UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

APLICACIÓN DE UN MODELO CONSTITUTIVO A UNA ROCA LODOSA

Felipe Andrés Lis Ramírez, I.C.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL Y AGRICOLA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA - GEOTECNIA
BOGOTA D.C., 2011

APLICACIÓN DE UN MODELO CONSTITUTIVO A UNA ROCA LODOSA

Por

Felipe Andrés Lis Ramírez, I.C.

Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de Maestría en Ingeniería – Geotecnia

Director:
Mario Camilo Torres Suárez
I.C., Msc, Candidato a Dr. en Ing.-Geotecnia, Profesor Asistente
Universidad Nacional de Colombia

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL Y AGRICOLA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA - GEOTECNIA
BOGOTA D.C., 2011

Resumen.

Las rocas lodosas pueden ser consideradas como materiales estructurados compuestos por una matriz limo-arcillosa y un material cementante. En este trabajo investigativo se desarrollaron dos aplicaciones en el Lenguaje MATLAB® con el objeto de simular el comportamiento de este tipo de roca ante ensayos triaxiales y edométricos a succión constante respectivamente, en la primera aplicación se puede simular un ciclo carga-descarga; en la segunda un ciclo incremento-descenso de la succión. Las aplicaciones usan un modelo del estado crítico para suelos parcialmente saturados (BExM) adaptado para tener en cuenta el efecto de la cementación. Los resultados obtenidos demuestran que los ciclos en la carga y en la succión degradan el material produciendo menores resistencias y rigideces, también se demostró que los materiales más cementados son más resistentes pero exhiben una mayor fragilidad.

Palabras clave: Rocas lodosas, BExM, cemento, material estructurado, comportamiento triaxial, comportamiento edométrico.

Abstract

The mudrocks can be considered a structured material composed of clayey matrix and mineral bond. This research developed two MATLAB ® applications that modeling triaxial and edometrical behavior of this rock at constant suction. The first application can be simulate one loding-unloding cycle, while the second simulate an increase–decrease suction cycle. The codes use a critical state model for partially saturated soils (BExM) modified to considerer the bond. The result show that the cycles of load and suction diminish the strength and stiffness, also demonstrated that more bonding material are more resistant but they are more fragile.

Key words: Mudrocks, BExM, bonding, structured material, triaxial behavior and edometrical behavior.

_____

Director de la Tesis
Mario Camilo Torres Suárez I.C., Msc,
Candidato a Dr. en Ing.-Geotecnia,
Profesor Asistente

_____

Autor de la Tesis
Felipe Andrés Lis Ramírez, I.C.,
Candidato a Mágister en Ing.-Geotecnia,

Tabla de contenido

Capítulo 1. 1

Introducción, características de las rocas lodosas, antecedentes, idealización del material, alcance del presente trabajo y nomenclatura. 1

1.1 Introducción 1

1.2 Características generales de las rocas lodosas 1

1.3 Antecedentes 3

1.4 Idealización del material modelado. 10

1.5 Alcances del presente trabajo 13

1.6 Nomenclatura usada 15

Capítulo 2. 16

Modelo asumido para la roca lodosa. 16

2.1 Modelo constitutivo para la matriz arcillosa. 16

2.1.1 Modelo para esfuerzos isotrópicos 18

2.1.2 Modelo para el estado de esfuerzos triaxiales 21

2.2 Modelo para el cemento mineral 22

2.3 Interacción entre la matriz arcillosa y el cemento mineral 25

2.3.1 Interacción entre las deformaciones en la matriz y en el cemento 25

2.3.2 Interacción entre los esfuerzos en la matriz y en el cemento 27

2.4 Determinación de los esfuerzos en la matriz y en el cemento a partir de los esfuerzos externos. 28

Capítulo 3. 33

Desarrollo del código BBMYBONDcd4.m 33

3.1 Características generales del código BBMYBONDcd4.m 33

3.2 Matrices generadas por el código BBMYBONDcd4.m 35

3.3 Ingreso de datos al código BBMYBONDcd4.m 48

3.4 Simulación de la etapa de consolidación isotrópica 49

3.5 Simulación de la aplicación del primer incremento de esfuerzos en la etapa de falla .. 51

3.6 Aplicación del i-ésimo incremento de esfuerzo cortante 54

Capítulo 4. 61

Desarrollo del código EDOM_hs.m 61

4.1 Características generales del código EDOM_hs.m 61

4.2 Matrices generadas por el código EDOM_hs.m 63

4.3 Ingreso de datos al código EDOM_hs.m 64

4.4 Procesos de cálculo de la fase I. 66

4.4.1 Etapa I: Aplicación del esfuerzo vertical y la succión inicial. 66

4.4.2 Etapa II: aplicación del incremento de esfuerzos que produce la cedencia del material. 70

4.4.3 Etapa III: Aplicación del i-ésimo incremento de esfuerzo hasta alcanzar el esfuerzo normal equivalente final. 73

4.5 Procesos de cálculo de la fase II. 77

4.5.1 Etapa I: Aplicación del esfuerzo vertical y la succión inicial 78

4.5.2 Etapa II: Aplicación de la succión que produce la cedencia en el material 78

4.5.3 Etapa III Aplicación del i-ésimo incremento en la succión hasta alcanzar la succión máxima y descenso de la misma hasta su valor inicial. 80

4.6 Procesos de cálculo de la fase III 84

Capítulo 5. 86

Resultados del modelo BBMYBONDcd4.m. 86

5.1 Aplicación BBMYBONDcd4 (Modelación de ensayos triaxiales) 86

5.2 Aplicación EDOM_hs 88

5.3 Análisis paramétrico de los resultados 89

5.4 Efecto de la concentración del cemento C_b. 90

5.5 Efecto del parámetro estructural χ 90

5.6 Efecto del parámetro r_0. 91

5.7 Efecto del ciclo Carga – descarga 92

Capítulo 6. 96

Conclusiones y recomendaciones. 96

6.1 Conclusiones 96

6.2 Recomendaciones 99

Bibliografía 101

Anexos: 103

Lista de Figuras

Figura 1-1 Estructura y componentes de una roca lodosa. Adoptado Pinyol et al. (2007) 2
Figura 1-2 Superficies de cedencia en el espacio (p, q, s). Adaptado de Alonso et al. (1990) 5
Figura 1-3 Superficies de cedencia del BExM vista desde el plano (p, s), Modificada de Alonso et al. (1999) 7
Figura 1-4 Idealización de las rocas arcillosas hecha por Vaunat y Gens (2003) 7
Figura 1-5 Superficie de cedencia típica (Y) para materiales estructurados (Adoptado de Leroueil y Vaughan, 1990) 7
Figura 1-6 Daño en el cemento impide que este asuma deformaciones o esfuerzos Pinyol et al. (2007) 9
Figura 1-7 Proceso Investigativo previo al modelo de Pinyol et al. (2007). Fuente: Propia 10
Figura 1-8 Diagrama de Fases de la roca lodosa. Fuente: Propia 11
Figura 1-9 Metodología Usada para el desarrollo del presente trabajo 14
Figura 1-10 Estructura de la nomenclatura usada 15
Figura 2-1 Envolventes de resistencia para un suelo sometido a diferentes succiones. Adaptada de Hoyos (2008) 17
Figura 2-2 Superficies de cedencia: (a) vista desde el plano (p,q), (b) vista desde el plano (p,s). 17
Figura 2-3 Aspecto general de las funciones f_I y f_D. Adaptado de Alonso (1990) 21
Figura 2-4 Representación gráfica del valor de la energía umbral 25
Figura 2-5 Término de compatibilidad de deformaciones contra el parámetro χ. 26
Figura 3-1 Vista general del aspecto de Matlab ®. 34
Figura 3-2 Matriz de los módulos Bulk de la matriz KMm, vista de la primera iteración 36
Figura 3-3 Matriz de constantes de rigidez y del parámetro estructural, vista de la primera iteración. 37
Figura 3-4 Vista general de la primera iteración en la matriz PM 38
Figura 3-5 Vista general de la primera iteración en la matriz pqext 39
Figura 3-6 Vista general de la primera iteración en la matriz pqpo 40
Figura 3-7 Vista general de la primera iteración en la matriz Mmvol 42
Figura 3-8 Vista general de la primera iteración en la matriz Mbond 45
Figura 3-9 Vista general de la primera iteración en la matriz Mdefor 47
Figura 3-10 Vista general de la primera iteración en el vector Envol 48
Figura 3-11 Graficas generadas por la aplicación BBMYBONDcd4.m 60
Figura 3-12 Presentación de resultados, matrices generadas. 60
Figura 4-1 Graficas generadas por la fase I de la aplicación EDOM_hs 77

Figura 5-1 (a) Curva esfuerzo deformación del material analizado (b) Trayectorias de esfuerzos externa y en la matriz. 87
Figura 5-2 Degradación de las propiedades del cemento: (a) Módulo de rigidez al corte y (b) Parámetro estructural. 87
Figura 5-3 Curvas de compresibilidad (a) y trayectorias de esfuerzos (b) para el material intacto y alterado 88
Figura 5-4 Deformación inducida al material por el aumento-descenso de la succión 89
Figura 5-9 Efecto del parámetro estructural χ 91
Figura 5-10 Efecto del parámetro estructural en las curvas de compresibilidad 92
Figura 5-11 Efecto del parámetro r_0 en la curva de compresibilidad del material 92
Figura 5-12 Triaxiales con ciclo carga-descarga, influencia del esfuerzo en donde se inicia la descarga 93

Lista de tablas

Tabla 3-1 Parámetros que deben ser ingresados al modelo..... 49
Tabla 4-1 Parámetros y valores que deben ser ingresados al modelo en la fase I. 65
Tabla 4-2 Parámetros y valores que se deben ingresar al modelo en la fase II 66
Tabla 5-1 Parámetros del cemento antes y después del ciclo aumento – descenso de la succión .. 88
Tabla 5-2 Parámetros usados en las modelaciones de ensayos triaxiales. 94
Tabla 5-3 Parámetros usados en las modelaciones de ensayos edométricos 94
Tabla 5-4 Parámetros usados para modelar los ciclos de succión 95

Capítulo 1.

Introducción, características de las rocas lodosas, antecedentes, idealización del material, alcance del presente trabajo y nomenclatura.

1.1 Introducción

En el presente capítulo se presentan los aspectos generales para la comprensión del presente trabajo de investigación, en primer lugar se explican las características generales de la rocas lodosas, destacando sus particularidades; posteriormente se presentan las investigaciones previas de diversos autores que sirvieron como motivación y base del presente trabajo; luego se presentan los objetivos, el alcance y las limitaciones de las aplicaciones desarrolladas; finalmente se presenta la nomenclatura que se usó en el presente documento.

1.2 Características generales de las rocas lodosas.

Las rocas lodosas constituyen una categoría de rocas en que se agrupan materiales como las lutitas, limolitas y demás rocas blandas sedimentarias que se hayan originado por las presiones diagenéticas de sedimentos microscópicos del tipo limo y arcilla; por cuenta de dichas presiones los sedimentos se agrupan formando agregados de arcilla y limo. La estructura principal de la roca estará conformada entonces por el conjunto de los agregados.

De acuerdo con lo mencionado previamente tendríamos dos tipos de estructura: la primera sería el arreglo interior de cada uno de los agregados conformado por los sedimentos microscópicos del tipo arcilla y limo y en donde habría micro-poros, este arreglo se denominará micro-estructura; el conjunto de agregados conformaría entonces una macro-estructura en donde habrá unos macro-poros.

Durante el proceso de formación de la roca o posterior a él, pueden precipitarse en los vacíos existentes en la macro-estructura, minerales de diversos orígenes: silíceo, calcáreo, ferruginoso e incluso arcilloso que se constituirán en cementos (Montero, 2003). En la Figura 1-1 se muestra una vista general de las estructuras y de los componentes de una roca lodosa teniendo en cuenta las hipótesis de Pinyol et. al. (2007) y las observaciones realizadas recientemente por Torres et al. (2010).

Debido al origen del material cementante, este por lo general cuenta con una mayor rigidez y resistencia que la aportada por la matriz. A este tipo de materiales en donde se cuenta con una matriz (en este caso agregados de arcilla) acompañados de un cemento mineral se les denomina como estructurados (Fernández y Santamarina, 2001). Varios investigadores (e.g. Hsu y Nelson

1993) han demostrado que el incremento en el contenido de cemento implica un aumento tanto en la resistencia del material como en su rigidez inicial.

Aceptando la definición planteada previamente para el término rocas lodosas, es importante resaltar que dentro de esta categoría se encuentran varias de las litologías más comunes sobre la corteza terrestre, muestra de ello es que Colombia cuenta con dos cordilleras: la oriental y la Occidental en donde las lutitas son muy frecuentes. Cabe destacar que la presencia de rocas lodosas y de sus materiales asociados (coluviones y suelos residuales) en la cordillera oriental está relacionada al menos con el 80% de los procesos de remoción en masa de esta cordillera (Montero y Cortés, 1989).

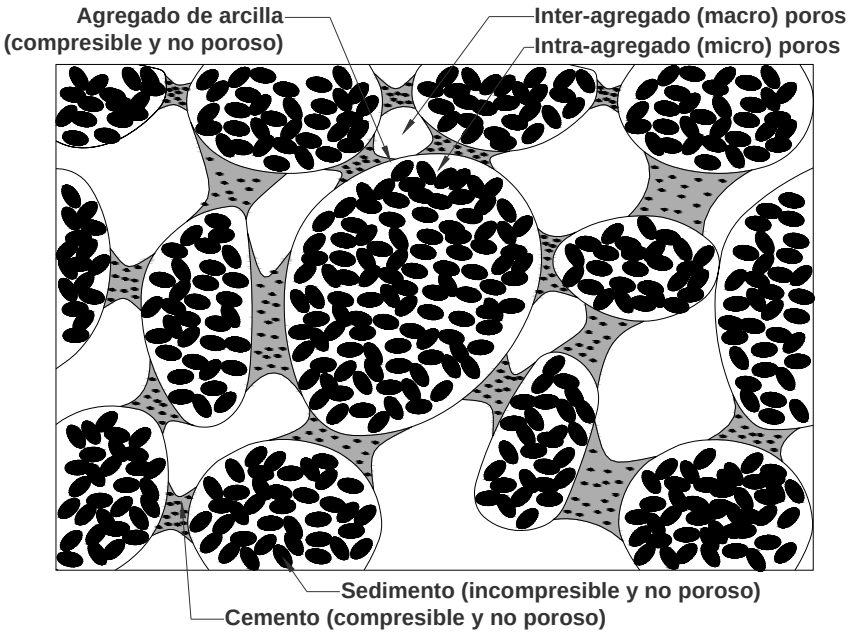


Figura 1-1 Estructura y componentes de una roca lodosa. Adoptado Pinyol et al. (2007)

Estos abundantes materiales rocosos debido a su origen presentan características geomecánicas especiales, siendo las más representativas su baja resistencia y la acelerada degradación del material mismo y por ende de sus propiedades mecánicas cuando se exponen a condiciones medio-ambientales muy diferentes a las que se presentaron durante su origen. Otra de las características de estos materiales es su potencial expansivo, propiedad que ha sido heredada del tipo de mineral arcilloso que conforma su matriz.

Muchos de esos cambios están relacionados con las obras de la ingeniería civil, en donde se proyectan por ejemplo, excavaciones para túneles y fundaciones que implican alivios de esfuerzos y en algunos casos posteriores recargas; otro caso sería el de los cortes en las laderas necesarios

para construir vías que terminan por exponer rocas que antes estaban confinadas y que quedan a merced de las variables condiciones atmosféricas. Sobre el caso del túnel, Alonso y Berdugo (2005) relacionaron la disminución de la resistencia de una roca arcillosa ante la meteorización producida por los cambios en la humedad relativa en ella durante la construcción del túnel de Lilla.

Otra de las problemáticas que plantean este tipo de materiales es su difícil ubicación dentro de las clasificaciones tradicionales de los geo-materiales, pues al ser rocas blandas presentan propiedades muy similares a las exhibidas por algunos suelos duros, conduciendo a denominaciones diferentes para un mismo material. Esta dificultad se ve reflejada en la incertidumbre a la hora de escoger los métodos de análisis para realizar un diseño, especialmente si estos tienen un origen empírico pues la confiabilidad de sus resultados dependerá en gran medida de la correcta clasificación del material.

Estas particularidades en el comportamiento de las rocas lodosas generan la necesidad del desarrollo de modelos constitutivos y de aplicaciones con una robusta formulación teórica que tengan en cuenta el origen del material y la variación (degradación generalmente) de sus propiedades geomecánicas ante los procesos naturales o antrópicos a los que son sometidos estos materiales. Esta es la principal motivación del presente trabajo.

1.3 Antecedentes

Las rocas lodosas han planteado importantes retos a la ingeniería civil cuando ella proyecta obras que involucran este tipo de materiales, la muestra más significativa de esto tal vez sea la construcción y posterior mantenimiento del Canal de Panamá que atraviesa la formación Cucaracha constituida principalmente por Shales del Cretáceo (Montero, 2003); este tipo de retos que además de interesantes han resultado muy costosos, aparecen en diversos lugares del mundo y Colombia por supuesto no es la excepción.

En el ámbito nacional se destacan los históricos procesos de remoción en masa que han sucedido en la vías: La Vega – Villeta, Bucaramanga – Barrancabermeja y Barbosa – Oiba. Todos estos problemas han motivado una serie de investigaciones que han hecho hincapié en la caracterización y clasificación de las rocas lodosas.

En el ámbito internacional se han hecho importantes avances en la comprensión y modelación del comportamiento esfuerzo – deformación de materiales cementados, autores como Santamarina y Fernández (2001) han demostrado que el cemento mineral influye en mayor medida que la matriz, en la resistencia y la rigidez del material especialmente cuando este se encuentra sometido a bajos niveles de confinamiento y deformaciones.

Cotecchia y Sanaloja (2006) estudiaron el comportamiento edométrico de una arcilla marina cementada revisando cuales son los efectos de la carga en la compleja micro-estructura del material. Amorosi y Kavvadas (2000) proponen un modelo para suelos estructurados (MSS) que se

fundamenta en el Cam Clay Modificado (CCM) pero que incluye un parámetro "destructurador" que es función de las deformaciones plásticas ya sean volumétricas o cortantes del material, este modelo permite predecir el colapso que puede sufrir un material bajo ciertas trayectorias de esfuerzos.

En la Universidad Politécnica de Cataluña se ha forjado una escuela que ha centrado sus esfuerzos en la concepción de modelos constitutivos para materiales arcillosos. Inicialmente Alonso, Gens y Josa (1990) concibieron un modelo para suelos parcialmente saturados el cual se denominó BBM (Barcelona Basic Model); el BBM ampliaba los conceptos del Cam Clay Modificado (CCM) para tener en cuenta el aporte de la succión en la rigidez, las deformaciones y la resistencia del material.

Las características de los suelos parcialmente saturados que se tuvieron en cuenta para la conformación del modelo fueron (Alonso, et al., 1999):

- La succión – definida como la diferencia entre la presión en el aire y la presión en el agua – que produce un incremento en la resistencia al esfuerzo cortante y un aumento en el esfuerzo de preconsolidación.

- Desarrollo de deformaciones recuperables de expansión cuando la succión decrece a bajos confinamientos.

- Ocurrencia de deformaciones permanentes y colapso del material cuando la succión disminuye a altos esfuerzos de confinamiento.

- Desarrollo de deformaciones permanentes compresivas cuando la succión sobrepasa un valor umbral.

De acuerdo con la primera consideración, la succión modifica el esfuerzo de preconsolidación (p_o) y por ende las superficies de cedencia aumentándolas con la succión tal y como se muestra en la Figura 1-2, en esta figura p corresponde al esfuerzo normal equivalente, q corresponde al esfuerzo cortante equivalente y s a la succión.

En el capítulo 2 del presente documento se detallarán las relaciones constitutivas y las ecuaciones que definen las superficies de cedencia que se muestran en la Figura 1-2, todos los detalles del modelo constitutivo se encuentran en Alonso et al. (1990).

Debe notarse en la Figura 1-2 que existen dos superficies que cuando son alcanzadas implican la cedencia del material, la primera forma medias elipse vistas en el plano p-q estas son las superficies típicas de la elasto-plasticidad que se expanden por el efecto de la succión; el segundo conjunto de superficies son las definidas por planos que presentan valores constantes de la succión, esta superficie se denomina SI, incremento de la succión. Todos los estados de esfuerzos

que se encuentren dentro del volumen encerrados por estas superficies producen exclusivamente deformaciones elásticas.

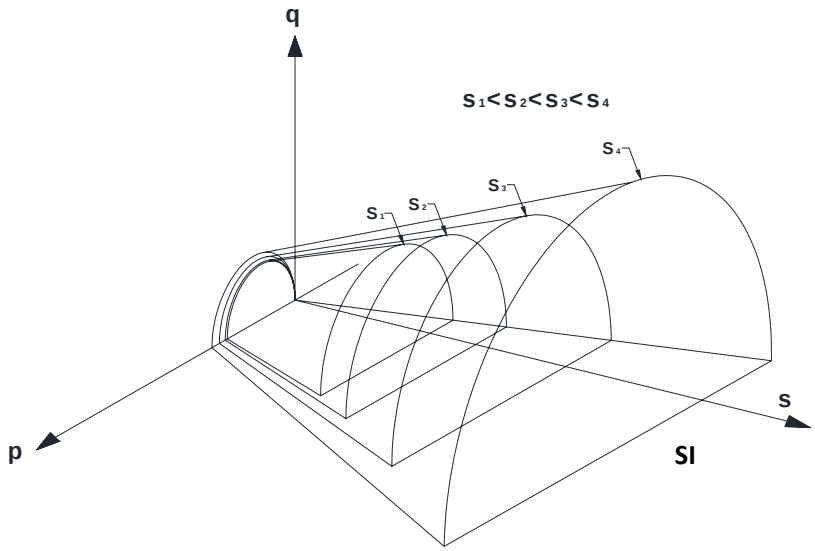


Figura 1-2 Superficies de cedencia en el espacio (p, q, s). Adaptado de Alonso et al. (1990)

En aras de ampliar los conceptos aplicados por el BBM a las arcillas expansivas Alonso, Vaunat y Gens (1999) desarrollaron el BExM (Barcelona Expansive Model); este modelo considera dos niveles de estructura, una micro-estructura que se encuentra conformada por los arreglos de los sedimentos al interior de un agregado de arcilla y una macro-estructura conformada por el conjunto de agregados de arcilla. Dentro de las hipótesis consideradas en el modelo se encuentran:

- La micro-estructura se considera como saturada y el concepto del esfuerzo efectivo presentado por Terzaghi se mantiene.
- El comportamiento de la micro-estructura se considera como elástico y volumétrico.
- Existe un equilibrio mecánico, hidráulico y químico entre la macro-estructura y la micro-estructura.
- El acoplamiento de las estructuras produce que las deformaciones elásticas en la micro-estructura produzcan deformaciones elasto-plásticas en la macro-estructura.

La principal diferencia entre el BExM el BBM es que el primero considera dos superficies de cedencia en torno a la succión: SI (incremento de la succión) y SD (descenso de la succión); mientras que el BBM sólo consideraba una: SI, además estas dos superficies no son sólo dos

valores umbrales, son rectas que varían con el esfuerzo promedio P aplicado, la pendiente inicialmente propuesta es de -1:1, las superficies parten de dos succiones $_{si}$ y s_D que corresponden a los parámetros de endurecimiento para las superficies SI y SD respectivamente, todos estos detalles se aprecian en la Figura 1-3, en esta figura se aprecia una tercera superficie LC (carga-colapso por su nombre en inglés) que define la variación del esfuerzo de preconsolidación con la succión. En el BExM las deformaciones volumétricas elásticas en la micro-estructura producen deformaciones plásticas volumétricas en la macro- estructura y su cálculo depende de dos funciones de acoplamiento: f_I cuando la succión se incrementa y f_D cuando la succión disminuye, estas dos funciones a su vez dependen de la relación P/P_0, donde P_0 corresponde al esfuerzo de preconsolidación y P es el esfuerzo normal equivalente corriente.

Posteriormente Vaunat y Gens (2003) publican un artículo denominado: “Degradación y deformación irreversible de una roca blanda arcillosa” en donde asumían que la roca estaba compuesta de una matriz arcillosa cuyos vacíos estaban parcialmente llenos de un cemento mineral, es decir que en este caso sólo se está considerando un nivel de estructura tal y como lo muestra la Figura 1-4. Los autores usan el Cam Clay Modificado como la relación constitutiva para la matriz, consideran que el cemento altera la superficie de cedencia de la arcilla, este concepto ya había sido expuesto por Leroueil y Vaughan (1990) y queda ilustrado mediante la Figura 1-5; el cemento es considerado como un material elástico que incluye una ley de daño exponencial que se activa cuando se alcanza una energía de referencia, esta ley de daño afecta los módulos de bulk y de rigidez al corte del cemento, este modelo fue propuesto por Carol (2001). Para considerar la interacción entre el cemento y la matriz se usa un parámetro de transferencia denominado χ que es el cociente entre las deformaciones volumétricas o cortantes en el cemento y las respectivas en la matriz, este parámetro también se ve afectado por la ley de daño del cemento. El acople de los dos modelos constitutivos se hace a través del principio de trabajo virtual.

Dentro de los resultados logrados por el modelo están las envolventes de resistencia para el material intacto como para el material “destructurado”, también se obtuvieron curvas de compresibilidad del material producto de ensayos de carga isotrópica que se llevaron a cabo en una arcilla estructurada sintética.

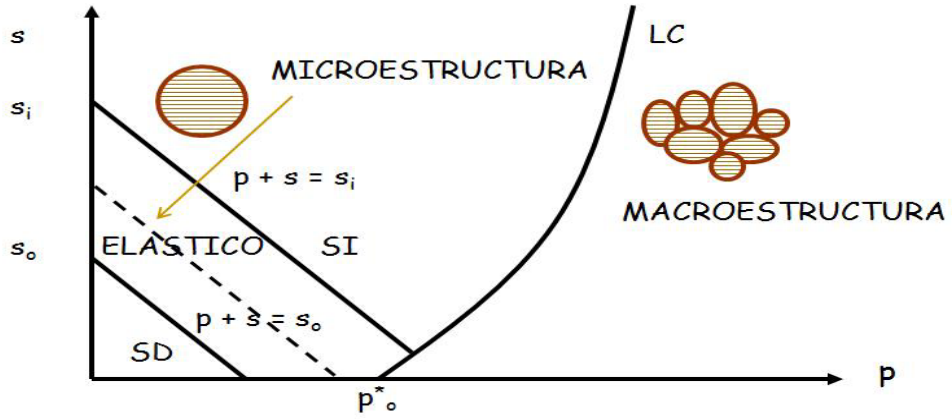


Figura 1-3 Superficies de cedencia del BExM vista desde el plano (p, s), Modificada de Alonso et al. (1999)

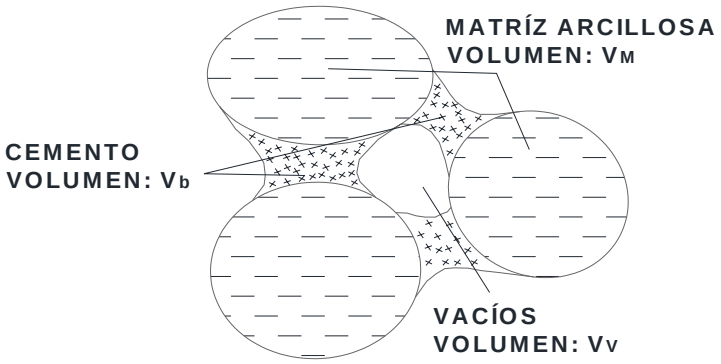


Figura 1-4 Idealización de las rocas arcillosas hecha por Vaunat y Gens (2003)

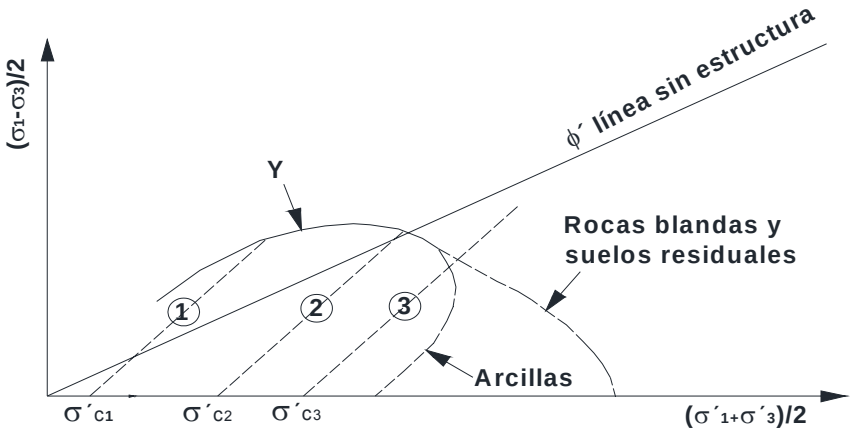


Figura 1-5 Superficie de cedencia típica (Y) para materiales estructurados (Adoptado de Leroueil y Vaughan, 1990)

Finalmente, Pinyol, Alonso y Vaunat (2007) desarrollaron un modelo constitutivo para rocas arcillosas blandas que incluye los efectos de la meteorización, este modelo contiene varias de las características de los modelos que lo precedieron y se puede presentar como la síntesis de todos los modelos desarrollados en la escuela de Cataluña.

Dentro de las características del modelo y su relación con los modelos anteriormente presentados están:

- El efecto de la succión es tenido en cuenta como un aporte a la rigidez y a la resistencia de la matriz arcillosa. Esta característica fue adoptada del BExM y este a su vez la adoptó del BBM.

- El modelo considera que la matriz de la roca está compuesta por una doble estructura, una micro-estructura conformada por el arreglo de los sedimentos de arcilla y una macro-estructura conformada por los agregados de arcilla, el cemento mineral llena parcialmente los vacíos dejados por los agregados. El modelo se convierte por lo tanto en una evolución del BExM, la consideración de la doble estructura le permite representar el comportamiento expansivo de algunas rocas arcillosas.

- El cemento mineral es considerado como un material elástico lineal en principio, este se ve afectado por una ley de daño que se activa cuando el cemento alcanza una energía (de deformación) de referencia, el daño se propaga exponencialmente y afecta directamente a los módulos Bulk y de rigidez al corte del cemento. Esta característica fue heredada del modelo de Vaunat y Gens (2003).

- La compatibilidad de las deformaciones entre la matriz y el cemento es considerada mediante un parámetro de deformación del cemento χ, este parámetro es el cociente entre las deformaciones volumétrica o cortantes en el cemento y las respectivas en los vacíos de la matriz, este parámetro se ve afectado por la ley de daño del cemento. La compatibilidad entre los esfuerzos de la matriz y del cemento se logra a través del principio de trabajo virtual. Estas características provienen del trabajo de Vaunat y Gens (2003).

- Dentro del modelo el material cementante es considerado como una fracción del volumen total del material, es decir se establece una concentración del cemento, esto le permite tener en cuenta el grado de cementación en el comportamiento global del material.

- Los efectos de meteorización tenidos en cuenta son exclusivamente los producidos por los ciclos de: carga-descarga y humedecimiento-secado. Los primeros tienen como consecuencia directa la degradación del cemento por los aumentos de la energía en este; los segundos generan expansiones en la micro-estructura que se manifiestan como deformaciones plásticas en la macro-estructura, estas deformaciones pasan a su vez al

cemento aumentando la energía en él con la consecuente degradación de este componente.

- Gracias al parámetro χ, un cemento degradado no será deformado por la macro-estructura (ver Figura 1-6) y por ende tampoco sufrirá incrementos de esfuerzos (normales y cortantes). Como resultado de todo lo anterior tanto las deformaciones como los esfuerzo externos dependerán exclusivamente de la matriz arcillosa.

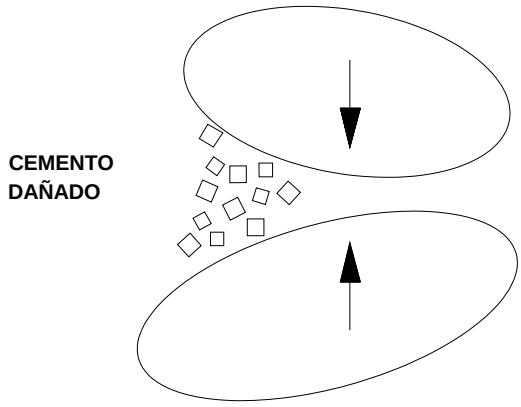
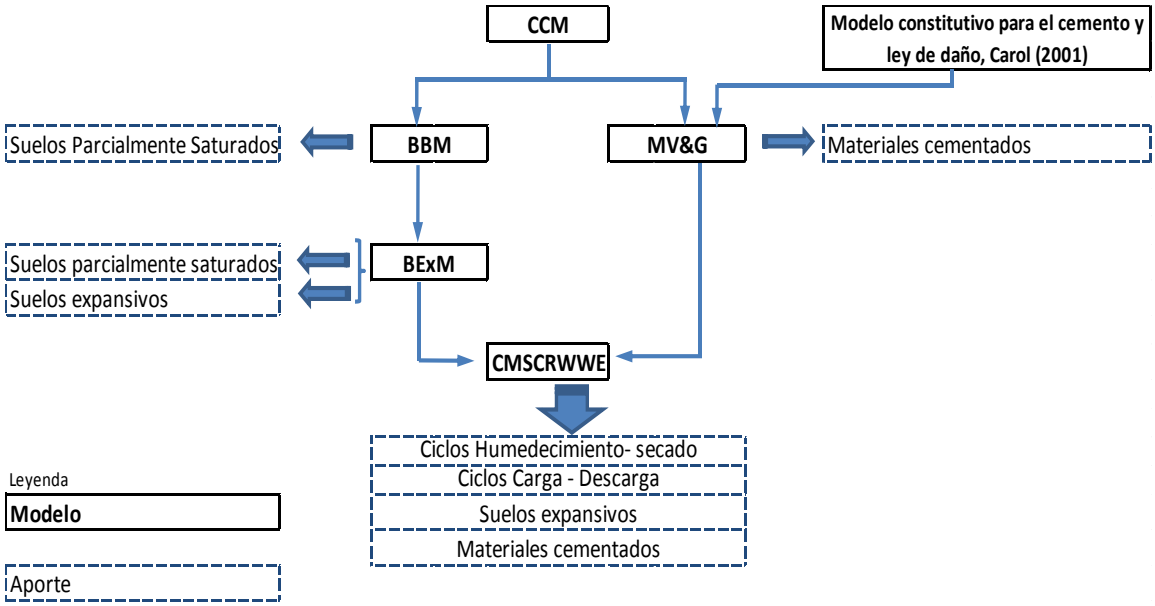


Figura 1-6 Daño en el cemento impide que este asuma deformaciones o esfuerzos Pinyol et al. (2007)

En la Figura 1-7 se muestra de manera resumida los antecedentes del modelo propuesto por Pinyol et al. (2007).



Abreviaturas
CCM: Cam Clay Modificado
BBM: Barcelona Basic Model (1990)
BExM: Barcelona Expasive Model (1999)
CMSCRWWE: Modelo constitutivo para rocas arcillosas blandas que incluye efectos de meteorización (2007)

Figura 1-7 Proceso Investigativo previo al modelo de Pinyol et al. (2007). Fuente: Propia

1.4 Idealización del material modelado.

Las características de las rocas lodosas que se incluyeron dentro del modelo de Pinyol et. al. (2007) fueron las siguientes:

a. Se consideró una doble estructura para el material (macro y micro-estructura), esta característica le permitiría representar el potencial expansivo de las rocas lodosas.

b. Los sedimentos de arcilla y limo se considerarían como incompresibles.

c. Tanto la macro-estructura como la micro–estructura se consideran compresibles.

d. Dentro de los vacíos de la macro-estructura existe la posibilidad de considerar un cemento que llene parcial o totalmente los vacíos, el cemento se considera como no poroso.

Para poder valorar los volúmenes de los diferentes componentes de las rocas y su variación se recurre al diagrama de fases que se muestra a continuación que tiene en cuenta las hipótesis ya mencionadas.

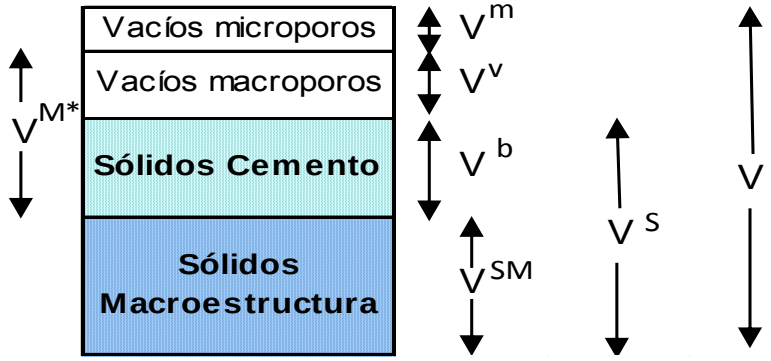


Figura 1-8 Diagrama de Fases de la roca lodosa. Fuente: Propia

De acuerdo con la Figura 1-8 en la roca lodosa se pueden identificar los siguientes volúmenes[1]:

V : Volumen Total.
V^{SM} : Volumen de los sólidos de la matriz.
V^{b} : Volumen del material cementante (se asume no poroso).
V^{V} : Volumen de los macro poros.
V^{m} : Volumen de los micro poros.

Por lo tanto el volumen total es:

$$V = V^{SM} + V^{b} + V^{V} + V^{m} \qquad \text{(Ec. 1-1)}$$

El volumen total de sólidos es:

$$V^{S} = V^{SM} + V^{b} \qquad \text{(Ec. 1-2)}$$

El volumen que existe entre los agregados de arcilla es:

$$V^{M*} = V^{b} + V^{V} \qquad \text{(Ec. 1-3)}$$

Con estas definiciones las deformaciones para cada uno de los componentes se definen de la siguiente manera:

[1] Todos los detalles sobre la nomenclatura usada en este documento se encuentran consignados en el numeral 1.5

- Deformación volumétrica entre agregados (macro-estructura): se puede expresar como la suma de la variación en el volumen de los vacíos (v^v) mas la variación en el volumen del cemento.

$$\varepsilon_{vol}^{M} = -\frac{\Delta V^{M*}}{V} = -\frac{\Delta V^{V}}{V} - \frac{\Delta V^{b}}{V} \qquad \text{(Ec. 1-4)}$$

- Las deformaciones volumétricas de los micro-poros (micro-estructura)

$$\varepsilon_{vol}^{m} = -\frac{\Delta V^{m}}{V} \qquad \text{(Ec. 1-5)}$$

- Deformación volumétrica del cemento

$$\varepsilon_{vol}^{b} = -\frac{\Delta V^{b}}{V^{b}} \qquad \text{(Ec. 1-6)}$$

Cabe destacar que en este caso la definición de la deformación del cemento se hizo inicialmente con respecto de su mismo volumen inicial y no del volumen total. En la Ecuación 1-7 se muestra la relación a la que se llega cuando se define la deformación del cemento en términos del volumen total.

$$-\frac{\Delta V^{b}}{V} = -\frac{\Delta V^{b}}{V^{b}}\frac{V^{b}}{V} = \varepsilon_{vol}^{b} C^{b} \qquad \text{(Ec. 1-7)}$$

En la Ecuación 1-7 C^b representa el contenido de cemento, nótese que está definido como una proporción del volumen total. La deformación volumétrica de la macro-estructura ε_{vol}^{M} se puede expresar en términos de la deformación en los vacíos y de la deformación del cemento esto se logra reemplazando 1-7 en 1-4:

$$\varepsilon_{vol}^{M} = \varepsilon_{vol}^{v} + C_b\ \varepsilon_{vol}^{b} \qquad \text{(Ec. 1-8)}$$

Y por lo tanto la deformación volumétrica externa, es decir la que se mediría durante un proceso de carga quedaría expresada de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{vol}^{ext} = \frac{\Delta V^{v} + \Delta V^{b} + \Delta V^{m}}{V} = \varepsilon_{vol}^{V} + C^{b}\varepsilon_{vol}^{b} + \varepsilon_{vol}^{m} = \varepsilon_{vol}^{M} + \varepsilon_{vol}^{m} \qquad \text{(Ec. 1-9)}$$

Cuando el material sea sometido a esfuerzos cortantes, las deformaciones externas dependerán exclusivamente de la macro-estructura ya que se despreciará el aporte de la micro-estructura, por lo tanto las deformaciones cortantes externas se obtendrán de la siguiente manera:

$$\varepsilon_s^{ext} = \varepsilon_s^v + C^b \cdot \varepsilon_s^b = \varepsilon_s^M \qquad \text{(Ec. 1-10)}$$

1.5 Alcances del presente trabajo

Teniendo en cuenta el marco referencial presentado, en donde se muestra el desarrollo de varios modelos constitutivos para materiales con estructuras complejas y con la presencia de cemento, se entiende la necesidad de construir herramientas que generalicen el uso de estos modelos constitutivos que permitan la validación de los mismos y de ser factible, que contribuyan al desarrollo de formulaciones complementarias que mejoren su desempeño. También es necesario establecer el conjunto de condiciones bajo las cuales el modelo ofrecerá resultados aceptables.

Para el desarrollo del presente trabajo se usará el modelo propuesto por Pinyol et al. (2007) ya que cuenta con un material idealizado cuyas características principales se asemejan a las exhibidas por las rocas lodosas, estando esta afirmación sustentada por numerosos autores independientes entre sí como: Torres (2008), Amorosi y Kavvadas (2000), Cotecchia y Sanaloja (2006), etc. Adicionalmente el modelo cuenta con una solidez teórica que se origina en el uso de herramientas ampliamente aceptadas como el Cam Clay Modificado y el BBM.

El presente trabajo tiene como objetivo el desarrollo de aplicaciones computacionales que permitan la simulación de:

- Ensayos triaxiales consolidados drenados, convencionales (trayectoria de esfuerzos 3:1) a succión constante que incluyan ciclos carga - descarga

- Ensayos edométricos en donde se incluyan ciclos de humedecimiento - secado

Todos ejecutados en muestras de rocas lodosas previamente caracterizadas.

Para el desarrollo de estas aplicaciones se usará el modelo de Pinyol et al. (2007) controlando los esfuerzos externos que se aplican a las muestras, es decir simulando ensayos de esfuerzo controlado. Esto difiere de las simulaciones planteadas por los autores del modelo en donde el control se hace sobre las deformaciones externas que se inducen en el material. Cabe destacar que en las modelaciones no se está considerando variaciones de los esfuerzos y succiones a lo largo de las muestras, es decir la muestra es considerada como un punto.

Los productos del presente trabajo son los tres códigos desarrollados en Matlab® que se relacionan a continuación:

a. **BBM_EC.m**: Este código tiene como objeto la simulación de ensayos triaxiales convencionales (trayectoria de esfuerzos 3:1) a succión constante, ejecutados en suelos arcillosos teniendo en cuenta el BBM de acuerdo con el procedimiento propuesto por Hoyos (2008). Este código auxiliar fue desarrollado con el fin de entrenar al autor de este documento en el uso del BBM y del lenguaje de programación.

b. **BBMYBONDcd4.m**: Aplicación que modela los ensayos triaxiales convencionales a succión constante que incluye la aplicación de un ciclo carga-descarga llevados a cabo en rocas lodosas.

c. **EDOM_hs.m**: Aplicación que modela ensayos edométricos en muestras de rocas lodosas que han sido sometidas a ciclos de humedecimiento - secado.

El desarrollo de las aplicaciones implicó el uso de la metodología que se muestra en la Figura 1-9.

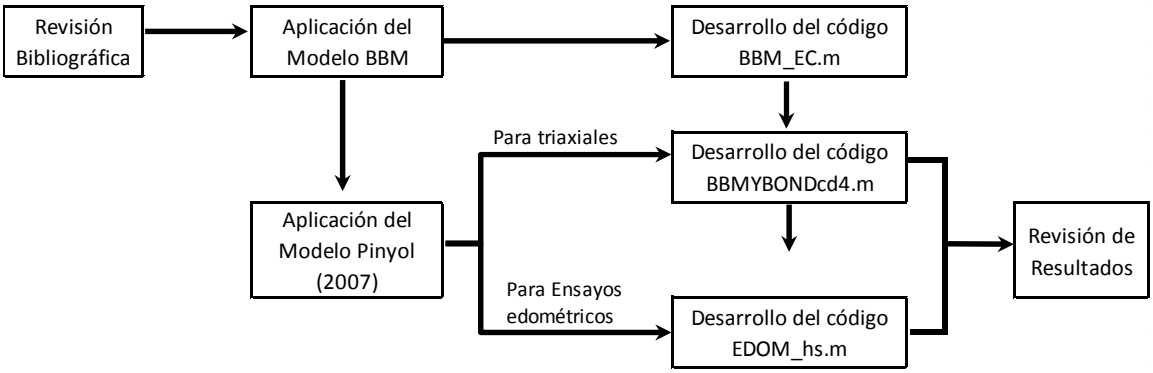


Figura 1-9 Metodología Usada para el desarrollo del presente trabajo

Sobre el lenguaje de Programación usado:

Todas las aplicaciones generadas en este trabajo fueron desarrolladas en el lenguaje de programación de MATLAB ® desarrollado por la compañía The MathWorks®, este lenguaje se destaca por su naturalidad siendo más fácil de usar que los lenguajes: C++, Fortran, Java, etc.

Una de las grandes ventajas de MATLAB ® es su amplia biblioteca de funciones matemáticas que se carga automáticamente con el programa por lo que no es necesario "llamarla" al inicio de un código.

Otra de las facilidades del uso de MATLAB ® es el manejo de las variables y la presentación de los resultados de manera matricial esto evita la generación de sub-rutinas que generen las matrices y vectores usados durante la ejecución del programa. La presentación de los resultados se puede hacer de manera gráfica aunque todos los valores calculados durante el uso de la aplicación quedan disponibles para el usuario.

1.6 Nomenclatura usada

Dado que el modelo incluye dos tipos de estructuras: macro-estructura y micro-estructura, dos componentes: matriz arcillosa y cemento mineral, dos tipos de deformaciones y de esfuerzos, se hace necesaria la asignación sistemática de subíndices y superíndices para lograr una claridad en todo el documento, según se muestra en la figura 1-10.

$$P_4^1 \qquad\qquad d\varepsilon_{3,\,4}^{1,\,2}$$

Figura 1-10 Estructura de la nomenclatura usada

En la Figura 1-10 se muestra la estructura general de la nomenclatura usada en este trabajo, se puede apreciar que existe un carácter principal que simboliza un módulo de rigidez, un esfuerzo o un diferencial de deformación (estos dos últimos usados como ejemplo), este carácter principal puede estar acompañado en el caso extremo de dos subíndices y dos superíndices, cuyas funciones son las siguientes:

- El superíndice 1: Hace referencia al componente del material, si es una “b” se tratará de un módulo, una deformación o un esfuerzo relacionado con el cemento; la “M” será usada para designar a la macro-estructura; la “m” estará reservada para la micro-estructura, la “V” se usará para los vacíos de la macro-estructura, “ext” implica que el símbolo hace referencia al conjunto del material (deformación o esfuerzo externo) y “tot” se usa para designar un esfuerzo o una deformación total.

- El superíndice 2: Es exclusivo de los incrementos o de los diferenciales de deformación, si es una “e” quiere decir que la deformación es elástica y si es una “p” indica que la deformación es plástica.

- El subíndice 3: Es exclusivo de incrementos o de los diferenciales de deformación, si en el aparece “vol” indica que se trata de una deformación volumétrica y si aparece “s” implica que la deformación es cortante.

- El subíndice 4: Muestra la iteración o paso que se está ejecutando.

Capítulo 2.

Modelo asumido para la roca lodosa.

2.1 Modelo constitutivo para la matriz arcillosa.

La matriz de la roca lodosa está compuesta por una doble estructura: una micro-estructura inmersa en una macro-estructura, el modelo constitutivo usado para la matriz, el BExM (Alonso y Gens, 1999) dentro de sus hipótesis sobre la interacción de estas dos considera que el esfuerzo y la succión que actúa sobre las dos estructuras es el mismo.

En el modelo propuesto por Alonso et al. (1999) se consideran los efectos del esfuerzo neto en la matriz (P^M) y de la succión (s) por separado, es decir no se recurre a la tradicional formulación para el esfuerzo efectivo y en cambio se acude a un doble campo de esfuerzos. El esfuerzo neto P^M se define como el esfuerzo total menos la presión atmosférica.

Antes de entrar de lleno a la descripción del modelo constitutivo es necesario definir el criterio de resistencia.

Es un hecho que la matriz aumenta su resistencia cuando está es sometida a una succión (s) que es definida como la presión en el aire menos la presión en el agua. Para tener en cuenta este efecto es necesario modificar el criterio de resistencia, que en este caso corresponde al criterio Mohr-Coulomb. De acuerdo con Hoyos (2008) que retoma a Bishop (1954), la succión genera una cohesión aparente entre los agregados de arcilla que tiene el efecto de desplazar hacia arriba la envolvente de resistencia pero conservando su pendiente inicial, en la Figura 2-1 se muestra un esquema de la variación de la envolvente de resistencia de un suelo sometido a diferentes succiones.

La magnitud de esta “cohesión” es proporcional a la succión, por lo tanto la ecuación de la envolvente de resistencia modificada para un plano p-q sería:

$$q^M = M \cdot p^M + M \cdot k \cdot s \qquad \text{(Ec. 2-1)}$$

Dónde:

q^M = Esfuerzo desviador equivalente en la matriz arcillosa.
P^M = Esfuerzo normal equivalente neto en la matriz arcillosa.
M = Pendiente de la envolvente de esfuerzos.
s = Succión.
k= parámetro que muestra el incremento de la “cohesión” con la succión.

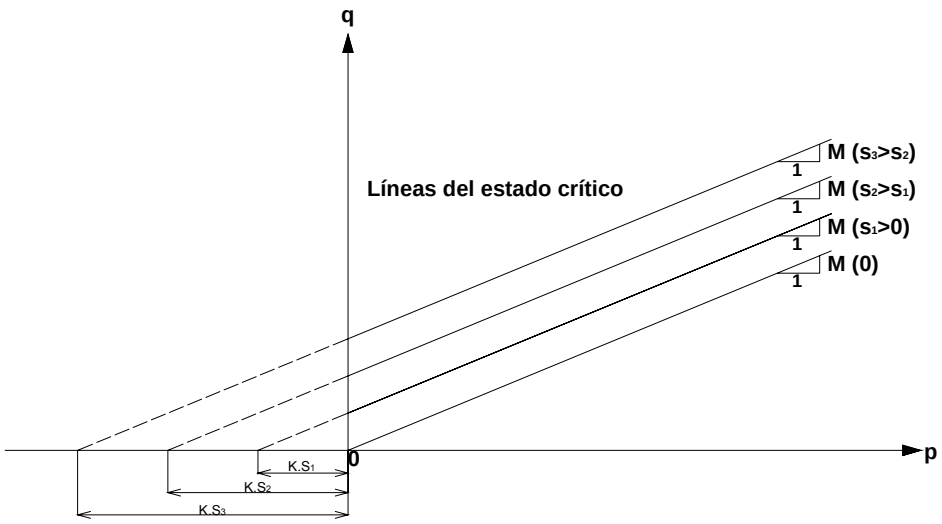


Figura 2-1 Envolventes de resistencia para un suelo sometido a diferentes succiones. Adaptada de Hoyos (2008)

El modelo constitutivo propuesto por el BExM es una extensión del Cam Clay Modificado (CCM) que tiene en cuenta tanto los efectos de la succión como el potencial expansivo de la matriz gracias a la consideración de la doble estructura; teniendo en cuenta lo anterior es necesario modificar las superficies de cedencia del CCM y presentarlas en un espacio (p,q,s) tal y como lo mostró la figura 1-2, en ella se aprecia como la succión ampliaba la superficie y por ende el campo donde el material se comporta de manera elástica. En la Figura 2-2 se muestran la superficie de cedencia propuesta por el BExM vista desde los planos (q, p) y (p, s)

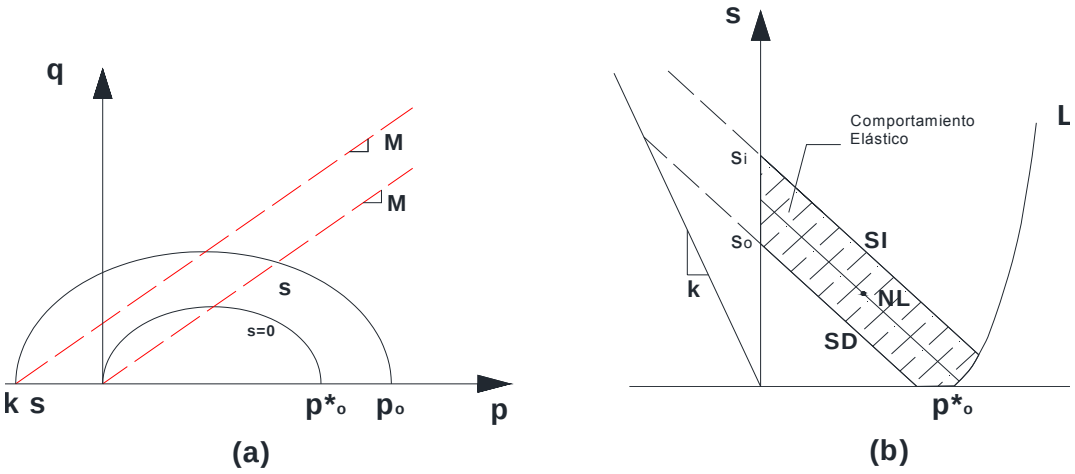


Figura 2-2 Superficies de cedencia: (a) vista desde el plano (p,q), (b) vista desde el plano (p,s). Adaptadas de Alonso et al. (1990)

Debe notarse que en la parte (b) de la Figura 2-2 se muestran dos superficies de cedencia, la primera denominada LC ó "Loading-Colapse" que corresponde a la proyección sobre el plano (p, s) de la superficie de cedencia tradicional que se amplía por el efecto de la succión; también esta figura muestra una segunda superficie de cedencia definida por las líneas SD y SI que representan límites en las succiones que de sobrepasarse producirán deformaciones plásticas en la macro-estructura por cuenta de las deformaciones elásticas en la micro-estructura.

La inclinación de las líneas tiene la siguiente explicación: El modelo supone que el principio del esfuerzo efectivo se cumple en la micro-estructura, por lo tanto cualquier diferencial en el esfuerzo efectivo estará definido por la Ecuación 2-2, debe notarse que a lo largo de la línea NL (línea neutral) que pasa por un estado de esfuerzos inicial, el valor del esfuerzo efectivo es constante y como las deformaciones en la micro-estructura se producen por los incrementos en el esfuerzo efectivo, una trayectoria que siga la NL no producirá deformaciones en la micro-estructura. Siguiendo este principio se estableció una banda dentro de la cual las deformaciones en la micro-estructura son sólo elásticas, este principio establece un rango de succiones que permanece constante pero cuyos valores límites varían con el nivel de esfuerzo que sufre la matriz.

$$dp^{M\prime} = d(p^M + s) \qquad \text{(Ec. 2-2)}$$

2.1.1 Modelo para esfuerzos isotrópicos

Teniendo en cuenta las aclaraciones hechas sobre el principio del esfuerzo efectivo y considerando un comportamiento exclusivamente elástico en la micro-estructura, para el cálculo de las deformaciones volumétricas en esta se recurre a un modelo elástico no lineal que queda reflejado mediante la siguiente expresión:

$$d\varepsilon_{vol}^{m} = \frac{\kappa^m}{v^m}\frac{d\left(p^M + s\right)}{p^M + s} \qquad \text{(Ec. 2-3)}$$

La Ecuación 2-3 también puede escribirse de una manera más simplificada

$$d\varepsilon_{vol}^{m} = \frac{d\left(p^M + s\right)}{K^m} \qquad \text{(Ec. 2-4)}$$

En estas expresiones los nuevos términos introducidos son: κ^m es la pendiente de línea carga descarga en un diagrama de la relación de vacíos en la micro-estructura contra el logaritmo natural de p^M, v^m es el volumen específico en la micro-estructura, p^M esfuerzo neto en la matriz, s es la succión y K^m es el módulo Bulk de la micro-estructura.

Para calcular las deformaciones elásticas de la macro-estructura es necesario superponer el efecto de los esfuerzos y de succión, esto se logra a través de las expresiones Ec. 2-5 ó Ec. 2-6.

$$d\varepsilon_{vol}^{M\,e} = \frac{\kappa^M}{v^{M*}}\frac{dp^M}{p^M} + \frac{\kappa^s}{v^{M*}}\frac{ds}{(s+p_{atm})} \qquad \text{(Ec. 2-5)}$$

$$d\varepsilon_{vol}^{M\,e} = \frac{dp^M}{K^M} + \frac{ds}{K^s} \qquad \text{(Ec. 2-6)}$$

Los términos adicionales introducidos por este par de expresiones son: κ^M es la pendiente de línea carga descarga en un diagrama del volumen la macro-estructura contra el logaritmo natural de p^M, κ^S es la pendiente de línea carga descarga en un diagrama del volumen de la macro-estructura contra el logaritmo natural de s, K^M es el módulo Bulk de la macro-estructura, K^s es el módulo bulk para cambios en la succión y p_{atm} corresponde a la presión atmosférica.

Las deformaciones plásticas en la macro-estructura se presentan cada vez que un estado de esfuerzos y de succión llevan al material hacia alguna de las superficies de cedencia mostradas en la Figura 2-2 parte (b), la superficie denominada LC (Loading - Colapse) representa el aumento en el esfuerzo de preconsolidación por el aumento en la succión, la ecuación propuesta por Alonso et al. (1990) para esta superficie de cedencia es la Ecuación 2-7.

$$\frac{p_0^M(s)}{p_c^M} = \left[\frac{p_0^M(0)}{p_c^M}\right]^{\frac{\lambda(0)-\kappa^M}{\lambda(s)-\kappa^M}} \qquad \text{(Ec. 2-7)}$$

En donde

$$\lambda(s) = \lambda(0)\left[(1-r)e^{-\beta\cdot s} + r\right] \qquad \text{(Ec. 2-8)}$$

En las Ecuaciones 2-7 y 2-8 se introducen los siguientes términos: $p^M{}_0(0)$ es el esfuerzo de preconsolidación en condición saturada, $p^M{}_c$ es un esfuerzo de referencia, λ(0) es la pendiente de la línea de consolidación virgen en condición saturada, λ(s) es la pendiente de la línea de consolidación virgen para una succión s, r es el parámetro que define la máxima rigidez que alcanza el suelo y β es un parámetro que controla la tasa del aumento de la rigidez del suelo con la succión.

Las líneas SI y SD mostradas en la Figura 2-2 se definen, tal y como ya se mencionó, como líneas en las cuales el esfuerzo efectivo es constante e igual a un valor característico, matemáticamente la superficie SI queda definida así:

$$p^{M\,\prime} - s_i = 0 \qquad \text{(Ec. 2-9)}$$

De manera similar la superficie SD se define como:

$$p^{M\,\prime} - s_o = 0 \qquad \text{(Ec. 2-10)}$$

En las Ecuaciones 2-9 y 2-10 s_i y s_o son parámetros de endurecimiento.

Conociendo las formulaciones para cada una de las superficies de cedencia es posible establecer los criterios de endurecimiento, para ello es necesario agrupar las deformaciones plásticas volumétricas de la siguiente manera:

$$d\alpha_1 = d\varepsilon_{vSI}^{p} + d\varepsilon_{vSD}^{p} \qquad \text{(Ec. 2-11)}$$

$$d\alpha_2 = d\varepsilon_{vSI}^{p} + d\varepsilon_{vSD}^{p} + d\varepsilon_{vLC}^{p} \qquad \text{(Ec. 2-12)}$$

En cada uno de los subíndices de los incrementos en las deformaciones plásticas volumétricas se muestra la superficie que lo produjo. La variable α_1 agrupa las deformaciones producidas exclusivamente por las superficies SI y SD, superficies que se encuentran controladas por la micro-estructura; mientras que la variable α_2 resume todas las deformaciones plásticas producidas. Con estas definiciones es posible plantear los criterios de endurecimiento.

$$ds_I = \frac{K^m d\alpha_1}{f_I} \quad ó \quad ds_D = \frac{K^m d\alpha_1}{f_D} \qquad \text{(Ec. 2-13)}$$

$$\frac{dp_0^{M*}}{p_0^{M*}} = \frac{v^M d\alpha_2}{\lambda(0) - \kappa^M} \quad ó \quad \frac{dp_0^{M}}{p_0^{M}} = \frac{v^M d\alpha_2}{\lambda(s) - \kappa^M} \qquad \text{(Ec. 2-14)}$$

El criterio de endurecimiento para la superficie LC (Ecuaciones 2-14) se presenta tanto para la condición saturada como para la condición general a una succión s. Debe notarse que por la agrupación de las deformaciones plásticas, un endurecimiento debido a la succión tiene efecto en la superficie LC; pero el caso contrario no se presenta.

En la Ecuación 2-13 se presentan las dos alternativas posibles para el criterio de endurecimiento dependiendo de cuál superficie sea activada durante un proceso en donde se varíe la succión. Las funciones f_I y f_D son expresiones que permiten el cálculo de la deformaciones plásticas en la macro-estructura a partir de las deformaciones elásticas en la micro-estructura tal y como se muestra en las Ecuaciones 2-15; en las Ecuaciones 2-16 se muestra la propuesta de Alonso et al. (1990) para las funciones mencionadas

$$d\varepsilon_{vol}^{Mp} = d\varepsilon_{vol}^{mp} \cdot f_I \quad ó \quad d\varepsilon_{vol}^{Mp} = d\varepsilon_{vol}^{mp} \cdot f_D \qquad \text{(Ec. 2-15)}$$

$$f_I = f_{IO} + f_{I1}(p/p_0)^{nI}$$
$$f_D = f_{DO} + f_{D1}(1 - p/p_0)^{nD} \qquad \text{(Ec. 2-16)}$$

Los parámetros f_{I0}, f_{I1}, n_I, f_{D0}, f_{D1} y n_D, son particulares para cada material, además son escalares que le dan a estas funciones un aspecto como el que se muestra en la Figura 2-3; las funciones definidas de esta manera han servido para explicar por ejemplo el predominio en la acumulación de deformaciones plásticas producidas por el humedecimiento sobre las producidas por el secado cuando el material está sometido a un bajo confinamiento, esto concuerda con los ensayos practicados a las arcillas de Madrid (Pousada, 1984) y de Hoheneggelsen (Dif & Bluemel, 1991) en donde se sometieron a ciclos de succión (humedecimiento - secado).

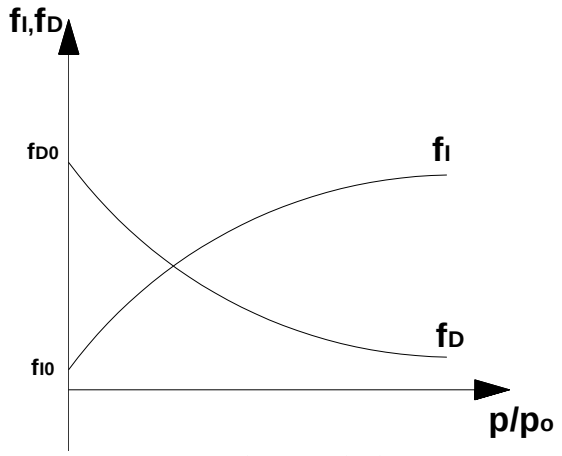


Figura 2-3 Aspecto general de las funciones f_I y f_D. Adaptado de Alonso (1990)

2.1.2 Modelo para el estado de esfuerzos triaxiales

En la Figura 2-2 parte (a) se muestra la mitad de dos elipses que corresponden a las superficies de cedencia de un suelo saturado vistas desde el plano (p, q) y de uno sometido a una succión s, la primera elipse corresponde a la superficie de cedencia propuesta por el Cam Clay Modificado para un suelo saturado (s=0) y la segunda es una superficie expandida por cuenta de la succión (s≥0) de acuerdo con la propuesta hecha por el BExM, en el caso de esta última elipse se puede apreciar que su eje mayor se extiende desde un punto con coordenadas (-k*s, 0) hasta el punto (p_0(s), 0), la Ecuación 2-17 es la expresión matemática para esta elipse, todos sus términos han sido definidos previamente.

$$q^{M^2} - M^2\left(p^M + k \cdot s\right)\left(p_0^M(s) - p^M\right) = 0 \qquad \text{(Ec. 2-17)}$$

La proyección del esfuerzo equivalente p_i en la superficie de cedencia LC queda definida por la Ecuación 2-18.

$$p_{o\,i}^{M} = p_i^{M} + \frac{q_i^{M\,2}}{M^2\left(p_i^{M} + k \cdot s\right)} \qquad \text{(Ec. 2-18)}$$

Para el cálculo de las deformaciones plásticas cortantes se usará una regla de flujo no asociada que se muestra en la Ecuación 2-19, en ella se usa un factor de corrección α propuesto por Ohmaki (1982) con el fin de predecir una deformación lateral igual a cero cuando se presente una condición de carga K_0, este factor de corrección queda definido por la Ecuación 2-20.

$$d\varepsilon_s^{Mp} = \frac{2\alpha q^M}{M^2\left[2p^M + k \cdot s - p_0^M(s)\right]} d\varepsilon_{vol}^{M\,p} \qquad \text{(Ec. 2-19)}$$

$$\alpha = \frac{M(M-9)(M-3)}{9(6-M)}\left[\frac{1}{1-\kappa^M/\lambda(0)}\right] \qquad \text{(Ec. 2-20)}$$

Las deformaciones elásticas cortantes en la matriz se calcularán a través de la Ecuación 2-21, que no es más que la tradicional expresión de la elasticidad, en ella G^M representa el módulo de rigidez al corte de la matriz.

$$d\varepsilon_s^{M\,e} = \frac{1}{3G^M} dq^M \qquad \text{(Ec. 2-21)}$$

2.2 Modelo para el cemento mineral

El comportamiento esfuerzo – deformación del cemento mineral depende de varios aspectos como su origen (silíceo, calcáreo, ferruginoso y arcilloso), su proporción dentro del material, el periodo durante el cual el cemento se formó (durante la consolidación diagenética o posterior a ella), su distribución espacial, entre otros. A pesar de todas las dificultades para la selección o confección de un modelo constitutivo para el cemento se debe tener en cuenta que dentro de las características principales de este material están: su rigidez inicial que debe ser mayor que la aportada por la matriz arcillosa y su degradación ante ciclos de carga – descarga o humedecimiento-secado.

Teniendo en cuenta las dos últimas características mencionadas Vaunat y Gens (2003) supusieron que el cemento tenía un comportamiento esencialmente elástico que se degradaba por el efecto de las cargas y de las deformaciones sufridas; para simular esta característica se incorporó al

modelo la ley de daño isotrópica propuesta por Carol et al. (2001) en donde las propiedades mecánicas del cemento comienzan a disminuir luego de alcanzar un valor específico de la energía de deformación.

A continuación se presenta la formulación matemática del modelo constitutivo para el cemento de acuerdo a la propuesta de Vaunat y Gens (2003).

Dado que el cemento mineral es considerado como un material elástico, las relaciones constitutivas tanto para los esfuerzos normales (p^b) como para los esfuerzos cortantes equivalentes (q^b) serían las expresadas por las Ecuaciones 2-22 y 2-23.

$$p^b - p_0^b = K_0^b \cdot \varepsilon_{vol}^b \qquad \text{(Ec. 2-22)}$$

$$q^b - q_0^b = G_0^b \cdot \varepsilon_s^b \qquad \text{(Ec. 2-23)}$$

En las anteriores expresiones p^b_0 y q^b_0 corresponden a esfuerzos iniciales, K^b_o y G^b_o son respectivamente los módulos Bulk y de rigidez al corte iniciales para el cemento, así mismo ε^b_{vol} y ε^b_s son respectivamente las deformaciones volumétricas y cortantes equivalentes para el material cementante.

A medida que la carga en el cemento aumenta, en una parte de él se presentan unas micro-fisuras que disminuyen su capacidad de asumir carga, para valorar este efecto es necesario cuantificar la zona dañada esto se logra a través de la variable D que se define como la relación entre área del cemento dañado ($A^b_{\text{dañada}}$) y el área total del cemento (A^b_{total}).

$$D = \frac{A_{dañada}^b}{A_{total}^b} \qquad \text{(Ec 2-24)}$$

Debe notarse que D puede variar entre cero (cemento intacto) y uno (cemento completamente dañado).

Teniendo en cuenta la Ecuación 2-24 en las relaciones constitutivas (Ecuaciones 2-22 y 2-23) estas se pueden reescribir para tener en cuenta solamente el cemento que no ha sido afectado por las micro-fisuras, adicionalmente y para simplificar el modelo se considerará que los esfuerzos iniciales en el cemento son iguales a cero. Las nuevas expresiones para las relaciones constitutivas quedarían de la siguiente forma:

$$p^b = (1-D) \cdot K_0^b \cdot \varepsilon_{vol}^b = K^b \cdot \varepsilon_{vol}^b \qquad \text{(Ec. 2-25)}$$

$$q^b = (1-D) \cdot G_0^b \cdot \varepsilon_s^b = G^b \cdot \varepsilon_s^b \qquad \text{(Ec. 2-26)}$$

En las Ecuaciones 2-25 y 2-26 los términos K^b y G^b son el módulo Bulk y el módulo de rigidez al corte del cemento para un daño D.

Carol et al. (2001) propusieron una nueva variable de daño L que se encuentra relacionada con D de la siguiente manera:

$$L = \ln\left(\frac{1}{1-D}\right) \qquad \text{(Ec. 2-27)}$$

En este caso la nueva variable de daño varía entre 1 e infinito, con esta nueva definición es posible reescribir las Ecuaciones 2-26 y 2-27 de la siguiente manera:

$$p^b = e^{-L} \cdot K_0^b \cdot \varepsilon_{vol}^b = K^b \cdot \varepsilon_{vol}^b \qquad \text{(Ec. 2-28)}$$

$$q^b = e^{-L} \cdot G_0^b \cdot \varepsilon_s^b = G^b \cdot \varepsilon_s^b \qquad \text{(Ec. 2.29)}$$

Estas nuevas relaciones implican que los módulos de rigidez caen exponencialmente con un aumento de la variable L.

Los autores de este modelo constitutivo proponen que los cambios en la variable L están exclusivamente relacionados con la energía de deformación almacenada por el cemento durante un proceso de carga, los autores definen esa energía (u^b) mediante la siguiente expresión:

$$u^b = \tfrac{1}{2}\left[p_{vol}^b \cdot \varepsilon_{vol}^b + q_{vol}^b \cdot \varepsilon_s^b\right] \qquad \text{(Ec. 2.30)}$$

En este trabajo se utilizará la siguiente expresión calculada numéricamente para la determinación de la energía de deformación:

$$u^b = \int_0^{\varepsilon_{vol}^b} p_{vol}^b \cdot d\varepsilon_{vol}^b + \int_o^{\varepsilon_s^b} q_{vol}^b \cdot d\varepsilon_s^b \qquad \text{(Ec. 2-31)}$$

Mientras que la energía de deformación (u^b) se encuentre por debajo de un valor de energía límite (r_0) la variable de daño L no se incrementará. Esta energía umbral se puede interpretar como una elipse en el plano (p^b - p^b_0, q^b - q^b_0) que en este caso sería el plano (p^b, q^b) dentro de la cual el cemento no se degradaría, una representación gráfica de la energía umbral (r_0) se muestra en la Figura 2-4.

Cuando un estado de esfuerzos en el cemento produzca una energía de deformación (u^b) superior al valor límite (r_0) la variable de daño L se incrementará de acuerdo con la Ecuación 2-32 propuesta por Carol et al. (2001):

$$L = \frac{1}{r_1} \ln\left(\frac{u^b}{r_0}\right) \qquad \text{(Ec. 2-32)}$$

El único término nuevo introducido con la Ecuación 2-32 es r_1 que corresponde a una tasa de daño.

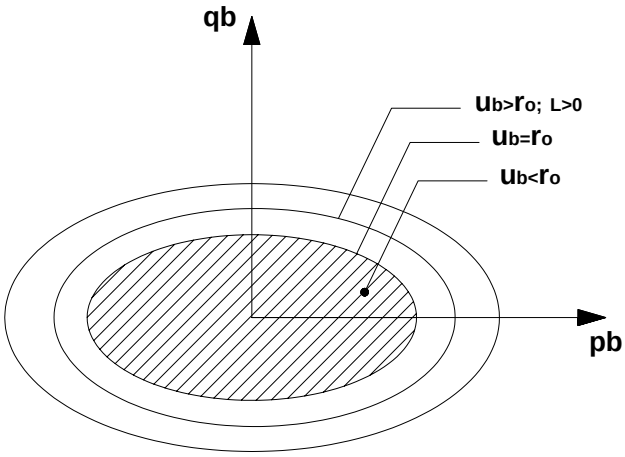


Figura 2-4 Representación gráfica del valor de la energía umbral

2.3 Interacción entre la matriz arcillosa y el cemento mineral

2.3.1 Interacción entre las deformaciones en la matriz y en el cemento

En el modelo propuesto por Pinyol et al. (2007) se asume que las deformaciones en el cemento (ε^b_{vol} y ε^b_s) se pueden calcular como una proporción de las deformaciones que sufren los vacíos dejados por la macro-estructura (ε^v_{vol} y ε^v_s), la constante de proporcionalidad que se usa cuando el cemento se encuentra intacto se denomina $\chi_{ini,}$ este parámetro ha sido denominado como estructural debido a la relación que establece entre los dos componentes del material, también puede entenderse como un parámetro de compatibilidad de deformaciones entre el cemento y la matriz. Las expresiones que relacionan las deformaciones en el cemento con las deformaciones en la matriz son:

$$\varepsilon^b_{vol} = \chi_{ini} \cdot \varepsilon^v_{vol} \qquad \text{(Ec. 2-33)}$$

$$\varepsilon^b_s = \chi_{ini} \cdot \varepsilon^v_s \qquad \text{(Ec. 2-34)}$$

El parámetro estructural χ_{ini} también será sometido a la ley daño tal y como lo muestra la Ecuación 2-35; con esta formulación se puede actualizar el valor de χ de acuerdo con el nivel de daño L. Esta

característica limita las deformaciones que pasan al cemento cuando este se encuentra degradado y por ende limita su aporte al comportamiento global del material.

$$\chi = \chi_{ini} \cdot e^{-1/2} \qquad \text{(Ec. 2-35)}$$

Si se reemplazan Ecuaciones 2-33, 2-34 en las Ecuaciones 1-8 y 1-9 respectivamente se obtienen las relaciones entre las deformaciones volumétricas y cortantes en la macro-estructura y sus equivalentes en el cemento para cualquier nivel de daño.

$$\varepsilon_{vol}^{b} = \frac{\chi}{1+\chi \cdot C^{b}} \cdot \varepsilon_{vol}^{M} \qquad \text{(Ec. 2-36)}$$

$$\varepsilon_{s}^{b} = \frac{\chi}{1+\chi \cdot C^{b}} \cdot \varepsilon_{s}^{M} \qquad \text{(Ec. 2-37)}$$

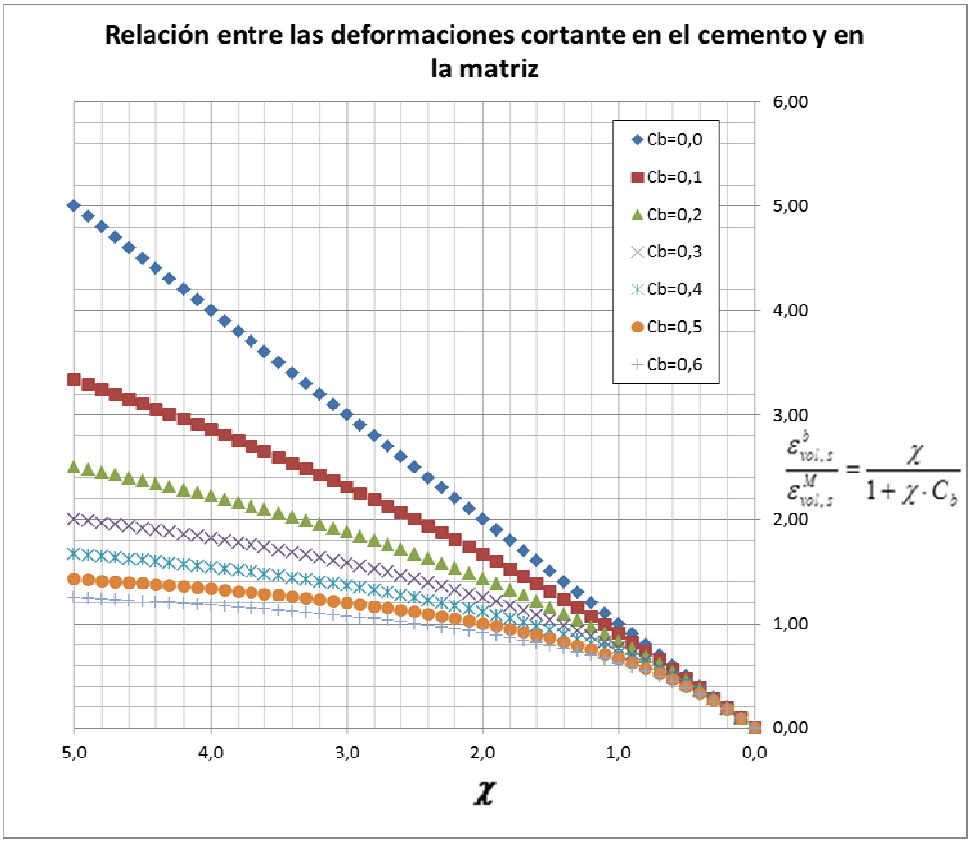


Figura 2-5 Término de compatibilidad de deformaciones contra el parámetro χ.

En la Figura 2-5 se aprecia la variación del término de compatibilidad con el parámetro estructural para los diferentes valores de la concentración del cemento.

2.3.2 Interacción entre los esfuerzos en la matriz y en el cemento

Las rocas lodosas se encuentran conformadas por una matriz arcillosa y un cemento mineral, para cada uno de estos componentes fue adoptado un modelo constitutivo diferente. Cada modelo permite el cálculo de los esfuerzos que asume cada uno de los componentes, sin embargo para conocer la respuesta global de la roca lodosa es necesario acoplar los esfuerzos de la matriz y del cemento; en este caso Pinyol (2007) propone para tal efecto el principio del trabajo virtual, pero antes de presentar el principio es necesario hacer las siguientes aclaraciones:

- Los esfuerzos en la matriz (p^M y q^M) deforman tanto la micro-estructura como la macro-estructura (Ecuaciones 2-4 y 2-6), las sumas de estas dos deformaciones (tanto volumétricas como cortantes) se denominan las deformaciones externas de acuerdo con las Ecuaciones 1-9 y 1-10. Por lo tanto p^M y q^M producen las deformaciones $\varepsilon_{vol}^{ext}, \varepsilon_s^{ext}$ respectivamente.

- Los esfuerzos en el cemento (p^b y q^b) trabajan cuando las deformaciones $\varepsilon_{vol}^{b}, \varepsilon_s^{b}$ se presentan.

- El trabajo producido por el cemento es proporcional a su concentración dentro de la roca lodosa.

- En el i-ésimo cálculo de los esfuerzos o las deformaciones en el cemento se utilizan los módulos Bulk o de rigidez al corte que se calcularon en la iteración i-1, lo mismo ocurre con el parámetro estructural χ.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones se puede formular el principio del trabajo virtual.

$$p^{ext} \cdot d\varepsilon_{vol}^{ext} + q^{ext} \cdot d\varepsilon_s^{ext} = p^M \cdot d\varepsilon_{vol}^{ext} + q^M \cdot d\varepsilon_s^{ext} + p^b \cdot C_b \cdot d\varepsilon_{vol}^{b} + q^b \cdot C^b \cdot d\varepsilon_s^{ext} \quad \text{(Ec. 2-38)}$$

Este principio se puede expresar particularmente para los esfuerzos normales equivalentes y para los esfuerzos cortantes equivalentes

$$p^{ext} \cdot d\varepsilon_{vol}^{ext} = p^M \cdot d\varepsilon_{vol}^{ext} + p^b \cdot C^b \cdot d\varepsilon_{vol}^{b} \quad \text{(Ec. 2-39)}$$

$$q^{ext} \cdot d\varepsilon_s^{ext} = q^M \cdot d\varepsilon_s^{ext} + q^b \cdot C^b \cdot d\varepsilon_s^{ext} \qquad \text{(Ec. 2-40)}$$

2.4 Determinación de los esfuerzos en la matriz y en el cemento a partir de los esfuerzos externos.

A partir de los modelos ya presentados y de las interacciones descritas, en el numeral 2.4 se encontrarán las expresiones que relacionan los esfuerzos en la matriz y en el cemento con los esfuerzos externos aplicados durante un ensayo triaxial donde la succión permanece constante.

Para comenzar se establecerá una relación entre los esfuerzos en la matriz y en el cemento, se comenzará por los esfuerzos cortantes equivalentes. Todas las ecuaciones se escribirán en términos de incrementos para considerar las variaciones en los módulos y en el parámetro χ.

Reemplazando la Ecuación 2-37 en la Ecuación 2-29 se obtiene una relación entre el esfuerzo cortante en el cemento y las deformaciones elásticas en la matriz.

$$\Delta q^b = G_{i-1}^b \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1} \cdot C^b} \cdot \Delta\varepsilon_s^M \qquad \text{(Ec. 2-41)}$$

Reemplazando la Ecuación 2-21 escrita en términos de diferenciales en la expresión anterior, se obtiene la relación entre los esfuerzos cortantes en la matriz y sus similares en el cemento.

$$\Delta q^b = \frac{G_{i-1}^b}{3G^M} \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1} \cdot C^b} \cdot \Delta q^M \qquad \text{(Ec. 2-42)}$$

De manera similar se puede encontrar una expresión similar para los esfuerzos normales.

$$\Delta p^b = \frac{K_{i-1}^b}{K_{i-1}^M} \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1} \cdot C^b} \cdot \Delta P^M \qquad \text{(Ec. 2-43)}$$

Considerando las relaciones constitutivas para la macro y la micro-estructura (Ecuaciones 2-4 y 2-6) reemplazándolas en la Ecuación 1-9 y despejando el valor p^M de ella se obtiene la siguiente expresión.

$$\Delta p^M = \frac{K_{i-1}^m \cdot K_{i-1}^M}{K_{i-1}^M + K_{i-1}^m} \cdot \Delta\varepsilon_{vol}^{ext} = K_{i-1}^{Mext} \cdot \Delta\varepsilon_{vol}^{ext} \qquad \text{(Ec. 2-44)}$$

En la Ecuación 2-44 K^{Mext} es un módulo bulk equivalente para la matriz que tiene en cuenta la rigidez de la macro-estructura y de la micro-estructura.

Para las deformaciones cortantes la expresión es más simple pues se supone que la micro-estructura no aporta deformaciones cortantes.

$$\Delta q^{M} = 3 \cdot G^{M} \cdot \Delta \varepsilon_{s}^{ext} \qquad \text{(Ec. 2-45)}$$

Si se reemplaza la Ecuación 2-6 escrita en términos de diferenciales (considerando que no hay variaciones en la succión), en la expresión 2-36 y en este resultado se reemplaza la Ecuación 2-44 se obtiene una expresión que relaciona las deformaciones externas volumétricas con las deformaciones en el cemento.

$$\Delta \varepsilon_{vol}^{b} = \frac{\chi_{i-1}}{1 + \chi_{i-1} \cdot C^{b}} \frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}^{M}} \Delta \varepsilon_{vol}^{ext} \qquad \text{(Ec. 2-46)}$$

La Ecuación 2-47 muestra la relación entre las deformaciones cortantes en el cemento y sus similares externas.

$$\Delta \varepsilon_{s}^{b} = \frac{\chi_{i-1}}{1 + \chi_{i-1} \cdot C^{b}} \Delta \varepsilon_{s}^{ext} \qquad \text{(Ec. 2-47)}$$

Es necesario reescribir el principio del trabajo virtual (Ecuaciones 2-36 y 2-38) en términos de los incrementos de esfuerzos en la matriz y el cemento; adicionalmente en las nuevas expresiones para el principio de trabajo virtual (Ecuaciones 2-48 y 2-49) se despejaron los esfuerzos externos p^{ext} y q^{ext}.

$$p^{ext} = \sum_{i=o}^{n} \Delta p_{i}^{M} + \sum_{i=0}^{n} \frac{\Delta p_{i}^{b} \cdot C^{b} \cdot \Delta \varepsilon_{vol\,i}^{b}}{\Delta \varepsilon_{vol\,i}^{ext}} \cdot \qquad \text{(Ec. 2-48)}$$

$$q^{ext} = \sum_{i=o}^{n} \Delta q_{i}^{M} + \sum_{i=0}^{n} \frac{\Delta q_{i}^{b} \cdot C^{b} \cdot \Delta \varepsilon_{s\,i}^{b}}{\Delta \varepsilon_{s\,i}^{ext}} \cdot \qquad \text{(Ec. 2-49)}$$

Si se reemplazan las Ecuaciones 2-46 y 2-47 en las expresiones 2-48 y 2-49 respectivamente se obtienen las Ecuaciones 2-50 y 2-51 que corresponden a una nueva forma de presentar el principio de trabajo virtual.

$$p_{i}^{ext} = \sum_{i=o}^{n} \Delta p_{i}^{M} + \sum_{i=0}^{i=n} \Delta p_{i}^{b} \cdot C^{b} \frac{\chi_{i-1}}{1 + \chi_{i-1} \cdot C^{b}} \cdot \frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}^{M}} \qquad \text{(Ec. 2-50)}$$

$$q_i^{ext} = \sum_{i=o}^{i=n} \Delta q_i^M + \sum_{i=0}^{i=n} \Delta q_i^b \cdot C^b \cdot \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b} \qquad \text{(Ec-2-51)}$$

Si en estas dos últimas expresiones las sumatorias se hacen hasta el incremento i-1 y el i-ésimo incremento de esfuerzos se deja indicado, las Ecuaciones 2-50 y 2-51 se escriben de la siguiente manera:

$$p_i^{ext} = \left(p_{i-1}^M + \Delta p_i^M\right) + \left(p_{i-1}^b + \Delta p_i^b\right)\cdot C^b \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b} \cdot \frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}^M} \qquad \text{(Ec.2-52)}$$

$$q_i^{ext} = \left(q_{i-1}^M + \Delta q_i^M\right) + \left(q_{i-1}^b + \Delta q_i^b\right)\cdot C^b \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b} \qquad \text{(Ec. 2-53)}$$

Si se reemplaza la Ecuación 2-43 en la Ecuación 2-52 y se despeja el i-ésimo Δp^M se obtiene la expresión para calcular el incremento del esfuerzo normal en la matriz a partir del valor del esfuerzo normal externo y de los esfuerzos en la matriz y el cemento calculados en la iteración anterior. Un resultado similar se logra para los esfuerzos cortantes en la matriz si se reemplaza la Ecuación 2-42 en la Ecuación 2.53.

$$\Delta p_i^M = \frac{p_i^{ext} - p_{i-1}^M - \left(p_{i-1}^b \cdot C^b \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b} \cdot \frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}^M}\right)}{1+\frac{K_{i-1}^b}{K_{i-1}^M}\left(\frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)^2 \frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}^M} C^b} \qquad \text{(Ec. 2-54)}$$

$$\Delta q_i^M = \frac{q_i^{ext} - q_{i-1}^M - \left(q_{i-1}^b \cdot C^b \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)}{1+\frac{G_{i-1}^b}{3G^M}\left(\frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)^2 C^b} \qquad \text{(Ec. 2-55)}$$

Además de conocer los incrementos de esfuerzos en la matriz, es importante conocer su trayectoria de esfuerzos ya que esta determinará la falla del material, para encontrar el valor de su pendiente se partirá del valor de la trayectoria de esfuerzos externa que en este caso al tratarse de un triaxial convencional es 3.0 a 1.0 en un plano p-q, considerando una succión constante durante todo el ensayo.

Inicialmente se calculan los incrementos en los esfuerzos normales y cortantes externos, esto se hace a partir de las Ecuaciones 2-52 y 2-53.

$$\Delta p_i^{ext} = \Delta p_i^M + \Delta p_i^b \cdot C^b \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b} \cdot \frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}^M} \qquad \text{(Ec. 2-56)}$$

$$\Delta q_i^{ext} = \Delta q_i^M + \Delta q_i^b \cdot C^b \frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b} \qquad \text{(Ec. 2-57)}$$

Si en estas expresiones se reemplazan las Ecuaciones 2-43 y 2-42 respectivamente se obtienen los incrementos en los esfuerzos externos en términos de los esfuerzos en la matriz. Las expresiones organizadas son las Ecuaciones 2-58 y 2.59.

$$\Delta p_i^{ext} = \Delta p_i^M + \Delta p_i^M \cdot C^b \left(\frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)^2 \frac{K_{i-1}{}^b}{K_{i-1}{}^M} \cdot \frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}{}^M} \qquad \text{(Ec. 2-58)}$$

$$\Delta q_i^{ext} = \Delta q_i^M + \Delta q_i^M \cdot C^b \left(\frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)^2 \frac{G_{i-1}^b}{3G^M} \qquad \text{(Ec. 2-59)}$$

El cociente de las expresiones 2-59 y 2-58 es igual a 3.0, teniendo en cuenta que la trayectoria de los esfuerzos externos modelada corresponde a la de un triaxial convencional, la expresión obtenida es la Ecuación 2-60.

$$3.0 = \frac{\Delta q_i^{ext}}{\Delta p_i^{ext}} = \frac{\Delta q_i^M + \Delta q_i^M \cdot C^b \left(\frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)^2 \frac{G_{i-1}^b}{3G^M}}{\Delta p_i^M + \Delta p_i^M \cdot C^b \left(\frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)^2 \frac{K_{i-1}^b}{K_{i-1}^M}\frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}^M}} \qquad \text{(Ec. 2-60)}$$

Si se despeja el cociente $\Delta q^M{}_i / \Delta p^M{}_i$ se obtiene la pendiente de la trayectoria de esfuerzos de la matriz como función de la pendiente de la trayectoria de esfuerzo externos. La ecuación encontrada fue la siguiente:

$$\frac{\Delta q_i^M}{\Delta p_i^M} = \frac{3.0 \cdot \left[1 + C^b \frac{K_{i-1}^b}{K_{i-1}^M}\frac{K_{i-1}^{Mext}}{K_{i-1}^M}\left(\frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)^2\right]}{\left[1 + C^b \frac{G_{i-1}^b}{G^M}\left(\frac{\chi_{i-1}}{1+\chi_{i-1}\cdot C^b}\right)^2\right]} \qquad \text{(Ec. 2-61)}$$

Con esta expresión se demuestra que la pendiente de la trayectoria de esfuerzos en la matriz es en principio mayor que la pendiente de la trayectoria de esfuerzos en los esfuerzos externos aunque la primera es variable y comenzará a disminuir cuando el cemento se degrade.

Capítulo 3.

Desarrollo del código BBMYBONDcd4.m

El código BBMYBONDcd4.m tiene por objeto modelar ensayos triaxiales convencionales a succión constante. El programa ofrece la posibilidad de introducir una descarga para un esfuerzo cortante especificado para luego volver a recargar el material hasta la falla. El material considerado en el programa está compuesto por una matriz arcillosa y un cementante mineral que cumple con todas las características descritas en los capítulos 1 y 2 del presente documento. En este capítulo se describirán todas las etapas que requiere la aplicación para implementar el modelo desde la adquisición de los datos de entrada (propiedades mecánicas del material) pasando por el detalle de las etapas de cálculo y la presentación general de los resultados.

3.1 Características generales del código BBMYBONDcd4.m

BBMYBONDcd4.m es un código de 803 líneas escrito bajo el lenguaje MATLAB® que tiene por objeto la modelación de un ensayo triaxial a succión controlada sobre una muestra de una roca lodosa (o un material estructurado). El código realiza todos los cálculos y presenta todos sus resultados en términos de los esfuerzos equivalentes p y q y de las deformaciones volumétricas (ε_{vol}) y cortantes equivalentes (ε_s).

Para ejecutar la aplicación es necesario abrir MATLAB ®, buscar la carpeta en donde está contenido el fichero **BBMYBONDcd4** en la pestaña “current directory”, posteriormente escribir dentro de la ventana de comandos **BBMYBONDcd4** y luego oprimir la tecla “enter”. En la Figura 3-1 se muestra una vista general de la interfaz del usuario de MATLAB, en donde se destacan los espacios mencionados previamente.

Para poder utilizar el programa es necesario conocer con antelación las propiedades que definen el estado inicial, así como las propiedades mecánicas y de resistencia tanto de la matriz arcillosa como del cemento mineral. La aplicación considera la posibilidad que la cantidad del cemento presente en la roca lodosa sea igual a cero, en este caso la aplicación se reduciría a la modelación de un ensayo triaxial en una arcilla con doble estructura de acuerdo con la formulación planteada por Alonso et al. (1999). La aplicación requiere que se especifiquen la presión inicial de confinamiento y la succión a la que va a ver sometida la muestra de roca lodosa.

Luego del ingreso de los datos iniciales a la aplicación, se simula la etapa de consolidación isotrópica bajo un esfuerzo p_o, en esta etapa se calculan todos los esfuerzos, las deformaciones, las rigideces tanto en la matriz como en el cemento.

Posteriormente el material es conducido a la condición de falla mediante un aumento progresivo de los esfuerzos cortantes y normales equivalentes siguiendo una trayectoria tres a uno en un plano (p, q). El material alcanza la falla cuando el estado de esfuerzos en la matriz arcillosa coincide con los estados de esfuerzos críticos definidos por la envolvente de esfuerzos modificada por la succión (Ecuación 2-1).

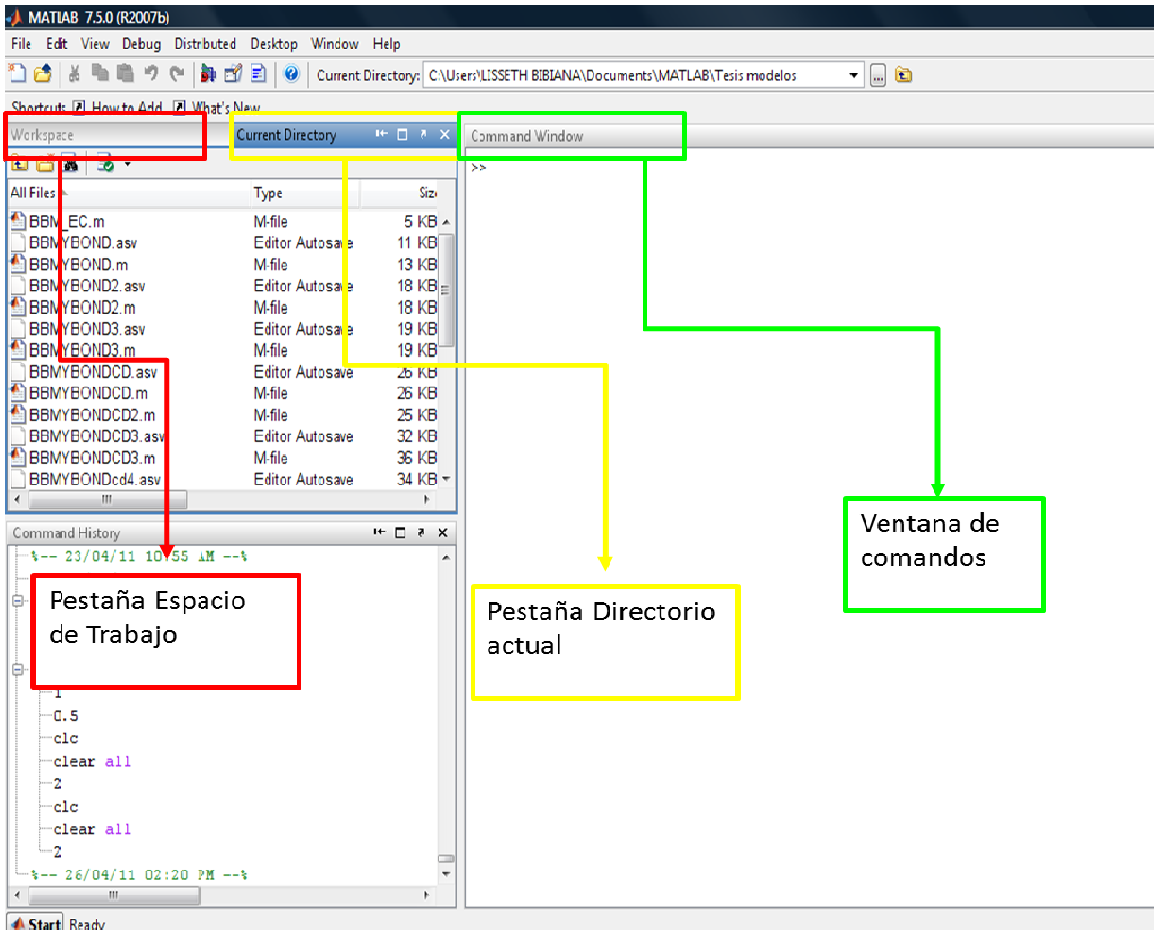


Figura 3-1 Vista general del aspecto de Matlab ®.

La aplicación muestra tan pronto el material alcanza la falla, una ventana emergente que contiene cuatro gráficas: la trayectoria de los esfuerzos externos, la curva de compresibilidad de la matriz, la gráfica del esfuerzo cortante equivalente contra la deformación cortante total y la gráfica del volumen específico de la macro-estructura contra la deformación cortante total; además de estas gráficas la aplicación genera un conjunto de vectores y matrices en donde se muestran todas las etapas del cálculo, que quedan a disposición del usuario para análisis posteriores.

3.2 Matrices generadas por el código BBMYBONDcd4.m

En las matrices generadas por el código BBMYBONDcd4.m durante la modelación, cada columna representa uno de los valores calculados dentro de la aplicación y cada fila representa cada una de las iteraciones llevadas a cabo para alcanzar la falla en la roca lodosa, la primera iteración corresponde al estado inicial del material (EI), la segunda iteración muestra la etapa de la consolidación isotrópica (CI), la tercera corresponde al límite elástico del material (LE); hasta esta iteración los cálculos se hacen de manera particular y el ingreso de los diferentes valores a las matrices se hace manualmente, todos los valores calculados entre la cuarta y la última iteración hacen parte de una estructura cíclica del código.

A continuación se detallan cada una de las matrices generadas por la aplicación **BBMYBONDcd4.m** y se muestran de manera genérica, los valores asignados durante la primera iteración (EI) a los cuales se les ha asignado el subíndice "ini".

a. Matriz **KMm**: En esta matriz se almacenan los módulos de Bulk de la matriz, el orden del almacenamiento es:
   - Columna uno (1): corresponde al módulo de la macro-estructura calculado de acuerdo con la Ecuación 3-1.

$$K_i^M = \frac{p_{i-1}^M \cdot v_{i-1}^M}{\kappa^M} \qquad \text{(Ec. 3-1)}$$

   - Columna dos (2): corresponde al módulo de la micro-estructura calculado a través de las Ecuación 3-2.

$$K_i^m = \frac{p_{i-1}^M \cdot v_{i-1}^m}{\kappa^m} \qquad \text{(Ec. 3-2)}$$

   - Columna tres (3): corresponde al módulo de Bulk externo de la matriz calculado a través de la Ecuación 3-3.

$$K_i^{Mext} = \frac{K_{i-1}^m \cdot K_{i-1}^M}{K_{i-1}^M + K_{i-1}^m} \qquad \text{(Ec. 3-3)}$$

En la Figura 3-2 se muestra una vista general de la primera iteración en la matriz **KMm**.

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & K^{M} & K^{m} & K^{Mext} \\
\hline
EI & K^{M}_{ini} & K^{m}_{ini} & K^{Mext}_{ini} \\
CI & & & \\
LE & & & \\
i & & & \\
\vdots & & & \\
n & & &
\end{array}
$$

Figura 3-2 Matriz de los módulos Bulk de la matriz KMm, vista de la primera iteración

b. Matriz de constantes **const**: En este arreglo se acumulan las relaciones entre los parámetros de estado y rigidez para la iteración i que son de uso común en la aplicación, el orden de almacenamiento es el siguiente:

- Columna uno (1): corresponde al primer término de la Ecuación 2-36 que se denominará como C_i.

$$C_i = \frac{\chi_{ini}}{1 + \chi_{ini} \cdot C_b} \qquad \text{(Ec. 3-4)}$$

- Columna dos (2): corresponde a la relación de las rigideces al corte entre el cemento y la matriz, que se usa en múltiples Ecuaciones entre ellas 2-42 y 2-55. Esta relación se denominará como RG_i.

$$RG_i = \frac{G_i^b}{3G^M} \qquad \text{(Ec. 3-5)}$$

- Columna tres (3): corresponde a la relación entre el módulo de rigidez del cemento y el módulo de rigidez de la macro-estructura, esta relación se puede apreciar en varias de las Ecuaciones presentadas en el capítulo 2, entre ellas las Ecuaciones 2-43 y 2-46. Esta relación se denominará como RKb_i.

$$RKb_i = \frac{K_i^b}{K_i^M} \qquad \text{(Ec. 3-6)}$$

- Columna cuatro (4): corresponde a la relación entre el módulo Bulk externo de la matriz y el módulo Bulk de la macro-estructura, esta relación se puede apreciar en varias de las ecuaciones presentadas en el capítulo 2, entre ellas las Ecuaciones 2-46 y 2-50. Esta relación se denominará RKe_i.

$$RKe_i = \frac{K_i^{Mext}}{K_i^M} \qquad \text{(Ec. 3-7)}$$

En la Figura 3-3 se muestra una vista general de la primera iteración en la matriz **const.**

	C	RG	RKb	RKe
EI	C_{ini}	RG_{ini}	RKb_{ini}	RKe_{ini}
CI				
LE				
i				
$\vdots$				
n				

Figura 3-3 Matriz de constantes de rigidez y del parámetro estructural, vista de la primera iteración.

c. Matriz **PM**: Este arreglo se usa para calcular la pendiente de la trayectoria de esfuerzos en la matriz para cada uno de los incrementos de esfuerzos externos tal y como lo indica la Ecuación 2-61. Los términos que se usan dentro del arreglo son:

- Columna uno (1): Este espacio en la matriz corresponde al término que acompaña a la pendiente de los esfuerzos externos, tres en este caso, en la Ecuación 2-61. Este término se obtiene de las relaciones entre las rigideces al corte del cemento y de la matriz, aquí se denominará como: γ_i (Gamma sub i), que escrito con la nomenclatura resumida de la matriz const sería:

$$\gamma_i = 1 + C^b RG_{i-1} \cdot C_{i-1}^2 \qquad \text{(Ec. 3-8)}$$

- Columna dos (2): corresponde al denominador de la Ecuación 2-61, este término corresponde a las relaciones entre los módulos bulk del cemento y el externo de la matriz con el módulo bulk de la macro-estructura, aquí se denominará como: η_i (etha sub i), que escrito con la nomenclatura resumida de la matriz const sería:

$$\eta_i = 1 + C^b RKb_{i-1} \cdot RKe_{i-1} \cdot C_{i-1}^2 \qquad \text{(Ec. 3-9)}$$

- Columna tres (3): corresponde a la pendiente de la trayectoria de los esfuerzos en la matriz; para efectos de esta matriz la pendiente será

denominada como: PTM, que escrita con la nomenclatura de la matriz const sería:

$$PTM_i = \frac{3.0 \cdot \eta_i}{\gamma_i} \qquad \text{(Ec. 3-10)}$$

- Columna cuatro (4): aquí se ubicarán los incrementos en el esfuerzo cortante equivalente calculados mediante la Ecuación 2-55, que reescrita con la nomenclatura simplificada sería.

$$\Delta q_i^M = \frac{q_i^{ext} - q_{i-1}^M - \left(q_{i-1}^b \cdot C^b \cdot C_{i-1}\right)}{1 + RG_{i-1} \cdot C_{i-1}{}^2 \cdot C^b} \qquad \text{(Ec. 3-11)}$$

Como en el estado inicial no hay esfuerzos en la matriz, la primera fila de la matriz **PM** presenta ceros en todas sus columnas, esto se aprecia en la Figura 3-4.

	γ	η	PTM	Δq^M
EI	0	0	0	0
CI				
LE				
i				
$\vdots$				
n				

Figura 3-4 Vista general de la primera iteración en la matriz PM

d. Matriz **pqext**: En este arreglo se almacenan todos los esfuerzos externos tanto normales (p) como cortantes (q) que se aplican durante la modelación (en MPa), adicionalmente se almacenan las deformaciones tanto volumétricas como cortantes acumuladas calculadas. Esta matriz es el origen de la gráfica esfuerzo – deformación que el código presenta como resultado al final de su ejecución. Las columnas de esta matriz se distribuyen de la siguiente manera:

- Columna uno (1): aquí se ubicarán los esfuerzos normales externos corrientes (p^{ext}) aplicados durante la modelación.

- Columna dos (2): corresponde a los esfuerzos cortantes corrientes equivalentes (q^{ext}) aplicados durante la modelación.

- Columna tres (3): almacenará las deformaciones volumétricas externas acumuladas hasta la iteración correspondiente.

$$\varepsilon_{vol}^{ext} = \sum_{0}^{i} \Delta \varepsilon_{vol}^{ext} \qquad \text{(Ec. 3-12)}$$

- Columna cuatro (4): almacenará las deformaciones cortantes externas acumuladas hasta la iteración correspondiente.

$$\varepsilon_{s}^{ext} = \sum_{0}^{i} \Delta \varepsilon_{s}^{ext} \qquad \text{(Ec. 3-13)}$$

En la primera fila que representa el estado inicial del material, los esfuerzos externos son cero y por lo tanto las deformaciones externas también lo serán. Esto se aprecia en la Figura 3-5

	p^{ext}	q^{ext}	$\sum \varepsilon_{vol}^{ext}$	$\sum \varepsilon_{s}^{ext}$
EI	0	0	0	0
CI				
LE				
i				
n				

Figura 3-5 Vista general de la primera iteración en la matriz pqext

e. Matriz **pqpo**: En este arreglo se almacenarán los esfuerzos tanto normales como cortantes asumidos por la matriz arcillosa durante los incrementos de esfuerzos externos en la roca, cabe recordar que la falla en el material está controlada por los esfuerzos en la matriz. Las columnas de la matriz **pqpo** se distribuyen de la siguiente manera:

- Columna uno (1): corresponde a los esfuerzos normales netos asumidos por la matriz (p^{M}) durante un incremento en el esfuerzo normal externo (p^{ext}), este esfuerzo puede ser calculado incrementalmente mediante la Ecuación 2-54; otra opción sería el cálculo a partir del incremento en el esfuerzo

cortante (Ecuación 2-55) y de la pendiente de la trayectoria de los esfuerzos en la matriz (Ecuación 2-61). En cualquiera de los dos casos el esfuerzo corriente en la matriz se calcula a través de una expresión como la Ecuación 3-14.

$$p_i^M = p_{i-1}^M + \Delta p_i^M \qquad \text{(Ec. 3-14)}$$

- Columna dos (2): Este espacio está reservado para los esfuerzos cortantes equivalentes netos en la matriz (q^M); este esfuerzo puede ser calculado incrementalmente mediante la Ecuación 2-55, por lo tanto el esfuerzo corriente cortante en la matriz se calcula a través de una expresión como la Ecuación 3-15.

$$q_i^M = q_{i-1}^M + \Delta q_i^M \qquad \text{(Ec. 3-15)}$$

- Columna tres (3): corresponde a la proyección del esfuerzo normal en la matriz p^M en la superficie de cedencia LC ($p^M{}_o$), este esfuerzo se calcula por medio de la Ecuación 2-18.

  En la Figura 3-6 se muestra la matriz **pqpo** con su primera fila llena de ceros por corresponder a la etapa inicial en donde no se ha aplicado ninguna carga.

	p^M	q^M	p_0^M
EI	0	0	0
CI			
LE			
i			
n			

Figura 3-6 Vista general de la primera iteración en la matriz pqpo

f. Matriz **Mmvol**: En este arreglo se almacenarán los volúmenes tanto de la macro-estructura como de la micro-estructura correspondientes a los estados de esfuerzos definidos por p^M y por $p^M{}_o$. El orden de las columnas en la matriz es el siguiente:

- Columna uno (1): En esta se almacenarán los volúmenes de la macro–estructura para cada uno de los incrementos en el esfuerzo normal en la

matriz. Los volúmenes de la macro-estructura se calcularán a través de las expresiones para las líneas: carga-descarga (Ec 3-16 y Ec. 3-17) que dependerán del estado de esfuerzos previo.

$$v_i^M = v_{i-1}^M - \kappa^M \ln\left(\frac{p_i^M}{p_{i-1}^M}\right) \qquad \text{(Ec. 3-16)}$$

$$v_i^M = v_{i-1}^M + \kappa^M \ln\left(\frac{p_{0\,i}^M(s)}{p_i^M}\right) \qquad \text{(Ec. 3-17)}$$

- Columna dos (2): Este espacio en la matriz está reservado para los volúmenes de la micro-estructura correspondientes a los diferentes estados de esfuerzos en la matriz, para calcular los volúmenes se recurrirá a las expresiones de la línea carga-descarga (Ec. 3-18 y 3-19) que dependerán del estado de esfuerzos previo.

$$v_i^m = v_{i-1}^m - \kappa^m \ln\left(\frac{p_i^M}{p_{i-1}^M}\right) \qquad \text{(Ec. 3-18)}$$

$$v_i^m = v_{i-1}^m + \kappa^m \ln\left(\frac{p_{0\,i}^M(s)}{p_i^M}\right) \qquad \text{(Ec.3-19)}$$

- Columna tres (3): En esta parte de la matriz se almacenarán los volúmenes de la macro-estructura correspondientes a los i-ésimos esfuerzos p^M_o, para su cálculo se usará la expresión de la línea de compresibilidad virgen (Ec. 3-20).

$$v_{0\,i}^M = v_{0\,i-1}^M - \lambda(s)\ln\left(\frac{p_{0\,i}^M(s)}{p_{0\,i-1}^M(s)}\right) \qquad \text{(Ec. 3-20)}$$

- Columna cuatro (4): Esta parte de la matriz está reservada a los volúmenes de la micro-estructura correspondientes a los i-ésimos esfuerzos p^M_o; para su cálculo se considerará nuevamente la expresión para la línea carga-descarga (Ec. 3-21), ya que se ha supuesto que las deformaciones en la micro-estructura son solamente elásticas.

$$v_{0\,i}^{m} = v_{0\,i-1}^{m} - \kappa^{m} \ln\left(\frac{p_{0\,i}^{M}(s)}{p_{0\,i-1}^{M}(s)} \right) \qquad \text{(Ec. 3-21)}$$

En la Figura 3-7 se muestra la matriz **Mmvol** con su primera fila llena, los dos volúmenes mostrados corresponden a su estado inicial, para este estado no se calculan los volúmenes correspondientes a la proyección del esfuerzo p^M en la superficie de cedencia LC.

	V^M	V^m	V_0^M	V_0^m
EI	V_{ini}^M	V_{ini}^m	0	0
CI				
LE				
i				
n				

Figura 3-7 Vista general de la primera iteración en la matriz Mmvol

g. Matriz **Mbond**: En este arreglo se almacenarán todos los parámetros, esfuerzos, propiedades y energías de deformación relacionados con el material cementante, cabe destacar que dentro del modelo constitutivo asumido para el modelo del cemento se asumió una ley de daño que afecta a sus módulos de rigidez y al parámetro estructural χ, la degradación de estos parámetros se controlará en esta matriz. El orden de las columnas de la matriz **Mbond** es el siguiente:

- Columna uno (1): En este espacio de la matriz se almacenarán los parámetros estructurales correspondientes al nivel de daño $L_{i\,-1}$; su cálculo se hace a través de la Ecuación 2-35.

- Columna dos (2): En esta columna se almacenarán los "n" incrementos en los esfuerzos normales asumidos por el cemento (Δp^b) durante la modelación, estos incrementos se pueden calcular a través del modelo constitutivo en su versión incremental (Ecuación 3-22) o a través de la Ecuación 2-43.

$$\Delta p^{b} = K^{b} \cdot \Delta \varepsilon_{vol}^{b} \qquad \text{(Ec. 3-22)}$$