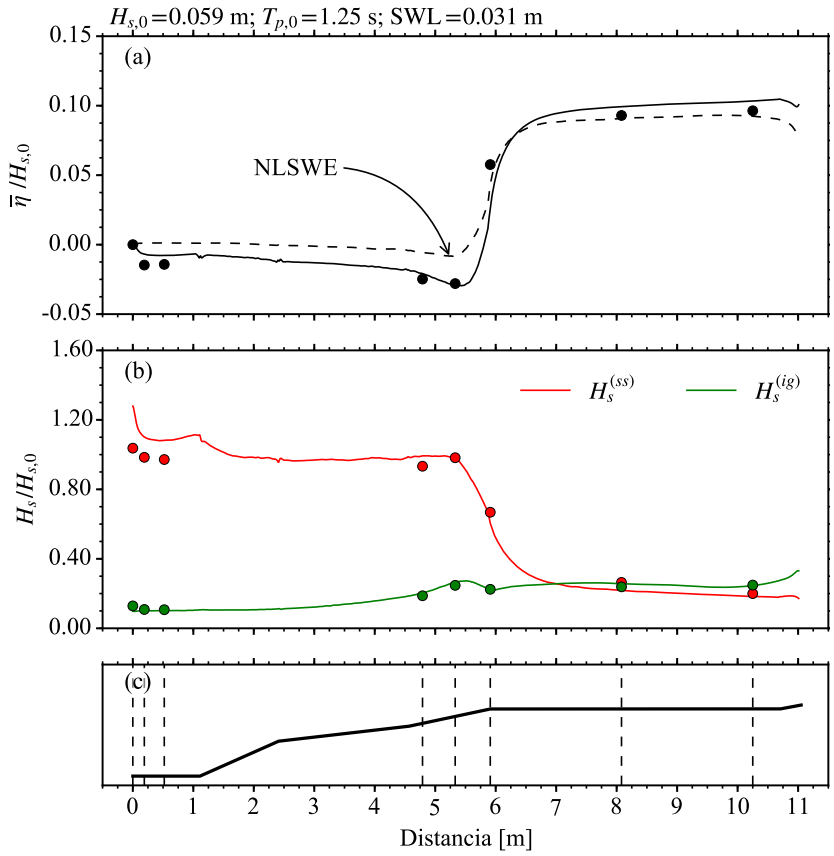

Figura 5.2. Comparación de los parámetros integrales normalizados: $\bar{\eta}$ (a), $H_s^{(ss)}$ y $H_s^{(ig)}$ (b) predichos (línea continua) y observados (puntos) para los ocho sensores (P1 a P9) del caso C46. El panel inferior (c) muestra el esquema del perfil batimétrico y la posición de los sensores (línea vertical punteada).

El *set-up* observado y modelado se comparó con el predicho por el balance de momentum horizontal de la ecuación no lineal de aguas someras (NLWSE), despreciando los términos advectivos y promediando en un tiempo suficientemente largo para considerar que las condiciones son estacionarias (Figura 5.2a). A partir de esta suposición resulta la ecuación $\rho g(d+\bar{\eta})\partial\bar{\eta}/\partial x = -\partial S_{xx}/\partial x$; donde d es la profundidad, $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ es la aceleración de la gravedad, $\rho = 1024\,\mathrm{kg/m^3}$ es la densidad media del agua de mar, $\bar{\eta}$ es el *set-up* y S_{xx} es el tensor de radiación, calculado a partir de la teoría lineal en función de la amplitud local de las ondas

a lo largo del canal (ver sección 5.2). Esta ecuación se integró en x, usando una aproximación en diferencias finitas hacia adelante (método de Euler) para obtener $\bar{\eta}$. Se observa que cuando las ondas cortas (banda *sea-swell*) son disipadas por la rotura (a partir de $x \sim 5\,\mathrm{m}$), se presenta un aumento del nivel medio $\bar{\eta}$ para conservar el balance de momentum con el tensor de radiación, igualmente, antes de la zona de rotura el nivel medio decrece por el asomeramiento de las ondas que se aproximan. El nivel medio $\bar{\eta}$ alcanza una disminución del orden de $-2\,\%$ de la altura de ola incidente $H_{s,0}$ ($\sim -1{,}2\,\mathrm{mm}$) en la zona de asomeramiento y una sobrelevación del orden de $9\,\%$ ($\sim 5{,}3\,\mathrm{mm}$) en el *reef-flat*. Entre más energéticas son las condiciones incidentes mayor es la sobrelevación en el *reef-flat*, *p.ej.*, para las condiciones incidentes del caso C59 ($H_{s,0} = 0{,}082\,\mathrm{m}$; $T_{p,0} = 2{,}5\,\mathrm{s}$), se presenta una sobrelevación del $17\,\%$ de la altura de ola ($\sim 14\,\mathrm{mm}$) en el *reef-flat* y una disminución del $-5\,\%$ ($\sim -4{,}1\,\mathrm{mm}$) en la zona de asomeramiento.

La altura de ola significante en la banda *sea-swell* $H_s^{(ss)}$ (Figura 5.2b) es drásticamente reducida entre el *fore-reef-terrace* y el *reef-flat* ($\sim 76{,}3\,\%$), mientras que en la zona más profunda (deep-fore-reef) la disipación es menor ($\sim 3{,}8\,\%$), esto suigiere que la disipación de energía de las ondas cortas es principalmente debida a la rotura, más que la fricción con el fondo. Estos resultados son consistentes con lo que han encontrado otros autores en condiciones similares, *p.ej.*, Lugo-Fernández et al. (1998) y Péquignet et al. (2011). La cantidad de energía de *sea-swell* disipada entre el talud y el *reef-flat* (entre los sensores P3 y P8), está asociada con la profundidad en la cresta del arrecife. Los casos con el nivel medio SWL $= 0{,}016\,\mathrm{m}$ presentan una tasa de disipación entre 80 y $87\,\%$, mientras que para el máximo nivel (SWL $= 0{,}051\,\mathrm{m}$) las tasas de disipación se encuentran entre 59 y $67\,\%$. Por lo tanto, cuando la profundidad del agua en la cresta es mayor, la tasa de disipación es menor.

5.2. Ondas infragravitatorias

La altura de ola significante infragravitatoria (Figura 5.2b; línea y puntos verdes) muestra un incremento desde la zona más profunda hasta la costa. En el *fore-reef-terrace* se observa un aumento más pronunciado y luego un decaimiento en la cresta, producto de la transferencia de energía por interacciones no lineales que se da en el proceso de asomeramiento de las ondas de *sea-swell* (Sheremet et al., 2011; van Dongeren et al., 2013). En el *reef-flat* se presenta de nuevo un leve aumento hasta la costa, no se observa una disipación muy fuerte para este caso (C46) como *p.ej.* en Pomeroy et al. (2012). En esta zona, la altura de ola

infragravitatoria es aproximadamente dos veces la energía de *sea-swell*.

Para determinar la naturaleza del mecanismo de generación de las ondas infragravitatorias se calculó la función de correlación cruzada entre el cuadrado de la envolvente de la superficie libre $|\eta(t)|^2$, en el punto P1 ($x = 0\,\mathrm{m}$) y la señal infragravitatoria (filtrada para $f < 0{,}5 f_p$) en todos los puntos a lo largo del canal, para los datos modelados del caso C46 (Figura 5.3). La función de correlación cruzada R_{xy} entre dos señales $x(t)$ y $y(t)$, se define como:

$$R_{xy}(\tau) = \frac{\langle x(t) \cdot y(t+\tau) \rangle}{\sigma_x \sigma_y} \tag{5.1}$$

donde los corchetes angulares $\langle \cdot \rangle$ denotan el promedio temporal, y σ_x, σ_y corresponden a la desviación estándar de las series de tiempo $x(t)$ y $y(t)$ respectivamente. La función de correlación cruzada toma valores entre $-1 \leq R_{xy} \leq 1$, ya que está normalizada con las desviaciones de cada serie. El valor que define la significancia estadística en la correlación está dado por la distribución *t-Student*, para $\nu = 16382$ grados de libertad ($N - 2$) y un nivel de significancia $\alpha = 5\,\%$ ($t_{\nu,1-\alpha/2} = 1{,}96$), según esto, la correlación es estadísticamente significativa cuando $|R_{xy}| \geq 0{,}015$. La envolvente se obtuvo a partir del valor absoluto de la señal analítica obtenida con la transformada de Hilbert (ver Sección 2.1.3), se le aplicó un filtro pasa-bajas para eliminar las oscilaciones mayores que la frecuencia pico de las ondas cortas f_p (análogo al SIWEH; Funke & Mansard, 1979). La línea que predice el tiempo de viaje de la onda infragravitatoria a lo largo del canal se calculó integrando la velocidad de fase $c = \sqrt{gd}$ sobre el perfil batimétrico, es decir:

$$\tau - \tau_0 = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{gd}}\, \mathrm{d}x \tag{5.2}$$

Se observa una correlación negativa, relativamente alta ($\sim -0{,}4$), entre la zona más profunda ($\tau \sim 0$) y la cresta del arrecife ($\tau \sim 5\,\mathrm{s}$). Este comportamiento es característico de la onda infragravitatoria forzada acoplada (*bound long wave*) con la estructura de grupo de las ondas cortas (desfase de 180°) como lo predice la teoría de Longuet-Higgins & Stewart (1962). En el *fore-reef-terrace* ($x \sim 5{,}5\,\mathrm{m}$) se presenta una transición entre una correlación negativa y una correlación positiva. Sobre el *reef-flat* se presenta una correlación positiva ($\sim +0{,}4$): se observa una correlación máxima en la cresta ($x \sim 5{,}5\,\mathrm{m}$), con un rezago $\tau \sim 3{,}5\,\mathrm{s}$, y en la costa ($x \sim 10{,}5\,\mathrm{m}$) con un rezago de $\tau \sim 12{,}5\,\mathrm{s}$, lo que equivale a un tiempo transcurrido de $\sim 9\,\mathrm{s}$; esto es coherente con el tiempo teórico que tarda una onda

larga libre en viajar 5 m (longitud del *reef-flat*) propagándose a una velocidad de fase $c = \sqrt{gd}$ sobre una profundidad de 0,031 m ($\sim$ 9,07 s) como se observa en la línea punteada. La correlación positiva en el *reef-flat* indica que las ondas infragravitatorias libres se están generando en el punto de rotura. Se observa también una correlación negativa que se propaga hacia atrás (*seaward*) desde el punto de rotura ($\tau \sim 10$ s), y una correlación positiva en la misma dirección, que se propaga desde la costa ($\tau \sim 25$ s), ambas asociadas con la reflexión de la onda larga y coherentes con el tiempo predicho teóricamente.

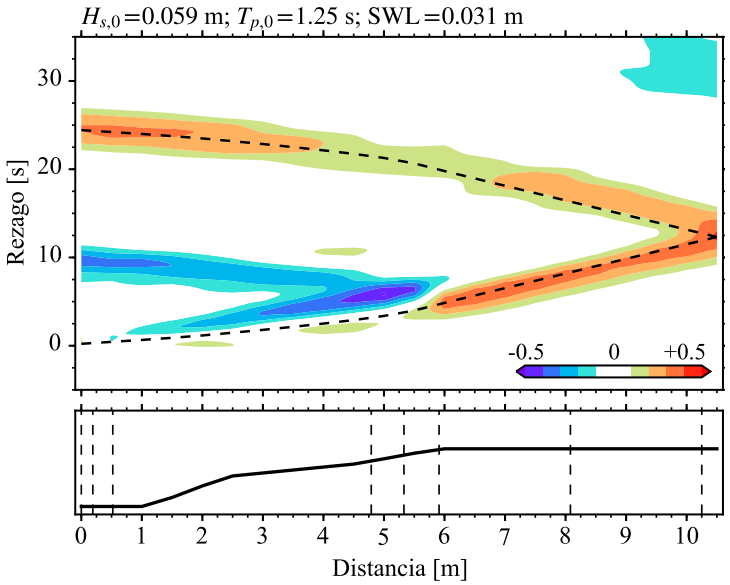

Figura 5.3. Correlación cruzada entre la señal infragravitatoria ($f < 0{,}5 f_p$) y el cuadrado de la envolvente $|\eta(x = 0, t)|^2$ en aguas profundas ($x = 0$) para los datos modelados del caso C46. La línea negra punteada muestra la trayectoria teórica de una onda libre ($c = \sqrt{gd}$) calculada integrando la velocidad de fase sobre el perfil batimétrico. El panel inferior muestra el perfil batimétrico y la posición de los sensores.

Los resultados del análisis de correlación cruzada sugieren que el mecanismo de generación de las ondas infragravitatorias es debido a la variación temporal del punto de rotura con los grupos de ondas cortas (Symonds et al., 1982). Cuando el mecanismo predominante es «liberación» de la onda larga forzada (Longuet-Higgins & Stewart, 1962) se esperaría una máxima correlación negativa con un rezago cero a lo largo del canal, que sugiere que la onda infragravitatoria está siempre en desfase con los grupos de ondas cortas (Baldock, 2006; Lara et al., 2011; Rijnsdorp et al., 2014; Ruju et al., 2012). Los resultados son consistentes con estudios similares en arrecifes de coral (Pomeroy et al., 2012; van Dongeren et al., 2013).

Symonds et al. (1982) demostró que la importancia del punto de rotura como forzador de las ondas infragravitatorias, depende del parámetro $\chi_s = 4\pi d/gT^2\beta^2$, donde d es la profundidad del punto de rotura, T es el período característico de las ondas infragravitatorias y β la pendiente de la playa. Baldock (2012) sugiere que el parámetro χ_s depende de las condiciones incidentes, por lo tanto, propone una modificación, la cual se escribe como $\xi_s = \chi_s^{-1/2}(H_0/L_0)^{1/2}$. Para las condiciones incidentes del caso C46 ($H_0 = 0{,}059\,\text{m}$, $T_0 = 1{,}25\,\text{s}$, $L_0 = 2{,}43\,\text{m}$, $T = 7{,}61\,\text{s}$, $d = 0{,}531\,\text{m}$ y $\beta = 1/10{,}6$), el valor del parámetro de similitud de Symonds et al. (1982) es $\chi_s \approx 0{,}08$, por lo tanto cae en el rango donde el mecanismo de generación del punto de rotura es importante ($\chi_s < 10$). Para las misma condiciones, el parámetro de similitud de Baldock (2012) es $\xi_s \approx 0{,}59$, lo que sugiere fuertemente que las ondas infragravitatorias son dominantemente generadas por el mecanismo de la variación del punto de rotura (Pomeroy et al., 2012).

5.3. Oscilaciones de *run-up*

Se hizo una simulación de 200 casos aleatorios e independientes con el fin de generar un conjunto de datos más amplio y tener una mejor estimación estadística de los parámetros que representan las oscilaciones de *run-up*. Se usó el modelo SWASH con los coeficientes óptimos encontrados en la calibración (ver sección 4.4), basándose en la suposición de que el modelo, una vez calibrado y validado, puede reproducir adecuadamente el *run-up* para diferentes condiciones de oleaje incidente. Se impuso como condición de frontera (en $x = 0\,\text{m}$; Figura 3.1) una serie de tiempo de variación vertical de la superficie libre calculada a partir de un espectro JONSWAP.

Los parámetros que definen el espectro de oleaje no son independientes en la naturaleza, el oleaje de *swell* está caracterizado por períodos altos y una distribución frecuencial estrecha, mientras que el oleaje local (*wind-sea*) se caracteriza por períodos más bajos y una distribución más ancha (Guza & Feddersen, 2012). La distribución conjunta de estos parámetros depende altamente del sitio y el evento (Guza & Feddersen, 2012; Ochi, 1998). Para tener un estimativo de la distribución conjunta de la altura de ola significante y el período pico, se usaron datos de tres boyas de la NDBC (*National Data Buoy Center*) de la NOAA (41001, 46050 y 51001). Se escogieron estas tres boyas por dos razones: primero, tienen un período de tiempo suficientemente largo ($\sim$ 25 años), lo que permite cubrir diferentes condiciones climáticas de largo plazo; y segundo, están ubicadas en dos cuencas oceanográficas distinas (Atlántico y Pacífico), por lo tanto tienen

distintas características de *fetch* y magnitud del viento, lo que permite tener un rango más amplio de condiciones del oleaje en aguas profundas. En la Tabla 5.1 se presentan las características de estas boyas.

Tabla 5.1. Características de las boyas de la NDBC usadas en la estimación de la función de distribución de probabilidad conjunta $f(H_{s,0}, T_{p,0})$.

Boya	Coordenadas		Profundidad	Tiempo	No. Datos	Faltantes
41001	072,631°W	34,561°N	4462,3 m	1988-2013; 1 h	17813	92 %
46050	124,526°W	44,656°N	137,2 m	1991-2014; 1 h	22613	89 %
51001	162,279°W	23,445°N	3430,0 m	1981-2009; 1 h	23662	90 %

Los datos de las boyas fueron llevados a la escala de experimento, es decir, los valores de $H_{s,0}$ se escalaron a 1:64 y los valores de $T_{p,0}$ se escalaron a $1{:}\sqrt{64}$, siguiendo la ley de semejanza a partir del número de Froude. Según esto, la altura de ola significante toma valores entre 0,01 y 0,12 m (0,64 a 7,7 m en el prototipo), y el período pico entre 0,8 y 3,0 s (6,4 a 24 s en el prototipo). La combinación de $H_{s,0}$ y $T_{p,0}$ con mayor probabilidad de ocurrencia es 0,04 m y 1,25 s respectivamente (2,6 m y 10 s en el prototipo). Se generaron 200 parejas de datos ($H_{s,0}$, $T_{p,0}$) de forma aleatoria, siguiendo la distribución de probabilidad conjunta, estimada con los datos de las boyas (Figura 5.4). Con estos parámetros se definió la forma del espectro incidente $S(f)$, según la ecuación (3.1a), desde una frecuencia mínima $f_{\text{mín}} = 0{,}001$ Hz hasta una frecuencia máxima $f_{\text{máx}} = 4$ Hz. El nivel medio respecto a la cresta del arrecife (SWL) y el factor de intensificación del pico del espectro (γ) se establecieron, para todos los casos, en 0,031 m y 3,3 respectivamente.

Para obtener la serie de tiempo de superficie libre $\eta(t)$ a partir del espectro $S(f)$, se usó el método de la fase aleatoria, el cual consiste en sumar cada una de las componentes del espectro, suponiendo que la fase $\phi \sim \mathcal{U}(-\pi, \pi)$ es una variable aleatoria distribuida uniformemente entre $-\pi$ y π, es decir:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{N_f} a_i \cos\left(\omega_i t + \phi_i\right) \tag{5.3}$$

donde N_f es el número de frecuencias del espectro ($N_f = 2048$); a_i es la amplitud de cada componente, calculada a partir de la densidad espectral como $a_i = \sqrt{2S(f_i)\Delta f}$, siendo $\Delta f = 0{,}00195$ Hz; $\omega_i = 2\pi f_i$ es la frecuencia angular y $\phi_i \sim \mathcal{U}(-\pi, \pi)$ es la fase. Cada serie se generó con el mismo tiempo del experimento, es decir, de 0 a 900 s cada 0,05 s. Finalmente, se incluyó en la condición de frontera, la componente de segundo orden, calculada por interacciones no-lineales entre pares de frecuencias (Hasselmann, 1962) como se explica en la sección 5.2 y

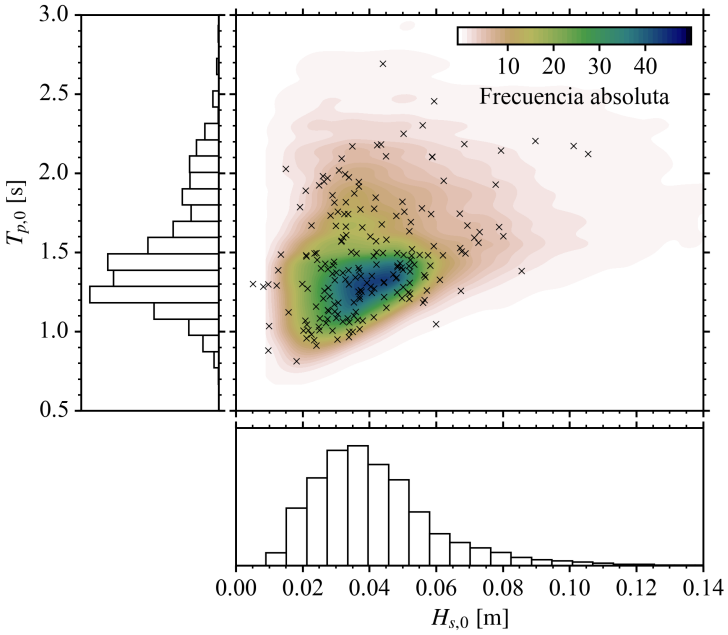

Figura 5.4. Función de distribución de probabilidad conjunta $f(H_{s,0}, T_{p,0})$. Las equis negras marcan las 200 parejas de valores $(H_{s,0}, T_{p,0})$ obtenidas aletoriamente, las cuales fueron usadas como como condición de frontera en el modelo.

en la sección 4.3.1.

Para los 200 casos simulados, se comparó la razón entre el *run-up* significante de *sea-swell* e infragravitatorio $R_s^{(ss)}/R_s^{(ig)}$, con la altura de ola significante incidente H_0 calculada en el punto $x = 0\,\text{m}$ (Figura 5.8a), y el número de Iribarren calculado en el mismo punto (Figura 5.8b), el cual está definido como:

$$\xi_0 = \frac{\beta}{(H_0/L_0)^{1/2}} \tag{5.4}$$

donde $\beta = 1/10{,}6$ es la pendiente del *fore-reef-terrace*, H_0 es la altura de ola significante y L_0 es la longitud de onda en aguas profundas, calculada a partir de la relación de dispersión (2.12) como $L_0 = gT_0^2/2\pi$, siendo $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ la aceleración de la gravedad y T_0 el período pico del espectro incidente en el punto $x = 0\,\text{m}$. Se incluyen en la Figura 5.5, de forma comparativa, los 29 casos observados (Tabla 3.2). Las líneas grises punteadas verticales en la Figura 5.5b indican la separación entre condiciones disipativas ($\xi_0 < 0{,}30$), intermedias ($0{,}30 < \xi_0 < 1{,}25$) y reflejantes ($\xi_0 > 1{,}25$) al igual que en Stockdon et al. (2006) y Brinkkemper et al. (2013). Cuando $R_s^{(ss)}/R_s^{(ig)} > 1$ quiere decir que el *run-up* está dominado por oscilaciones de alta frecuencia, mientras que si $R_s^{(ss)}/R_s^{(ig)} < 1$ dominan las oscilaciones de baja frecuencia.

Esta relación es altamente dependiente de las condiciones del oleaje incidente.

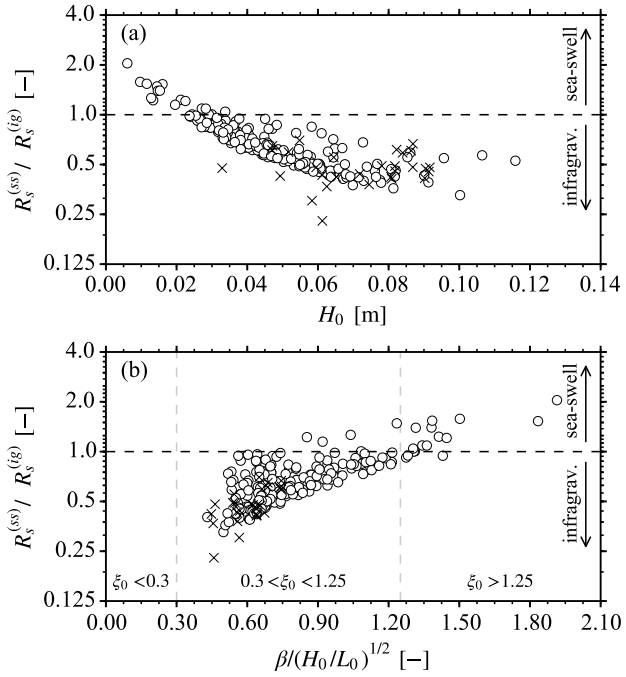

Figura 5.5. Razón $R_s^{(ss)}/R_s^{(ig)}$ en función de la altura de ola significante en aguas profundas H_0 (a) y el número de Iribarren ξ_0 (b), para los 200 casos simulados (puntos) y los 29 casos observados (equis negras). Las líneas grises punteadas verticales en (b) indican la separación entre condiciones disipativas, intermedias y reflejantes.

Se observa que para valores bajos del número de Iribarren, se presenta una predominancia de las oscilaciones infragravitatorias, mientras que para valores altos el dominio es de las ondas cortas. En un $\sim 91\,\%$ de los casos simulados, es más importante la energía infragravitatoria que la de *sea-swell*, mientras que sólo en el $9\,\%$ de los casos, dominan las ondas de alta frecuencia. Las condiciones del oleaje incidente en los casos observados por Demirbilek et al. (2007), se encuentran en un rango muy estrecho de números de Iribarren ($0{,}4 < \xi_0 < 0{,}7$), mientras que los datos simulados se encuentran en $0{,}4 < \xi_0 < 2{,}0$, lo cual justifica la simulación de los casos adicionales. El total de los casos simulados se encuentra en condiciones intermedias ($92\,\%$) y reflejantes ($8\,\%$). Se observa también una alta dependencia sólo del parámetro de altura de ola incidente, en los casos con valores de H_0 menores que $0{,}02\,\mathrm{m}$ se presenta un dominio de la energía de *sea-swell*, mientra que para H_0 mayores que $0{,}02\,\mathrm{m}$, domina el *run-up* infragravitatorio. Estos resultados son consistentes con las observaciones de Stockdon et al. (2006) y Brinkkemper et al. (2013), para una amplia variedad de playas disipativas, intermedias y reflejantes.

Los parámetros estadísticos del *run-up*, como el *set-up* ($\bar{R}$), el *run-up* significante (R_s) y el período medio de *run-up* (T_R) pueden expresarse en términos de los

parámetros del oleaje incidente en aguas profundas, como $(H_0L_0)^{1/2}$, $\beta(H_0L_0)^{1/2}$ y $\beta/(H_0/L_0)^{1/2}$. Se definió, por comodidad, la variable ξ_0' para designar al parámetro $(H_0L_0)^{1/2}$, es decir, $\xi_0' = \xi_0 H_0/\beta = (H_0L_0)^{1/2}$. Se evaluó el *run-up* significante, separado en su componente infragravitatoria (Figura 5.6a) y de *sea-swell* (Figura 5.6b), como función de ξ_0'. Esta relación se comparó con la parametrización empírica propuesta por Stockdon et al. (2006) para playas con condiciones incidentes hasta de $\xi_0' \sim 35\,\text{m}$ (equivalente a $\xi_0' \sim 0{,}6\,\text{m}$ a la escala del modelo). Tanto $R_s^{(ig)}$ como $R_s^{(ss)}$ muestran un comportamiento aproximadamente lineal con ξ_0', como lo predicen la mayoría de las parametrizaciones empíricas (Brinkkemper et al., 2013; Guza & Feddersen, 2012; Nielsen & Hanslow, 1991; Ruggiero et al., 2001; Senechal et al., 2011; Stockdon et al., 2006).

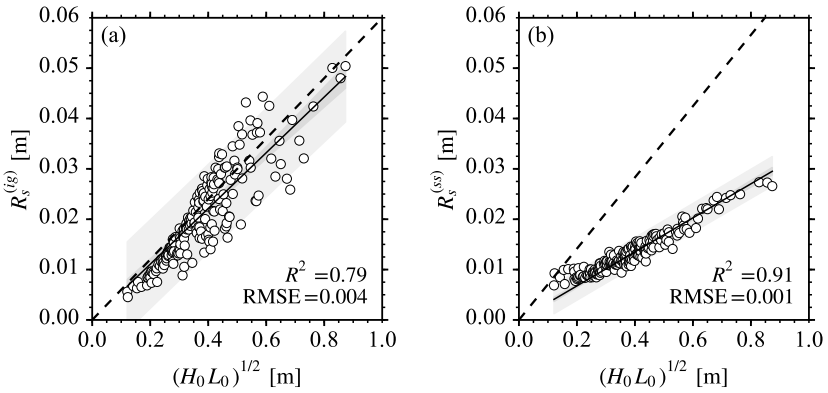

Figura 5.6. (a) *Run-up* significante infragravitatorio $R_s^{(ig)}$ y (b) de *sea-swell* $R_s^{(ss)}$ en función del parámetro $\xi_0' = (H_0L_0)^{1/2}$. La línea negra punteada es la relación propuesta por Stockdon et al. (2006). La línea negra sólida es la curva de mejor ajuste. Las sombras grises representan las bandas de confianza (oscura) y predicción (clara) al 95 %.

El *run-up* significante infragravitatorio se ajusta relativamente bien a los datos de ξ_0' ($R^2 = 0{,}79$). Se observa en la Tabla 5.2 que la pendiente obtenida con el ajuste lineal ($0{,}055 \pm 0{,}002$) coincide aproximadamente con la de la parametrización empírica para playas de Stockdon et al. ($0{,}6 \pm 0{,}002$). Por otro lado, el ajuste del *run-up* significante de *sea-swell* muestra una pendiente de $0{,}034 \pm 0{,}001$ ($R^2 = 0{,}91$), que es $\sim 52\,\%$ menor que la de la parametrización empírica ($0{,}75\beta \sim 0{,}071$, siendo $\beta = 1/10{,}6$). En la Figura 5.7a se muestra la sobrelevación por *set-up* $\bar{R}$ en función de ξ_0'. El valor de la pendiente obtenida con el ajuste lineal ($0{,}023 \pm 0{,}001$) es $\sim 30\,\%$ menor que la de la parametrización para playas ($0{,}35\beta \approx 0{,}033$, siendo $\beta = 1/10{,}6$). En resumen, los resultados indican que el modelo de Stockdon et al. (2006) sobrestima los valores del *run-up* significante de *sea-swell* y de la sobrelevación por *set-up*, pero se ajusta bien a los datos del *run-up* significante infragravitatorio. No se observa claramente una saturación

del *run-up* significante para condiciones incidentes altamente energéticas como ha sido observado por varios autores (Brinkkemper et al., 2013; Senechal et al., 2011).

El período medio de oscilación del *run-up* T_R fue comparado con ξ_0' (Figura 5.7b). Se observa que para condiciones incidentes poco energéticas ($\xi_0' < 0{,}3$), el período de *run-up* crece linealmente con ξ_0'. Los valores bajos del período en esta zona ($T_R \sim 1-3\,\mathrm{s}$) indican una mayor importancia de la energía de *sea-swell*, consistente con la Figura 5.5a. Así mismo, cuando se presenta un incremento de la energía *off-shore* ($\xi_0' > 0{,}5$), el período comienza a aumentar más lentamente ($T_R \sim 4-6\,\mathrm{s}$), mostrando una tendencia aproximadamente asintótica, lo que sugiere, en primer lugar, que para condiciones altamente energéticas, las oscilaciones de *run-up* están dominadas por las frecuencias infragravitatorias y segundo que el período muestra una saturación, es decir, grandes aumentos en la energía *off-shore* no se ven reflejados en la misma magnitud en el período, por el contrario, para valores altos de ξ_0' el período T_R tiende a mantenerse constante. Los resultados del ajuste sugieren que el período medio de *run-up* puede modelarse como $T_R = 6{,}687\tanh(1{,}619\xi_0')$, con un coeficiente de correlación de $R^2 = 0{,}89$ y un error cuadrático medio de RMSE $= 0{,}35\,\mathrm{s}$, el cual es relativamente bajo en comparación con valores de T_R del orden de $7\,\mathrm{s}$ ($\sim 5\,\%$).

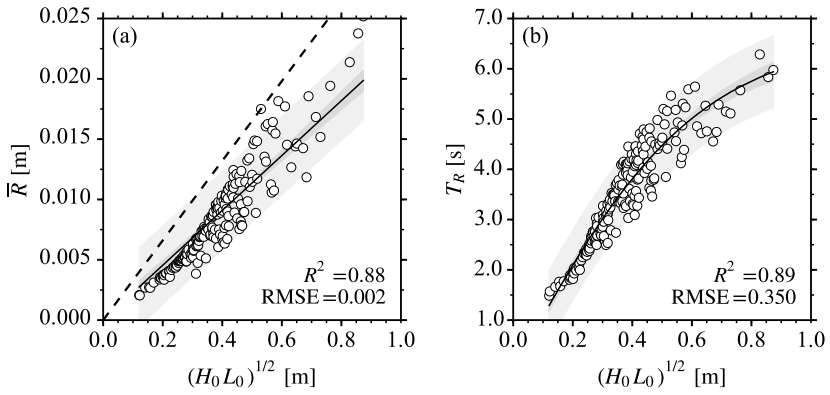

Figura 5.7. (a) Sobrelevación por *set-up* $\bar{R}$ y (b) período medio de oscilación de *run-up* T_R, en función de $\xi_0' = (H_0 L_0)^{1/2}$. La línea negra punteada es la relación propuesta por Stockdon et al. (2006). La línea negra sólida es la curva de mejor ajuste. Las sombras grises representan las bandas de confianza (oscura) y predicción (clara) al 95 %.

El *run-up* infragravitatorio normalizado con la altura de ola *off-shore* $R_s^{(ig)}/H_0$ se comparó con el número de Iribarren ξ_0 (Figura 5.8a). Para valores de $\xi_0 < 0{,}9$ se observa un comportamiento aproximadamente lineal, a medida que las condiciones son más reflejantes, el *run-up* infragravitatorio tiende a un valor constante ($R_s^{(ig)} \sim 0{,}55 H_0$). Algunos autores han propuesto que el *run-up* infragravitatorio

tiene un comportamiento lineal con el número de Iribarren (Holman & Sallenger, 1985; Ruggiero et al., 2004; Senechal et al., 2011). Por otro lado, el *run-up* de *sea-swell* normalizado con H_0 (Figura 5.8b) presenta un comportamiento aproximadamente lineal con ξ_0. Esto indica que para valores altos del número de Iribarren (condiciones reflejantes) el *run-up* de *sea-swell* comienza a ser más importante que el *run-up* infragravitatorio, por lo tanto, el espectro de *run-up* está dominado por las altas frecuencias, lo cual es consistente con el resultados de la Figura 5.5b.

Se calculó el *run-up* asociado al 2 % de excedencia $R_{2\,\%}$ a partir del conjunto de datos formado por los valores máximos instantáneos de *run-up* (Stockdon et al., 2006). El $R_{2\,\%}$ normalizado con H_0 se comparó con ξ_0 (Figura 5.8c), se observa un crecimento lineal hasta $\xi_0 \sim 1$, a patir de este punto el crecimiento de $R_{2\,\%}$ se hace un poco más lento. El ajuste sugiere que $R_{2\,\%}$ tiene un comportamiento asintótico con ξ_0 ($R^2 = 0{,}75$). Adicionalmente, se comparó $R_{2\,\%}$ con el término $\bar{R} + R_s/2$. Se encontró una relación altamente lineal ($R^2 = 0{,}99$) entre estos dos parámetros. La pendiente obtenida del ajuste es $1{,}219 \pm 0{,}006$, la cual es aproximadamente 10 % mayor comparada con la propone Stockdon et al. (2006) para playas ($\sim 1{,}1$).

En la Figura 5.8d se presenta el período medio del *run-up* normalizado con el período pico *off-shore* T_R/T_0. Se observa que para valores bajos del número de Iribarren ($\xi_0 \sim 0{,}4$), el período de *run-up* es aproximadamente 4 veces el período pico incidente ($T_R/T_0 \sim 4$), coherente con una predominancia de las ondas infragravitatorias. Por otro lado, para números de Iribarren mayores ($\xi_0 > 1{,}5$), es decir, condiciones reflejantes, el período de *run-up* toma aproximadamente el mismo valor del período pico incidente ($T_R/T_0 \sim 1$), lo que es consistente con un dominio de las ondas de alta frecuenta (*sea-swell*). Este comportamiento es consistente con las observaciones del período medio del *run-up* realizadas por Holman (1986).

En la Tabla 5.2 se presenta el resumen de los ajustes por mínimos cuadrados para las variables evaluadas, incluyendo el valor de los coeficientes ajustados y su intervalo de confianza al 95 %. Se presenta también el valor del coeficiente de correlación lineal de Pearson (R^2) entre los datos y la curva de ajuste. Los parámetros de *run-up* presentan un mejor ajuste cuando se comparan con el parámetro $\xi_0' = (H_0 L_0)^{1/2}$, que cuando se comparan, de forma adimensional, con el número de Iribarren $\xi_0 = \beta/(H_0/L_0)^{1/2}$.

Los resultados presentados resaltan la importancia de la relación que existe entre las variables asociadas con el *run-up* (R_s, $\bar{R}$ y T_R) y las condiciones del oleaje incidente en aguas profundas (Figuras 5.6 y 5.7). A partir de estos resultados, se

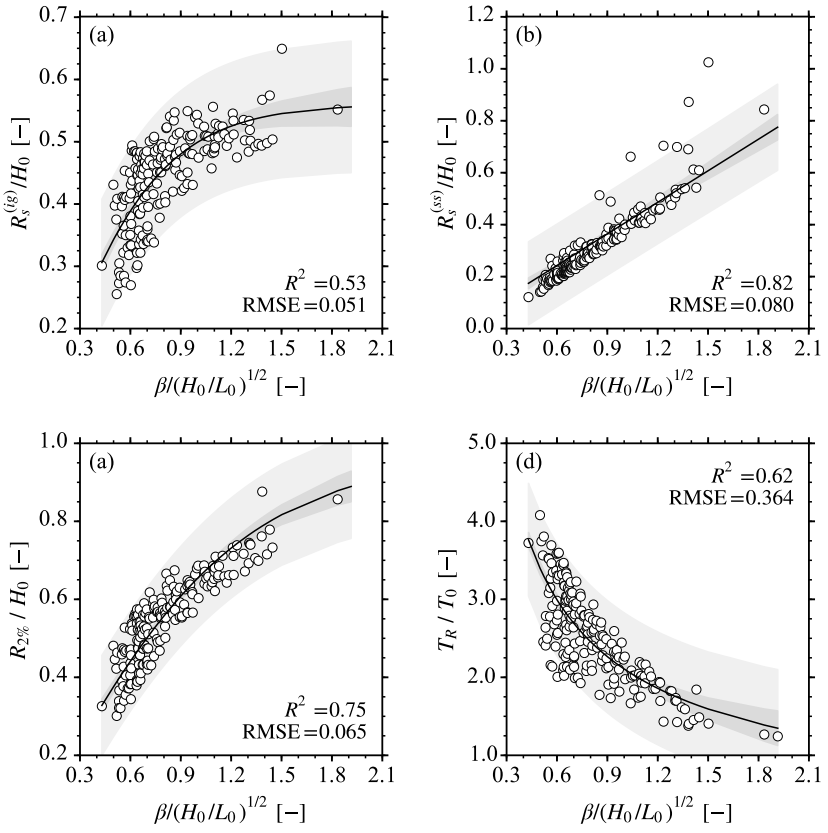

Figura 5.8. Parámetros del *run-up* en función de $\xi_0 = \beta/(H_0/L_0)^{1/2}$. (a) *Run-up* infragravitatorio normalizado $R_s^{(ig)}/H_0$, (b) *run-up* de *sea-swell* normalizado $R_s^{(ss)}/H_0$, (c) *run-up* del 2 % normalizado $R_{2\,\%}/H_0$ y (d) período medio de *run-up* normalizado T_R/T_0. La línea negra sólida es la curva de mejor ajuste. Las sombras grises representan las bandas de confianza (oscura) y predicción (clara) al 95 %.

propone una nueva parametrización empírica que engloba los parámetros del *run-up*. El objetivo de esta parametrización es intentar predecir, de forma holística, el espectro de densidad de energía de las oscilaciones de *run-up* $S_R(f)$.

La Figura 5.9a muestra el espectro de *run-up* para los 200 casos simulados, el espectro promedio (línea continua negra) y la banda que define una desviación estándar alrededor del espectro promedio (líneas punteadas negras). El espectro de *run-up* no muestra una frecuencia dominante como ocurre con la frecuencia pico, característica de un espectro de oleaje en aguas profundas. En la banda infragravitatoria se presenta una gran cantidad de varianza, lo que indica una alta relación entre el $R_s^{(ig)}$ y las condiciones incidentes. Por otro lado, se observa que la banda de *sea-swell* se satura a partir de una frecuencia entre 0,2 y 0,5 Hz. Los resultados muestran que la pendiente del rango de saturación en la banda *sea-swell* es aproximadamente f^{-4}, contrario a los datos de Ruju et al. (2012) que,

Tabla 5.2. Ajuste estadístico de los parámetros de *run-up* en función de ξ_0 y ξ_0'. Se presentan los coeficientes estimados de la regresión con el intervalo de confianza al 95 % y la correlación lineal R^2. La correlación es estadísticamente significativa (95 %) cuando $R^2 \geq 0{,}019$.

Ajuste	Coeficientes		R^2
	a_1	a_2	
$R_s^{(ig)} = a_1\xi_0'$	$0{,}055 \pm 0{,}002$	-	0,79
$R_s^{(ss)} = a_1\xi_0'$	$0{,}034 \pm 0{,}001$	-	0,91
$\bar{R} = a_1\xi_0'$	$0{,}023 \pm 0{,}001$	-	0,88
$T_R = a_1 \tanh(a_2\xi_0')$	$6{,}687 \pm 0{,}464$	$1{,}619 \pm 0{,}154$	0,89
$R_{2\,\%}/H_0 = a_1 \tanh(a_2\xi_0)$	$0{,}850 \pm 0{,}069$	$0{,}853 \pm 0{,}100$	0,74
$R_s^{(ig)}/H_0 = a_1 \tanh(a_2\xi_0)$	$0{,}561 \pm 0{,}025$	$1{,}423 \pm 0{,}134$	0,53
$R_s^{(ss)}/H_0 = a_1\xi_0$	$0{,}405 \pm 0{,}013$	-	0,82
$T_R/T_0 = a_1\xi_0^{-a2}$	$2{,}107 \pm 0{,}070$	$0{,}688 \pm 0{,}081$	0,60
$R_{2\,\%} = a_1(\bar{R} + R_s/2)$	$1{,}219 \pm 0{,}006$	-	0,99

bajo condiciones altamente disipativas ($0{,}072 < \xi_0 < 0{,}124$), demostraron que la pendiente es f^{-3}. En este caso, los resultados son consistentes con los datos de laboratorio de Baldock et al. (1997) y las observaciones de Guedes et al. (2013), que bajo un amplio rango de condiciones incidentes ($0{,}54 < \xi_0 < 1{,}39$), sugieren que la pendiente del rango de saturación es f^{-4}. La pendiente del rango de saturación esperada en aguas profundas es f^{-5} (*p.ej.*, un espectro JONSWAP), las diferencias con el espectro de *run-up*, pueden estar asociadas a transferencias de energía por interacciones no-lineales durante el proceso de asomeramiento. Algunos autores sugieren que la pendiente del rango de saturación es independiente de las condiciones *off-shore*, aunque los resultados y la comparación con trabajos previos, indican que puede haber una relación con el número de Iribarren, para condiciones altamente disipativas, como la de Ruju et al. (2012), puede haber una mayor tasa de transferencia de energía de las altas a las bajas frecuencias, por la tanto la pendiente del rango de saturación es observada como f^{-3}, mientras que para valores un poco más altos de ξ_0, donde la reflexión juega un papel importante, la pendiente del rango de saturación es f^{-4}.

La forma del espectro de *run-up* sugiere que puede predecirse con una ecuación que abarque, tanto la banda infragravitatoria como la banda de *sea-swell*. Según el análisis anterior, la pendiente del rango de saturación es f^{-4}, por lo tanto el espectro debe ir multiplicado por este factor. Al comparar $f^4 S_R(f)$ contra f, se observó un comportamiento asintótico, lo que sugiere que la parte infragravitatoria del espectro se puede modelar con una función *sigmoide*, en este caso se propuso una tangente hiperbólica, de la siguiente manera:

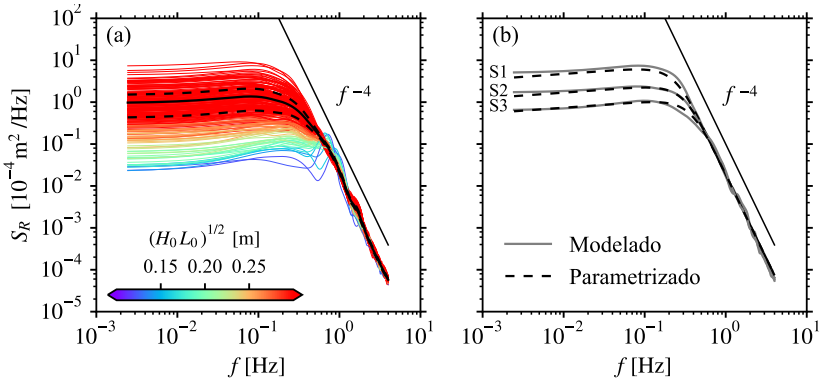

Figura 5.9. (a) Espectros de *run-up* $S_R(f)$ para los 200 casos simulados, con la media (línea continua) y la desviación estándar (línea punteada); (b) Espectro modelado (línea gris) y calculado a partir de la parametrización propuesta (línea negra punteada) para tres casos diferentes. La línea negra inclinada indica la pendiente del rango de saturación f^{-4}.

$$S_R(f) = \frac{\alpha}{f^4} \tanh^{\epsilon}\left([\gamma f]^{\delta}\right) \tag{5.5}$$

donde α es el nivel de energía del espectro en las altas frecuencias y γ, ϵ, δ son coeficientes de ajuste. El valor de α se estimó a partir del intercepto del ajuste lineal en el campo logarítmico del espectro en la zona de altas frecuencias. Se encontró que este parámetro es aproximadamente independiente de las condiciones incidentes (Figura 5.10a), lo que cual es consistente con los resultados de Huntley et al. (1977) y Ruggiero et al. (2004). El valor medio de α para los 200 casos es $\alpha \sim 1{,}88 \pm 0{,}22 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^3$ (intervalo de confianza al 95 %). A partir de observaciones en playas con diferentes pendientes ($\beta \sim 0{,}065 - 0{,}13$), Huntley et al. (1977) proponen que α puede escribirse como:

$$\alpha = \left[\frac{\varepsilon_s^{c^*} g \beta^2}{(2\pi)^2}\right]^2 \tag{5.6}$$

donde $\varepsilon_s^{c^*}$ es un parámetro con unidades $\mathrm{Hz}^{-1/2}$, tal que $\varepsilon_s^{c^*}(\Delta f)^{1/2} \sim 1$ es considerado como universalmente constante, siendo Δf la banda de frecuencias en el rango de saturación, es decir, donde el espectro es proporcional a f^{-4}. Se ha demostrado, con observaciones en playas naturales, que Δf es mayor en condiciones disipativas que en condiciones reflejantes (Hughes et al., 2014). Para el presente conjunto de datos, Δf se calculó como la diferencia entre la máxima frecuencia ($f_{\mathrm{máx}} = 4\,\mathrm{Hz}$) y la frecuencia donde el espectro comienza a separarse de la línea de ajuste un valor de $\sim 1 \cdot 10^{-5}$. Se encontró que Δf varía desde $\sim 3{,}4\,\mathrm{Hz}$ para condiciones poco energéticas ($\xi_0' \sim 0{,}15\,\mathrm{m}$), hasta $\sim 3{,}6\,\mathrm{Hz}$ para condiciones con mayor energía ($\xi_0' \sim 0{,}8\,\mathrm{m}$).

Los resultados de Huntley et al. (1977); Mase (1988) y Hughes et al. (2014) indican que α es proporcional a β^4, mientras que Ruggiero et al. (2004) sugieren que la proporcionalidad es con β^2, lo que implica que $\varepsilon_s^{c^*}$ debería ser función de β. Si se calcula $\varepsilon_s^{c^*}$ como $\varepsilon_s^{c^*} = \alpha^{1/2}(2\pi)^2/g\beta^2$, usando el valor de α obtenido para cada espectro y la pendiente del *fore-reef-terrace* $\beta = 1/10{,}6$, se obtiene que $\varepsilon_s^{c^*} \sim 0{,}62 \pm 0{,}04\,\mathrm{Hz}^{1/2}$ (intervalo de confianza al 95 %). La constante universal propuesta por Huntley et al. (1977) se calculó para cada Δf, esta constante es $\varepsilon_s^{c^*}(\Delta f)^{1/2} \sim 1{,}16 \pm 0{,}074$ (intervalo de confianza al 95 %), lo que es consisitente con la hipótesis de que $\varepsilon_s^{c^*}(\Delta f)^{1/2} \sim 1$.

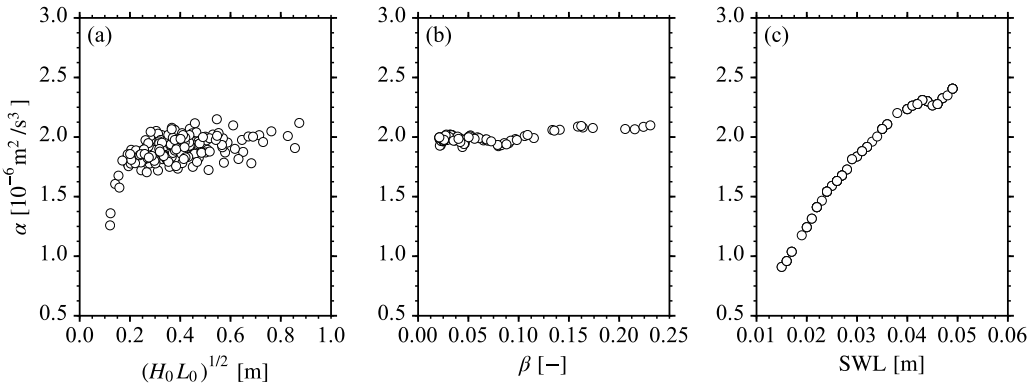

Figura 5.10. Variación del nivel de energía en las altas frecuencias α con respecto a: (a) las condiciones incidentes dadas por ξ_0'; (b) la pendiente del *fore-reef-terrace* β; y (c) la profunidad de la cresta del arrecife SWL.

Para determinar la proporcionalidad entre α y β se ejecutaron 100 casos adicionales, modificando la pendiente del *fore-reef-terrace* (β) entre 1/3,5 y 1/47,3 (sin *reef-flat*) para unas condiciones incidentes constantes ($H_0 = 0{,}059\,\mathrm{m}$; $T_0 = 1{,}25\,\mathrm{s}$). Se ejecutaron también 100 casos para las mismas condiciones incidentes, donde solamente se modificó el nivel medio del mar medido desde la cresta del arrecife (SWL) desde 0,015 a 0,05 m. Los resultados indican que α no depende de la pendiente del *fore-reef-terrace* β (Figura 5.10b) contrario a lo planteado por Huntley et al. (1977) y Ruggiero et al. (2004). El valor de α continua siendo en promedio $\sim 2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^3$. Por otro lado, se observa una alta dependencia de α con la profundidad de la cresta SWL (Figura 5.10c). La profundidad media de la cresta controla la posición del punto de rotura y por lo tanto la cantidad de ondas cortas que son disipadas. Entre mayor es la profundidad, mayor es el nivel de energía de las altas frecuencias.

Los coeficientes γ, ϵ, δ fueron estimados usando el algoritmo de solución del método de mínimos cuadrados no-lineales de Levenberg-Marquardt implementado en SciPy (Jones et al., 2001) para los espectros de los 200 casos simulados variando

las condiciones incidentes. La razón de los exponentes de la tangente hiperbólica y su argumento $\epsilon\delta$ se mantiene constante (Figura 5.11b; $R^2 \sim 1$). Esta relación representa la curvatura de la zona de transición entre la banda infragravitatoria y de *sea-swell*. No se observa ninguna correlación significativa entre $\epsilon\delta$ y ξ_0', pero para valores de $\xi_0' > 0{,}25\,\mathrm{m}$, se encontró que $\epsilon\delta \sim 4{,}14$ (Figura 5.11c). Debido a que no parece existir una relación clara entre ϵ y las condiciones incidentes, se tomó como primera aproximación el valor medio $\epsilon = 2{,}92$, por lo tanto $\delta = 1{,}42$.

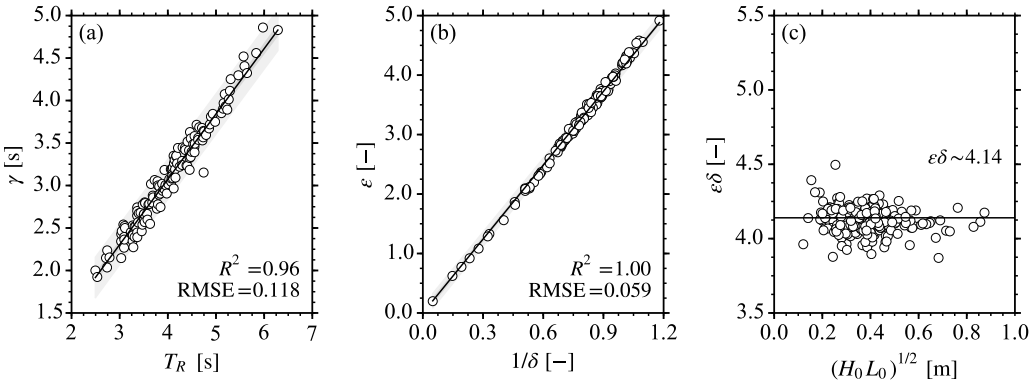

Figura 5.11. Coeficientes de ajuste en la parametrización propuesta en función de los parámetros incidentes del oleaje. Las sombras grises representan las bandas de confianza (oscura) y predicción (clara) al 95 %.

El coeficiente γ está directamente asociado con el período medio de *run-up* T_R (Figura 5.11a). La pendiente del ajuste entre estas dos variables es $0{,}768 \pm 0{,}005$, por lo tanto γ puede ser expresado como $\gamma = 0{,}768 T_R$. El coeficiente de correlación indica que el período medio de *run-up* explica al menos el 96 % de la varianza del coeficiente γ.

Se comparó el espectro de *run-up* simulado con el parametrizado con la ecuación (5.5), a partir de los coeficientes $\alpha = 1{,}88 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s^3}$, $\gamma = 0{,}768 T_R$, $\epsilon = 2{,}92$ y $\delta = 1{,}42$. En la Figura 5.9b se presenta la comparación para tres casos específicos: el caso S1 ($\xi_0' = 0{,}85\,\mathrm{m}$), el caso S2 ($\xi_0' = 0{,}50\,\mathrm{m}$) y el caso S3 ($\xi_0' = 0{,}35\,\mathrm{m}$). Se observa que la ecuación (5.5) reproduce adecuadamente el espectro de *run-up* para estos casos. Se presenta una subestimación de $\sim 10\,\%$ en la energía infragravitatoria para el caso S1, mientras que los errores para los casos S2 y S3 son del orden de $\sim 2\,\%$. La zona de altas frecuencias frecuencias están bien estimadas solamente con el coeficiente $\alpha = 1{,}88 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s^3}$ y la pendiente f^{-4}. La zona infragravitatoria es altamente sensible a las condiciones incidentes, según la parametrización propuesta, esta zona está bien representada solamente con el período medio de *run-up* T_R, que puede ser estimado como $T_R = 6{,}687 \tanh(1{,}619\xi_0')$ (Figura 5.7b; Tabla 5.2).

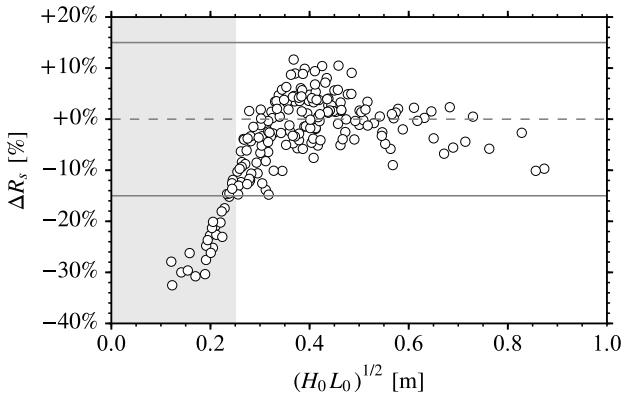

Figura 5.12. Error de estimación del espectro de *run-up* ΔR_s en función del parámetro $\xi_0' = (H_0 L_0)^{1/2}$. La sombra gris representa los valores de $\xi_0' < 0{,}25\,\mathrm{m}$.

Los errores en la estimación del espectro de *run-up* fueron calculados como $\Delta R_s = 100\,\% \cdot (R_s - R_s')/R_s$, donde R_s y R_s' son el *run-up* siginficante del espectro simulado y parametrizado respectivamente, para los 200 casos simulados variando las condiciones incidentes. La Figura 5.12 muestra que estos errores se encuentran en rango aceptable (entre $-15\,\%$ y $15\,\%$) para valores $\xi_0' > 0{,}25\,\mathrm{m}$. Para valores $\xi_0' < 0{,}25\,\mathrm{m}$ la forma del espectro no es bien reproducida, por lo tanto se presentan errores del orden de $-30\,\%$. El valor de $\xi_0' = 0{,}25\,\mathrm{m}$ es un valor crítico, a partir del cual se considera que la parametrización puede reproducir bien el espectro de *run-up*. Este valor corresponde a $\xi_0' = 16\,\mathrm{m}$ a la escala real (prototipo). Por ejemplo, si se tiene una altura de ola de $\sim 2{,}5\,\mathrm{m}$, se necesita una longitud de onda en aguas profundas de $\sim 100\,\mathrm{m}$ para superar dicho valor crítico, lo que quiere decir que, dada una altura de ola de $2{,}5\,\mathrm{m}$, es posible representar bien el espectro de *run-up* con la ecuación (5.5), para períodos mayores que $\sim 8\,\mathrm{s}$.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo se usaron datos experimentales obtenidos en laboratorio para calibrar y validar el modelo numérico SWASH, con el fin de estudiar los procesos de transformación de las ondas cortas y la generación de las ondas infragravitatorias a lo largo de un perfil típico de arrecife de coral (*fringing-reef*), asimismo estudiar las oscilaciones de *run-up* en la línea de costa. Las conclusiones de este trabajo están ligadas a los objetivos específicos planteados. A continuación se presentan, por cada objetivo, las conclusiones, logros y principales aportes de este trabajo:

Obj. 1. Simular los procesos hidrodinámicos asociados con la transformación del oleaje y las oscilaciones de *run-up* en el arrecife, mediante la calibración y validación de un modelo numérico.

El modelo numérico no-hidrstático SWASH fue calibrado y validado con datos de laboratorio (secciones 4.4 y 4.5 respectivamente). La forma en como se impone la condición de frontera en el SWASH es determinante en los resultados del modelo, cuando se incluye la onda larga forzada incidente (*Bound Long Wave*) en la frontera *off-shore*, el SWASH aumenta la capacidad de predicción de las ondas de baja frecuencia a lo largo del canal y consecuentemente mejora la predicción de las oscilaciones de *run-up*, como se discute en la sección 4.3.1.

Uno de los factores más importantes en la capacidad del modelo es la resolución vertical, la cual influye en la precisión con la que se resuelven las ondas de alta frecuencia. En la sección 4.3.3 se discutió sobre la influencia del número de capas verticales en el modelo. Se encontró que el modelo es altamente sensible al esquema numérico que se usa para resolver la ecuación de momentum vertical. El esquema Keller-Box es el que presenta los

mejores resultados para una y dos capas, mientras que cuando se usa el esquema estándar, con tres capas, se pierde capacidad de predicción de las ondas cortas en el modelo.

Se estudió la respuesta del modelo al cambio de los parámetros que determinan la fricción con el fondo, la escala de mezcla horizontal y la rotura del oleaje (seccion 4.3.4). El modelo es principalmente sensible a la fricción con el fondo y la escala de mezcla horizontal. El coeficiente de fricción es de vital importancia en el movimiento de las ondas de baja frecuencia y las oscilaciones de *run-up*. El parámetro de rotura no parece tener mucha influencia sobre los resultados del modelo.

Los coeficientes más sensibles en el modelo fueron calibrados usando una metodología basada en superficies de error. Los valores óptimos del coeficiente de fricción de Manning y la longitud de mezcla horizontal, encontrados para el presente caso de estudio, son $n^* = 0{,}014\,\mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$ y $\ell_m^* = 0{,}01\,\mathrm{m}$. La validación del modelo se hizo con los casos restantes (26 casos). Se encontró que el modelo no reproduce adecuadamente los casos donde el *reef-flat* tiene una profundidad de cero. En estos casos se presenta una sobrestimación de la energía infragravitatoria en el *reef-flat*.

La precisión del modelo está directamente asociada con el período del oleaje incidente, entre mayor (menor) es el período del oleaje incidente, mayor (menor) es el índice de concordancia d y menor (mayor) es el RMSE. El modelo reproduce adecuadamente los parámetros integrales del espectro de *run-up* como el período medio T_R ($R^2 = 0{,}93$), el *run-up* significante de *sea-swell* $R_s^{(ss)}$ ($R^2 = 0{,}93$) y el *run-up* significante infragravitatorio $R_s^{(ig)}$ ($R^2 = 0{,}88$).

Obj. 2. Estudiar los mecanismos de generación de las ondas infragravitatorias y la transformación de las ondas cortas en el arrecife, con datos de laboratorio y modelación numérica.

Las oscilaciones de *run-up* están dominadas, en la mayoría de los casos, por ondas infragravitatorias, esto hace que sea importante determinar la naturaleza del mecanismo de generación de dichas ondas. En la sección 5.1 se estudió la distribución de la energía del oleaje a lo largo del canal. El oleaje incidente (banda *sea-swell*) domina hasta la cresta del arrecife, a partir de allí (en el *reef-flat*) comienza a dominar la energía infragravitatoria. La cantidad de energía de *sea-swell* disipada entre el talud y el *reef-flat* (entre los sensores P3 y P8; Figura 3.1), está asociada con la profundidad en la cresta

del arrecife. Para el mínimo nivel del mar (SWL = 0,016 m) se presenta una tasa de disipación entre 80 y 87 %, mientras que para el máximo nivel (SWL = 0,051 m) las tasas de disipación se encuentran entre 59 y 67 %. Por lo tanto, entre mayor (menor) es la profundidad de la cresta, menor (mayor) es la disipación de las ondas cortas.

Los resultados del análisis de correlación cruzada presentados en la sección 5.2 sugieren que las ondas infragravitatorias libres son generadas predominantemente en la zona del *fore-reef-terrace* ($\beta = 1/10{,}6$), donde rompen la mayor cantidad de ondas cortas (*sea-swell*). Esto es consistente con el mecanismo de generación de ondas infragfravtitatorias debido a la variación temporal del punto de rotura (*time-variyng breakpoint*).

Obj. 3. Analizar el comportamiento de las oscilaciones de *run-up* en el arrecife para diferentes condiciones de oleaje incidente.

Se evaluaron las características de los parámetros más importantes de *run-up* ($R_s^{(ig)}$, $R_s^{(ss)}$, $\bar{R}$ y T_R) en función de las condiciones del oleaje incidente como se discute en la sección 5.3. Los resultados resaltan la importancia de la relación que existe entre estos parámetros y las condiciones incidentes, dadas por el número de Iribarren $\xi_0 = \beta/(H_0/L_0)^{1/2}$ y el paramétro ξ_0', el cual está definido como $(H_0 L_0)^{1/2}$. La razón entre el *run-up* significante de *sea-swell* y el infragravitatorio es altamente dependiente de ξ_0, para condiciones disipativas ($\xi_0 < 0{,}3$) e intermedias ($0{,}3 < \xi_0 < 1{,}25$) el *run-up* está dominado principalmente por oscilaciones de baja frecuencia (infragfravtitatorias), mientras que para condiciones reflejantes ($\xi_0 > 1{,}25$), las oscilaciones de *run-up* son principalmente de alta frecuencia (*sea-swell*). Se encontró también una alta dependencia de la razón $R_s^{(ss)}/R_s^{(ig)}$ sólo de la altura de ola incidente, para alturas de ola mayores que $\sim 0{,}02$ m comienza a ser más importante el *run-up* infragfravtitatorio que el de *sea-swell*.

Obj. 4. Proponer una parametrización empírica del espectro de *run-up* en función de los parámetros incidentes del oleaje.

En la sección 5.3 se discutió sobre la forma del espectro de *run-up*. El espectro de *run-up* en las altas frecuencias para los datos presentados, es proporcional a f^{-4}, como había sido observado previamente en playas naturales. El factor de proporcionalidad α, que es una medida del nivel de energía en las altas frecuencias, es aparentemente independiente de las condiciones incidentes. No se observó una relación entre α y la pendiente del

fore-reef-terrace β como en el caso de playas naturales. La variable que mayor influencia tiene sobre α es la profundidad de la cresta del arrecife SWL; a mayor profundidad, mayor es el nivel de energía de las altas frecuencias. Sin embargo, según se discutió en la sección 4.3.2, el valor de α puede ser críticamente dependiente del valor escogido para la profundidad minima $d_{\text{mín}}$ que define las oscilaciones del *run-up*.

Se propuso una ecuación que puede ser utilizada para predecir el espectro de *run-up*, tanto en la zona infragravitatoria, como en la zona de *sea-swell*. Dicha ecuación tiene la siguiente forma:

$$S_R(f) = \frac{\alpha}{f^4} \tanh^{\epsilon}\left([\gamma f]^{\delta}\right) \tag{6.1}$$

donde $\alpha = 1{,}88 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^3$, $\epsilon = 2{,}92$, $\delta = 1{,}42$ y $\gamma = 0{,}768 T_R$, donde T_R es el período medio de oscilación del *run-up*, el cual puede expresarse como $T_R = 6{,}687 \tanh\left(1{,}619 \xi_0'\right)$. Sólo con el hecho de incluir una función que involucre el período medio de *run-up* T_R, puede lograrse una forma para la zona del espectro que no está saturada (zona infragravitatoria). Esta ecuación puede predecir el espectro de *run-up* para condiciones incidentes $\xi_0' > 0{,}25\,\mathrm{m}$ ($\xi_0' > 16\,\mathrm{m}$ en escala del prototipo) con errores en un rango entre $-15\,\%$ y $15\,\%$.

Es necesario probar con otro tipo de funciones que se puedan ajustar a la forma *sigmoide* de la zona no saturada del espectro. Asimismo, es necesario verificar la dependencia de los coeficientes ϵ y δ de otros parámetros del espectro del oleaje incidente, o de las condiciones de la playa. Se necesitan futuras investigaciones para verificar la validez de la parametrización presentada para otro tipo de condiciones, por ejemplo, para playas naturales o para playas artificiales de pendiente constante, con experimentos de laboratorio y observaciones en campo.

Referencias

Aagaard, T. & Greenwood, B. (2008). Infragravity wave contribution to surf zone sediment transport - The role of advection. 251:1–14.

Ardhuin, F. & Herbers, T. H. C. (2013). Noise generation in the solid Earth, oceans and atmosphere, from nonlinear interacting surface gravity waves in finite depth. *Journal of Fluid Mechanics*, 716:316–348.

Ardhuin, F., Rawat, A., & Aucan, J. (2014). A numerical model for free infragravity waves: Definition and validation at regional and global scales. *Ocean Modelling*, 77:20–32.

Ardhuin, F., Stutzmann, E., Schimmel, M., & Mangeney, A. (2011). Ocean wave sources of seismic noise. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 116(January):1–21.

Aucan, J. & Ardhuin, F. (2013). Infragravity waves in the deep ocean: An upward revision. *Geophysical Research Letters*, 40(February):3435–3439.

Audet, C., Custódio, A. L., & Dennis, J. E. (2008). Mesh Adaptive Direct Search Algorithms for Constrained Optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 18(4):1501–1503.

Baldock, T. (2006). Long wave generation by the shoaling and breaking of transient wave groups on a beach. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 462(December 2005):1853–1876.

Baldock, T. (2012). Dissipation of incident forced long waves in the surf zone - Implications for the concept of bound wave release at short wave breaking. *Coastal Engineering*, 60:276–285.

Baldock, T., Holmes, P., & Horn, D. (1997). Low frequency swash motion induced by wave grouping. *Coastal Engineering*, 32:197–222.

Baldock, T. E. & Huntley, D. a. (2002). Long-wave forcing by the breaking of random gravity waves on a beach. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 458:2177–2201.

Becq-Girard, F., Forget, P., & Benoit, M. (1999). Non-linear propagation of unidirectional wave fields over varying topography. *Coastal Engineering*, 38(2):91–113.

Bendat, J. & Piersol, A. (2011). *Random data: analysis and measurement procedures*.

Bergstra, J. & Bengio, Y. (2012). Random search for hyper-parameter optimization. *Journal of Machine Learning Research*, 13:281–305.

Booij, N., Ris, R., & Holthuijsen, L. (1999). A third-generation wave model for coastal regions. Part 1: Model description and validation. *Journal of Geophysical Research*, 104(C4):7649–7666.

Bowers, E. C. (1977). Harbour resonance due to set-down beneath wave groups. *Journal of Fluid Mechanics*, 79(1):71–92.

Brinkkemper, J., Torres-Freyermuth, A., Mendoza, E., & Ruessink, B. (2013). Parametrization of wave run-up on beaches in Yucatan, México: A numerical study. In *Coastal Dynamics*, volume 2, pages 225–234.

Buddemeier, R. W., Kleypas, J. A., & Aronson, R. B. (2004). Coral Reefs and Global Climate Change. Technical report.

Cox, N., Dunkin, L. M., & Irish, J. L. (2013). An empirical model for infragravity swash on barred beaches. *Coastal Engineering*, 81:44–50.

Dalrymple, R. & Rogers, B. (2006). Numerical modeling of water waves with the SPH method. *Coastal Engineering*, 53:141–147.

Dean, R. & Dalrymple, R. (1991). *Water wave mechanics for engineers and scientists*. World Scientific Publishing.

Demirbilek, Z. & Nwogu, O. B. (2007). Boussinesq Modeling of Wave Propagation and Runup over Fringing Coral Reefs, Model Evaluation Report. Technical Report December, USACE/ERDC/CHL, Washington, DC.

Demirbilek, Z., Nwogu, O. G., & Ward, D. L. (2007). Laboratory Study of Wind Effect on Runup over Fringing Reefs. Technical Report July, USACE/ERDC/CHL, Washington, DC.

Demirbilek, Z., Nwogu, O. G., Ward, D. L., & Sánchez, A. (2009). Wave Transformation Over Reefs: Evaluation of One-Dimensional Numerical Models. Technical Report January, USACE/ERDC/CHL, Washington, DC.

Eldeberky, Y. & Battjes, J. A. (1996). Spectral modeling of wave breaking: Application to Boussinesq equations. *Journal of Geophysical Research*, 101(C1):1253–1264.

Funke, E. R. & Mansard, E. P. D. (1979). On the synthesis of realistic sea states. In *Coastal Engineering Proceedings*, pages 2974–2991.

Garzón-Ferreira, J. & Díaz, J. M. (2003). The Caribbean coral reefs of Colombia. In Cortés, J., editor, *Latin American Coral Reefs*, pages 375–301. Elsevier.

Guedes, R. M. C., Bryan, K. R., & Coco, G. (2013). Observations of wave energy fluxes and swash motions on a low-sloping, dissipative beach. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 118(July):3651–3669.

Guza, R. T. & Feddersen, F. (2012). Effect of wave frequency and directional spread on shoreline runup. *Geophysical Research Letters*, 39(May):1–5.

Hasselmann, K. (1962). On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part 1. *Journal of Fluid Mechanics*, 12:481–500.

Hasselmann, K., Barnett, T., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D., Enke, K., Ewings, J., Gienapp, H., Hasselmann, D., Kruseman, P., Meerburg, A., Muller, P., Olbers, D., Richter, K., Sell, W., & Walden, H. (1973). Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Technical Report 8 0, Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg.

Hirt, C. & Nichols, B. (1981). Volume of fluid (VoF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39:201–225.

Holman, R. (1986). Extreme value statistics for wave run-up on a natural beach. *Coastal Engineering*, 9:527–544.

Holman, R. A. & Sallenger, A. H. (1985). Setup and swash on a natural beach. *J. Geophys. Res.*, 90(C1):945–953.

Holthuijsen, L. (2007). *Waves in oceanic and coastal waters*. Cambridge University Press.

Huang, N., Shen, Z., Long, S., Wu, M., Shih, H., Zheng, Q., Yen, N., Tung, C., & Liu, H. (1998). The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings in Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 454(1971):903–995.

Hughes, M. G., Aagaard, T., Baldock, T. E., & Power, H. E. (2014). Spectral signatures for swash on reflective, intermediate and dissipative beaches. *Marine Geology*, 355:88–97.

Hughes, S. A. (2004). Estimation of wave run-up on smooth, impermeable slopes using the wave momentum flux parameter. *Coastal Eng.*, 51:1085–1104.

Hunt, I. (1959). Design of seawalls and breakwater. *Journal of Waterways and Harbours Division*, 85:123–152.

Hunt, J. N. (1979). Direct Solution of Wave Dispersion Equation. *Journal of the Waterway Port Coastal and Ocean Division*, 105(4):457–459.

Huntley, D. A., Guza, R. T., & Bowen, A. J. (1977). A universal form for shoreline run-up spectra? *Journal of Geophysical Research*, 82(18):2577.

Iribarren, C. R. & Nogales, C. M. (1949). Protection des ports. Technical report.

Jones, E., Oliphant, T., & Peterson, P. (2001). SciPy: Open source scientific tools for Python.

Kolda, T. G., Lewis, R. M., & Torczon, V. (2003). Optimization by Direct Search: New Perspectives on Some Classical and Modern Methods.

Komen, G. J., Cavaleri, L., Donelan, M., Hasselmann, K., Hasselmann, S., & Janssen, P. A. E. M. (1994). *Dynamics and modelling of ocean waves*. Cambridge University Press, Cambridge.

Lara, J. L., Ruju, A., & Losada, I. J. (2011). Reynolds averaged Navier-Stokes modelling of long waves induced by a transient wave group on a beach. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 467:1215–1242.

LeBlond, P. & Mysak, L. (1978). *Waves in the Ocean*.

Liu, Y., MacCready, P., Hickey, B. M., Dever, E. P., Kosro, P. M., & Banas, N. S. (2009). Evaluation of a coastal ocean circulation model for the Columbia River plume in summer 2004. *Journal of Geophysical Research*, 114:C00B04.

Longuet-Higgins, M. & Stewart, R. (1962). Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to surf beats. *Journal of Fluid Mechanics*, 13(31):481–504.

Longuet-Higgins, M. & Stewart, R. (1964). Radiation stresses in water waves; a physical discussion, with applications. *Deep Sea Research*, 11:529–562.

Longuet-Higgins, M. S. & Stewart, R. W. (1960). Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 8:565–583.

Lugo-Fernández, A., Roberts, H. H., & Suhayda, J. N. (1998). Wave transformations across a caribbean fringing-barrier Coral Reef. *Continental Shelf Research*, 18:1099–1124.

Ma, G., Su, S. F., Liu, S., & Chu, J. C. (2014). Numerical simulation of infragravity waves in fringing reefs using a shock-capturing non-hydrostatic model. *Ocean Engineering*, 85:54–64.

Mase, H. (1988). Spectral characteristics of random wave run-up. *Coastal Engineering*, 12(2):175–189.

Masselink, G. (1995). Group bound long waves as a source of infragravity energy in the surf zone. *Continental Shelf Research*, 15(13):1525–1547.

Medina, R. & Méndez, F. J. (2006). Inundación costera originada por la dinámica marina. *Ingeniería y Territorio*, (74).

Mei, C. C., Stiassnie, M., & Yue, D. K.-P. (2005). *Theory and Applications of Ocean Surface Waves. Part I: Linear Aspects*, volume 23 of *Advanced Series on Ocean Engineering*. World Scientific Publishing Company, advanced s edition.

Munk, W. H. (1949). Surf beats. *Trans. Am. Geophys. Union*, 30:849–854.

Nielsen, P. & Hanslow, D. J. (1991). Wave Runup Distributions on Natural Beaches. *Journal of Coastal Research*, 7(4):1139–1152.

Nwogu, O. (1993). Alternative Form of Boussinesq Equations for Nearshore Wave Propagation. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 119(6):618–638.

Ochi, M. K. (1998). *Ocean Waves: The Stochastic Approach*. Cambridge University Press, New York.

Péquignet, a. C. N., Becker, J. M., Merrifield, M. a., & Aucan, J. (2009). Forcing of resonant modes on a fringing reef during tropical storm Man-Yi. *Geophysical Research Letters*, 36:20–23.

Péquignet, C., Becker, J. M., Merrifield, M. a., & Boc, S. J. (2011). The dissipation of wind wave energy across a fringing reef at Ipan, Guam. *Coral Reefs*, 30:71–82.

Peregrine, D. H. (1967). Long waves on a beach. *Journal of Fluid Mechanics*, 27:815.

Phillips, O. M. (1977). *The Dynamics of the Upper Ocean*. Cambridge University Press.

Pomeroy, A., Lowe, R., Symonds, G., van Dongeren, A., & Moore, C. (2012). The dynamics of infragravity wave transformation over a fringing reef. *Journal of Geophysical Research*, 117(C11):17.

Rijnsdorp, D. P. (2011). *Numerical modelling of infragravity waves in coastal regions*. Msc., TU Delft.

Rijnsdorp, D. P., Smit, P. B., & Zijlema, M. (2014). Non-hydrostatic modelling of infragravity waves under laboratory conditions. *Coastal Engineering*, 85:30–42.

Rodríguez, G. & Soares, C. (1999). Uncertainty in the estimation of the slope of the high frequency tail of wave spectra. *Applied Ocean Research*, 21(4):207–213.

Ruggiero, P., Holman, R. A., & Beach, R. A. (2004). Wave run-up on a high-energy dissipative beach. *Journal of Geophysical Research C: Oceans*, 109(6):1–12.

Ruggiero, P., Komar, P. D., McDougal, W. G., Marra, J. J., & Beach, R. A. (2001). Wave run-up, extreme water levels and the erosion of properties backing beaches. *Journal of Coastal Research*, 17(2):407–419.

Ruiz de Alegría-Arzaburu, A., Mariño Tapia, I., Enriquez, C., Silva-Casarín, R., & González-Leija, M. (2012). Morphodynamics of a Caribbean Beach Fringed By a Coral Reef. In *Coastal Engineering Proceedings*, pages 2–10.

Ruju, A., Lara, J. L., & Losada, I. J. (2012). Radiation stress and low-frequency energy balance within the surf zone: A numerical approach. *Coastal Engineering*, 68:44–55.

Ruju, A., Lara, J. L., & Losada, I. J. (2014). Numerical analysis of run-up oscillations under dissipative conditions. *Coastal Engineering*, 86:45–56.

Schäffer, H. A. (1993). Infragravity waves induced by short-wave groups. *Journal of Fluid Mechanics*, 247:551–588.

Senechal, N., Coco, G., Bryan, K. R., & Holman, R. a. (2011). Wave runup during extreme storm conditions. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 116(May):1–13.

Sheremet, A., Kaihatu, J. M., Su, S. F., Smith, E. R., & Smith, J. M. (2011). Modeling of nonlinear wave propagation over fringing reefs. *Coastal Engineering*, 58:1125–1137.

Smit, P., Janssen, T., Holthuijsen, L., & Smith, J. (2014). Non-hydrostatic modeling of surf zone wave dynamics. *Coastal Engineering*, 83:36–48.

Smit, P., Zijlema, M., & Stelling, G. (2013). Depth-induced wave breaking in a non-hydrostatic, near-shore wave model. *Coastal Engineering*, 76:1–16.

Stelling, G. & Zijlema, M. (2003). An accurate and efficient finite-difference algorithm for non-hydrostatic free-surface flow with application to wave propagation. *International Journal for numerical methods in fluids*, 43:1–23.

Stockdon, H. F., Holman, R. A., Howd, P. A., & Sallenger Jr., A. H. (2006). Empirical parameterization of setup, swash, and runup. *Coastal Engineering*, 53:573–588.

Stocker, T. F., Qin, D., Plattner, G.-K., Tignor, M. M., Allen, S. K., Boschung, J., Nauels, A., Xia, Y., Bex, V., & Midgley, P. M. (2013). *Climate Change 2013*.

Sutherland, J., a.H. Peet, & Soulsby, R. (2004). Evaluating the performance of morphological models. *Coastal Engineering*, 51(8-9):917–939.

Symonds, G., Huntley, D. A., & Bowen, A. J. (1982). Long Wave Generation by a Time-Varying Breakpoint. *Journal of Geophysical Research*, 87(C1):492–498.

The WAMDI Group (1988). The WAM model - A third generation ocean wave prediction model. *Journal of Physical Oceanography*, 18:1775–1810.

Tolman, H. L. (2014). User manual and system documentation of WAVEWATCH III version 4.18. Technical report.

Torres-Freyermuth, A., Mariño Tapia, I., Coronado, C., Salles, P., Medellín, G., Pedrozo-Acuña, A., Silva, R., Candela, J., & Iglesias-Prieto, R. (2012). Wave-induced extreme water levels in the Puerto Morelos fringing reef lagoon. *Natural Hazards and Earth System Science*, 12:3765–3773.

Tucker, M. J. (1950). Surf beats: sea waves of 1 to 5 minutes period. *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, 207:565–73.

van Dongeren, A., Lowe, R., Pomeroy, A., Trang, D. M., Roelvink, D., Symonds, G., & Ranasinghe, R. (2013). Numerical modeling of low-frequency wave dynamics over a fringing coral reef. *Coastal Engineering*, 73:178–190.

van Vledder, G. P. (1983a). *Preliminary investigation into the occurrence of wave groups in seas and swell.* Tesis de maestría, TU Delft.

van Vledder, G. P. (1983b). *Verification of the Kimura model for the description of wave groups.* Tesis de maestría, TU Delft.

Willmott, C. J. (1981). On the validation of models. *Journal of Physical geography*, 2(2):184–194.

Willmott, C. J., Ackleson, S. G., Davis, R. E., Feddema, J. J., Klink, K. M., Legates, D. R., O'Donnell, J., & Rowe, C. M. (1985). Statistics for the evaluation and comparison of models. *Journal of Geophysical Research*, 90(C5):8995.

Willmott, C. J., Robeson, S. M., & Matsuura, K. (2012). A refined index of model performance. *International Journal of Climatology*, 32(13):2088–2094.

Yamazaki, Y., Kowalik, Z., & Cheung, K. F. (2008). Depth-integrated, non-hydrostatic model for wave breaking and run-up. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, pages 601–629.

Zijlema, M. (2012). Modelling wave transformation across a fringing reef using SWASH. In *Coastal Engineering Proceedings*, number 2007, pages 1–12.

Zijlema, M., Stelling, G., & Smit, P. (2011). SWASH: An operational public domain code for simulating wave fields and rapidly varied flows in coastal waters. *Coastal Engineering*, 58(10):992–1012.

Zijlema, M. & Stelling, G. S. (2008). Efficient computation of surf zone waves using the nonlinear shallow water equations with non-hydrostatic pressure. *Coastal Engineering*, 55(10):780–790.