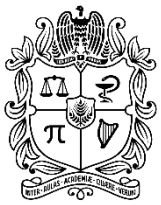


UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Uso de GeoGebra para la didáctica del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en la institución educativa Colegio Mayor de Nuestra Señora

Juan Camilo Taborda Giraldo

Universidad Nacional de Colombia
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Facultad De Ciencias Exactas y Naturales
Manizales, Colombia

2020

Uso de GeoGebra para la didáctica del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en la institución educativa Colegio Mayor de Nuestra Señora

Juan Camilo Taborda Giraldo

Tesis o trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Director (a):
PhD. Lucero Álvarez Miño

Universidad Nacional de Colombia
Facultad De Ciencias Exactas y Naturales
Manizales, Colombia

2020

Dedicatoria

Dedicado a las personas que son mi inspiración en mi quehacer diario: mi madre Carmenza Giraldo Echeverri y mi abuela Consuelo Giraldo Echeverri

Agradecimiento

Agradezco a la PhD. Lucero Álvarez Miño por su asesoría constante e invaluable en la elaboración de la presente tesis. También a la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales que me ha formado tanto en el pregrado como en el presente posgrado, para la vida. A los profesores de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, ya que con sus enseñanzas, he mejorado mi profesión docente y la elaboración de la presente tesis.

Resumen

Uso de GeoGebra para la didáctica del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en la institución educativa Colegio Mayor de Nuestra Señora

El presente trabajo de investigación se basa en la utilización de herramientas didácticas innovadoras que ayuden a mejorar el aprendizaje; es común escuchar que las matemáticas son un mundo lleno de problemas, pero en comparación de la vida, todos estos problemas tienen solución. Es por esto que el docente tiene como misión encontrar la estrategia que mayor resultado refleje al momento de dar su clase. Ésta investigación busca la aplicación del software GeoGebra en el álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en la institución educativa Colegio Mayor de Nuestra Señora. La metodología aplicada en la investigación es de tipo cualitativa y descriptiva ya que se determinaron factores incidentes respecto a la enseñanza y aprendizaje de magnitudes vectoriales, así también se presenta una propuesta que ayudará a los estudiantes en la mejora del dominio de temas físico matemáticos, con el propósito de facilitar la comprensión del álgebra vectorial. A su vez usar de forma favorable la disponibilidad actual a la tecnología. Se concluye el trabajo de investigación con la expectativa de que la propuesta presentada sea implementada en la institución y a su vez se espera que los estudiantes generen apertura a este nuevo tipo de aprendizajes que erradica la monotonía de escuchar, buscando la interactividad con nuevas experiencias.

Palabras clave: Software, GeoGebra, enseñanza, innovación educativa, magnitudes vectoriales.

Abstract

Use of GeoGebra for the didactics of vector algebra as an introduction to mechanical physics in Colegio Mayor de Nuestra Señora High School

This research work is based on the use of innovative didactic tools that help improve learning, it is common to hear that mathematics is a world full of problems, but in comparison to life, all these problems have a solution. That is why the teacher has as his mission to find the strategy that most results in the moment of issuing his class. This research seeks to apply GeoGebra software in vector algebra as an introduction to mechanical physics in the Higher College of Our Lady Educational Institution. The methodology applied in the research is qualitative and descriptive in that incident factors were determined with respect to the teaching and learning of vector magnitudes, thus also presented a proposal that will help students in improving the domain of mathematical physical subjects, in order to facilitate understanding of this and in turn to use the current availability to technology favorably. The research work is concluded with the expectation that the proposal presented will be implemented in the institution and in turn it is expected that the students will generate openness to this new type of learning that eliminates the monotony of listening but rather seek interactivity with new one's experiences.

Keywords: Software, GeoGebra, teaching, educational innovation, vector magnitudes

Índice

Resumen v

Abstract vi

Lista de figuras x

Lista tablas x

Introducción 1

Capítulo 1: Problema 4

1.1. Planteamiento del problema 4

1.1.1. Formulación del problema 5

1.2. Justificación 5

1.3. Objetivos 7

1.3.1. Objetivo General 7

1.3.2. Objetivos Específicos 7

1.4. Alcance 7

1.5. Limitación 8

Capítulo 2: Marco Teórico 9

2.1. Antecedentes investigativos 9

2.2. Marco teórico 12

2.2.1. Recursos didácticos 12

2.2.2. Recursos educativos digitales 13

2.2.3. Recursos didácticos para la enseñanza de álgebra vectorial 14

2.2.4. Álgebra vectorial 15

2.2.5. GeoGebra como recurso tecnológico 16

2.2.6. Importancia de usar GeoGebra en la enseñanza 17

2.3. Marco Epistemológico 19
2.3.1. Conocimiento científico y sus distintos enfoques 20
2.3.2. Ciencia, técnica y tecnología 20
2.3.3. Utilidad de la investigación educativa y su incidencia 21
Capítulo 3: Marco Metodológico 24
3.1. Tipo de investigación 24
3.2. Diseño de la investigación 24
3.4. Población 25
3.5. Operacionalización de variables 25
Variable independiente 25
Variable dependiente 25
3.6 Procesamiento de datos 25
Capítulo 4: Propuesta 26
4.1. Descripción de la propuesta 26
4.2. Recursos y materiales 28
4.3. Contenidos de la Guía didáctica 28
4.4. Metodología 30
4.5. Actividades de la Propuesta 31
4.5.1. Etapa inicial: Conocer los aspectos básicos de GeoGebra 31
4.5.2. Etapa de desarrollo: Aspectos claves del Álgebra vectorial 32
4.5.3. Etapa de finalización 37
Capítulo 5: Resultados 39
5.1. Discusión sobre las actividades de aprendizaje propuestas en la fase de desarrollo del apartado 4. 39
5.1.1. Actividades de aprendizaje para la adición de vectores en GeoGebra. 39

5.1.2. Actividades de aprendizaje para la resta de vectores en GeoGebra . 41

5.1.3. Actividades de aprendizaje para el producto de vectores en GeoGebra41

Conclusiones y recomendaciones..... 46

5.1. Conclusiones..... 46

5.2. Recomendaciones..... 47

Bibliografía 48

Lista de figuras

Figura 1 Etapas para el desarrollo de la propuesta 27
Figura 2. Vector 32
Figura 3 Segmento de recta dirigido 33
Figura 4 Sentido de los vectores 34
Figura 5. Equipolencia entre vectores 35
Figura 6 Adición de vectores 36
Figura 7 Producto de un escalar por un vector geométrico 36
Figura 8 Ámbito de intervención 37
Figura 9 Aprendizaje 38
Figura 10 Enseñanza 38
Figura 11 Adición de vectores 40
Figura 12 Resta de vectores 41
Figura 13 Producto de vectores 42

Lista tablas

Tabla 1-2: Segmento de recta dirección opuesta 15
Tabla 2-2: Menú Vista Algebraica 18
Tabla 3-2: Vista algebra 18
Tabla 4 Recursos y Materiales 28

Introducción

Hoy en día se utiliza el software matemático como una herramienta para facilitar la resolución de problemas matemáticos en muchas ramas de las ciencias exactas, en especial en temas que son de difícil compresión y solución por parte de los estudiantes, como es el caso del algebra vectorial.

El trabajo final que se expone a continuación tiene como tema “Uso de GeoGebra para la didáctica del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en la institución educativa Colegio Mayor de Nuestra señora”.

La cátedra de matemáticas desde hace años atrás es una de las materias que tiene más relevancias en la educación básica, intermedia y superior debido a la importancia que existe de resolver problemas incluso en la vida diaria del estudiante.

En el área de matemáticas existe una rama llamada álgebra, que es conocida a partir del siglo XVIII, esta comenzó con una tendencia clave en el pensamiento matemático, a este tipo de pensamiento los matemáticos la llamaron algebratización de las matemáticas, que a lo largo de la historia los autores trabajaban en conjunto el álgebra con la aritmética. (Sierra, 2010)

El álgebra es la doctrina de las operaciones matemáticas, es decir utiliza números, monomios, radicales y complejos y también se introducen los logaritmos. Se establece las reglas de extracción de las raíces de números y de expresiones algebraicas polinomiales, además se introduce las series como medio de expresión de las funciones racionales fraccionarias con exponentes fraccionarios positivos y negativos de una potencia, también se estudia los métodos para la resolución de ecuaciones algebraicas. Es una materia considerada dificultosa y de difícil entendimiento para todos los estudiantes, es por eso que se plantea el uso del software GeoGebra como una didáctica de aprendizaje.

El software GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, abarca áreas de la educación enfocadas a todos los niveles que permite combinar dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo. A nivel operativo permite representar los diversos objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas así como en las hojas de datos dinámicamente vinculadas. (Gonzales, 2018)

La característica más importante de este software es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, la vista gráfica (geometría) y la vista algebraica (álgebra). De esta manera se establece una conexión entre símbolos algebraicos y grafica que facilitan la compresión del álgebra vectorial el programa también permite aprender sobre la física.

La investigación tiene como objetivo general encontrar estrategias didácticas con el software GeoGebra que permitirían a los estudiantes de Educación Media del Colegio Mayor de Nuestra señora, el aprendizaje significativo del álgebra vectorial como concepto necesario para el estudio y tratamiento de las magnitudes vectoriales en la física mecánica para dar cumplimiento al objetivo de estudio se generan los siguientes objetivos específicos:

- Explorar el software GeoGebra como mediador en la enseñanza-aprendizaje del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en los estudiantes de Educación Media.
- Reconocer el significado físico-matemático de las magnitudes vectoriales en los estudiantes de Educación Media en el área de física.
- Afianzar el pensamiento espacial en el área de física mediante una correcta didáctica en la enseñanza del álgebra vectorial.
- Percibir los posibles obstáculos epistemológicos para enriquecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del álgebra vectorial.

La investigación tiene como alcance apoyar los procesos de aprendizaje de álgebra vectorial en los alumnos del instituto educativo del colegio Mayor de Nuestra Señora, mediante la enseñanza del software de GeoGebra en la didáctica de algebra vectorial como introducción en la física mecánica.

El presente trabajo se limita en el área ciencias exactas en la materia de algebra vectorial en el tema de tratamiento de magnitudes vectoriales en la física mecánica; el espacio de estudio son los alumnos de Educación Media del Colegio Mayor de Nuestra Señora.

La metodología que se va aplicar en el trabajo tiene un enfoque cualitativo que es “un procesos sistemático y ordenado que se lleva a cabo siguiendo determinados pasos” (Monje, 2011). Se utiliza porque permite describir y detallar la situación actual que tienen los estudiantes de Educación Media en la institución educativa Colegio Mayor de Nuestra Señora se utiliza la investigación de tipo aplicada que “persigue resolver un problema específico u obtener una aplicación práctica concreta, para lo que suele ser imprescindible el conocimiento” (Lozada, 2014) esta investigación se utilizara porque permite cumplir con el objetivo general antes mencionado se aplica la investigación de tipo explicativa la misma que relaciona la causa y efecto del problema del bajo desarrollo de aprendizaje en la materia de algebra vectorial.

El universo de estudio es el sector educativo; la población de análisis es el colegio Mayor de Nuestra Señora en el cual se hace el levantamiento de información mediante encuestas aplicados a los estudiantes de Educación Media posteriormente se analiza los datos en el software Excel en mismo que permite agrupar los datos y sacar un porcentaje representativo por cada pregunta.

Capítulo 1: Problema

1.1. Planteamiento del problema

En Colombia la educación se define como un proceso de formación permanente, personal cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.

La materia de álgebra es una rama de la matemática que estudia la combinación de elementos y estructuras abstractas acorde a ciertas reglas. Analiza datos numéricos los mismo que se pueden presentar en gráficas, también es la doctrina de las operaciones matemáticas es decir utiliza números, monomios, radicales y complejos también se introducen los logaritmos, se establece las reglas de extracción de las raíces de números y de expresiones algebraicas polinomiales. (Sierra, 2010)

En la actualidad, el aprendizaje del álgebra vectorial es un problema global y que lo docentes lo corroboran. Los problemas en el entendimiento del álgebra inician cuando el alumno muestra un desinterés por aprender la materia y esto se ve reflejado al momento de la resolución de los problemas.

El desinterés por aprender álgebra es cada vez es más recurrente en los estudiantes, los docentes han propuesto alternativas para que los estudiantes que no puedan reconocer las magnitudes vectoriales tengan recursos para mejorar su aprendizajes en el álgebra.

Hoy en día se observa que el aprendizaje es mecánico y repetitivo con poca significancia, lo que resulta difícil entender los problemas y ejercicios de algebra vectorial. Una de las razones es que, la educación debe instituir desarrollando valores y actitudes, donde se da un avance en el pensamiento y a la creatividad,

como instrumentos del conocimiento, y en la práctica como estrategia de formación.

Los estudiantes de la media académica del Colegio Mayor de Nuestra Señora en Manizales, no reconocen las magnitudes vectoriales en física, debido a poca fundamentación en el álgebra vectorial como curso introductorio a la física mecánica. La enseñanza está limitada a problemas acotados a una sola dimensión, lo que desestimula el pensamiento espacial y el reducido uso de herramientas tecnológicas.

1.1.1. Formulación del problema

¿Cómo la implementación de estrategias didácticas mediante el software GeoGebra permite a los estudiantes de Educación Media del Colegio Mayor de Nuestra Señora mejorar el aprendizaje significativo de álgebra vectorial en el estudio y tratamiento de las magnitudes vectoriales en la física mecánica?

1.2. Justificación

La presente investigación con el tema “Uso de GeoGebra para la didáctica del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en la institución educativa Colegio Mayor de Nuestra señora” se realiza para mejorar el aprendizaje debido a el déficit de aprendizaje de álgebra en niveles inferiores, con el fin de que los estudiantes puedan resolver con facilidad los ejercicios mediante el software GeoGebra.

Para un aprendizaje significativo y asertivo de la física, es pertinente la adquisición de conocimientos previos de ciertas áreas del conocimiento, cuya fundamentación es indispensable para hilar conceptos en la disciplina. La física

de la Educación Media, inicia con la enseñanza de la mecánica de los cuerpos a partir del abordaje de leyes universales y variables que describen el estado de un cuerpo.

Los estudiantes están acostumbrados a resolver ejercicios con una sola dimensión, el software que se menciona en la investigación tiene objetivo incrementar la didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El software está diseñado para la educación en todos sus niveles porque permite combinar varias materias de matemáticas como es la geometría, álgebra, análisis y estadística y permite representar los diversos objetos desde cada una de sus posibles perspectivas, con el fin de que los estudiantes resuelvan problemas más complejos con dos dimensiones.

La preocupación es pedagógica, ya que el objetivo de la educación es mejorar el aprendizaje de los estudiantes, por esta razón, se facilita a los estudiantes un conjunto de conocimientos y estrategias, con los cuales se puedan estructurar nuevos conceptos, idóneos para explicar fenómenos y aplicar procedimientos para dar solución a problemáticas en el medio, por ello, para ayudar a los estudiantes, con las dificultades que se le presenten, esta investigación se centró en describir algunas características del proceso de enseñanza del Álgebra de los Vectores en la asignatura de Física del Colegio Mayor de Nuestra Señora y que esto permite solucionar dificultades que enfrentan los educadores en el desarrollo de la unidad aplicada en la asignatura de Física.

El uso de herramientas tecnológicas como el software GeoGebra será un mediador en la didáctica del álgebra vectorial, permitiría a los estudiantes de la media académica del Colegio Mayor de Nuestra Señor mejorar su aprendizaje significativo, suprimiendo la barrera epistémica preexistente en los alumnos y fundamentándolos para el curso de física mecánica con la comprensión de las magnitudes vectoriales.

Este estudio tiene un aporte académico porque al aprender a utilizar el software GeoGebra facilita el proceso de aprendizaje de la asignatura de algebra vectorial y despierta el interés por los estudiantes de seguir explorando las funciones del software.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Encontrar estrategias didácticas con el software GeoGebra que permitirían a los estudiantes de Educación Media del Colegio Mayor de Nuestra señora, el aprendizaje significativo del álgebra vectorial como concepto necesario para el estudio y tratamiento de las magnitudes vectoriales en la física mecánica.

1.3.2. Objetivos Específicos

- ✓ Explorar el software GeoGebra como mediador en la enseñanza-aprendizaje del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en los estudiantes de Educación Media.
- ✓ Reconocer el significado físico-matemático de las magnitudes vectoriales en los estudiantes de Educación Media en el área de física.
- ✓ Afianzar el pensamiento espacial en el área de física mediante una correcta didáctica en la enseñanza del álgebra vectorial.
- ✓ Percibir los posibles obstáculos epistemológicos para enriquecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del álgebra vectorial.

1.4. Alcance

La investigación tiene como alcance apoyar el proceso de aprendizaje de álgebra vectorial en los alumnos del instituto educativo del colegio Mayor de Nuestra

Señora mediante la enseñanza del software de GeoGebra en la didáctica de algebra vectorial como introducción en la física mecánica.

1.5. Limitación

Campo de estudio: Algebra vectorial- física

Objeto de estudio: Manejo del software GeoGebra

Espacio: Estudiantes de décimo año del Colegio Mayor de Nuestra Señora

Capítulo 2: Marco Teórico

2.1. Antecedentes investigativos

Rivera, (2017) explica en su investigación “Diseño de guías para la enseñanza-aprendizaje de la cinemática usando el software GeoGebra en el grado décimo de la I.E pio XII.” Presenta como objetivo general mejorar la capacidad de análisis y comprensión de los temas de Cinemática a través de simulaciones hechas en GEOGEBRA, incrementando el interés por la Física en los estudiantes del campo; concluye que la implementación de recursos tecnológicos, que sirvan de apoyo en la práctica pedagógica del docente, y que conviertan las clases en un espacio de interacción con la TIC (Tecnología de la información y las comunicaciones), cada vez toman más fuerza, mejorando el nivel cognitivo en los estudiantes. Sin duda la incorporación del software GeoGebra como recurso didáctico novedoso para el desarrollo de las clases de cinemateca, ha generado en el estudiante de la institución educativa Pio XII ubicada en zona rural, un interés por el aprendizaje de esta temática.

A medida que se van desarrollando las guías, el estudiante se va apropiando de forma efectiva de las herramientas del software GeoGebra, para el diseño de todas y cada una de las aplicaciones. Se evidencia una total familiarización con el programa, haciendo cada vez menos complejo el trabajo con el mismo, y demostrando así una mejor comprensión de los temas tratados.

Según Apaza, (2020) en su investigación “Aplicación del software GeoGebra y su influencia en el logro de la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización, en estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. Paulo VI, Paucarpata, 2019” que como objetivo principal es determinar la influencia de la aplicación del software GeoGebra en el logro de la competencia matemática Resuelve Problemas de Forma, Movimiento y

Localización, en estudiantes del tercer grado de secundaria; y concluye que la Se midió el logro de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, antes de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental habiéndose obtenido una media de 11,89, que comparada con la media de 14,78 obtenida después de la aplicación del software GeoGebra, nos muestra que hubo un incremento en el nivel de logro de dicha competencia en este grupo de estudiantes.

El nivel de logro de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, en los estudiantes del tercer grado de la IE Paulo VI, después de la aplicación del software GeoGebra en los estudiantes del grupo de control tiene una media de 11,94 comparado con la media de 14,78 del grupo experimental, muestra una diferencia significativa en el nivel de logro a favor de los estudiantes en los que se aplicó el software GeoGebra.

Para Díaz, (2013) en su investigación afirma que “La influencia del software "GeoGebra" en el aprendizaje de la geometría en los alumnos de 4to año de secundaria de la Institución Educativa Trilce De La Molina, periodo 2012” que como objetivo principal plantea determinar la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de la Geometría en los alumnos de 4to año de secundaria, y de lo cual concluye que la utilización del software GeoGebra influye significativamente en el aprendizaje de la Geometría en los alumnos de 4to año de secundaria de la Institución Educativa "Trilce de la Molina", según el Grupo Control donde se obtuvo una diferencia de promedios a favor del Postest de 2.6667 puntos, lo cual implica que la metodología tradicional tuvo efecto favorable en el nivel de aprendizaje de la Geometría. Asimismo, en el caso del Grupo Experimental la diferencia de promedios obtenida a favor del Postest fue 5.1250 puntos, lo cual implica que el uso del software GeoGebra tuvo un efecto favorable mayor en el nivel de aprendizaje de la Geometría, En síntesis, efectivamente, el efecto en el nivel de aprendizaje es mayor en Grupo Experimental que en el Grupo Control.

De acuerdo a Benavides, Benavides y Jumbo, (2016) en su artículo científico “Uso de GeoGebra como recurso didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula” proponen que el objetivo fundamental consistió en caracterizar pormenorizadamente cada una de las diferentes transformaciones que de las funciones reales se puede ejecutar en el plano cartesiano, mediante la aplicación del Software GeoGebra, para poder aplicarlas en la modelación de situaciones prácticas de la realidad. Expone como conclusiones conceptualmente permite la dinamización de los contenidos mediante procesos visuales de gráficas, figuras, con los correspondientes movimientos y transformaciones (con movimientos u operaciones) de diversa naturaleza para establecer descripciones confiables, generalizadas y consistentes. Espacial, facilitando la evaluación de relaciones y funciones en el plano bidimensional y tridimensional ya sea graficando la propia persona en el software o tomando modelos del repositorio respectivo evaluando, en las diversas posiciones de los puntos, las relaciones algebraicas asociadas.

Expresión verbal, comunicando, infiriendo, redactando; planteando opiniones, proposiciones o juicios de valor característicos de contenidos matemáticos. Razonamiento, manifestado en respuestas lógicas, pertinentes, rápidas y en consonancia con la teoría científica. Modelación, creando nuevas aplicaciones y formas espaciales encaminadas a utilizarlas en la transformación de la realidad concreta o explicación de fenómenos de la realidad.

De Gallardo, (2016) mediante su investigación “Estudio de las operaciones de vectores en R x R mediante el uso del GeoGebra” como objetivo plantea integrar en el estudio de vectores y sus operaciones de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, el uso del GeoGebra mediante una investigación descriptiva, para la implementación y su aplicación de esta herramienta en el proceso enseñanza aprendizaje. Concluye que los de recursos didácticos al ser herramientas que apoyan al proceso enseñanza aprendizaje, existió la necesidad de identificar los recursos digitales para la enseñanza de la matemática, profundizándose en el GeoGebra, por poseer un software de geometría dinámica, el mismo que fue creado para ayudar en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Este instrumento

informático, por sus características permitirá a visualizar demostraciones e interpretaciones geométricas, facilitando a la comprensión de conceptos teóricos y procedimientos matemáticos.

Además de que la matemática se fortalecerá con la implementación de estrategias metodológicas, siendo indispensable conseguir despertar el interés por adquirir e ir construyendo el conocimiento, asimismo se logre apreciar a la matemática y que perciba su utilidad en el desarrollo de su capacidad cognitiva. Ha sido preciso identificar las estrategias metodológicas para la enseñanza de la matemática, se han tomado en cuenta los siguientes: la resolución de problemas de George Pólya, situaciones didácticas de Brousseau, y prácticas de laboratorio de matemáticas que propone Gastón Mialaret. Estos tres autores implementaron estrategias metodológicas para impulsar una enseñanza aprendizaje efectiva.

2.2. Marco teórico

2.2.1. Recursos didácticos

Los recursos didácticos son los multimedios que representan la realidad para orientar y facilitar el proceso de aprendizaje; que enriquecen los conocimientos y permiten desarrollar capacidades y alcanzan los objetivos propuestos a través de los sentidos (Ponce, Palacio, & Pérez, 2003, pág. 66)

Son mediadores para el desarrollo y enriquecimiento del proceso de enseñanza – aprendizaje, que cualifican su dinámica desde las dimensiones formativa, individual, preventiva, correctiva y compensatoria, que expresan interacciones comunicativas concretas para el diseño y diversificación de la actuación del docente y su orientación operativa hacia la atención a la diversidad de alumnos que aprenden, que potencian la adecuación de la respuesta educativa a la situación de aprendizaje, con el fin de elevar la calidad y eficiencia de las acciones pedagógicas (Fernández Belmonte, pág. 22)

De acuerdo a Ponce C., Palacio A., & Pérez A. (2003) indican que: los recursos didácticos deben guardar estrecha relación con los contenidos programáticos, destrezas a desarrollar, valores a cultivar, la metodología y el grupo con que se trabaja para: (p. 66).

- Motivar la clase
- Facilitar la comprensión del tema y la capacidad creadora.
- Favorecer el aprendizaje basado en la observación y la experimentación haciéndolo más activo, participativo y concreto.

El recurso didáctico es un instrumento que se utiliza en el proceso de enseñanza aprendizaje, facilitando la representación de diversas situaciones reales que permiten interactuar directamente, ya que esto fortalece el desarrollo de capacidades cognitivas y promueve la comprensión al momento de la adquisición y la construcción de los conocimientos, de esta manera se potencializa su aprendizaje.

2.2.2. Recursos educativos digitales

Los recursos tecnológicos informáticos, comunicativos y de multimedia se utilizan con frecuencia como apoyos didácticos para el desarrollo de contenidos, el diseño de tareas artísticas y el desarrollo de procesos cognitivos mediante el uso de lenguajes de programación u otros programas elaborados para la solución de problemas específicos (García, 2004, pág. 59)

Propone un cambio en el escenario pedagógico de las escuelas. Su incorporación física provoca una visión diferente del entorno educativo frente al que se muestra en un aula tradicional. Este cambio no se vislumbra solamente en el aspecto físico del aula destinada a la incorporación de tales recursos, sino también en el modo en que las computadoras pasan a formar parte del quehacer cotidiano del personal docente y de sus estudiantes (García, 2004, pág. 41)

El escenario educativo tecnológico se construye con una mediación pedagógica a partir de las interacciones y las intervenciones entre docentes y estudiantes, sus relaciones establecidas con los objetos tecnológicos, así como los procesos de aprendizaje constituidos por la integración (García, 2004)

Los recursos digitales educativos son instrumentos creados para apoyar a comprender situaciones abstractas a través de la manipulación y la observación al recrear diferentes contextos del conocimiento. Es preciso introducir en proceso educativo y de sustituir los recursos didácticos usuales e implementar instrumentos tecnológicos para afianzar el aprendizaje y es importante involucrar en el accionar dentro del aula, por lo demás en el educando se estimula el interés de indagar y formarse con la utilización de programas educativos.

Por lo cual, los usos de recursos tecnológicos generan un contexto diferente de aprendizaje, proporcionando un ambiente más interactivo para poder fijar los conocimientos nuevos con una perspectiva innovadora dentro de las aulas, interactuando de forma activa entre docentes y estudiantes.

2.2.3. Recursos didácticos para la enseñanza de álgebra vectorial

Para el aprendizaje del álgebra vectorial, se debe a ciertas características muy especiales. La enseñanza de objetos como espacios vectoriales, transformaciones lineales, valores y vectores propios, etc. parte de una definición formal, sin que en la mayoría de las veces medie una motivación previa similar a lo que ocurre por ejemplo, en el cálculo. En el cálculo, es frecuente motivar la enseñanza de los conceptos a partir de otros conocimientos físicos o geométricos presentados previamente, pero en el álgebra lineal, la mayor parte de los conceptos se presentan como definiciones formales de objetos cuya existencia no tiene (en la mayoría de los casos) conexión con conocimientos previos ni argumentos geométricos o físicos que motiven la definición presentada. (Vacchino & Costa, 2015, pág. 40)

Por lo cual es fundamental realizar nuevos recursos didácticos para consolidar los conocimientos de espacios vectoriales, transformaciones lineales, valores y vectores propios, etc. parte de una definición formal, sin que en la mayoría de

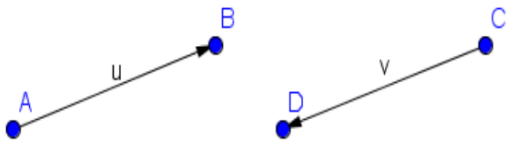
las veces medie una motivación previa similar a lo que ocurre por ejemplo, en el cálculo. En el cálculo, es frecuente motivar la enseñanza de los conceptos a partir de otros conocimientos físicos o geométricos presentados previamente, pero en el álgebra lineal, la mayor parte de los conceptos se presentan como definiciones formales de objetos cuya existencia no tiene (en la mayoría de los casos) conexión con conocimientos previos ni argumentos geométricos o físicos que motiven la definición presentada.

2.2.4. Álgebra vectorial

"Un vector v en el plano x, y es un par ordenado de números reales (a, b), los números $a\ y\ b$ se denominan elementos o componentes del vector v. El vector cero es el vector (0, 0)" (Grossman, S. & Flores, J, 2012, pág. 233)

De acuerdo a estas dos definiciones los vectores se le puede observar desde perspectiva geométrica y algebraica, por lo cual el vector en forma geométrica es la representación gráfica de un segmento de recta dirigido en el plano, mientras de la forma algebraica es considerado como un par ordenado en el plano de los números reales con sus respectivos componentes.

Tabla 1-2: Segmento de recta dirección opuesta



Definición de forma analítica o desde un punto de vista puramente matemático "Todo vector tiene un punto inicial en algún punto de referencia fijo. Tomado este punto como origen de un sistema rectangular de coordenadas cartesianas, un vector se puede definir analíticamente en términos de números reales" (Leithold, 1973, pág. 739)

La representación geométrica de una cantidad vectorial, emplea segmentos lineales dirigidos, cuya longitud y dirección representan la magnitud y la dirección, de la cantidad vectorial. A partir de $\mathbb{R}$, la recta numérica real, los

elementos del producto cartesiano $\mathbb{R}2$ se asocian con puntos de un plano definido por dos rectas perpendiculares que definen un sistema de coordenadas rectangulares donde la intersección representa el origen (0, 0) y cada punto representado por (a, b) tiene una coordenada a en la recta horizontal ($eje\ X$) y una coordenada b en la recta vertical ($eje\ Y$) (Toursa Grau & Francés, 2012, pág. 16)

2.2.5. GeoGebra como recurso tecnológico

Es importante considerar en la actualidad como ámbito de enseñanza la utilización de recursos tecnológicos, ya que para el aprendizaje de la matemática y física es necesario implementar nuevas situaciones dinámicas que ayuden en la interacción de los principios teóricos y a su vez de efectuar demostraciones prácticas como la visualización de gráficas y esquemas, que faciliten la comprensión e interpretación de resultados.

GeoGebra es un software libre de matemática para educación en todos sus niveles disponible en múltiples plataformas. Reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en organización en tablas y planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas (Pina Romero, 2011, pág. 64)

La más reciente versión del programa la puede encontrar en la dirección www.geogebra.org, de la cual se podrá descargar gratuitamente. Da facilidades para promover en los estudiantes a que se descarguen es su computador y aprendan a manipular esta herramienta y aplicar en la comprensión de la matemática. GeoGebra es una herramienta de trabajo que puede ser de utilidad tanto para el docente como para el alumno. Para el docente, porque le permite elaborar materiales didácticos estáticos –por ejemplo imágenes, presentaciones, trabajos prácticos, etc. o dinámicos, como demostraciones dinámicas o applets publicados en una página web o blog. Al alumno le brinda la posibilidad de visualizar conceptos matemáticos, realizar construcciones libres o dirigidas a fin

de resolver problemas y/o explorar e investigar hipótesis. (Podestá, 2011, pág. 15)

El programa GeoGebra proporciona varias oportunidades que ayudan a optimizar el aprendizaje de la matemática y física, por lo que facilita la ejecución y demostración de representaciones gráficas de diversas situaciones creadas con la finalidad de llegar a la comprensión de la teoría abstracta de la a través de la manipulación y experimentación.

2.2.6. Importancia de usar GeoGebra en la enseñanza

La doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. Todos los objetos incorporando en la zona gráfica le corresponderán una expresión en la ventana algebraica y viceversa. Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS) pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos. Facilidad para crear una página web dinámica a partir de la construcción creada con GeoGebra, sin más que seleccionar la opción correspondiente en los menús que ofrece. Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa (Gonzales, 2018)

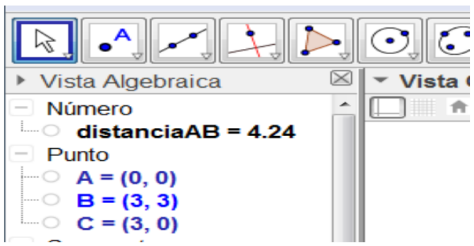
El GeoGebra plantea tres apariencias diferentes de los objetos matemáticos: Vista Gráfica; Vista Algebraica; Vista de Hoja de Cálculo Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás en una

adaptación automática y reciproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más de cual fuera la que lo creara originalmente (Hohenwater & Hohenwater, 2016, pág. 23)

2.2.6.1. Vista algebraica

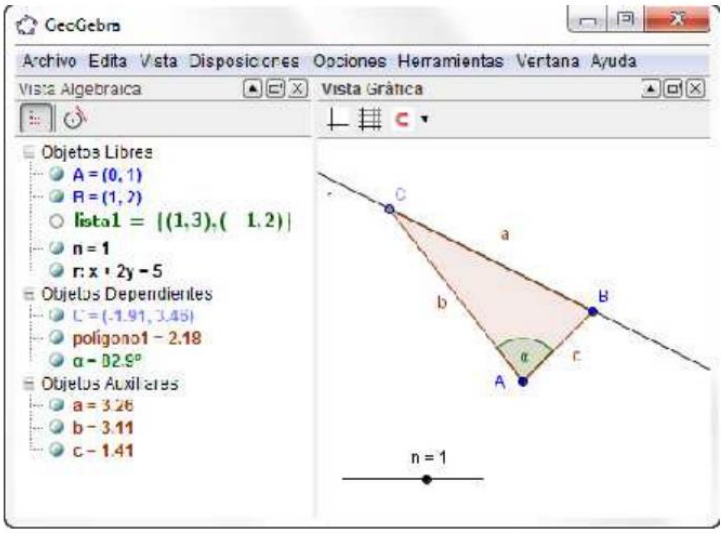
Se ingresa directamente, empleando el teclado (incluso el virtual), las representaciones algebraicas de los objetos (coordenadas de puntos, ecuaciones, etc.).

Tabla 2-2: Menú Vista Algebraica



Ocupa, por defecto, la parte central izquierda. Se puede ocultar o mostrar desde el Menú Vista. Por defecto, se encuentra visible. En ella aparecen los valores de los objetos.

Tabla 3-2: Vista algebra



Es posible activar o desactivar la vista de determinado objeto al hacer clic en el círculo de color pequeño que antecede a cada elemento. Al efectuar un clic derecho sobre cada elemento se activa un menú contextual de opciones para poder modificar o agregar colores, rótulos y valores. Dado el carácter dinámico del software GeoGebra, muchos de los cambios realizados en los elementos y objetos de la Vista Algebraica y de la Vista Gráfica se actualizarán automáticamente. Esta caracteriza es una de las más resaltantes, pues permite al estudiante apreciar las modificaciones y los efectos cuando altera un valor de un elemento. (GeoGebra, 2016)

2.3. Marco Epistemológico

La fundamentación epistemológica en el trabajo es necesaria porque la epistemología estudia la naturaleza de la práctica científica y al producto que se obtiene de esta investigación.

Mediante el estudio se requiere generar un conocimiento de tipo ideográfica acerca de los acontecimientos en la vida de las aulas con el uso del ordenador. Por lo cual se pretende originar un conocimiento de tipo cualitativo, a partir del análisis de los procesos de la integración del ordenador en los centros de educativos en conjunto con el curriculum escolar. Por lo cual hacer reflexionar a los profesores con estos procesos, al integrar el manejo del ordenador y las estrategias para la utilización; lo cual es valioso y relevante de integración.

Ya que estos aspectos se consideran muy relevantes en el uso y funciones que tienen los ordenadores en el contexto escolar y sociocultural de las aulas, tomando en cuenta las perspectivas y el significado del profesores/as y el alumnos/as participantes en la investigación para la utilización de estos medios en la práctica educativa. (Martinez, 2018, págs. 21-25)

2.3.1. Conocimiento científico y sus distintos enfoques

La construcción de la humanidad es la ciencia y como tal, se expresa su conceptualización ya que en la actualidad cada vez es más ampliamente compartida como un conocimiento provisional. Por lo cual la provisionalidad del conocimiento científico, es factible al progreso científico. Ya que la ciencia considera una estructura de concepto el cambio y métodos contingentes para obtener nuevos conocimientos.

Porque si no fuera por los dos aspectos de servicio a la sociedad y la verificación de la validez del saber científico, no se precisará la tecnología. Ni la concepción o planteamiento de las nuevas líneas de investigación, con el fin de poder generar nuevos conocimientos que a su vez involucren nuevas críticas y concepciones.

En los años 70 los autores como Kuhn, Lakatos y Toulmin propusieron una nueva filosofía de la ciencia que contradice muchos postulados del anterior modelo científico. Ya que, desde el punto de vista de los estos autores, el problema se considera susceptible a la investigación, con la aplicación de los métodos para resolver y determinar en principio el paradigma de los científicos considerando lo relevante. (Martinez, 2018)

2.3.2. Ciencia, técnica y tecnología

Parece imprescindible para este trabajo emprendido establecer una distinción en la conceptualización existente entre ciencia, técnica y tecnología.

Pero ¿acaso con otros modelos científicos de lo real no resulta igualmente posible, en ciertas ocasiones por lo menos, alterar un fenómeno? El positivismo de Comte redujo la función del discurso al saber científico y a la técnica aplicada del mismo. ¿Qué se había perdido, entre otras cosas? Fundamentalmente la phrónesis aristotélica: el saber-corno- obrar, el saber-decidir, el saber-actuar, el

saber-vivir, en definitiva, la Ética. La técnica en cuanto a técnica nada sabe de moral. Para algunos desafortunadamente la técnica es útil, sirve para algo, mientras que la moral es gratuita.

El saber científico encuentra su verificación en el actuar tecnológico Es más incluso en ciertos casos se han dado primero las soluciones a un problema que sus explicaciones científicas por las cuales esas soluciones eran correctas. Ciencia y tecnología forman, pues un continuum sin límites precisos de separación, y buenos ejemplos de ello son la Medicina, la Ingeniería, la Química, la Agricultura, la Pedagogía.

La tecnología depende del saber científico y, por lo tanto, está supeditada al avance de la ciencia. No tendría demasiado sentido hablar de validez de un ámbito tecnológico sin hacer referencia a los conocimientos científicos que le dan soporte.

Surge después la reflexión acerca del porqué y del para qué formalizar al mínimo detalle la planificación de los objetivos sin antes no justificar la naturaleza de éstos, el marco filosófico en el cual se enmarcan y el tipo de sociedad que fomentan. Paralelamente se interpreta el aprendizaje desde perspectivas cognitivas y psicoevolutivas que superan los meros esquemas mecanicistas. (Martinez, 2018)

2.3.3. Utilidad de la investigación educativa y su incidencia

Si una meta de la investigación educativa es acrecentar el conocimiento de la educación, otra tiene que ser sin duda su utilidad, principalmente enfocada a mejorar la práctica de la misma.

Este segundo aspecto del conocimiento derivado de la investigación educativa es el problema de su aplicabilidad e incidencia en la realidad social que trata de explicar y comprender.

Además, en nuestro propio contexto, esta utilidad del conocimiento, generado por la investigación, resulta paradigmático, debido a las dificultades que entraña enlazar la investigación sobre la enseñanza con la mejora de la enseñanza misma.

Así, debemos comenzar por admitir el hecho de que los lugares de producción de la teoría e investigación educativa se encuentran lejos de los espacios de producción de Ja práctica; distanciamiento que no es sólo físico, sino lo que es más importante, alejamiento de intereses, de perspectivas sobre los problemas, en suma, de significados sobre la misma realidad.

Para investigar la práctica, y querer extraer consecuencias para su modificación, son precisos modelos más amplios que incorporen mayor número de factores. Las situaciones que tenemos que afrontar en la práctica son complejas, definidas por múltiples variables. No hay efectos simples producidos por variables aisladas. Cualquier elemento o cuestión curricular que tratemos, en este caso los medios, es un factor dentro de contexto, y como un elemento más es preciso recurrir a explicaciones de diversa índole psicológica, social, cultural, histórica, etc.

Desde este punto de vista, mejorar la práctica no significa únicamente la capacidad por parte de la comunidad teórico-investigadora en generar un conocimiento científico, incluso útil, sobre la enseñanza, sino también las posibilidades de comunicación e intercambio de información y experiencias entre los teórico-investigadores y los agentes reales de la práctica de la enseñanza.

- Como ayuda en la fijación de objetivos para la enseñanza, porque permite concebir a qué posibilidades reales futuras pueden aspirarlos alumnos dentro de ciertos niveles de desarrollo y de unos límites.

- Aportando conocimiento para desvelar la realidad sobre la que tenemos que actuar y tomar decisiones consecuentes.

- Dirigida a ofrecer alternativas al funcionamiento de la enseñanza y hacia la mejora del cómo actuar en las aulas orientando hacia aspectos metodológicos, programas, materiales, etc...

En esta línea, nuestra investigación parte de lo que se está haciendo en las aulas con el ordenador, con el fin de evaluar el nivel de integración de este medio en el currículo de las etapas de Educación Infantil y de Educación Primaria.

- La investigación educativa mejorará la educación de forma indirecta en la medida en que quien la práctica pueda, a su vez, ser mejor profesor/a. El propio investigador/a y los centros en los que ejerce su actividad mejorarán su propia práctica.

- La investigación también significa tanto un prestigio profesional para quien la realiza, como una mejora del investigador dentro de la propia comunidad de investigadores.
En investigación educativa fue utilizado ampliamente en la década de los sesenta y parte de los setenta fundamentalmente en el desarrollo de la instrucción programada y desarrollo de material para el aprendizaje individualizado.

- El modelo resolución de problemas tiene lugar cuando los resultados de una investigación sobre una situación particular son utilizados en orden a tomar decisiones sobre esa situación.

Desde la investigación se le ofrece al político un marco de conocimiento para que tome las decisiones. Implícitamente se asume que existe un cierto consenso sobre los fines u objetivos de las acciones.

- El tercer modelo es el interactivo, por el que se asume un desordenado conjunto de interconexiones y un tira y afloja desde el debate entre investigadores y políticos.

- El cuarto modelo es únicamente político. Los descubrimientos de la investigación sirven para apoyar o dar cobertura a determinadas decisiones políticas. En suma, se produce la legitimación de la decisión a través de la investigación.

- El quinto modelo es tácito. Ante un problema controvertido, éste es enterrado en un proceso de investigación, como una defensa ante los empujes para que se tome una decisión inmediata.

- El sexto modelo se denomina el modelo ilustrativo. A través de los resultados de la investigación, y de su publicidad, de alguna manera se moviliza a la opinión pública o a los colectivos directamente implicados, y se obliga a los políticos a tomar decisiones, redefinir problemas, etc. La evidencia empírica es una de las armas fundamentales de este modelo.

Capítulo 3: Marco Metodológico

3.1. Tipo de investigación

La investigación que se aplicará es de tipo cualitativo; porque se enfoca en la realización de una guía educativa que promueva la utilización del software en la materia de física mecánica que se realizará para los estudiantes de la Institución Educativa “Colegio Mayor de Nuestra Señora”. De acuerdo al contexto, este estudio se inició como una investigación descriptiva para identificar las propiedades y características de la introducción de física mecánica, utilizando TICσ en procesos de didáctica – aprendizaje y emplear como herramienta el software gratuito GeoGebra.

Con el fin de facilitar la aplicación de procedimientos, métodos y técnicas, al uso de como herramienta para el aprendizaje del álgebra vectorial.

3.2. Diseño de la investigación

Esta investigación presenta como diseño de investigación no experimental, porque al realizarlo no se manipulo las variables; tan solo se limitó a observar. De acuerdo a Kerlinger (2018, pág. 116), la investigación no experimental no se construye ninguna situación, sino que se observan situaciones que ya existen, la variable independiente ya ha sucedido es por ello que no se la manipula.

También es de investigación propositiva, ya que se establece una propuesta con el fin de llevarla a la implementación cuando las condiciones sean favorables.

Población y muestra

3.4. Población

Para Levin y Rubín (2018). "Una población se es un conjunto finito o infinito de personas u objetos que representan todos los elementos que, en estudio, acerca de los cuales intentamos sacar conclusiones. Las poblaciones suelen ser muy extensas y es imposible observar a cada componente, por ello se trabaja con muestras o subconjuntos de esa población". (p. 30).

La población de estudio está conformada por 3 aulas de 24 alumnos cada uno de decimo ano de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario”.

3.5. Operacionalización de variables

Variable independiente

Software GeoGebra

Variable dependiente

Introducción de física mecánica

3.6 Procesamiento de datos

Con el fin de procesar la información de los datos obtenidos se plantea los siguientes pasos:

- Revisión de la información
- Elaboración de la propuesta
- Análisis de resultados.
- Establecer conclusiones y recomendaciones.

Para el análisis estadístico de la información, se realizará su procesamiento de los datos y se presentará los resultados en tablas de frecuencias y graficas elaboradas en Word y Excel.

Capítulo 4: Propuesta

Implementación de estrategias didácticas con el software GeoGebra que permita el aprendizaje significativo del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica.

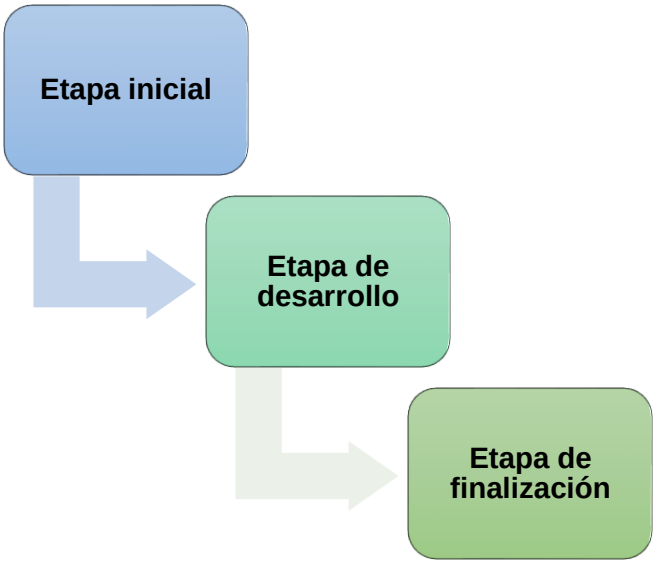
4.1. Descripción de la propuesta

La implementación de la propuesta se realiza a través del software GeoGebra, debido a que es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, algebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Además, ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas, vistas gráficas, algebraicas y de organización en tablas y planillas dinámicamente vinculadas (GeoGebra, 2019).

En este contexto, hay que tener en cuenta que GeoGebra es un programa fácil de utilizar, por lo que es indispensable para la enseñanza y aprendizaje en todos los niveles educativos, además de ser un software gratuito.

Es indispensable que los estudiantes tengan conocimiento del manejo del software GeoGebra, debido a que las vectoriales son aquellas que quedan totalmente definidas con un módulo, una dirección y un sentido. Estas magnitudes se especifican por donde se dirigen y en algunos casos dónde se encuentran aplicadas.

Figura 1 Etapas para el desarrollo de la propuesta



Elaborado por: Juan Camilo Taborda

- **Etapa inicial:** en este apartado se involucra a todos los estudiantes de Educación Media del Colegio Mayor de Nuestra Señora, direccionado a la adquisición de conocimientos previos al algebra vectorial y sobre el manejo del software GeoGebra.
- **Etapa de desarrollo:** en esta etapa se profundizan las temáticas a tratar, así como el desarrollo y representaciones del cálculo vectorial, además se realizarán actividades con la finalidad de construir un concepto del vector mediante la utilización del software, tomando como base los conocimientos adquiridos en geometría y a su vez aplicar los conocimientos teóricos en ejercicios prácticos, en los cuales los estudiantes puedan desarrollar sus habilidades y capacidades.
- **Etapa de finalización:** en esta etapa se plantean interrogantes que comprueben que los estudiantes de Educación Media han adquirido los debidos conocimientos sobre los temas propuestos y la aplicación del software para el desarrollo de sus ejercicios.

4.2. Recursos y materiales

Los recursos y materiales a utilizar en el desarrollo de la propuesta, en cada una de las actividades, son los que se proponen a continuación tanto para el docente como para los estudiantes:

Tabla 4 Recursos y Materiales

Estudiantes	Docente
Lápiz	Pizarra
Reglas	Marcadores
Borrador	Regla
Calculadora	Hojas
Bolígrafos	Bolígrafo
Cuaderno de apuntes	
Hojas de papel bond y milimetradas	

Elaborado por: Juan Camilo Taborda

Adicionalmente, se planificará el acceso al salón de cómputo, para ejercicios prácticos y el acceso a la utilización del proyector, con la finalidad de que el docente comparta los conocimientos con sus estudiantes de una manera clara y precisa.

4.3. Contenidos de la Guía didáctica

Conceptuales

A continuación, se detallan los aspectos que se pretende enseñar:

- Magnitud vectorial

- Cantidades vectoriales
- Vector
- Tipos de vectores
- Componentes de un vector
- Descomposición de vectores

Procedimentales

Se pretende adquirir las destrezas y habilidades para desarrollar el razonamiento lógico de los estudiantes.

- Módulo de un vector
- Suma de vectores
- Resta de vectores
- Producto de vectores por escalares
- Producto punto
- Forma trinomia
- Vectores unitarios
- Análisis vectorial

Actitudinales

- Trabajo autónomo
- Trabajo en equipo
- Compromiso e interés en desarrollo de las actividades
- Respeto y tolerancia de opiniones ajenas

- Creatividad en el manejo del software.
- Concentración para la resolución de problemas y ejercicios propuestos.

4.4. Metodología

Para la implementación de estrategias en GeoGebra es indispensable que cada una de las actividades sea realizada con responsabilidad u honestidad. Además, cada una de las actividades tienen un objetivo planteado según el tema a tratar, para ello se deberá seguir secuencialmente el debido proceso visualizado en la figura 1.

Mediante el desarrollo, el docente identificará las estrategias más adecuadas para el aprendizaje del algebra vectorial como introducción a la física mecánica.

4.5. Evaluación

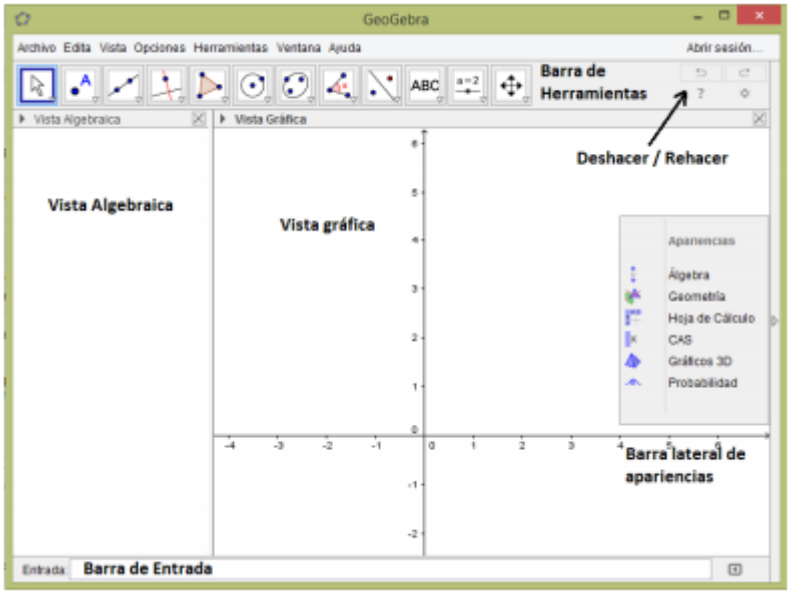
La evaluación será concebida como un proceso de aprendizaje continuo y permanente, en el cual el docente asume el papel de orientador del proceso de enseñanza-aprendizaje que dirija el desarrollo y avance de la secuencia didáctica, y de esa manera los estudiantes a través de la guía didáctica apliquen las estrategias establecidas, realicen deducciones, desarrollen los ejercicios prácticos, incrementen el razonamiento matemático, adquieran pensamiento científico, entre otros. Además, se podrá identificar las debilidades y fortalezas conceptuales y procedimentales de los estudiantes.

La evaluación se reflejará mediante pruebas escritas, las cuales evidenciaran los conocimientos adquiridos, la participación y el trabajo en clases, así como la disposición del estudiante en adquirir conocimientos, además se tomará en cuenta la responsabilidad de las actividades realizadas en clases.

4.5. Actividades de la Propuesta

4.5.1. Etapa inicial: Conocer los aspectos básicos de GeoGebra

Conocimientos básicos de GeoGebra



Barra de herramientas: consiste en un conjunto de cajas de herramientas que contienen una colección de herramientas relacionadas, usando estas herramientas, se pueden realizar construcciones en la Vista gráfica utilizando el ratón. Al mismo tiempo, las coordenadas y las ecuaciones correspondientes se muestran en la Vista algebraica. Observa que cada vista tiene su propia Barra de herramientas y, por lo tanto, es posible acceder a distintos conjuntos de herramientas.

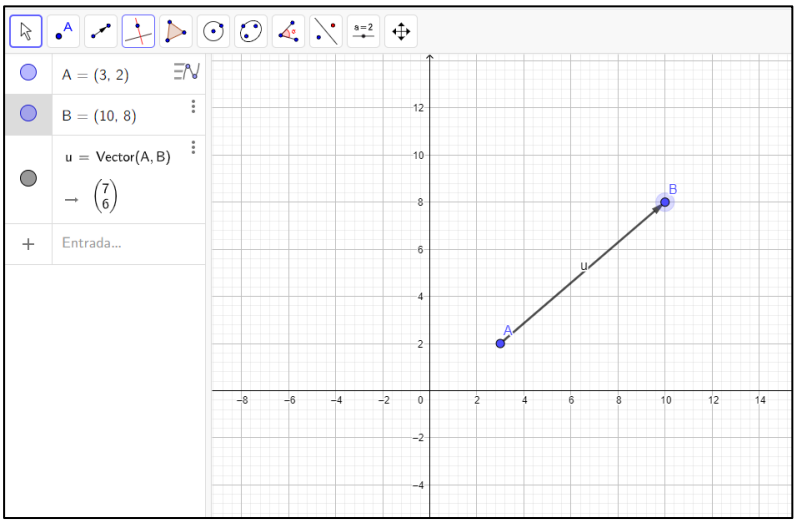
Barra de entrada: se ubica en la parte inferior de la ventana de GeoGebra, se utiliza para ingresar directamente coordenadas, ecuaciones, comando o

funciones. Basta presionar la tecla Intro para el objeto se representa algebraicamente en la Vista algebraica y aparezca su representación geométrica en la Vista gráfica.

4.5.2. Etapa de desarrollo: Aspectos claves del Álgebra vectorial

Vector: segmento orientado que está entre dos puntos, es decir que va de un punto a otro, al primer punto se le denomina extremo del vector y al segundo punto se le denomina punto final del vector.

Figura 2. Vector



Elaborado por: Juan Camilo Taborda

En la figura 2 se muestra, el vector que sería el segmento orientado que va desde el punto A al punto B, este vector tiene el origen en A y el extremo en B, hay que tener en cuenta que no es el mismo que va de B a A, debido a que en este caso el origen sería en B y el extremo en A, siendo lo opuesto del vector mencionado anteriormente.

El vector en física representa:

$$u = Vector(A, B)$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$$ Refleja en GeoGebra

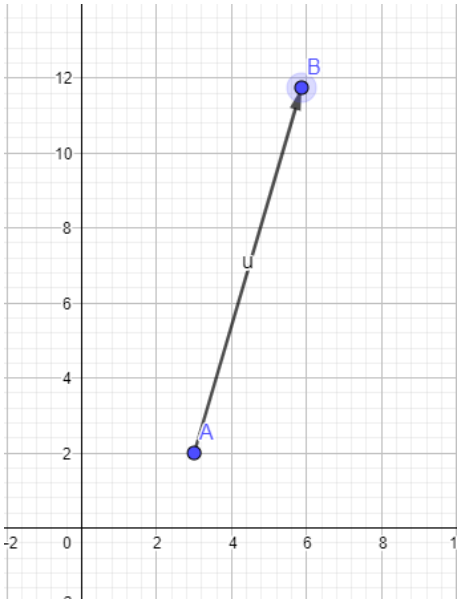
$$\vec{A} = 7i + 6j$$ Ecuación en física

En esta ecuación significa que para poder dibujar este vector se debe mover 7 unidades en el eje x y 6 unidades en el eje y.

Segmento de recta dirigido

En este sentido, la longitud del segmento $\overrightarrow{AB}$, medido en unidades adecuadas, se denomina medida o módulo de la magnitud vectorial, denotada $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = m_e\left(\overrightarrow{AB}\right)$, su dirección es determinada por la recta que lo contiene, en tanto que, su sentido está dado por la orientación de los puntos, de su origen a su extremo representado mediante una cabeza de flecha, como se visualiza en la figura 3.

Figura 3 Segmento de recta dirigido



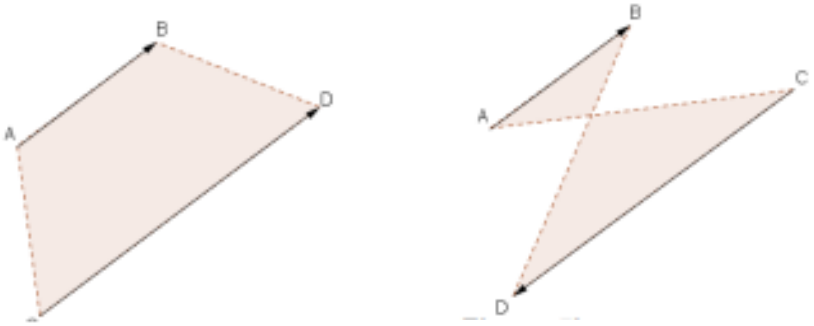
Elaborado por: Juan Camilo Taborda

Una vez obtenido el objeto geométrico que va a referir acerca de las magnitudes vectoriales (el segmento de recta dirigido), cada uno de los autores establece las relaciones que surgen del comparar dos o más de estos objetos, con respecto a los elementos que los distinguen, en este caso, con respecto al módulo, a la dirección y al sentido.

Sentido de los vectores

Si dos vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ son paralelos, implica que los segmentos $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ son paralelos, por lo tanto los vectores tendrán la misma dirección, es decir tienen el mismo sentido. Si los segmentos $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ no se cortan y tienen sentidos contrarios, si estos últimos se unen o cortan ilustrándolo cómo se visualiza en la figura 4.

Figura 4 Sentido de los vectores



Vectores con igual sentido Vectores con diferente sentido

En este contexto, si dos vectores geométricos $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ no son paralelos, entonces, estos nunca tendrán la misma dirección, ni el mismo sentido, estableciendo la no igualdad entre ellos.

Equipolencia entre vectores

Dos vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ son equipolentes, si y solo sí, tienen el mismo módulo, la misma dirección e idéntico sentido, se denota $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$. Si además, los vectores son colineales y tienen el mismo punto inicial se determina que los vectores son iguales. Por lo que se denota $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Como se visualiza en la figura 5.

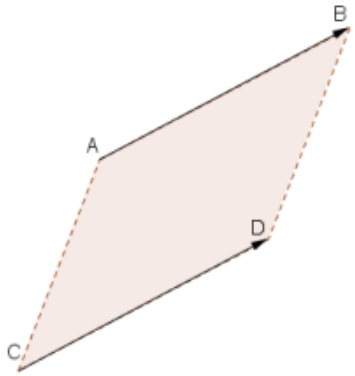
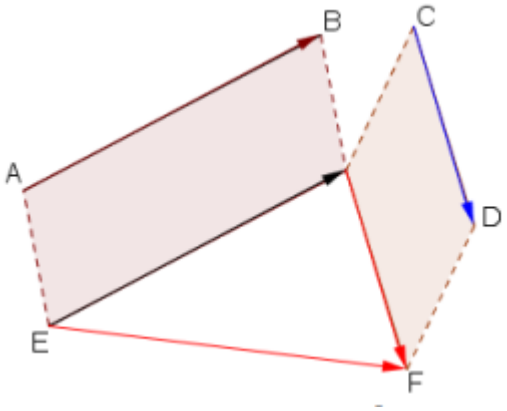


Figura 5. Equipolencia entre vectores

Adición entre vectores geométricos

La adición también denominada la resultante de dos vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ es otro vector $\overrightarrow{EF}$, obtenido de trasladar el origen de $\overrightarrow{CD}$ al extremo de $\overrightarrow{AB}$ y uniendo el origen de $\overrightarrow{CD}$, como se muestra en la figura 6. Analíticamente se expresa $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{EF}$.

Figura 6 Adición de vectores

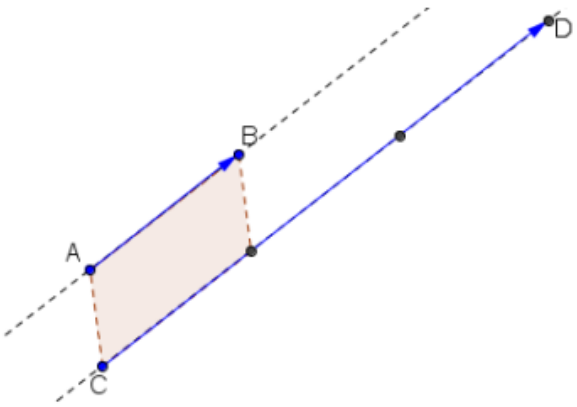


La adición entre vectores, resulta de la traslación de dos vectores geométricos arbitrarios, cumple la regla del paralelogramo se parte fijando a dos vectores con distinta dirección a un origen común y se verifica que la suma está bien definida.

Producto de un escalar por un vector geométrico

Sean *m* y $\overrightarrow{AB}$, un escalar y un vector respectivamente, se define el producto del escalar *m* por el vector $\overrightarrow{AB}$, como otro vector $\overrightarrow{mCD}$, que posee la misma dirección que $\overrightarrow{AB}$, pero con módulo $|m|$ veces el módulo de $\overrightarrow{AB}$, y un sentido igual si *m* es positivo, nulo si *m* es cero u opuesto si *m* es negativo.

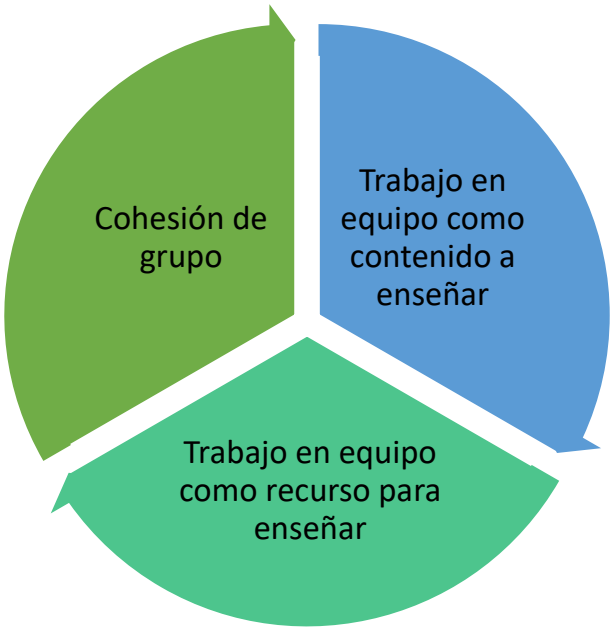
Figura 7 Producto de un escalar por un vector geométrico



4.5.3. Etapa de finalización

Trabajo colaborativo

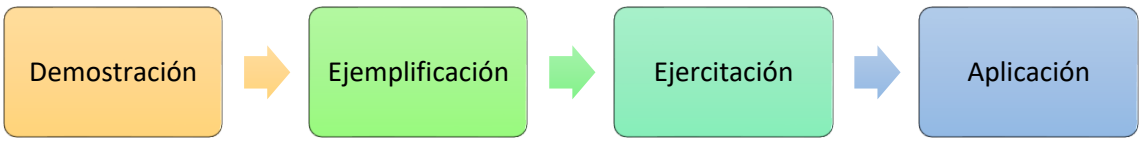
Figura 8 Ámbito de intervención



Elaborado por: Juan Camilo Taborda

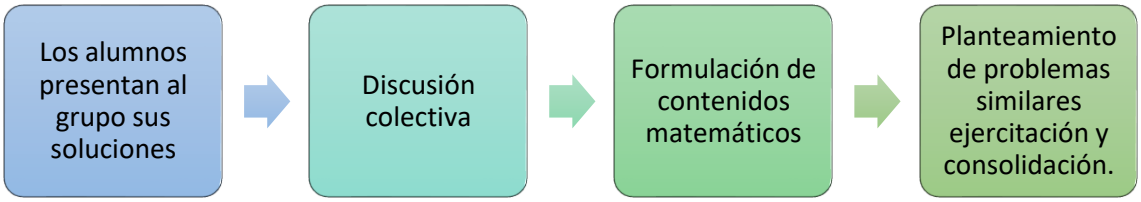
Ejercicios prácticos

Figura 9 Aprendizaje



Elaborado por: Juan Camilo Taborda

Figura 10 Enseñanza



Elaborado por: Juan Camilo Taborda

Capítulo 5: Resultados

Los resultados de este trabajo corresponden al diseño de estrategias didácticas con el software GeoGebra, que permitan a los estudiantes de Educación Media del Colegio Mayor de Nuestra señora, el aprendizaje significativo del álgebra vectorial como concepto necesario para el estudio y tratamiento de las magnitudes vectoriales en la física mecánica.

Con respecto al instrumento de recolección de datos, no se aplicó debido a la emergencia sanitaria a nivel mundial por el COVID-19, que obligó a las instituciones educativas a cerrar sus puertas. Hay que tener en cuenta que el cierre de colegios, aún con la implementación de clases virtuales, ha provocado un atraso en el aprendizaje. Por lo que se realiza un análisis sobre GeoGebra las variables de estudio, de manera que permita alcanzar el objetivo de la investigación.

5.1. Discusión sobre las actividades de aprendizaje propuestas en la fase de desarrollo del apartado 4.

5.1.1. Actividades de aprendizaje para la adición de vectores en GeoGebra.

Las actividades de aprendizaje propuestas se presentan de forma organizada, con la finalidad de que los estudiantes aborden los procesos descritos en la metodología:

La actividad 1 permitirá a los estudiantes desenvolverse en el Software GeoGebra, mediante la experimentación con cada uno de los componentes que

se encuentran en la barra de herramientas, debido a que se solicita a los estudiantes que los vectores planteados, disponibles en https://www.geogebra.org/graphing?lang=es, se muevan con el propósito de obtener los componentes requeridos, que se muestra en la figura 2-1.

La actividad 2, está orientada a medir los conocimientos del estudiante, que han adquirido sobre la adición de vectores, mediante el cual pondrán en práctica los conocimientos teóricos, al aplicar la fórmula y comprobar mediante la aplicación en GeoGebra. La actividad 3, otorgará al estudiante la capacidad de identificar la figura geométrica que se obtiene al sumar los vectores, como se visualiza en la figura 2-3. Y finalmente con la actividad 4 el estudiante analizará los puntos planteados, y calculará el respectivo resultado, aplicando la teoría y la práctica.

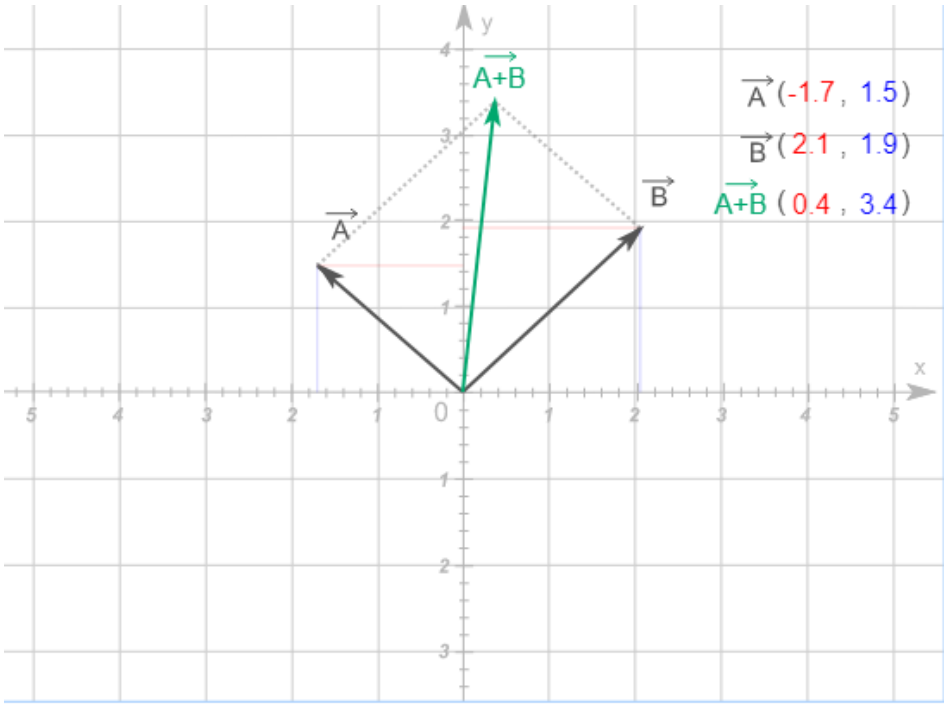


Figura 11 Adición de vectores

5.1.2. Actividades de aprendizaje para la resta de vectores en GeoGebra

La actividad 1 permitirá evaluar los conocimientos sobre la resta de vectores, mediante la gráfica de los componentes establecidos, y de esa manera seleccionar la respuesta correcta. La actividad 2 y 3, logrará en los estudiantes la capacidad de análisis y aplicación de estrategias para encontrar los componentes, en base a un vector y al resultado de la resta del vector. Y a través de la gráfica se podrá potenciar los conocimientos, mediante la experimentación en las diferentes herramientas del software GeoGebra.

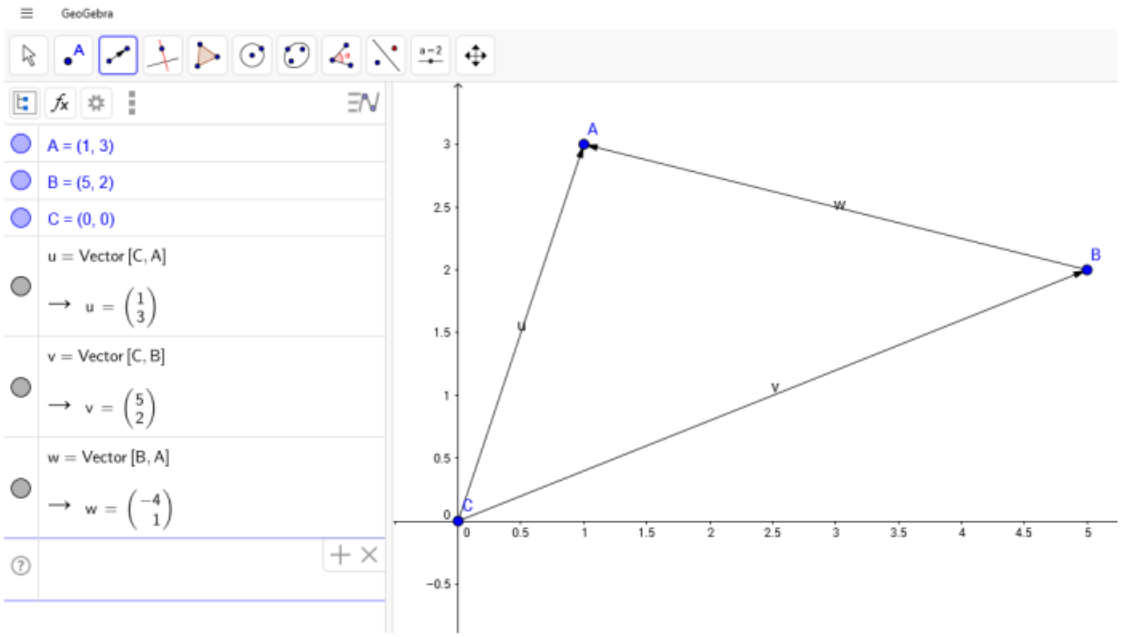


Figura 12 Resta de vectores

5.1.3. Actividades de aprendizaje para el producto de vectores en GeoGebra

La actividad 1, va a permitir medir los conocimientos y aprendizaje de los estudiantes, mediante la identificación del tipo de producto escalar, en base al criterio planteado. La actividad 2 y 3 permitirá identificar los conocimientos adquiridos sobre el producto de vectores, y las estrategias de resolución que aplica cada estudiante en el software GeoGebra. La actividad 4 logrará

determinar cuál es el proceso adecuado para obtener el resultante del producto de los vectores, identificando cada una de las propiedades del producto de los vectores.

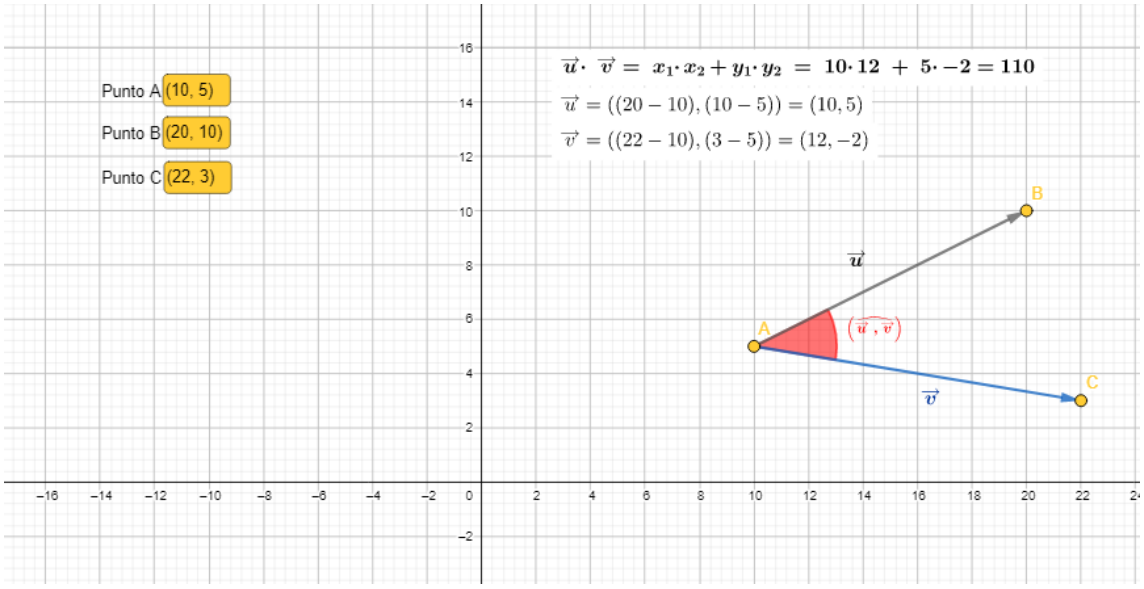


Figura 13 Producto de vectores

5.1.4. Actividades de aprendizaje con magnitudes vectoriales para el desarrollo en el aula

En esta actividad se va a medir los conocimientos y aprendizaje de los estudiantes, en el desarrollo de problemas vectoriales pero aplicados en el aula. Estos ejercicios permitirán identificar los conocimientos adquiridos sobre el producto de vectores, y las estrategias de resolución que aplica cada estudiante de manera manual, y ellos harán una comparación con el uso del Software. Para esta actividad de plantearon los siguientes ejercicios:

- Un vector $\overrightarrow{AB}$ tiene componentes $(5, -2)$. Hallar las coordenadas de A si se conoce el extremo $B = (12, -3)$.

Solución:

1. Como no conocemos las coordenadas de A, las denotamos mediante

$$A = (x_A, y_A).$$

2. Sabemos que las coordenadas de un vector se obtienen a partir de restarle el punto inicial al punto final

$$B - A = \overrightarrow{AB}$$

$$(12 - x_A, -3 - y_A) = (5, -2)$$

3. Obtenemos dos ecuaciones

$$12 - x_A = 5, \qquad -3 - y_A = -2$$

4. Resolvemos las dos ecuaciones y obtenemos que las coordenadas de A son

$$A = (7, -1)$$

- Dado el vector $\overrightarrow{u} = (2, -1)$ y dos vectores equipolentes a $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$, determinar B y C sabiendo que $A = (1, -3)$ y $D = (2, 0)$.

Solución:

1. Como $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{AB}$ son equipolentes, entonces $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$.

2. Como no conocemos las coordenadas de B, las denotamos mediante

$$A = (x_B, y_B).$$

3. Sabemos que las coordenadas de un vector se obtienen a partir de restarle el punto inicial al punto final

$$B - A = \overrightarrow{AB}$$

$$B - A = \overrightarrow{u}$$

$$(x_B - 1, y_B + 3) = (2, -1)$$

4. Obtenemos dos ecuaciones

$$x_B - 1 = 2, \qquad y_B + 3 = -1$$

5. Resolvemos las dos ecuaciones y obtenemos que las coordenadas de B son

$$B = (3, -4)$$

6. Resolviendo de la misma forma que para$B$, tenemos que$C = (0, 1)$.

- Calcular la distancia entre los puntos $A = (2, 1)$ y$B = (-3, 2)$.

Solución:

1. La fórmula para la distancia entre dos puntos es

$$d(AB) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2. Sustituimos los valores de A y B fórmula de distancia entre dos puntos y obtenemos

$$d(AB) = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (1)^2} = \sqrt{26}$$

- Si $\vec{v}$ es un vector de componentes $(3, 4)$, hallar un vector unitario de su misma dirección y sentido.

Solución

1. La fórmula para que un vector sea unitario es

$$\vec{u} = \frac{1}{|\vec{v}|}\vec{v}$$

2. Calculamos la magnitud de $\vec{v}$

$$\vec{v} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

3 Sustituimos en la fórmula para obtener un vector unitario

$$\vec{u} = \frac{1}{5}(3, 4) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

Debido a la pandemia causada por el Covid-19 que afectó a la humanidad, el desarrollo de la propuesta fue pospuesto a razón de la cual se espera que la implementación de estrategias didácticas mediante el software GeoGebra permita a los estudiantes mejorar el aprendizaje significativo de algebra vectorial en el estudio y tratamiento de las magnitudes vectoriales en la física mecánica y ayude en el desarrollo de habilidades para los estudiantes del décimo año de Educación Secundaria de la Institución Educativa Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario.

Al explorar el software GeoGebra como mediador en la enseñanza-aprendizaje del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en los estudiantes de Educación Media, se podrían generar posibles facilidades para su aprendizaje pues al ser un software interactivo crearía una estrategia útil para la enseñanza.

Con el fin de poder reconocer el significado físico-matemático de las magnitudes vectoriales en los estudiantes de Educación Media en el área de física, se procederá a delimitar estrategias de acceso a formularios online para ir avanzando en la implementación de la propuesta y socialización con los padres o tutores, ya que el aprender matemáticas para muchos estudiantes se convierte en un total sacrificio pero con la propuesta del uso de software GeoGebra podremos motivar a los estudiantes de decimo a indagar conocimientos de forma personal.

La tecnología ya es parte vital para un ser humano en esta era, aún más tratándose de adolescentes que pasan tiempos largos en frente a la computadora o al móvil debido a esto, se podría optimizar el tiempo y darle un buen uso a la tecnología con el fin de mejorar la perspectiva de las matemáticas con los estudiantes y esencialmente al aprendizaje de magnitudes vectoriales, donde percibir los posibles obstáculos epistemológicos para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra vectorial seria indispensable para otras instituciones educativas con este tipo de asignaturas.

5.2. Recomendaciones

Luego de haberse desarrollado la presente investigación se recomienda implementar las estrategias didácticas con el software GeoGebra ya que estas permitirían a los estudiantes de Educación Media del Colegio Mayor de Nuestra Señora, el aprendizaje significativo del álgebra vectorial como concepto necesario para el estudio y tratamiento de las magnitudes vectoriales en la física mecánica.

De igual forma se recomienda el uso del software GeoGebra como mediador en la enseñanza-aprendizaje del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en los estudiantes de Educación Media, por los beneficios que este representa al contexto innovador de generación de conocimientos.

Así también mediante se establece la posibilidad de que otras investigaciones busquen profundizar más en el uso de software tales como, el software GeoGebra, debido a que las aplicaciones son llamativas para los estudiantes y utilizar esta ventaja con el fin de apoyar al aprendizaje de asignaturas que en su mayor parte son dificultosas para los adolescentes. Otra recomendación podría ser el realizar páginas web de refuerzo académico con el fin de que la institución genere un valor agregado a su metodología y a su vez esté en continuo enlace con la emisión de conocimientos para alumnos de la institución y otros.

Bibliografía

Acevedo, Á. (2015). Nuevas enseñanzas disruptivas en la educación superior en ciencas sociales Los cursos en línea masivos y abiertos (MOOCs). *Temas* , 125-136.

Apaza Flores, J. L. (2020). *Aplicación del software Geogebra y su influencia en el logro de la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización, en estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. Paulo VI, Paucarpata, 2019.* Arequipa-Perú: UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN.

Benavides Criollo, G. R., Benavides Criollo, N. M., & Jumbo Sandoval, C. P. (2016). *Uso de Geogebra como recurso didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula.* Obtenido de https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/3d0d8e28687965d22d16dad72b37b692.pdf

Díaz Nunja, J. A. (2013). *La influencia del software "Geogebra" en el aprendizaje de la geometría en los alumnos de 4to año de secundaria de la Institución Educativa Trilce De La Molina, periodo 2012.* Lima-Perú: UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN Enrique Guzmán y Valle.

Fernández Belmonte, D. (s.f.). *Educación 4.0.* Obtenido de https://educacioncuatropuntocero.wordpress.com/2014/10/02/30-recursos-digitales-educativos-de-calidad-estrictamente-seleccionados-para-profesores/

Gallardo, D. (12 de 09 de 2016). *GeoGebra*. Obtenido de GeoGebra: https://www.geogebra.org/about

García, J. (2004). *Ambientes con recursos tecnólogicos.* Costa Rica: Universidad.

GeoGebra. (2016). *GeoGebra*. Obtenido de https://www.geogebra.org/about

GeoGebra. (13 de febrero de 2019). *GeoGebra*. Obtenido de https://sites.google.com/site/geogebra1112/caracteristicas-de-geogebra

Gonzales, M. (12 de 09 de 2018). *CARACTERÍSTICAS DE GEOGEBRA.* Obtenido de https://sites.google.com/site/geogebra1112/caracteristicas-de-geogebra

Grossman, S., & Flores, J. (2012). *Algebra Linea.* México, D.F: Mc Graw Hill.

Hohenwater, M., & Hohenwater, H. (2016). *Geogebra.* Obtenido de Documento de ayuda: https://app.geogebra.org/help/docues.pdf

Kerlinger, P. (2018). *Diseño de la Investigación .* Mexico : USSA.

Leithold, L. (1973). *El calculo con geometria analitica.* California: HARLA, S. A.

Levin, S., & Rubin, L. (2018). *Poblacion y muestra .* Mexico: Zacatecas S.A.

Lozada, J. (2014). Investigación Aplicada Definición, Propiedad Intelectual e Industria. *Divulgación cientifica de la Universidad Tenológica Indoamerica* , 47-50. Obtenido de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6163749

Martinez, J. (12 de 09 de 2018). *Metodología Espistemológica* . Obtenido de Metodologia de la Investigación: https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Guia-didactica-metodologia-de-la-investigacion.pdf

Monje, C. (2011). *Métodología de la investigación cuantitativa y cualitatitva.* Obtenido de https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Guia-didactica-metodologia-de-la-investigacion.pdf

Pina Romero, J. A. (2011). *GeoGebra*. Obtenido de http://www.pinae.es/wp-content/uploads/2011/10/manual_geogebra.pdf

Podestá, P. (2011). *Geometría, compilado.* Buenos aires: Ministerio de Educación de la nación.

Ponce, C., Palacio, A., & Pérez, A. (2003). *Didáctica de Matemática.* Quito-Ecuador: MC. Producciones S.A.

Rivera Ramírez, J. (2017). *Diseño de guías para la enseñanza- aprendizaje de la cinemática usando el software Geogebra en el grado décimo de la I.E pio XII.* Manizales-Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Sierra, G. (2010). *"Didáctica de Álgebra".* Obtenido de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_26/GUILLERMO_SIERRA_TORTOSA.pdf

Toursa Grau, L., & Francés, J. L. (2012). *Geometría Moderna para Ingeniería.* San Vicente (Alicante): Club Universitario.

Vacchino, M., & Costa, V. A. (2015). *La enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal en la Facultad de Ingeniería, UNLP.* Buenos aires-Argentina: ResearchGate.

Vallejo Ayala, P., & Zambrano, J. (2010). *Física Vectorial.* Ecuador: Rodin.

Anexo 1 Evaluación de diagnóstico

Indicaciones

A continuación, se presentan 10 preguntas de selección múltiple con una única respuesta.

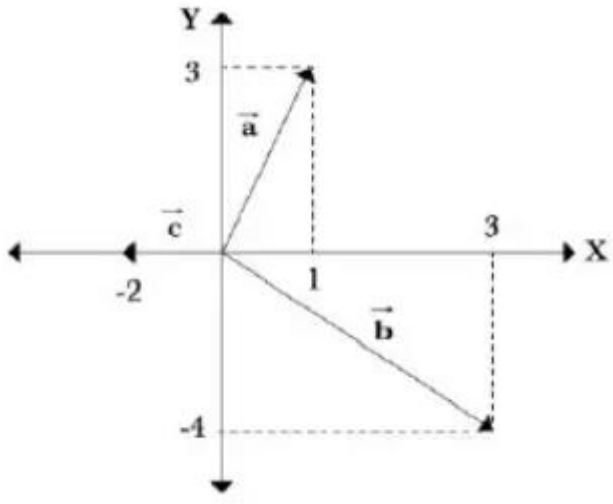
1. Coloque V si es Verdadero o F si es Falso

GeoGebra es un software de matemática para todo nivel educativo	( )
GeoGebra reúne dinámicamente álgebra y geometría, análisis y hojas de cálculo.	( )
GeoGebra no ofrece vistas para los objetos matemáticos	( )
En GeoGebra cada vista presenta su propia barra de herramientas con diferentes herramientas y comandos.	( )
GeoGebra es una aplicación de software libre	( )
Un vector en el espacio tridimensional está caracterizado por tres números que se denominan componentes o coordenada del vector.	( )

2. Seleccione la opción correcta

$$\vec{a} + \vec{b} =$$

(4, -1) ☐
(4, 7) ☐
(-1, 4) ☐
(-4,-1) ☐
(-3, 0) ☐



$$|\vec{c}| =$$

4 ☐
2 ☐
0 ☐
-2 ☐
-4 ☐

$$c + 2a =$$

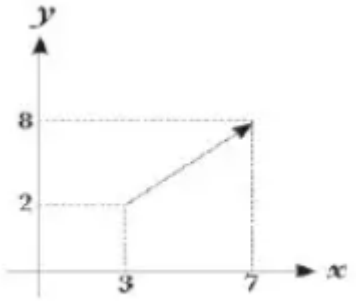
(-4, 1)	
(4, 6)	
(6, 0)	
(0, 6)	
(-3, 0)	

3. Dadas las magnitudes ¿cuál de ellas es vectorial?

a)	Un pájaro vuela a 10 (m/s) hacia una calle
b)	Un niño camina a 7 (m/s) por una calle
c)	Un automóvil se desplaza a 30 (m/s) por una calle hacia el Sur
d)	Un ciclista se desplaza a 30 (m/s)
e)	Un automóvil recorre 15 metros por cada segundo

4. El $\left|A + \overline{B}\right|$ de acuerdo a la figura es:

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5



5. De las siguientes afirmaciones seleccione la correcta:

I Un escalar puede ser positivo, negativo o cero
II Dos vectores distintos pueden tener igual módulo
III El componente de un vector no puede ser igual al módulo de éste.

Anexo 2. Actividades de aprendizaje para la adición de vectores en GeoGebra

Objetivos

- Introducir las coordenadas de los puntos origen y extremos de dos vectores en el campo de entrada, que serán visualizados en la zona gráfica.
- Determinar el origen común de los vectores, que puede ser; el origen de $\vec{u}$, el origen de $\vec{v}$, y un punto cualquiera.
- Introducir el vector desde el punto de origen.
- Introducir nuevos puntos con el vector, identificándolo con un color diferente.
- Aplicar la adición de los vectores.
- Obtener la resultante

Recursos

En las actividades que se muestran usar el software GeoGebra, dirigirse al siguiente link, para desarrollar las actividades de adición de vectores:

- https://www.geogebra.org/graphing?lang=es

Actividades

1. En la página 1 mover los vectores $\vec{u} + \vec{v}$ para realizar de forma gráfica las operaciones que se solicitan. En el caso de solicitar múltiplos activar la casilla respectiva.
   (4,2); (3,2); (-3,6); (-1,4)

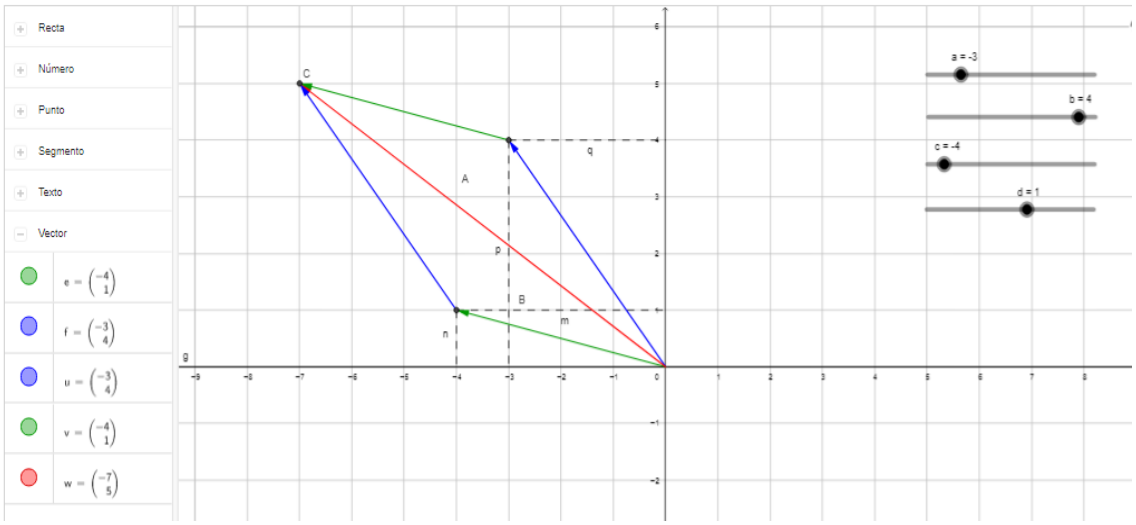


Figura 2-1 Vista de GeoGebra – Vectores

2. Sumar los vectores gráficamente, con los puntos establecidos a continuación, y aplicar la fórmula manual para comprobar el resultado obtenido en el software GeoGebra.

$\vec{M}$ = (6, -4) Adición
$\vec{N}$ = (10,2)
$\vec{O}$ = (-8,-2) $M\overrightarrow{+P}$; $O\overrightarrow{+P}$; $M\overrightarrow{+O}$
$\vec{P}$ = (-10,3)

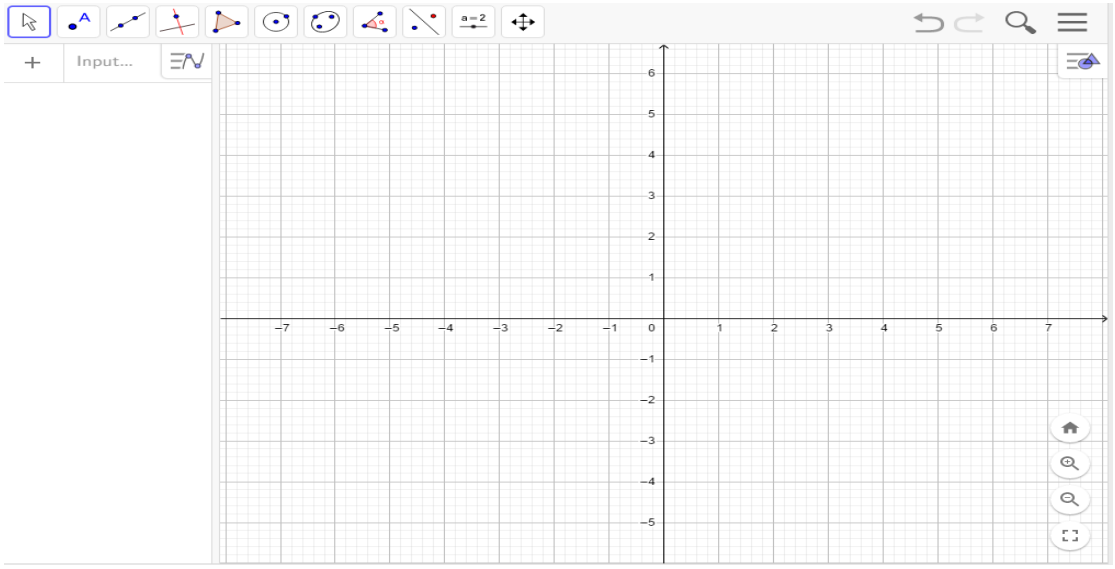


Figura 2-2. Vista Gráfica de GeoGebra

3. Identificar la figura que se forma al sumar los siguientes vectores.

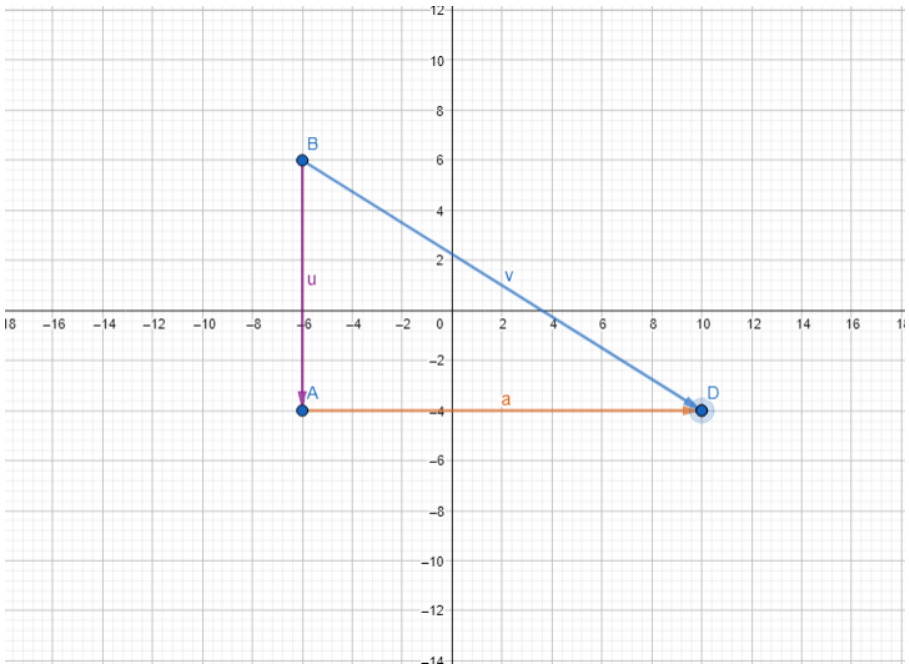


Figura 2-3. Vista gráfica de la figura formada por vectores

- Triángulo equilátero
- Triángulo rectángulo
- Triangulo oblicuángulo

4. Seleccionar la respuesta correcta:

La suma de los puntos $\vec{A} = (-4,3)\vec{B} = (5,-2)$ es:

$\overrightarrow{A+B} =$(3,-1)

$\overrightarrow{A+B} =$ (1,1)

$\overrightarrow{A+B} =$ (2,-1)

Anexo 3. Actividades de aprendizaje para la resta de vectores en GeoGebra

Objetivos

- Introducir las coordenadas de los puntos origen y extremos de dos vectores en el campo de entrada, que serán visualizados en la zona gráfica.
- Determinar el punto de origen común de los vectores, que puede ser; el origen de $\vec{u}$, el origen de $\vec{v}$, o un punto cualquiera.
- Introducir el vector desde el punto de origen.
- Introducir nuevos puntos con el vector, identificándolo con un color diferente.
- Aplicar la resta de los vectores.
- Obtener la resultante.

Recursos

En las actividades que se muestran usar el software GeoGebra, dirigirse al siguiente link, para desarrollar las actividades de resta de vectores:

- https://www.geogebra.org/graphing

Actividades

1. En la página 1 con los vectores $\vec{u} - \vec{v}$ realizar el cálculo gráficamente, con los siguientes datos y seleccionar la respuesta correcta:

u = (1,3); v= (5,2);

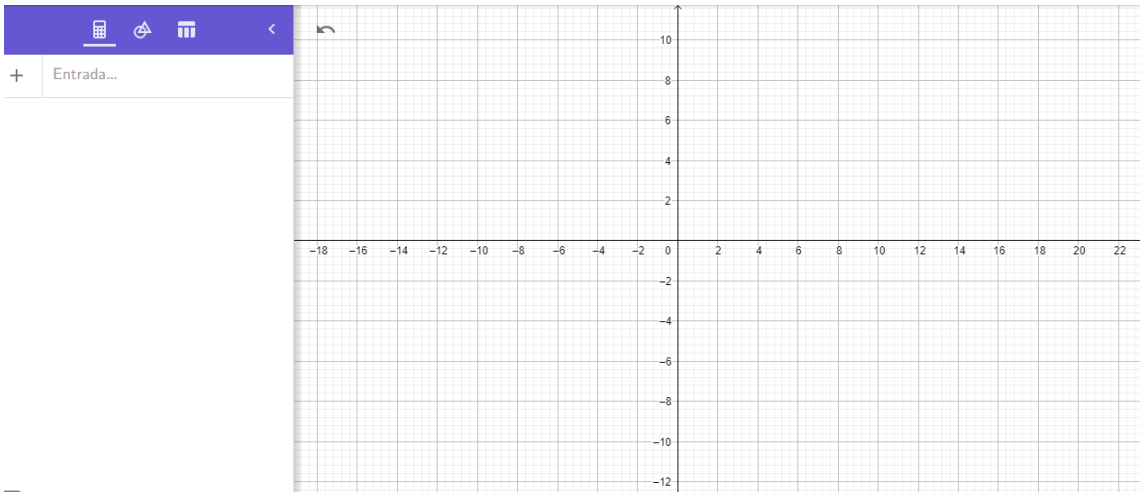


Figura: Vista gráfica para la resta de vectores

(1, -4)

(3, -7)

(-4, 1)

(-4,5; 2)

2. Completar los componentes de cada vector y graficar, en base a los puntos establecidos.

$$\vec{u} = (5,,8)\vec{v} = (2,-3)$$

$u\overrightarrow{-v} =$( )

$$\vec{u} = (-2,,5)\vec{v} = (0,-3)$$

$u\overrightarrow{-v} =$( )

$$\vec{u} = (8,2)\vec{v} = (7,-3)$$

$u\overrightarrow{-v} =$( )

$$\vec{u} = (-7,4)\vec{v} = (-2,6)$$

$u\overrightarrow{-v} =$( )

3. Completar las coordenadas de los siguientes puntos usando los datos proporcionados a continuación y graficar los vectores.

$\vec{u} = (-1,9)$; $u\overrightarrow{-v} =$(4, -6)

$\vec{u} = (4,-2)$; $u\overrightarrow{-v} =$(1, 7)

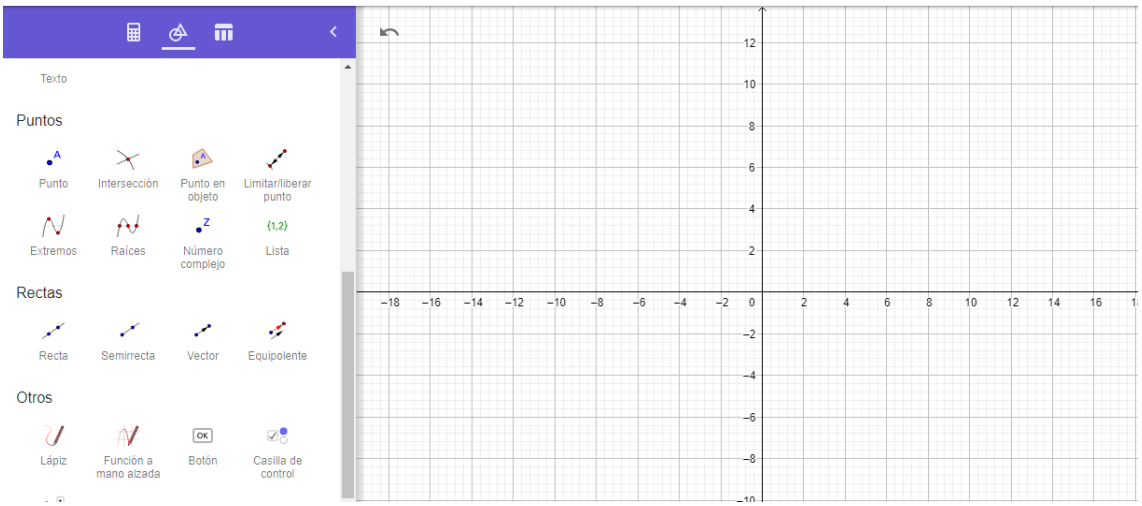


Figura: Vista gráfica-barra de herramientas – resta de vectores

Anexo 4. Actividades de aprendizaje para la adición de vectores en GeoGebra

Objetivos

- Introducir las coordenadas de los puntos origen y extremos de dos vectores en el campo de entrada, que serán visualizados en la zona gráfica.
- Determinar el punto de origen común de los vectores, que puede ser; el origen de $\vec{u}$, el origen de $\vec{v}$, o un punto cualquiera.
- Introducir el vector desde el punto de origen.
- Introducir nuevos puntos con el vector, identificándolo con un color diferente.
- Calcular el producto de los vectores.
- Obtener la resultante.

Recursos

En las actividades que se muestran usar el software GeoGebra, dirigirse al siguiente link, para desarrollar las actividades de resta de vectores:

- https://www.geogebra.org/graphing

Actividades

1. Seleccionar la respuesta correcta:

Cuando el ángulo entre dos vectores es menor que 90°, el producto escalar es:

Positivo	( )
Negativo	( )
Cero	( )

2. Graficar los siguientes componentes y calcular el producto.

$$\vec{A} = (1,3)\vec{B} = (-3,7)\ \vec{C} = (5,-2)\vec{D} = (1,-8)$$

$$\overrightarrow{AD}\ \overrightarrow{BC}$$

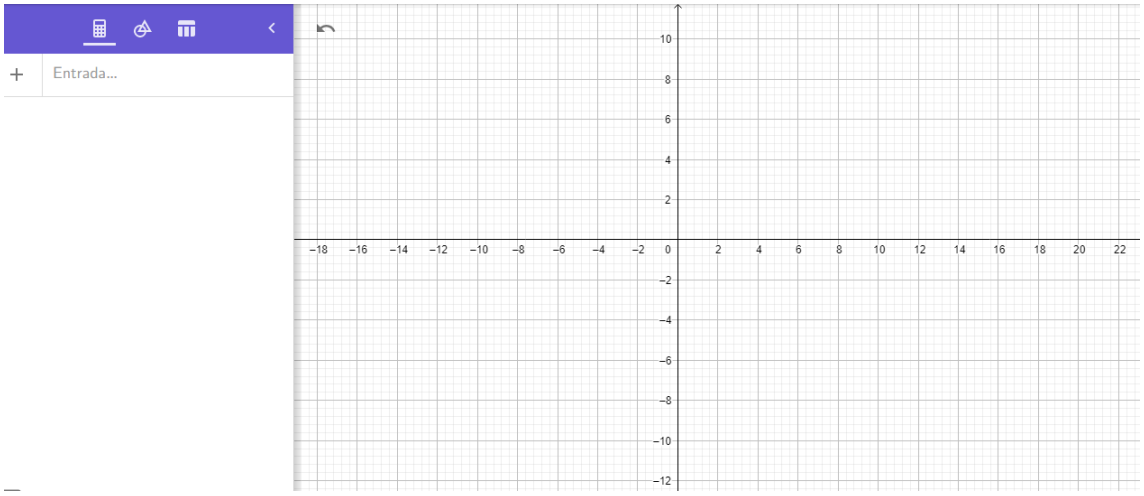


Figura: Vista gráfica para calcular el producto de vectores

3. Dado los vectores $\vec{u} = (2,-k)$, $\vec{v} = (3,-2)$ calcular k para que los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ sean:

- Perpendiculares
- Paralelos
- Formen un ángulo de 60°

4. Dados los vectores $\vec{u} = (2,-1)$ $\vec{u} = (7,3)$ $\vec{u} = (-2,4)$ hallar los siguientes productos escalares:

a) $\vec{u}.\vec{v}$

b) $\vec{u}.\vec{w}$

c) $\vec{u}.)$

d) $\vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$