ALGUNOS METODOS PARA CALCULAR LA EDAD DE LAS ESPECIES FORESTALES TROPICALES

SEMINARIO FORESTAL (RM - 061)

PRESENTADO POR

Luis Gonzaga Giraldo L.

PROFESOR CONSEJERO

Jorge I. del Valle

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE DE MEDELLIN

1977

UNAL-Medellín

6 4000 00064892 6

S
634.75
G47

I N D I C E

		Pág.
1.	INTRODUCCION	1
2.	METODOS	2
2.1	ANILLOS DE CRECIMIENTO	2
2.1.1	Origen e Identificación	2
2.1.2	Ocurrencia de anillos de crecimiento	3
2.1.3	Ancho de los anillos	4
2.1.4	Irregularidades en la estructura de los anillos anuales	4
2.1.5	Determinación de la edad	6
2.1.6	Cómo están indicados los anillos ?	7
2.1.7	Técnicas para la determinación de la edad por el conteo de los anillos	7
2.2	CALCULO DEL TIEMPO DE PASO	10
2.2.1	Período de medición y precisión	12
2.2.2	Tipo de parcelas, selección y número de árboles	13
2.2.3	Aplicaciones del Método de Tiempos de Paso	17
2.3	EMPLEO DE FUNCIONES MATEMATICAS	21
2.3.1	Fórmula No. 1	21
2.3.2	Fórmula de Griffith y Prasad	21
2.3.3	Ecuación de PANDE	22
2.3.4	Aplicación de la Ecuación de PANDE	23
2.3.5	Aplicación de la Ecuación de PANDE para Parcelas de Cupressus lusitanica	25

20844

2.3.6 Métodos "A" y "B" de MISRA,R. et al. 26
2.3.7 Aplicación de los Métodos "A" y "B" 30
2.3.8 Aplicación del Método "A" para parcelas de Cupressus lusitánica 31

CONCLUSIONES 33

BIBLIOGRAFIA

APENDICE 1

APENDICE 2

TABLAS

GRAFICAS

INDICE DE LAS TABLAS

Tabla 1. Cálculo de Tiempos de Paso de Baikiaea plurijuga (Osmaston, 1956)

Tabla 2-A. Cálculo de Tiempos de Paso de Mora excelsa Benth (Bell, T.I.W, 1971)

Tabla 2. Cálculo de Tiempos de Paso de Ocotea rodiaei (Prince,1973)

Tabla 3. Datos básicos de las especies (Lojan, 1967)

Tabla 4. Edades calculadas para cada especie (Lojan, 1967)

Tabla 5. Edades calculadas a base de las circunferencias de los árboles de crecimiento alto (Lojan, 1967)

Tabla 6-A. Estimación de la Edad de siete parcelas de Cupressus lusitónica utilizando la Fórmula de PANDE (III")

Tabla 7. Medida del incremento de circunferencia de los árboles marcados (Misra, 1974)

Tabla 8. Estimativos de a y β y edad de acuerdo a la circunferencia de seis especies observados (Misra, et al., 1974)

Tabla 9. Estimativos de las constantes B , A, β, a y la edad estimada de seis especies, a la circunferencia observada (Misra et al. 1974)

Tabla 10. Valores de $C_{t,m}$ para diferentes edades estimadas de las especies (Misra et al., 1974)

Tabla 11. Estimación de a y β y la Edad de los Arboles Dominantes de siete parcelas permanentes de Cupresus lusitanica establecidas en Antioquia.

1. I N T R O D U C C I O N

El presente estudio busca profundizar un poco los conocimientos que hasta el presente se tienen de uno de los parámetros fundamentales en la silvicultura, como es la edad de las especies forestales. Se describen cada uno de los métodos que se han seguido en el cálculo o determinación de la edad de las especies forestales.

La necesidad del cálculo de la edad de los árboles se hace manifiesta, cuando se pretende avanzar en la investigación silvicultural, cuya importancia se explica en los siguientes numerales:

1- Para calcular el rendimiento y el crecimiento tanto de las plantaciones como de los bosques naturales.

2- En la elaboración de planes de manejo forestal.

3- En los cálculos económicos.

4- En la confección de curvas de índice de sitio.

UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

2. M E T O D O S

Para la determinación de la edad de los árboles tropicales se han seguido tres caminos:

1. Anillos de Crecimiento
2. Cálculo del tiempo de paso entre categorías diamétricas
3. Empleo de funciones matemáticas .

A continuación se describen cada uno de estos métodos, en base a las referencias existentes en la biblioteca de la Facultad de Agronomía , tratando de entrar en detalles metodológicos y la aplicación de cada uno de ellos.

2.1 ANILLOS DE CRECIMIENTO

2.1.1 Origen e Identificación

Los anillos de crecimiento son una caracteristica muy sobresaliente en especies que crecen en la zona templada; ocasionalmente son visibles en especies de la zona tropical (Mejía, 1973) .

Los anillos anuales se observan en una sección transversal del fuste, como bandas o líneas concéntricas y paralelas, tanto en la albura como en el duramen.

Kollmann (1959) afirma que el tejido celular que origina el crecimiento en espesor procede del cambium (llamado tambien capa generatriz) que está situado en la parte exterior del tronco y produce, año tras año, un engrosamiento del árbol.

La constitución de los anillos es muy clara: a tejidos leñosos porosos o tejidos tempranos (madera de primavera) suceden, dentro de cada zona de crecimiento anual, otros tejidos leñosos más apretados o tejido tardío (madera de verano). La madera de primavera está constituida por vasos o traqueidas (según se trate de

dicotiledoneas o coníferas respectivamente)grandes, las paredes de las células son delgadas, el lumen es amplio, tienen la función conductora, formando una banda de tejido de color claro y de poca densidad y la forma de las células tiende a ser redondeada o exagonal (vista en sección transversal). La madera de verano presenta contrastes bien marcados en relación con la madera temprana, los vasos son de tamaño más reducido, lo mismo las traqueidas; las paredes celulares son gruesas, el lumen reducido, tiene la función de dar solidez el cuerpo de la planta; el tejido que la forma es de color oscuro y bastante denso y las células tienen forma aplanada o rectangular, especialmente las traqueidas (sección transversal) .

2.1.2 Ocurrencia de anillos de crecimiento

La periodicidad de la formación del anillo de crecimiento, considera Zimmermann, (1974), que varía con las especies, edad y condiciones de crecimiento.

Se pueden reconocer tres patrones generales de formación de anillos de crecimiento en árboles maduros:

1- Aquellos que forman solamente un anillo cada estación bajo condiciones normales de crecimiento.
2- Aquellos que comunmente forman más de un anillo de crecimiento cada año (anillos múltiples) .
3- Un número limitado de especies que presentan anillos de crecimiento.

Los árboles de la primera categoría se presentan en las Regiones Templadas.
Los de la categoría dos en la Región Sub-tropical y tropical.
Los de la categoría tres en Regiones Tropicales, donde el crecimiento de los árboles es continuo.

Vale anotar que las posibles causas por las cuales algunos árbo - les de Regiones Tropicales presentan anillos de crecimiento son:

1- Factores de clima

2- Las especies son caducifolias

3- Combinación de I) y 2).

2.1.3 Ancho de los anillos

El ancho de los anillos anuales varía desde una fracción de milí - metro hasta algunas centímetros.

Esta variación depende de muchos factores: duración del periodo vegetativo, temperatura y humedad, calidad del suelo, insolación, la especie y rato de crecimiento.

2.1.4 Irregularidades en la estructura de los anillos anuales

Anchura irregular de los anillos de crecimiento (Kollman,1959) : Son producidos por los cambios bruscos de insolación de las copas o por variaciones del nivel freático.

Se distinguen:

a- Anillos internos estrechos que van ensanchando a medida que se acercan a la periferia. Se observan principalmente en fustes de árboles procedentes de bosques entresacados, que quedaron aislados despues de haber estado dominados durante mucho tiempo. El duramen de anillos estrechos, en los que predomina la madera de otoño, es más pesado y mas resistente a los ataques de los hongos que las capas exteriores de anillos más anchos.

b- Anillos internos anchos que van estrechándose hacia la periferia;

c- Anillos anuales alternativamente anchos y estrechos, que son producidos por cambios de las condiciones selvícolas (todo cambio brusco de la insolación repercute en la anchura del crecimiento anual), correspondiendo a un mayor cambio una perturbación mayor del crecimiento.

Anillos Festoneados:

Suelen aparecer en el abeto rojo y pinabete. El valor útil de la madera que presenta este defecto no solo no disminuye sino que para ciertos usos (entarimados por ejemplo) es más valiosa, el hermoso dibujo que ofrecen las tablas cortadas tangencialmente.
Los anillos anuales presentan ondulaciones al lado de los radios leñosos.

Anillos Desplazados:

Este defecto consiste en un desplazamiento extraordinario de los anillos de crecimiento que depende en muchos casos de la presencia de unas hiladas de células leñosas desprovistas de vasos, que a simple vista parecen radios leñosos y que crecen mucho menos que las zonas de alrededor que tienen abundancia de vasos.

Crecimiento Excéntrico:

Ocurre cuando el cordón medular no ocupa el centro de la sección transversal del tronco. Lo producen la fuerza del viento o de la gravedad. La excentricidad puede ser causada por el desarrollo hacia un lado de la copa del árbol, lo que da como resultado mayor nutrición a ese lado de mayor desarrollo de copa; pero sin embargo es el resultado de la desviación del árbol de su posición vertical.

Falsos anillos:

De acuerdo con Mejía (1973), factores del medio ambiente pueden

producir la formación de falsos anillos, con el resultado que se forma más de un anillo por estación de crecimiento (zona templada); tales anillos pueden ser formados por la defoliación causada por insectos o ataque de hongos durante la estación de crecimiento en el verano o principios de otoño debido a condiciones favorables excepcionales, o una primavera seca seguida por un verano con lluvias. Los falsos anillos son muy comunes en árboles que crecen en regiones secas.

Anillos de crecimiento discontinuos:

Definidos por Mejía (1973), son anillos que no forman un círculo completo alrededor de la médula. Tales anillos pueden originarse por falta de nutrición del cambium. Aunque los falsos anillos y los anillos discontinuos son considerados como anormalidades, no se toman como defectos porque no influyen en la madera en servicio.

2.1.5 Determinación de la edad

En una sección transversal del tronco puede determinarse la edad de un árbol por el número de anillos que se observan en ella, pudiendo conocerse el historial de su vida por la diferencia de espesor de dichos anillos ya que su anchura mayor corresponde a periodos en que las condiciones de vida del árbol eran mejores.
Los años húmedos y cálidos originan mayores crecimientos que los secos y fríos.
Los daños producidos por las heladas, sequías repentinas o roeduras de insectos no solo pueden estrechar los anillos, sino tambien producir anillos dobles en un mismo periodo vegetativo.

En las maderas de zonas tropicales húmedas a pluviales a consecuencia de la falta de un periodo de reposo vegetativo, los anillos de crecimiento suelen ser generalmente muy borrosos o imperceptibles. Los anillos de crecimiento de los árboles tropicales han sido poco estudiados. Más adelante se citan algunos ejemplos.

2.1.6 Cómo estén indicados los anillos ?

Haciendo referencia al Manual de Anatomía de la Madera (Mejía, 1973), los anillos de crecimiento pueden estar definidos por :

1- porosidad circular.
2- porosidad semicircular.
3- una línea concéntrica de parénquima terminal.
4- una banda de madera tardía, de color oscuro.
5- una disposición más compacta de las líneas de parénquima en la madera tardía.
6- un mayor espaciamiento de las líneas de parénquima en la madera temprana.
7- la ausencia de poros en una zona angosta y concéntrica de madera tardía, de igual color a la madera temprana.
8- un cambio en el tipo, tamaño , abundancia del tejido parenquimatoso, en la zona de la madera tardía.
9- porosidad difusa.

2.1.7 Técnicas para la determianción de la edad por el conteo de los anillos

Para este numeral nos hemos referido al trabajo presentado a Conif por DEL VALLE (1977), del cual extractamos lo que sigue.

La técnica de la determinación de la edad por el conteo de los anillos de crecimiento se aplica sobre todo en especies de las zonas templadas. En las zonas tropicales la mayoría de las especies no tienen anillos de crecimiento anuales, no obstante los resultados de algunas investigaciones indican que en algunas especies este método puede ser de gran utilidad. En una revisión que hizo ALVIN (1964) sobre la periodicidad del crecimiento de los árboles en las zonas tropicales se indica que de 60 especies estudiadas en el bosque húmedo del Amazonas , 21 (35 %) mostraban anillos de crecimiento claros, 13 (22 %) tenían anillos poco definidos y 26 (43 %) no tenían anillos. En regiones con climas estacionales del centro y el sur del Brasil de 177 especies estudiadas, 107 (60 %) tenían anillos bien marcados, 51 (25 %) tenían anillos poco definidos y 19 (11 %) no tenían anillos .

La determinación de la edad en las especies tropicales que poseen anillos se dificulta por las siguientes razones: poca definición de los anillos (algunas veces los anillos se pueden resaltar empleando soluciones de yodo); frecuentemente los anillos se marcan despues de que los árboles han alcanzado cierta edad; presencia de anillos falsos (ALVIN, 1964); certeza de que los anillos sean anuales y no estacionales .

Con el fín de estudiar la periodicidad de los anillos y su relación con la periodicidad de la actividad del cambium se acostumbra llevar registros quincenales muy exactos para lo cual se emplean microdendrómetros. Diseños simples de estos aparatos se pueden consultar en ALVIN (1964) y POPESCU (1961) así como el empleado por el Departamento de Recursos Forestales de la Universidad Nacional. Un avance reciente en este campo es el diseño de contadores eléctricos de los anillos de crecimiento (MARIAN y STUMBO,1961).

La determinación de la edad por medio de los anillos de crecimiento ha sido exitosa en diferentes lugares tropicales como lo demuestran, entre muchas otras, las investigaciones de ANOBI (1973) en Malasia, de CATINOT (1970) y de MARIAUX (1967) en el Africa. Este último reporta los distintos métodos ensayados con objeto de analizar la periodicidad de la formación de la madera. Uno de ellos consiste en tomar muestras periodicas de cambium que permiten averiguar la periodicidad de la formación de la madera. Este método presenta el problema de la destrucción del árbol. Las marcas en la madera por medio de incisión en la corteza dejan una cicatriz en la madera que permiten " fechar " distintos puntos de la misma. Este método respondió bien a la presisión que se esperaba, facilitando la delimitación de cada año de crecimiento.
Tambien se dispone al rededor del árbol una cinta-dentrómetro fijo que detecta el aumento en circunferencia, pudiéndose deducir la época de formación de la madera. Los resultados después de las marcas anuales y dos años de medidas frecuentes fueron bastante alentadores.

En el estudio forestal del Laurel, Cordia alliodora, en Costa Rica, realizado por PEREZ (1954), se anota que los anillos de crecimiento son visibles en la mayor parte de los árboles y hay evidencia para considerarlos anuales, porque las edades obtenidas por este método corresponden aproximadamente a las edades conocidas de algunos árboles.

Para averiguar el número de anillos se utilizó en varios árboles el Taladrador Sueco de Incremento, el cual dió resultados, en muchos casos, pero en otros la lectura de los anillos se hizo difícil y el sistema no pudo ser aplicado en su totalidad.

TSCHINKEL (1966), realizó un trabajo sobre anillos anuales de crecimiento en Cordia alliodora en Costa Rica; los anillos de crecimiento de Cordia alliodora son difíciles de distinguir en algunas observaciones. Para ello se siguió la siguiente metodología:

Tratamientos a los discos o cortes transversales:

1- Los discos se secaron al aire o el horno.
2- Los discos fueron pulidos con una pulidora mecánica.
3- Se conservaron cubiertos con una película de agua durante la observación , la cual fue difícil para los anillos delgados más extremos.
4- Los anillos estrechos se pudieron hacer perceptibles remojando los discos pulidos en una solución al 10 % de hidróxido de Sodio. El colorante "Naranja G" mejoró la visibilidad ligeramente. Un lavadohacía distinguir los anillos de la madera del duramen más oscuro.

Una vez que los discos fueron sometidos a este tratamiento, se trazaron en la cara dos diámetros perpendiculares y se procedió a marcar los anillos en cada radio. Luego se colocó una regla milimé-

trica a lo largo del radio con el cero en el centro y se tabularon las distancias desde el centro hasta cada anillo.

Las cuatro distancias pertenecientes a cada anillo se sumaron y se promediaron obteniéndose el diámetro promedio del anillo.
La diferencia entre diámetros promedios consecutivos da el incremento promedio en diámetro representado por cada anillo. Para cada disco el incremento en diámetro promedio representado por cada anillo se graficó contra años asumiendo que un anillo se formaba cada año.

Esta metodología arrojó resultados suficientemente precisos para la mayoría de aplicaciones forestales. Se hace incapié en que los anillos aparecieron más conspicuos hacia la copa del árbol permitiendo la identificación de anillos delgados o poco visibles.

CALCULO DEL TIEMPO DE PASO (DEL VALLE , 1977)

Los métodos empleados para encontrar las relaciones entre edad y diámetro (o circunferencia) basados en el crecimiento dentro de clases diamétricas han sido desarrollados por FOGGI (1945), MILLER (1951,1952) y SETTEN (1954) , GRIFFITH y PRASAD (1949) , a partir de las ideas desarrolladas en la India por TROUP (1915) .
Trabajos posteriores tales como los de OSMATON (1956), BELL (1971) y PRINCE (1973) han hecho algunas modificaciones metodológicas.
VINCENT (1961) hizo una adecuada revisión de los avances realizados hasta el año de publicación de su trabajo.

OSMATON (1956) despues de describir y criticar los métodos previamente empleados por FOGGI y por MILLER propone el siguiente procedimiento flexible y que arroja resultados confiables:

1- Los árboles seleccionados para el estudio se disponen en clases de circunferencias de cualquier dimensión conveniente. Tales clases pueden ser de amplitud uniforme lo cual facilita el cálculo, pero si resultara una distribución muy irregular en las clases de circunferencias, probablemente sería mejor variar la amplitud ya sea en forma arbitraria o tomando grupos sucesivos de unos 10 árboles como clases; el útlimo método facilitaré el dibujo de una curva promedio ya que todas las clases tendrán el mismo peso. El promedio aritmético de la circunferencia inicial y final de cada árbol sería la base de clasificación.

2- A continuación se determina para cada clase el incremento medio anual promedio de la circunferencia durante el período (IMA- P).

3- La amplitud de cada clase se divide por su IMA-P lo que da el tiempo que requiere el árbol medio para crecer a través de la clase.

4- Comenzando por el límite inferior de la clase más baja como cero, se determinan los tiempos acumulados de las clases sucesivas; ellos corresponden al tiempo necesario para que un árbol promedio alcance las dimensiones de los límites de las clases sucesivas, comenzando desde la menor.

5- Los totales se delinean en un gráfico de circunferencia / edad y se traza una línea a través de ellos, siendo (x + 0) años la edad del menor.

Entre los pasos 2 y 3 puede adicionarse otro paso más con el fín de obtener mejores resultados especialmente cuando los datos son escasos e irregulares. Consiste en colocar las IMA-P en un gráfico de incremento / circunferencia y trazar una curva a través de de tales puntos; entonces los valores de los IMA-P se leen para cada clase y se usan luego en una forma normal.

Otras mejoreas son posibles: La circunferencia puede transformarse en área basal y de aquí es muy simple derivar de un gráfico edad / incremento de la circunferencia otro de edad / incremento en el área basal. El método puede aplicarse tambien para mediciones de la altura y si hay tablas de volumenes disponibles se puede emplear para construir gráficos de edad / volúmen y de edad / incremento en volumen (OSMATON, 1956) .

Todos los métodos que empleen técnicas como la descrita y similares no pueden calcular la edad exacta de los árboles puesto que le asignan una edad de cero a la clase más pequeña. VINCENT (1961) considera que es imperativo tener información adicional para solucionar este problema, tal información podrían darla plantaciones jóvenes.

2.2.1 Período de medición y precisión (DEL VALLE , 1977)

Los métodos más viejos consideraban períodos de hasta 10 años entre la primera y la segunda medición. Los trabajos más recientes se han hecho con períodos de 5 años. OSMATON (1956) considera que el período necesario depende principalmente de la relación entre la velocidad de crecimiento y la precisión con la cual se miden los árboles. Cinco años o menos pueden ser muy adecuados si los árboles se miden con 1/10 de pulgada de precisiónen la circunferencia. Las mediciones intermedias aunque no tienen valor en los cálculos principales, son de alguna ayuda para estimar las variaciones en la velocidad de crecimiento y en localizar errores en las mediciones.

2.2.2 Tipo de Parcelas, selección y número de árboles (DEL VALLE,1977)

Generalmente las parcelas se hacen en bosques ya explotados o en aquellos en los cuales se ha hecho algún tratamiento silvicultural. En bosques vírgenes en estado " climax " o primario, el crecimiento global es nulo por definición, si bien es cierto que se puede detectar algún crecimiento en los árboles individualmente. La mayoría de la información disponible indica un marcado efecto de los tratamientos silviculturales en el crecimiento de las especies seleccionadas, así: LOETSCH y HALLER (1961) llegaron a la conclusión de que en los bosques de Dipterocarpáceas de Tailandia los árboles de las parcelas bajo tratamiento silvicultural crecieron en entre 2 y 4 veces más que en el bosque natural; PRINCE (1973) comprobó que el Ocotea radiaei en la Guayana Holandesa alcanzaba 60 cms. de DAP en 60 años en las parcelas localizadas en un bosque explotado en los cuales se hacían algunos cuidados a la regeneración, en el bosque explotado y sin manejo requería 140 años para obtener el mismo diámetro y en el bosque primario podría llegar a 220 años.

PALMER (1975) afirma sin embargo que la evidencia actualmente disponible en Oxford indica que los tratamientos silviculturales tienen poco efecto en el crecimiento de los árboles " líderes " deseables. Lo anterior es explicable para árboles dominantes que han superado la competencia por la luz, pero resulta poco conveniente para los árboles de los estratos inferiores.

No aparece en la literatura consultada información referente a la superficie de las parcelas, entre otras razones, porque estas son frecuentemente " lineales " y en ellas importa más el número de árboles que la superficie.

En Malasia se han establecido tres clases de parcelas (VINCENT, 1961) :

PARCELAS DE CLASE A : Estos lotes están compuestos de árboles que crecen en bosques disetáneos y que tuvieron su juventud en bosques vírgenes, han sido asistidos sólo por el anillado o apeado de los árboles que competían con ellos durante los últimos 30 años.

PARCELAS DE CLASE B : Están compuestos de árboles asistidos desde su juventud por limpias y remoción de los árboles mayores (cortas realizadas por el Departamento y talas comerciales).

PARCELAS DE CLASE C : Lotes en plantaciones.

Para los estudios de incremento de árboles en el bosque natural las parcelas son usualmente, pero no siempre, de forma lineal y de la clase A. En algunos casos las parcelas son árboles individuales seleccionados, esparcidos sobre todo el área la cual puede estar sujeta a algún tratamiento silvicultural. Aunque estos árboles están usualmente conectados a través de caminos " lineales " o trochas, la forma de la parcela se parece a un lote superficial de los usados para estudio de crecimiento de toda la masa. De acuerdo con VINCENT (1961) estos lotes contienen entre 100 y 300 árboles individuales seleccionados. Se nota una gran diversidad de opiniones en cuanto al número de árboles necesarios para este tipo de estudios.

La selección adecuada de los árboles es uno de los aspectos más importantes y difíciles puesto que generalmente se hace con base en apreciaciones sujetivas. Es preciso seleccionar aquellos árboles que tengan la mayor probabilidad de llegar a la cosecha final, o sean aquellos más vigorosos y sujetos a menor competencia así co-

mo los dominantes o codominantes. Los tratamientos estandar realizados en las parcelas deben mantener en lo posible la condición de dominantes en los árboles que se están midiendo (VINCENT, 1961).

Un criterio menos subjetivo podría ser el de seleccionar para los cálculos sólo aquellos árboles que muestren los crecimientos más altos como lo proponen OSMATON (1956) y FOGGI (1945) : el método consiste en dibujar en un gráfico el incremento periódico anual (IPA) como un porcentaje de la circunferencia al final del período con la circunferencia. Los datos se pueden separar ahora gráficamente en árboles de crecimiento bueno (dominantes), crecimiento moderado y bajo. PRINCE (1973) emplea un método similar pero establece porcentajes fijos por encima y por debajo de la curva promedia así : árboles que tienen más de 125 % de incremento medio, árboles con incrementos medios entre 75 y 125 % y árboles con menos de 75 % de incremento medio (Ver Gráfica No. 6) . Estas clases en opinión del autor corresponden a las denominaciones de FOGGI de árboles de buen crecimiento, moderado y pobre así como a las de MILLER de árboles de crecimiento libre, parcialmente suprimido y suprimido respectivamente.

VINCENT (1961) recomienda las siguientes instrucciones para la recolección de la información necesaria en este tipo de estudios:

1. La Unidad. El árbol individual, se mide su circunferencia a 1.30 m. sobre el nivel del suelo y en fuste libre de bambas durante un período de 5 años.

2. La parcela. Parcela lineal uniespecífica de clase A.

3. El substrato. Bosques de todas las dimensiones, tan cerca del estado indisturbado y no manejado como sea posible.

4. Estratificación. Para que sea útil dentro de las limitaciones del manejo, se aceptan máximo las siguientes: por tipo de

bosque, localización dentro del país y tipo de suelo.

5. Diseño de campo. Se establecen hasta un máximo de 5 parcelas al azar en cada uno de los substratos, las cuales deben contener hasta 10 árboles seleccionados dentro de cada categoría de circunferencia de a 15 cms. Estas categorías deben contener desde el límite inferior de clases de circunferencia que tenga árboles en el estrato principal hasta el límite superior de las clases de circunferencia requerido para la rotación tentativa. Los árboles seleccionados deben ser dominantes o codominantes. Para árboles de corteza fisurada, se deben seleccionar los árboles que tengan corcho reciente en las fisuras.

   Se deben hacer inspecciones anuales y registrar la dominancia. Si es necesario para mantener el estado de dominantes o codominantes de los árboles se pueden hacer anillados y envenenamientos de los árboles que compitan con los seleccionados.

6. Análisis. Se usará el método II de GRIFFITH y PRASAD (método que recomienda VICENT) para muestras de a cinco árboles para cada clase diamétrica. El método II de GRIFFITH y PRASAD da una relación lineal entre la circunferencia final e inicial sobre los períodos de incrementos de cinco a diez años.
   Para todas las parcelas de cada sustrato obtenga la curva de circunferencia al principio y al final del período separadamente. Usando la línea de tendencia, construya la curva de circunferencia contra tiempo para cada sustrato.

7. La unión conel año cero. El tiempo necesario para que la especie en estudio pase del estado de semilla hasta la clase diamétrica inferior debe obtenerse de información adicional.

8. La estratificación con respecto al tiempo. No se considera indispensable para los fines del manejo hacer replicaciones en

el tiempo con el fín de tener un promedio adecuado de las condiciones de crecimiento durante la vida del árbol. Si se considera necesario se pueden hacer las replicaciones en series de a 5 años, dependiendo de cualquier periodicidad observada en el clima.

2.2.3 Aplicaciones del Método de Tiempos de Paso

OSMATON (1956) utiliza el método de Tiempos de Paso con las modificaciones hechas por él mismo, para plantaciones de Baikiaea plurijuga en Rhodesia basado en los datos dados por MILLER (1951).

En la Tabla No. 1 se presentan los datos de la Circunferencia Media y el Incremento promedio anual de 42 árboles seleccionados, durante un periodo de 10 años.

Explicación de los cálculos (Tabla No. 1) :

1- El límite superior (63 pulg.) de la clase superior de circunferencia fue escogida de tal manera que su punto medio (55.5 pulg.) fuese igual a la circunferencia media de los pocos árboles presentes en ella.

2- Los datos de las líneas a) y g) se dibujaron como cruces en la Gráfica No. 1 (edad / circunferencia).

3- Con los datos de las líneas c) y e) se construyó la gráfica No. 2 (Circunferencia / IMA- P) . A partir de esta gráfica se dedujeron los datos de la línea h).

4- Los datos de las líneas a) y j) se dibujaron en la Gráfica No. 1 y se trazó una curva suavizada, rotulada con " circunferencia ".

De esta curva se puede leer el tiempo promedio tomado por los árboles para un incremento de circumferencia.

5- Los datos de las líneas j) y k) se dibujaron en la Gráfica No. 1 y se trazó una curva suavizada, rotulada con (A. B.), Area Basal.

Las curvas A. B. y Circunferencia se iniciaron en el punto (x - 23 ½) años arbitrariamente.

6- A partir de la curva A. B. , el IMA+P (A. B.) se calculó, usando el proceso contrario utilizado arriba, tomando el incremento sobre períodos sucesivos de 20 años de la gráfica (líneas l) y m) ; esto se dibujó en la Gráfica No. 3

7- A partir de la misma curva A. B. , se calculó el IMA (A. B.) tomándose períodos sucesivos de 20 años (líneas n) y o)) y ésto se dibujó en la Gráfica No. 3

BELL (1971) utilizó los datos de seis parcelas establecidas en Valencia (1931), Trinidad, de un bosque de Mora (Mora excelsa Benth), cuyo fín era estudiar la rota de crecimiento y estimar el incremento en volumen.

Los datos fueron utilizados para calcular el incremento periodico anual (IPA), las relaciones edad / circunferencia y la edad de rotación de Mora.
Durante un período de 17.5 años se tomaron datos de 300 árboles de Mora excelsa de las seis parcelas los cuales se reunieron en la Tabla No. 2-A.

Los cálculos se hicieron de acuerdo a los siguientes pasos: (OSMATON, 1956 ; DAWKINS, 1958)

1- El incremento en circunferencia periódico total de cada árbol se obtuvo en base a las circunferencias registradas de los árboles al principio y al final del periodo de 17.5 años.

2- Luego se dividió el valor del incremento periódico total para cada árbol por el número de años del periodo para obtener el incremento anual por árbol individual en promedio (I.P.A. o I.M.A.) .

3- Se determinó la Circunferencia media de cada árbol, agregando a la circunferencia inicial la mitad del incremento periódico total.

4- Las circunferencias medias y los incrementos perimétricos (I.P. A.) de los árboles fueron dispuestos en orden de magnitud y repartidos en clases de igual peso.

5- Para cada clase se calcularon el promedio de las circunferencias y el promedio del incremento anual individual los cuales están recapitulados en la tabla No. 2-A.

6- Luego se representaron gráficamente los promedios del incremento por clase sobre los promedios de las clases perimétricas y se ajustó una curva por los puntos (Ver Gráfica No. 4) .

7- Los valores ajustados del incremento medio anual (I.M.A.) fueron tomados de este gráfico para cada clase perimétrica.

8- Se obtuvo el tiempo que necesita un árbol para pasar por cada clase perimétrica y la edad del árbol cuando alcanza el valor máximo de cada clase (edad de transición), dividiendo la amplitud de la clase perimétrica por el I.M.A. (Ver Tabla No.2-A)

9- El gráfico edad / Circunferencia No. 5, fue construido en base a la Tabla No. 2-A. El número de años tomados para alcanzar una circunferencia de 6 pulg. (15 cm.), se calculó en 26 años (Ver " Y " en la Tabla 2-A) .

PRINCE (1973) utilizó los datos recolectados de dos parcelas en bosques mixtos tropicales de la Guayana Holandesa, establecídas con anterioridad para obtener información de la rata de crecimiento de algunas especies de árboles forestales.

La especie dominante era el Ocotea rodiaei . La primera parcela ubicada en un bosque que había sido abandonado despues de la explotación y la segunda parcela ubicada en un bosque que había sido tratado durante un tiempo de 10 años con el fín de garantizar la regeneración y el crecimiento.

La circunferencia a la altura del pecho (C.A. P.) de todos los árboles fue medida anualmente por un periodo de 5 años y los datos se organizaron para el análisis.

Una rotación verdadera se calcula solamente a partir de los datos de crecimiento de los árboles dominantes en cada clase de tamaño. Para calcular los tiempos de paso de Ocotea rodiaei se usaron las clases más altas de crecimiento, representadas por los árboles dominantes.
El cálculo comprende de el árbol más pequeño hasta el árbol más grande en ambas parcelas, como se especifica en la Tabla No. 2 .
La rotación total se obtuvo extrapolando la gráfica " circunferencia / edad " a partir de 0. Las curvas finales de crecimiento para los dos tipos de bosques se ilustran en la Gráfica No. 7 .

En esta gráfica se puede observar que el tratamiento permite reducir la rotación a las 60 pulg. C. A. P. de 140 años a 70 como se anotó anteriormente.

En suma, el método de los tiempos de paso facilita muchas aplicaciones en diferentes paises en los cuales se tienen aún escasos conocimientos de la rata de crecimiento de las especies nativas.

3 EMPLEO DE FUNCIONES MATEMATICAS

El cálculo de la edad de los árboles con base en formulaciones mate - máticas se ha desarrollado de la siguiente forma:

2.3.1 Fórmula No. 1

Pande referenciado por LOJAN (1967) cita una fórmula para determinar la edad en árboles de la India, con la cual se obtuvieron resultados poco satisfactorios.

Dicha fórmula es: $t = \frac{1}{p \cdot s}$ en la cual ,

t = edad
p = porcentaje de crecimiento
s = una constante que se busca a base de cuadrados mínimos.

2.3.2 Fórmula de Griffith y Prasad

En 1949 GRIFFITH Y PRASAD , citados por VINCENT (1961) publicaron la siguiente Ecuación:

$$P = \frac{K}{d^2} = \frac{1}{d} \cdot \frac{S\,d}{dt} \quad ; \text{ por definición.}$$

En la cual $$S = \frac{\log p_2 - \log p_1}{\log d_1 - \log d_2}$$

Donde:

P = porcentaje de crecimiento diamétrico
d = diámetro
t = años

K = constante

1,2 = mediciones consecutivas

Según PANDE (1960) este sistema solo dá resultados satisfactorios con árboles dominantes y propone una nueva ecuación.

2.3.3 Ecuación de PANDE

La Ecuación de PANDE parte de la base de que el crecimiento de los árboles puede provenir de dos factores opuestos: el primer factor que impulse el crecimiento a un ritmo constante y se simboliza con la letra " g " . El segundo factor se opone al primero y es proporcional a la dimensión del árbol (al cuadrado del diámetro) en cualquier tiempo y se simboliza con " mx^2 " .

Matemáticamente se expresa en forma de ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = g - mx^2$$

donde: dx / dt = derivada del diámetro o de la circunferencia con respecto al tiempo , o incremento

g = factor que impulse el crecimiento

x = diámetro o circunferencia

m = constante

Partiendo de este principio PANDE llega a la siguiente ecuación (Ver procedimiento en APENDICE I) :

$$t = \frac{1}{K_2} \log e \left(\frac{K_1 + X}{K_1 - X}\right) \qquad (III')$$

donde: t = edad en años

K_1, K_2 = constantes

X = diámetro o circunferencia a la edad " t "

además :

$$K_1 = \sqrt{\frac{X_2^2\left[(X_1 + X_3) - 2X_1X_2X_3\right]}{2X_2 - (X_1 + X_3)}}$$

$$K_2 = \frac{1}{n} \log e \left[\left(\frac{K_1 + X_2}{K_1 - X_2}\right)\left(\frac{K_1 - X_1}{K_1 + X_1}\right)\right]$$

donde: X_1 = diámetro o circunferencia del 1 año
X_2 = diámetro o circunferencia del 2 año
X_3 = diámetro o circunferencia del 3 año
n = número de años entre mediciones consecutivas.

La ecuación presenta dos restricciones que son :

1. que $2X_2 > X_1 + X_3$

2. que $K_1^2 > X^2$

2.3.4 Aplicación de la Ecuación de PANDE

LOJAN (1967) para comprobar la fórmula de PANDE, la aplicó con éxito, a plantaciones jóvenes de 7 especies tropicales en Turrialba, Costa Rica; especies de edad conocida en las cuales se realizaron medidas anuales exactas de la circunferencia a la altura del pecho (C. A. P.) , desde el año 1963 y se indican en la Tabla No. 3

La tendencia del crecimiento de la circunferencia con respecto a la edad se observan en la Gráfica No. 8

Con los datos disponibles se calcularon las edades para los diferentes años de 1963 a 1966 para el promedio de la especies (Ver Tabla No. 4) y luego para los árboles de más rápido crecimiento o dominantes (Ver Tabla No. 5) y para los de crecimiento más lento de la misma especie (Ver Tabla No. 6) . Los resultados o edades calculadascon la Ecuación de PANDE son muy ajustados a las edades reales para todas las especies y por ello la aplicación del método es todo un éxito.

En la Gráfica No. 9 se observa las tendencias del incremento anual de la circunferencia durante los años de observación (i. a.) y calculada con la fórmula de PANDE dx / dt .

En este trabajo se ha demostrado la posibilidad de user periodos anuales para hacer las estimaciones de la edad; de esta manera en dos años exactos pueden recopilarse los datos básicos para los cálculos de las constantes de la fórmula.

LOJAN (1967) sugiere la siguiente metodología para calcular la edad en rodales coetáneos con el método expuesto y con intervalos cortos:

1- Seleccionar entre 20 y 40 árboles al azar o en lotes y pintar un anillo a la altura del pecho.

2- Tomar tres medidas anuales consecutivas de la circunferencia; se recomienda hacerlo con exactitud cada vez. El tiempo transcurrido entre las tres medidas será de dos años exactos.

3- Con los tres datos se calcula la constante K_1 y se prueba que $K_1^2 > X^2$, siendo X la circunferencia. Si queda probada la

desigualdad, eso indica que puede utilizarse la fórmula para el cálculo de la edad. Si no, entonces será necesario tomar una cuarta medida anual y volver a calcular la constante K_1 con las tres últimas medidas.

2.3.5 Aplicación de la Ecuación de PANDE para Parcelas de Cupressus lusitanica

En el presente trabajo, siguiendo la metodología de LOJAN, se estimó la Edad de siete parcelas permanentes de Cupressus lusitanica ubicadas en Antioquia , Colombia; los datos originales se tomaron de DEL VALLE (1975) .

Para el cálculo de la edad de cada una de las parcelas se utilizó la fórmula de PANDE No. III" (Ver APENDICE No. 1).

Puesto que los períodos consecutivos de medición de los diámetros no son iguales, entonces se promedió para los dos intervalos que existen entre 1970 y 1974 y se tomó ese promedio como " n " para aplicar la fórmula No. III" .

En la Tabla No. 6-A se recopilaron los datos originales del D.A.P. en cms. de las parcelas , la constante K_1 y la Edad calculada y la Real.

En la Gráfica No. 12 se observan las diferencias que hay entre la edad calculada por la fórmula de PANDE y la edad real de cada una de las parcelas.
En general, existen diferencias significativas entre la edad real y la edad calculada con la fórmula de PANDE, por eso hay que ser cuidadoso en la aplicación de éste método, que exige exactitud en las medidas anuales consecutivas de la circunferencia o diámetro y en el tiempo transcurrido entre las medidas.

2.3.6 Métodos " A " y " B " de MISRA, R. et al.

MISRA, R. et al. (1974) describen dos métodos estadísticos para determinar la edad de árboles de Bosques tropicales de la India.

Método " A " :

Se calcula la edad de los árboles a partir de la circunferencia (ó diámetro) y el increemento anual de circunferencia.

Se asume una Ecuación lineal para relacionar las variables circunferencia e incremento anual de circunferencia, en base a que las observaciones de circunferencia se refieren a una duración pequeña de tiempo (un año)

La Ecuación es :

$$C_{t+1} = a + \beta C_t \qquad (1.1)$$

donde:

C_t y C_{t+1} = las circunferencias medidas en dos períodos sucesivos de tiempo "t" y " t+1 " .

a y β = se estiman a partir de los valores observados, por el método de los mínimos cuadrados .

$$\beta \text{ estimado} = \hat{B} = \frac{\sum C_{t,i}\, C_{t+1,i} - n \bar{C}_t \bar{C}_{t+1}}{\sum C^2_{t,i} - n \bar{C}^2_t}$$

Siendo :

$$\bar{C}_t = \frac{\sum C_{t,i}}{n}$$

$$\text{a estimado} = \hat{a} = \bar{C}_{t+1} - \hat{\beta}\,\bar{C}_t$$

donde:

$C_{t,i}$, $C_{t+1,i}$ = valores observados en la i-esima clase de circunferencia en dos períodos sucesivos de tiempo " t" y "t+1 "

Si $C_{t,n}$ denota la circunferencia de una planta a la edad"n" en un tiempo " t " entonces (1.1) implica :

$$C_{t+1,n+1} = a + \beta C_{t,n} \qquad (1.2)$$: Ecuación Diferencial de Primer Orden.

Resolviendo (1.2), (Ver APENDICE 2) , se llega a :

$$n = \frac{\text{Log.}\left[1 - \frac{1-\beta}{a} C_{t,n}\right]}{\text{Log. } \beta} \qquad (1.5)$$

n = Edad del árbol .

Método " B " :

Se calcula la edad de los árboles si se tiene disponibles los datos de Biomasa (B) de un período inicial y los datos de circunferencia de dos períodos.

Sean:

C_t , C_{t+1} y B_t las circunferencias y la Biomasa en los períodos respectivos (indicados por los sufijos) .

$C_{t,i}$, $C_{t+1,i}$ y $B_{t,i}$ los valores correspondientes observados en la i-esima clase.

Se procede de la siguiente manera :

1- Se determina la relación entre la circunferencia C_t y la Biomasa B_t

2- Se estima la Biomasa B_{t+1} para el período siguiente asumiendo que la relación anterior predomina para el segundo período con ayuda de C_{t+1}

3- Se halla la relación entre las Biomasas calculadas B_t y B_{t+1} y luego se obtiene la Edad de dicha relación.

En estos pasos se han usado las siguientes relaciones :

R1: Usualmente el crecimiento vs. tiempo se comportan de acuerdo a una curva exponencial.

Se asume:

$$B_t = A\, C_t^{\beta}$$

ó $$\text{Log. } B_t = \log A + \beta \log C_t \qquad (2.1)$$

A y β se estiman usando el método de los mínimos cuadrados.

R2: Se obtiene la estimación de la Biomasa en el segundo periodo:

$$\text{Log } B_{t+1} = \log \hat{A} + \hat{B} \log C_{t+1} \qquad (2.2)$$

donde: $\wedge$ denota estimación por el método de mínimos cuadrados.

R3: En el tercer paso la relación entre la Biomasa en los dos períodos se asume lineal, de la forma :

$$B_{t+1} = a + \beta\, B_t \qquad (2.3)$$

$B_{t,n}$ denota la biomasa de la planta de edad " n " años en el tiempo " t "

De la Ecuación (2.3) se obtiene :

$$B_{t+1,\, n+1} = a + \beta\, B_{t,\, n} \qquad (2.4)$$

Siguiendo la misma secuencia matemática del Método A (Ecuación 1.2 , Ver APENDICE 2) se obtiene :

$$B_{t,n} = \frac{a}{1-\beta}\left[1 - \beta^{n}\right]$$

$$\text{ó} \quad n = \frac{\log\left[1 - \frac{1-\beta}{a} B_{t,n}\right]}{\log \beta} \qquad (2.5)$$

n = Edad del árbol .

2.3.7 Aplicación de los Métodos " A " y " B "

MISRA, R. et al. (1974) presentan un estudio comparativo de seis especies dominantes del bosque de Varanasi, India, realizado en los años 1971 y 1972, en el cual aplicaron los Métodos A y B para calcular la edad.

Las especies son :

Shorea robusta
Madhuca indica
Buchanenia lanzan
Diospyros melanoxylon
Terminalia tomentosa
Semicarpus anacardium

Los datos de incremento de circunferencia de los árboles escogidos en el bosque de Chakia se reunen en la Tabla No. 7 .

Resultados:

La Tabla No. 8 muestra los valores de " a " y " β " y la edad estimada de los árboles, calculada por la fórmula (1.5) del Método "A" .

La Tabla No. 9 muestra los valores de las constantes A , B , " a ", y " β " y la edad estimada de las seis especies, a las circunferencias observadas, calculada por la fórmula (2.5) del Método B.

En la Gráfica No. 10 se presentan las relaciones Edad - circunferencia basadas en el incremento de circunferencia (método A) y estimados en el incremento de Biomasa (método B) de las seis especies.

La Tabla No. 10 muestra los valores de $C_{t,n}$ para las diferentes edades estimadas en años , de los árboles de las seis especies. Se utilizó la fórmula (1.4) .

En la Gráfica No. 11 se graficaron los valores de $C_{t,n}$ para las diferentes edades.

.8 Aplicación del Método "A" (MISRA, R. et al. , 1974) para parcelas de Cupressus lusitanica

Se utilizaron los diámetros (d.a.p.) en cms. de los diez árboles dominantes de cada una de las parcelas de Cupressus lusitanica seleccionadas con d.a.p. medido en 1972 y d.a.p. medido en 1974 (DEL VALLE, 1975, b) .

Para calcular la edad de cada una de las siete parcelas seleccionadas se utilizó la fórmula (1.5) y el procedimiento seguido por MISRA , R. et al. (1974), Método A .

Puesto que los diámetros (d.a.p.) no fueron medidos en un período consecutivo de un año se recurrió a un Factor de Corrección concebido así: Para un intervalo de medición de un año, el factor de corrección será uno, para un intervalo de dos años el factor de corrección sera de dos. En base a ésto y el espacio de tiempo de medición de cada parcela se encontró el factor de corrección.

En la Tabla No. 11 se presentan para cada una de las siete parcelas " a " y " β " estimados, la edad calculada, el factor de corrección, la edad corregida y la edad real.

Con la aplicación de un factor de corrección, las edades de las parcelas resultaron en general cercanas a las edades reales, como puede observarse en laGráfica No. 13, mientras que en las otras parcelas no se presenta esa aproximación.

C O N C L U S I O N E S

-La necesidad del calculo de la edad de los árboles está suficientemente justificada y más cuando se acepta que en la investigación de la silvicultura tropical en nuestro medio aún falta mucho para hacer , debido a que se desconoce el parámetro de la edad.

-La utilización de los métodos para calcular la edad, explicados en este estudio, puede ser exitosa para plantaciones artificiales existentes y por supuesto para el bosque tropical , siempre y cuando se disponga de datos originales, precisos, recolectados en intervalos de tiempo exactos y sucesivos , de las parcelas .

BIBLIOGRAFIA

ALVIN, P. Tree growth periodicity in tropical climates: In: The formation of wood in forest trees. Ed. por Martin H. Zinnermann. New York, Academic. 1964. pp. 479 - 495 .

AMOBI, C. C. Periodicity of wood formation in some trees of lowland rain forest en Nigeria. Annals of Botany 37 (149): 211-218. 1973.

BELL, T. I. W. Management of the Trinidad More Forests with special reference to the Matura Forest Reserve. Forestry Division, Trinidad and Tobago. 1971. pp. 44 -49. ó en Español: IFLAIC. Mérida, Venezuela. Boletín No. 41-42. 1972. pp. 3 - 47 .

CATINOT, R. Premieres reflexions sur une posibilité d'explication physiologique des rythmes annuels d'accroissement chez les arbres de la foret tropicale africaine. Bois et Forets des Tropiques . No. 131: 3-36. 1970.

+ DAWKINS, H. C. The management of natural tropical hight forest with special reference to Uganda. Institute Paper, Commonwealth Forestry Institute, Oxford No. 34. 1958. 155 p.

DEL VALLE, J. I. Crecimiento y Rendimiento de Cupressus lusitanica Mill. en Antioquia, Colombia, utilizando parcelas permanentes. Tesis Mag. Sc. Turrialba. Costa Rica. 1975. 119 p.

DEL VALLE, J.I. Datos de campo de las mediciones hechas a parcelas permanentes de Cupressus lusitanica Mill. en Antioquia, Colombia. 1972 - 1974.

DEL VALLE,J. I. Determinación de las relaciones edad y diámetro en algunas de las especies de los bosques tropicales de Colombia. Pro - yecto de investigación sin publicar presentado a CONIF. Medellín. Col. 1977. 15 p.

+ FOGGIE, A. On girth increment and age of trees with special reference to management in irregular tropical forest. Empire Forestry Review 24 (2): 176-191. 1945.

+ GRIFFITH, A. L. y PRASAD, J. Computation procedures for trees without annual rings. In The tree and crop measurement manual, the Silvicultural Research Code, Forest Research Institute, Dehra Dun, Vol. 3, 1949. pp. 127 - 130 .

KOLLMANN , F. Tecnología de la madera y sus aplicaciones. Tomo I. Instituto Forestal de Investigaciones y experiencias y servicio de la madera. Madrid. 1959. pp. 3 - 5 .

LOETSCH, F. y HALLEER, E. Preliminary report on growth studies of Dipterocarpaceae in the tropical rain forest of Thailand completed by some results from Malaya. In Proc. 13th Congress, I.U.F.R.O., Vienna, 1961. Section 25/5 paper S 1 .

LOJAN, L. Cálculo de la edad de los árboles sin anillos anuales. Turrialba. Costa Rica. 17(4): 419 - 429. 1967.

MARIAN,J. E. y STUMBO, D. A. A new method of growth ring analysis and the determination of density by superface texture measurements. Proc. 13th. Congress, I. U.F.R.O., Viena, 1961. Section 25/2 paper S 3 .

MARIAUX,A. Les cernes dans le bois tropicaux africains nature et periodicité. Bois et Forets des tropiques. Nos. 113 y 114, pp. 3-14 y 23 -27. 1967

MEJIA, L. C. Manual de Anatomía de la Madera. Centro de Publicaciones, U. N. Medellín. 1973. 99 p.

+ MILLER, R. G. A girth increment study of Baikiea plurijuga in Northern Rhodesia. Empire Forestry Review 31 (1): 42-45. 1952.

MISRA, R. et al. Determination of Age of Trees in Natural Tropical Deciduous Forest of Chakia. Tropical Ecology 15(1-2): 43-52. 1974.

OSMATON, H. A. Determination of age-girth and similar relationship in tropical forestry. Empire Forestry Review 35 (2): 193-197. 1956.

PALMER, J. R. Toward more reasonable objetives in tropical forest management for timber production. Commenwealth Forestry Review 54 (3 y 4) : 273 - 289. 1975

+ PANDE,D.C. On method for determining age of trees without annual rings. Indian Forester 86 (3): 117 - 131 . 1960

PEREZ,C. A. Estudio forestal del laurel (Cordia alliodora) en Costa Rica. Tesis Mag. Sc. Turrialba, Costa Rica. IICA, 1954. 193 p.

POPESCU, I. y MOCANU, V. G. L'acroisement radial des peuplements pendant la periode de vegetation. Proc. 13th Congress, I.U.F.R.O., Viena, 1961. Section 25/I1 paper S 7 .

PRINCE, A. J. The rate of growth of Greenhearth (Ocotea rodiaei) Common wealth Forestry Review 52 (2): 143-146. 1973 .

+ SETTEN, G.G.K. Girth increment (linear) sample plots in Malaya and 1952 rules for their compilation. Research Pamphlet, Forest Research Institute, Kepong. Peninsular Malasya No. 13, 10 p. 1954 .

TSCHINKEL, H. Annual growth rings in Cordia alliodora . Turrialba, Costa Rica. 16 (1):73-80. 1966.

VINCENT, A. J. The value of periodic grifth measurement taken for indi - vidual trees forest, Malaya. Proc. 13th Congress, I.U.F.R.O., Viena, 1961. Section 25/5, paper S 3 .

TROUP, R. S. The compilation of girth increment from sample plot measurement. Indian Forest Bulletin No. 30 . 1915.

IMMERMANN M. and BROWN C. Trees, Structure and Function. New York. 1974. 91-98 p.

Estos trabajos no fueron consultados originalmente por no encontrarse en la Biblioteca de la Facultad de Agronomía. U. N. Medellín.

T A B L A No. 1

CALCULO DE TIEMPOS DE PASO DE Baikiaea plurijuga (Osmaton, 1956)

Límite clase circunf.(pulg.)	12	18	24	30	36	42	48	63
Amplitud de clase de Circunferencia (pulg.)	6	6	6	6	6	6	15	
c) Punto medio de clase de circunf. (pulg.)	15	21	27	33	39	45	55.5	
d) No.de árboles	4	8	9	8	5	5	3	
e) IMA-P de promedio (circunf.) (pulg.)	.64	.56	.56	.625	.38	.44	.31	
f) Tiempo de paso (b/e) (años)	9.4	10.7	10.7	9.6	15.8	13.6	48.3	
g) Edad X + ...(años)	0	9.4	20.1	30.8	40.4	56.2	69.8	118.1
h) IMA-P corregido (circunf.) (pulg.)	.64	.61	.575	.53	.48	.425	.31	
i) Tiempo de paso corregido (b/h)(años)	9.4	9.7	10.5	11.3	12.5	14.1	48.3	
Edad corregida x+...	0	9.4	19.1	29.6	40.9	53.4	67.5	115.8

	26	46	72	108	140	183	316
Tie	30	50	70	90	110		
Edad Y+ (dond edad del de 6 pulg. cincunferenc	2.6	2.95	3.05	2.9	2.5		
	40	60	80	100	120		
	1.57	1.92	2.13	2.25	2.28		

T A B L A No. 2-A

CALCULO DE TIEMPO DE PASO DE *Mora excelsa* Benth (BELL T. I. W.)

Clase media de circunferencia (pulg.)		9	13	16	20	24	30	40	61	94	145	
I.M.A-Promedio (pulg.)		0.21	0.28	0.34	0.35	0.47	0.63	0.66	0.84	1.0	1.63	
					Datos leidos de I.M.A / Gráfica circunferencia							
Clase circunferencia (pulg.)	0-6	6-12	12-24	24-36	36-48	48-60	60-72	72-84	84-96	96-108	108-120	120-132	132-144
Amplitud clase		6	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
I.M.A (pulg/año) de la gráfica		0.21	0.36	0.55	0.71	0.84	0.96	1.04	1.11	1.18	1.23	1.28	1.32
Tiempo de paso		28.6	33.3	21.8	16.9	14.3	12.5	11.5	10.8	10.2	9.8	9.4	9.0
Edad = Y+ (donde Y = edad del árbol de 6 pulg. de cincunferencia	0	28.6	61.9	83.7	100.6	114.9	127.4	138.9	149.7	159.7	169.7	179.1	188.1

T A B L A No.2

CALCULO DE TIEMPOS DE PASO de Ocotea rodiaei (Prince,1973)

LOTE DE INCREMENTO DE ARBOL EN BOSQUE EXPLOTADO NO TRATADO

Límite clase circunf.(pulg.)	9.2	9.7	10.7	11.7	14	16.7	31.7	45.2	58.47
Amplitud clase Circunf.(pulg.)	0.5	1.0	1.0	2.3	2.7	15.0	13.5	12.8	
No.de árboles	6	6	6	7	7	6	6	5	
IMA-Promedio (pulg. cap.)	0.233	0.333	0.35	0.471	0.521	0.567	0.517	0.46	
Circunf.prom. (pulg.)	9.6	10.4	11.4	13.0	15.7	29.7	41.9	52.8	
IMA-Prom. corregido (pulg. cap)	0.233	0.333	0.4	0.466	0.519	0.567	0.523	0.462	
Tiempo de paso (años) 7.48	2.1	3.0	2.5	4.8	5.3	26.5	25.8	27.6	
Edad desde 9.25 pulg. cap.(años)	0	2.1	5.1	7.6	12.4	17.7	44.2	70.0	97.6

LOTE DE INCREMENTO DE ARBOL EN UN BOSQUE EXPLOTADO TRATADO

Límite clase circunf.(pulg.)	6.7	7.7	8.2	8.7	9.5	10.5	11.5	15.1	21.7	31.0	59.5
No.de árboles	15	14	13	15	11	13	14	10	10	7	
IMA-promed. corregido (pulg.cap.)	0.520	0.720	0.800	0.855	0.926	0.980	1.168	1.168	1.163	0.090	
Edad desde 6.72 pulg. cap. (años) 5.4	0	1.9	2.6	3.2	4.1	5.2	6.2	9.7	15.3	23.3	54.9

T A B L A No. 3

DATOS BASICOS DE LAS ESPECIES (Lojan, 1967)

Especies	No. de arbo-les utili-zados	Edad en Nov. 1963 fecha de planta-ción - (Años)	PROMEDIO DE CAP* EN mm. 1963	1964	1965	1966
Cordia alliodora	*20*	*6*	*547.10*	*503.10*	*609.90*	*634.75*
ela cana (A)	13	17	1.002.46	1.057.23	1.106.46	---
ela cana (B)	9	14	559.56	593.11	622.00	---
acopsis ata (A)	28	17	998.00	1.035.25	1.069.07	---
acopsis ata (B)	12	3	225.25	282.42	342.17	385.25
s baea	21	3	398.38	500.14	610.19	681.05
s dostrobus	9	3	306.33	437.22	543.77	652.22
lyptus gna	7	3.5	540.42	624.14	701.57	---

AP = Circunferencia a la altura del pecho (1,30 m.)

T A B L A No. 4

EDADES CALCULADAS PARA CADA ESPECIE(Lojan,1967)

Especies	Constante K_1	Edad real desde la plantación en 1963	EDADES CALCULADAS EN LAS FECHAS : 1963	1964	1965	1966
Cordia alliodora	670.09	6	6	7	8	9.6
Cedrela mexicana (A)	1.471.61	17	11.3	12.3	13.3	14.3
Cedrela mexicana (B)	472.70	13	9.4	10	11	12
Bombacopsis quinata (A)	1.344.65	17	14.7	15.7	16.7	17.7
Bombacopsis quinata (B)	775.58	3	2.3	3	4	5
Pinus Caribaea	784.38	3	2	2.6	3.6	4.6
Pinus pseudostrobus	831.50	3	2	3	4	5.3
Eucalyptus saligna	1.295.88	3.5	5.4	6.4	7.4	8.4

*

T A B L A No. 5

EDADES CALCULADAS A BASE DE LAS CIRCUNFERENCIAS DE LOS ARBOLES DE CRECIMIENTO ALTO (Lojan,1967)

Especies	No.de árboles	Edad real desde la plantación en 1963	EDADES CALCULADAS EN LAS FECHAS			
			1963	1964	1965	1966
Cordia alliodora	7	6	6.4	7.4	8.4	9.4
Bombacopsis quinata (A)	15	17	13	14	15	16
Bombacopsis quinata (B)	7	3	2	3	4	5
Pinus caribaea	10	3	2.8	3.7	4.7	5.7
Pinus pseudostrobus	4	3	1.5	2.5	3.5	4.5

T A B L A No. 6

EDADES CALCULADAS A BASE DE LOS ARBOLES DE CRECIMIENTO MAS LENTO
(Lojan,1967)

	No.de arbo-les	Edad real desde la plantación en 1963	EDADES CALCULADAS EN LAS FECHAS			
			1963	1964	1965	1966
Cordia alliodora	13	6	6	7	8	9
Bombacopsis quinata (A)	13	17	20	21	22	23
Bombacopsis quinata (B)	5	3	2.3	3.2	4.2	5.2
Pinus caribaea	11	3	1,9	2.5	3.5	4.5
Pinus pseudostrobus	5	3	2.5	3.5	4.5	6.1
Eucalyptus saligna	4	3.5	5.5	6.5	7.5	8.5

T A B L A No. 6-A

Estimación de la Edad de siete parcelas de Cupressus lusitanica utilizando las Fórmulas de PANDE (III'')

Parcela	Promedio DAP en cms. 1.970	1.972	1.974	Constante K_1	Edad Calculada (años)	Edad real (años)
16	14.5	15.3	17.0	7.41	27.4	20
42	14.8	15.7	16.5	21.73	27.3	19.2
47*	8.2	10.0	11.1			10.9
57	16.6	17.7	19.0	30.93	23.5	15.7
71	25.4	28.1	29.9	35.06	14.5	26.5
74	11.4	16.2	18.9	18.86	7.2	10.0
79*	19.4	23.6	29.2			16.5

* Para las parcelas 47 y 79 no fue posible aplicar la Fórmula de PANDE puesto que no se cumple la restricción $2 \times 2 > K_1 + K_3$

T A B L A No. 7

MEDIDA DEL INCREMENTO DE CIRCUNFERENCIA DE LOS ARBOLES MARCADOS (Misra,1974)

pecies circunfe encia en 1972	Circunferencia Inicial Seleccionada en 1971								
	15.0	25.00	35.00	45.00	55.00	65.00	75.00	85.00	95.00
orea robusta									
rcunf.en 1972(cm)	16.58	26.32	36.15	45.98	55.84	65.79	75.63	85.58	95.53
cremento (cm)	1.58	1.32	1.15	0.98	0.84	0.79	0.63	0.58	0.53
dhuca indica									
rcunf.en 1972(cm)	16.00	25.53	36.34	46.00	55.96	65.88	75.77	85.65	95.62
cremento (cm)	1.60	1.53	1.34	1.00	0.96	0.83	0.77	0.65	0.62
chanania lanzan									
rcunf.en 1972(cm)	16.45	26.23	36.00	45.82	55.74	65.68	75.54	[illegible]50	95.44
cremento (cm)	1.45	1.23	1.00	0.82	0.74	0.68	0.54	[illegible]50	0.44
ospyros melanoxylon									
rcunf.en 1972(cm)	16.21	25.80	35.40	45.67					
cremento (cm)	1.21	0.80	0.70	0.67					
rminalia tomentosa									
rcunf.en 1972(cm)	16.30	26.00	35.85	45.80	55.78				
cremento (cm)	1.30	1.00	0.35	0.80	0.78				
micarpus anacardium									
rcunf.en 1972(cm)	15.75	25.69	35.58						
cremento (cm)	0.75	0.69	0.53						

T A B L A No. 8

ESTIMATIVOS DE a y β y EDAD DE ACUERDO A LA CIRCUNFERENCIA DE SEIS* ESPECIES OBSERVADAS (Misra et al., 1974)

Constante	Shorea robusta	Madhuca indica	Buchanania lanzan	Diospyros melanoxylon	Terminalia tomentosa	Semicarpus anacardium
	VALORES ESTIMADOS DE LAS CONSTANTES					
a	1.6241	1.3696	1.4905	1.3610	1.3800	0.8858
β	0.9874	0.9920	0.9879	0.9828	0.9876	0.9915
Circunferencia en (cm)	Edad estimada (años) a la circunferencia observada					
15.0	9.7	11.4	10.6	12.1	11.6	18.24
25.0	17.0	19.6	18.5	21.9	20.5	32.22
35.0	25.0	28.4	27.4	36.6	30.4	48.05
45.0	33.9	37.6	37.2	48.5	41.7	..
55.0	43.9	48.1	48.3	..	54.8	..
65.0	55.4	59.2	61.3			
75.0	68.8	71.5	76.6			
85.0	85.1	85.1	95.5			
95.0	105.5	100.4	120.2			

* La edad fué calculada por la fórmula (1.5)

T A B L A No. 9

ESTIMATIVOS DE LAS CONSTANTES β, A*, B, a, y LA EDAD ESTIMADA DE SEIS ESPECIES, A LA CIRCUNFERENCIA OBSERVADA (Misra et al.1974)

Constante	Shorea robusta	Madhuca indica	Buchanania lanzan	Diospyros melanoxylon	Terminalia tomentosa	Semicarpus anacardium
			VALORES ESTIMADOS DE LAS CONSTANTES			
A*	-1.631	-1.7512	-1.7872	-1.8423	-1.5090	-1.5670
B	2.1552	2.2124	2.1541	2.2021	2.1174	2.0369
a	3.9686	2.5338	2.8781	0.2201	1.8079	0.6423
β	1.0106	1.0107	1.0004	1.0725	1.0196	1.0177
Circunferencia en (cm)	Edad estimada (años) a la circunferencia observada					
15.0	3.5	2.7	2.0	14.9	5.2	9.6
25.0	10.1	8.5	5.10	27.2	14.1	24.0
35.0	20.2	17.0	12.70	36.6	25.6	42.2
45.0	33.2	28.1	20.50	44.1	38.3	..
55.0	48.7	40.8	31.50	..	51.1	..
65.0	66.4	54.7	45.80			
75.0	84.4	69.0	61.70			
85.0	103.5	83.8	81.10			
95.0	122.8	98.3	102.60			

* La edad fué calculada por la formula (2.5)

T A B L A No. 10 **

VALORES DE $C_{t,n}$ PARA DIFERENTES EDADES ESTIMADAS DE LAS ESPECIES*

Edad (años)	Especies Shorea robusta	Maduca indica	Buchanania lanzan	Diospyros melano - xylon	Terminalia tomentosa	Semicarpus anacardium
0	0	0	0	0	0	0
5	7.90	6.73	7.79	8.03	6.71	4.35
10	15.34	13.20	15.09	15.40	13.01	8.51
20	28.85	25.39	28.33	28.37	24.51	16.33
40	51.22	46.99	50.10	48.45	43.61	30.09
50	60.47	56.55	59.02	56.17	51.53	36.15
75	79.04	77.37	76.83	70.53	67.49	49.21
100	92.57	94.34	89.65	79.86	79.19	59.76
150	109.61	119.60	101.87	89.84	94.05	75.18
200	118.66	136.48	113.79	94.06	102.03	05.25
300	126.01	155.30	120.28			

* El estimativo de a y β fueron tomados de la tabla No. 8 y se utilizó la fórmula (1,4)

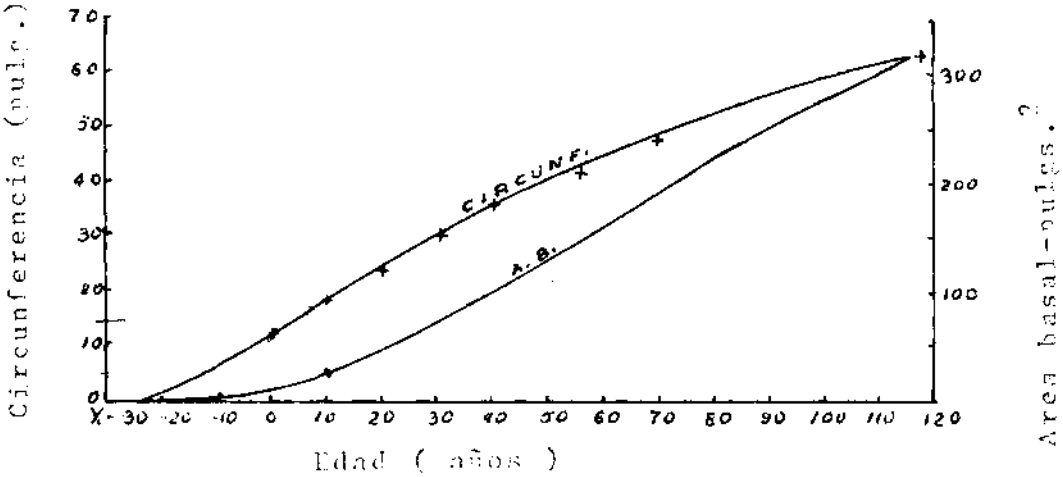
** Misra et al.,1974.

T A B L A No. 11

Estimación de α, β y la Edad de los Arboles Dominantes de siete parcelas permanentes de *Cupressus lusitanica* establecidas en Antioquia

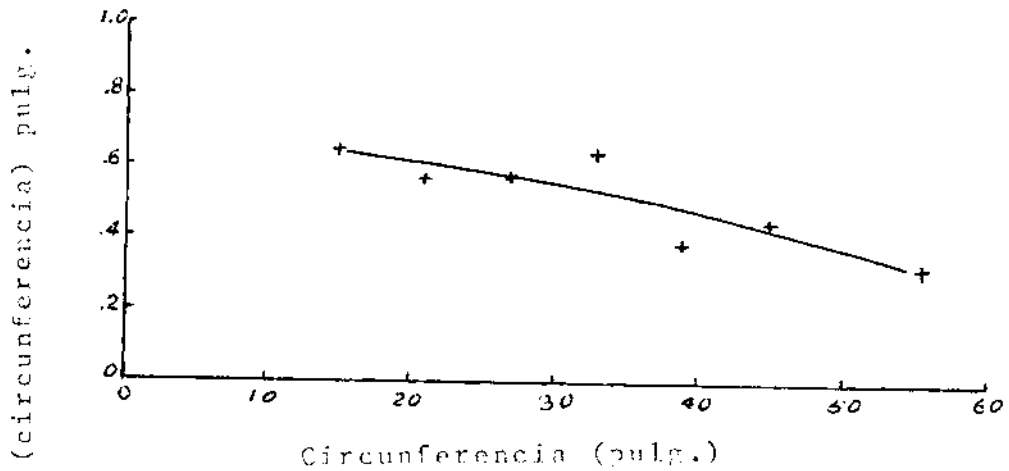
Parcela No.	Ubicación	β	α	Edad Calculada (años)	Factor de corrección	Edad corregida (años)	Edad real (años)
16	Guarne	0.9574	2.941	9.4	2.16	20.3	17.8
42	Guarne	0.8484	6.070	6.1	2.41	14.7	15.8
47	Caldas	0.9528	3.570	7.1	2.32	16.5	13.6
57	Caldas	0.72920	11.040	3.7	2.16	8.1	13.3
74	Amaga	0.8886	6.170	4.1	2.25	9.2	7.8
79	Medellín	0.9932	4.925	5.9	2.32	13.6	14.2

GRAFICA No. 1



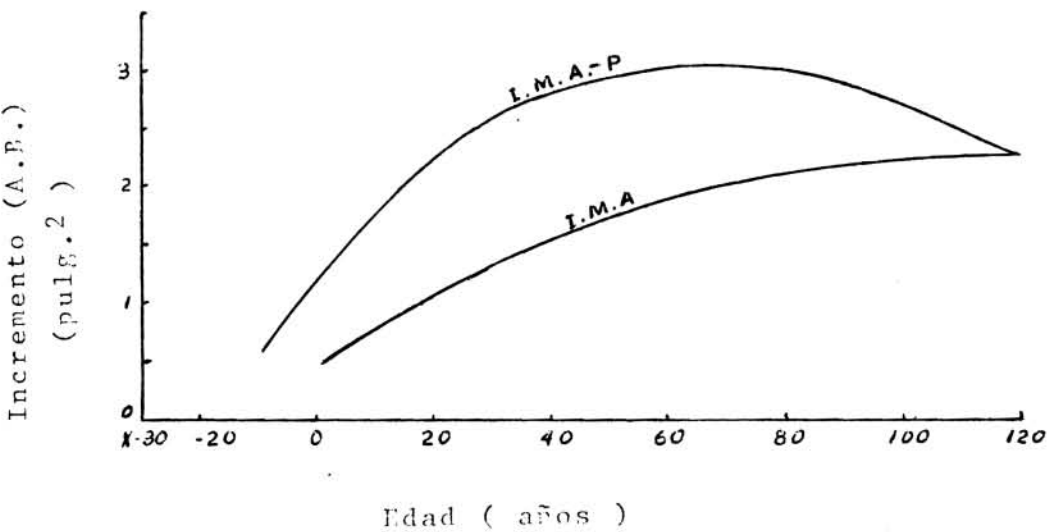
Gráfica Edad/circunferencia y Edad/área basal de Baikiaea plurijuga (OSMATON, 1956)

GRAFICA No. 2



Gráfica circunferencia/I.M.A.-P de Baikiaea plurijuga (OSMATON, 1956)

GRAFICA No. 3

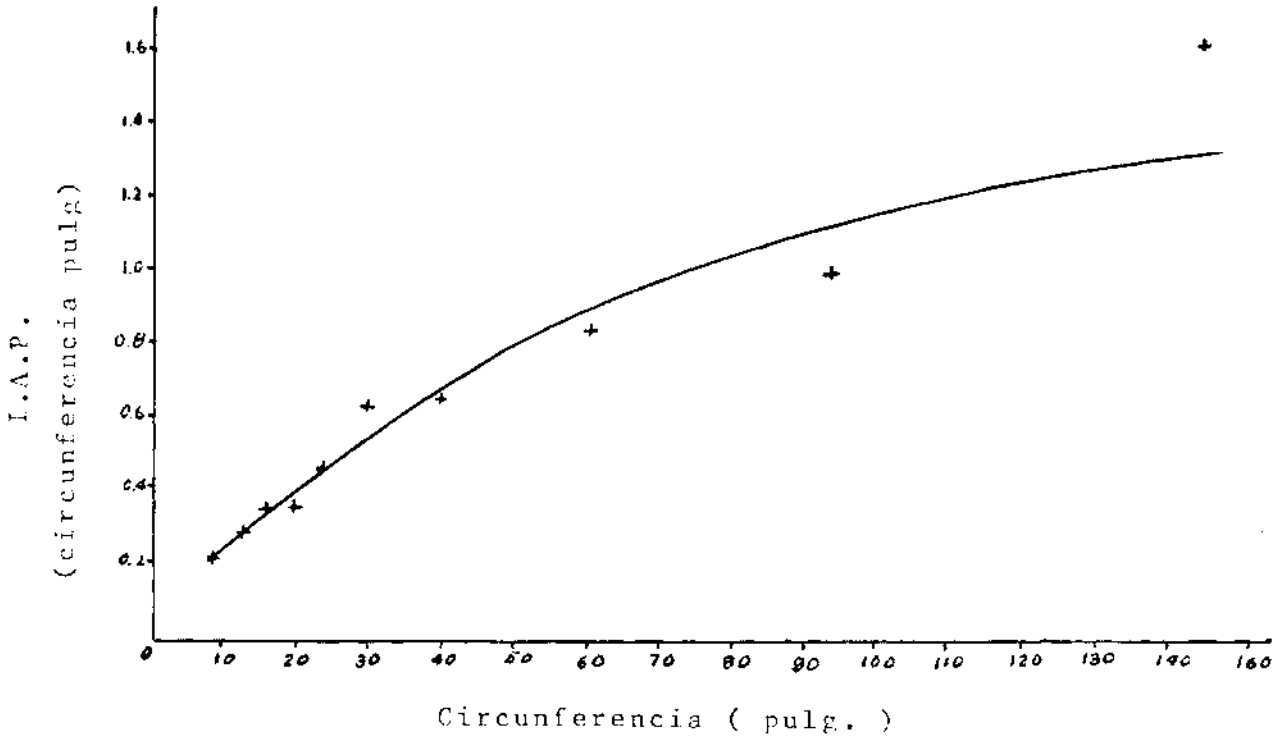


Gráfica edad/incremento (A.B.) (pulg.^{2})

Tendencias del I.M.A.-P y I.M.A. de Baikiaea plurijuga (OSMATON, 1956)

UNIVERSIDAD NACIONAL

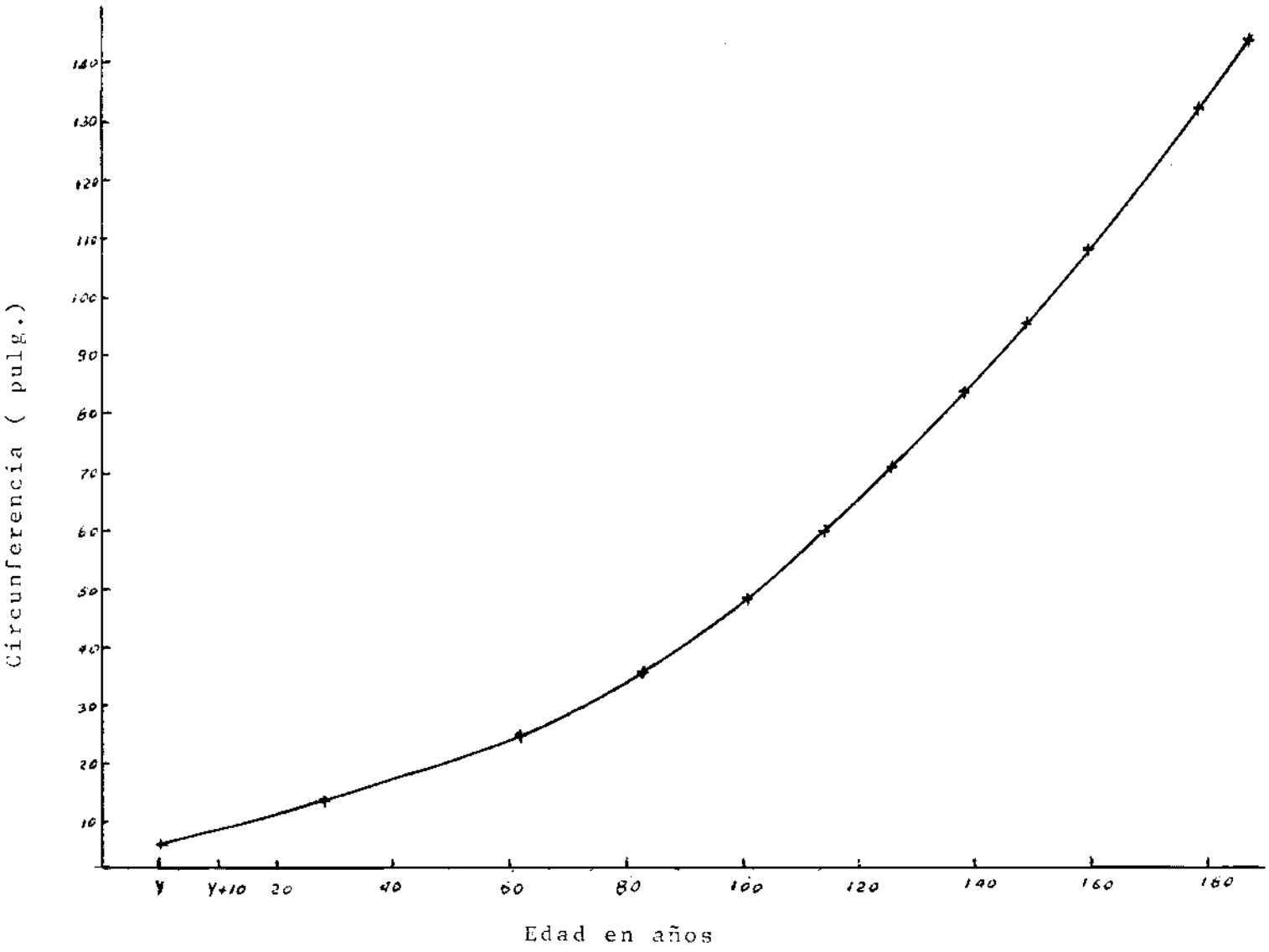
GRAFICA No. 4



Incremento de circunferencia de Mora excelsa Benth

Gráfica I.A.P. / circunferencia (BEIL, 1971)

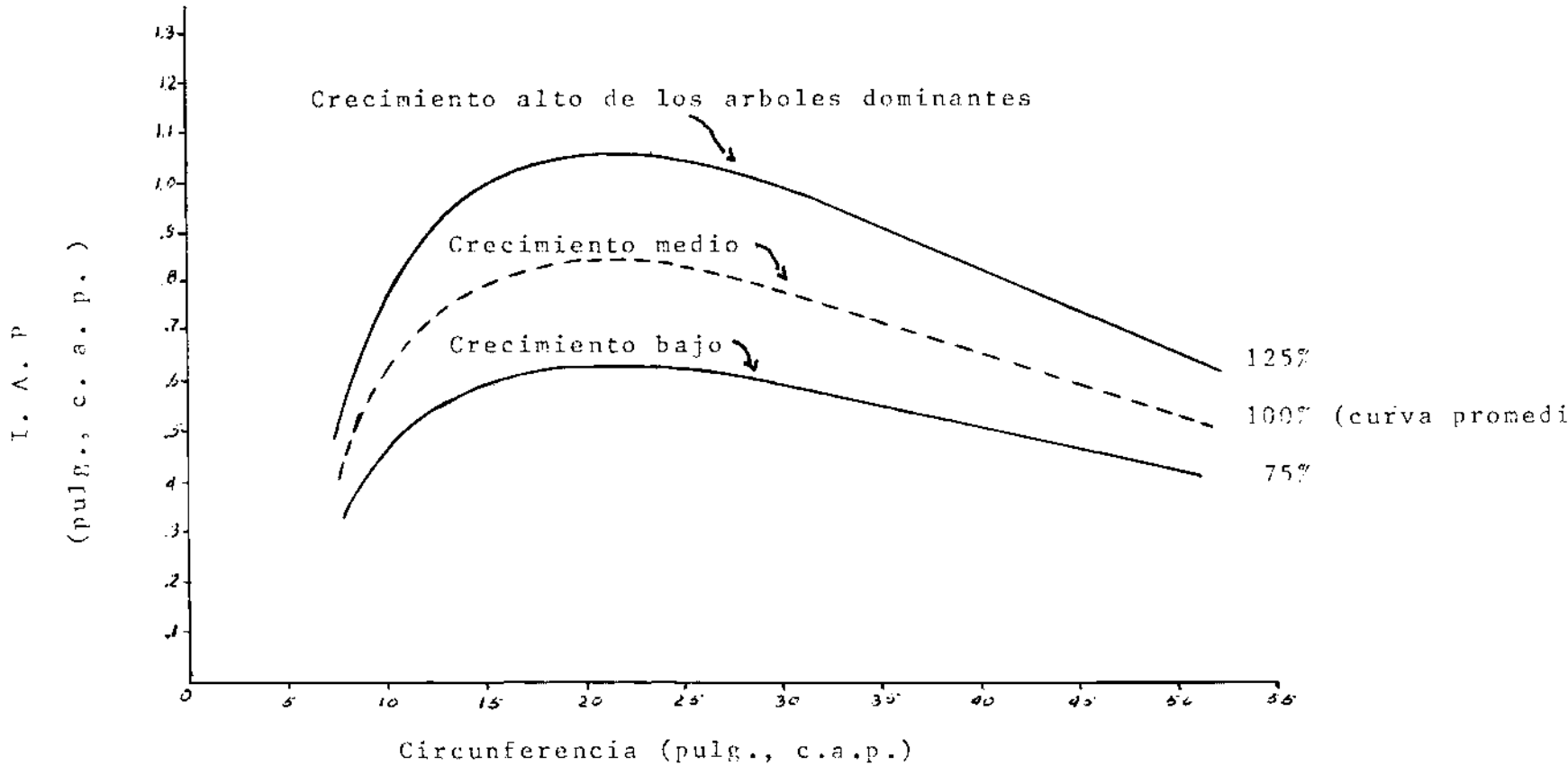
GRAFICA No. 5



Gráfica circunferencia / Edad de Mora excelsa Benth

Y = No. de años para alcanzar 6" de circunferencia

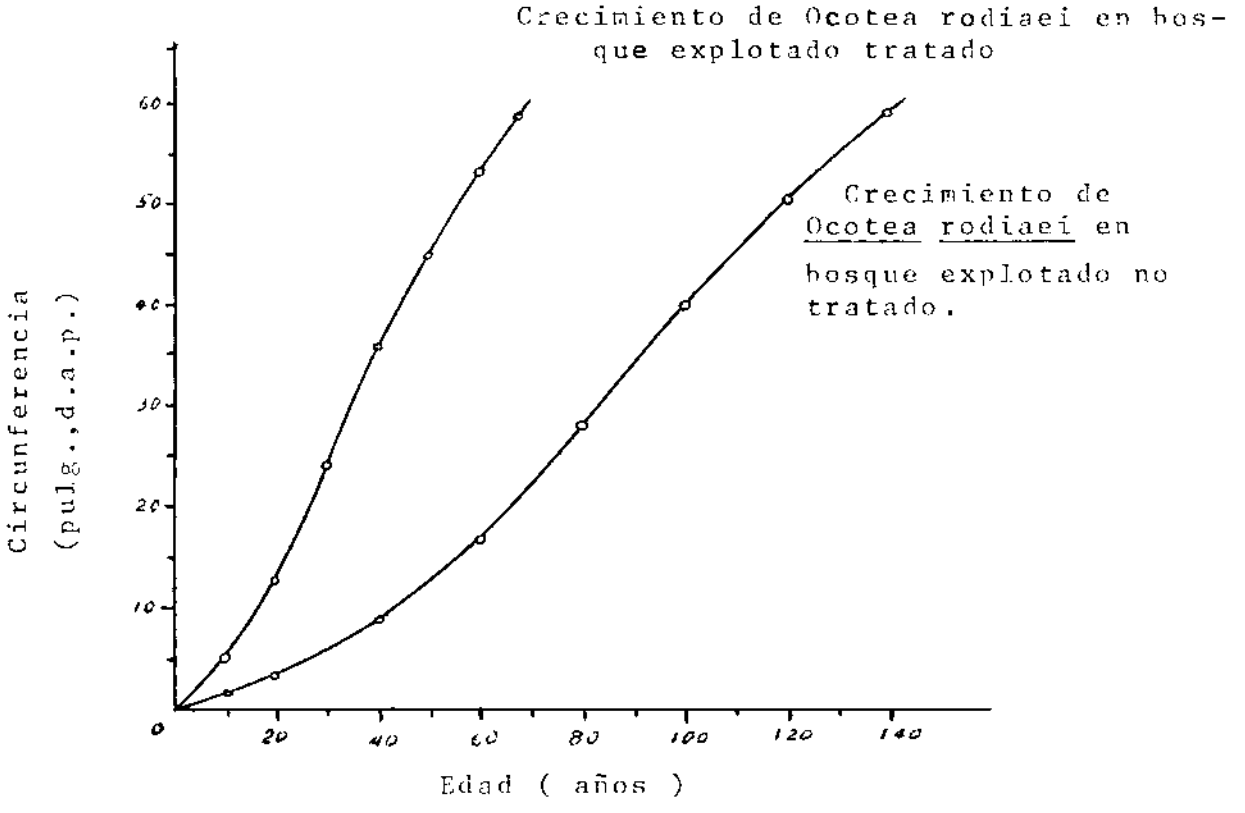
GRAFICA No. 6



Gráfica ilustrando el método de relación de los arboles dominantes de Ocotea rodiaei

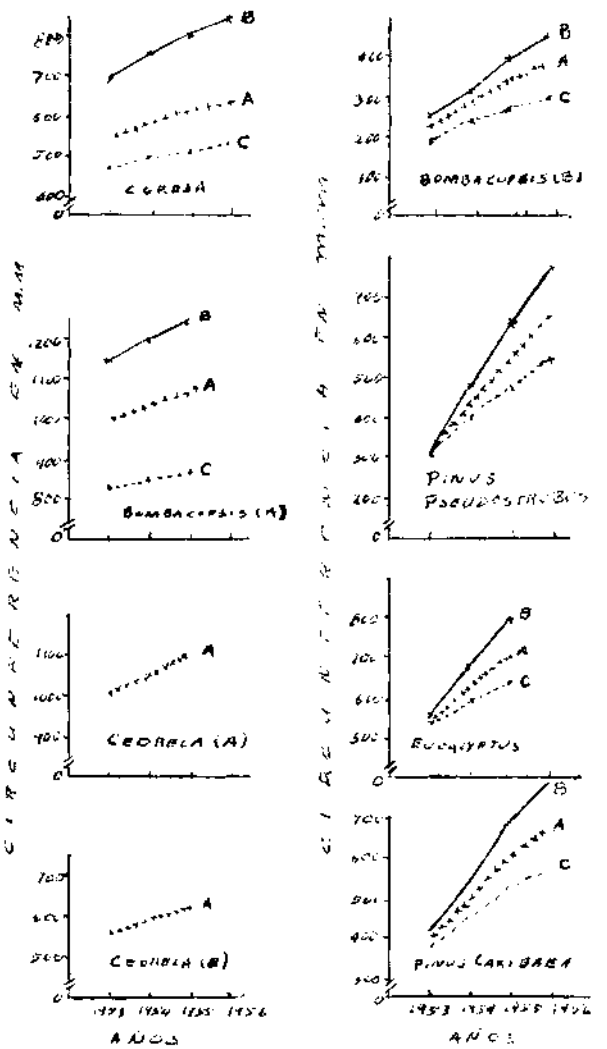
(PRINCE, 1973)

GRAFICA No. 7



Cráfica crecimiento de Ocotea rodiaei en bosque explotado (PRINCE, 1973)

GRAFICA No. 8



Tendencia del crecimiento de la circunferencia :

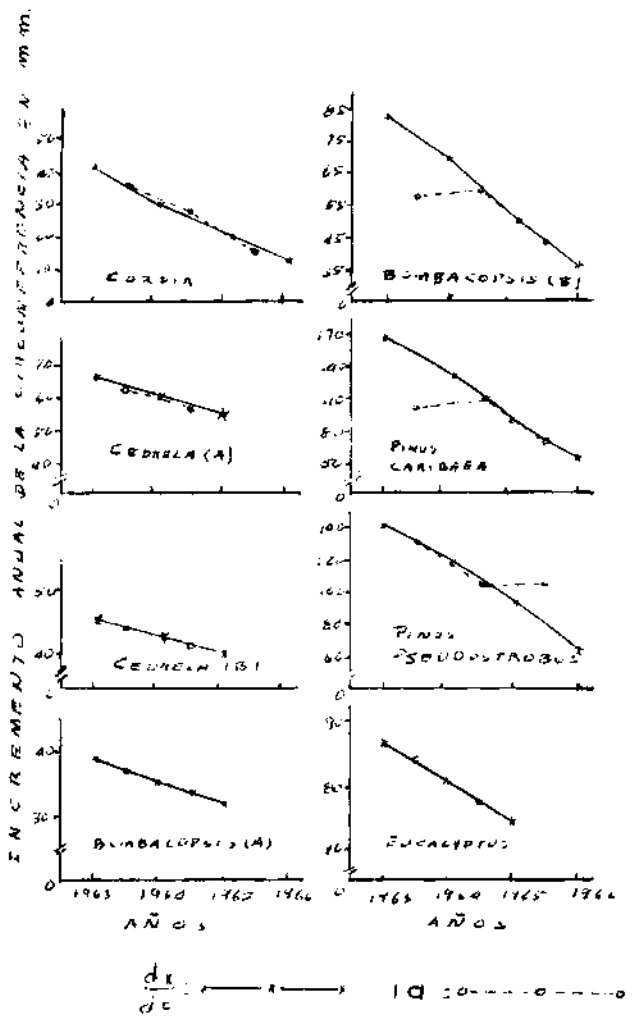
A. del total de los arboles;

B. de los arboles de crecimiento más rápido;

C. de los arboles de crecimiento lento.

(LOJAN, 1967)

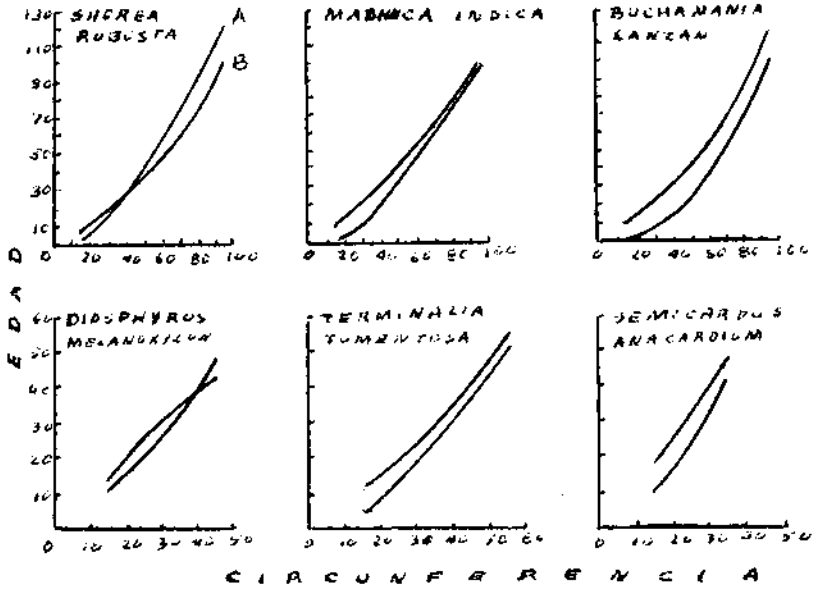
GRAFICA No. 9



Tendencias del incremento anual de la circunferencia durante los años de observación (i.a.) y calculado con la fórmula de Pande d x/ dt.

(LOJAN, 1967)

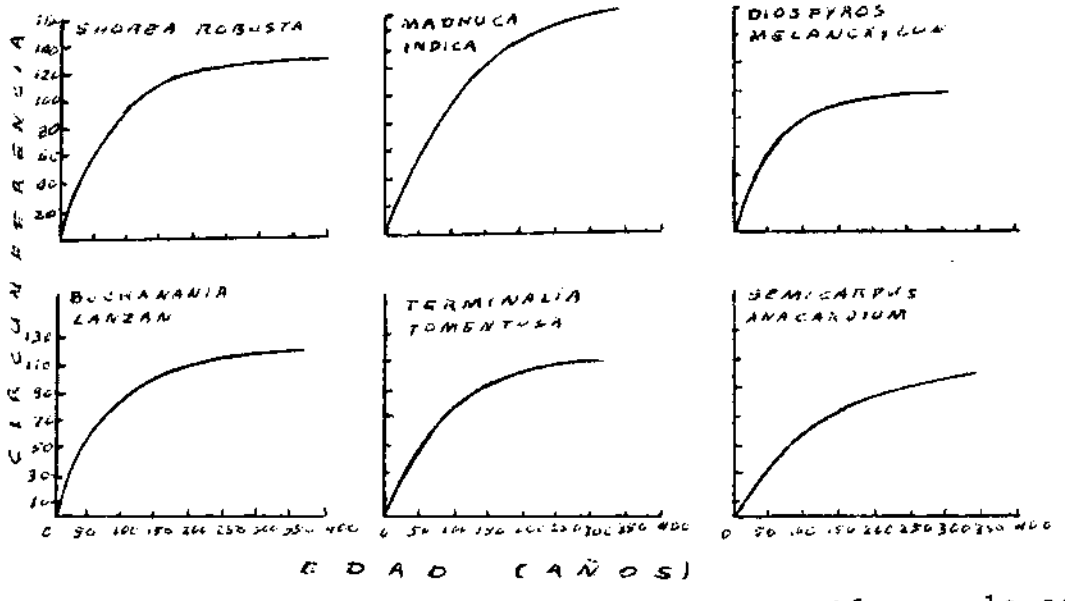
GRAFICA No. 10



Gráfica circunferencia/edad de seis especies dominantes del bosque de Chakia calculada por los métodos A y B

(MISRA, 1974)

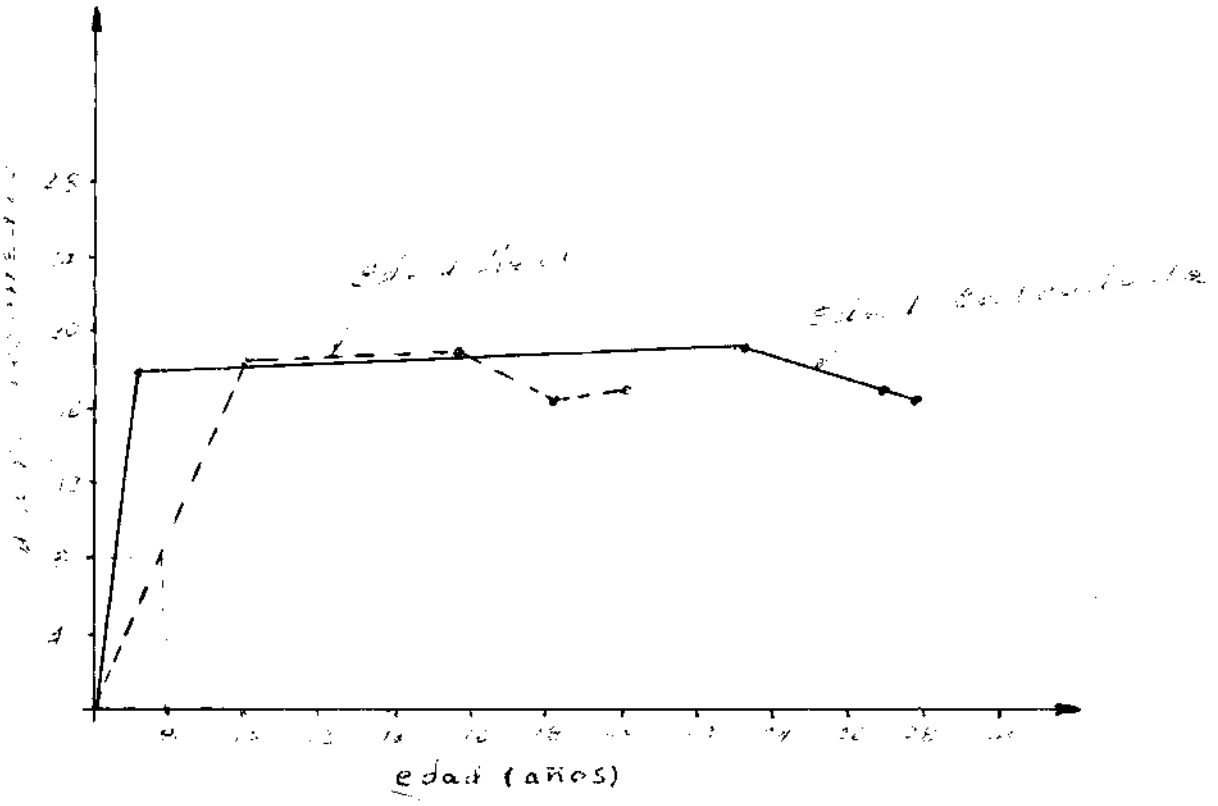
GRAFICA No. 11



Curvas de la circunferencia en relación con la edad en seis especies dominantes del bosque de Chakia.

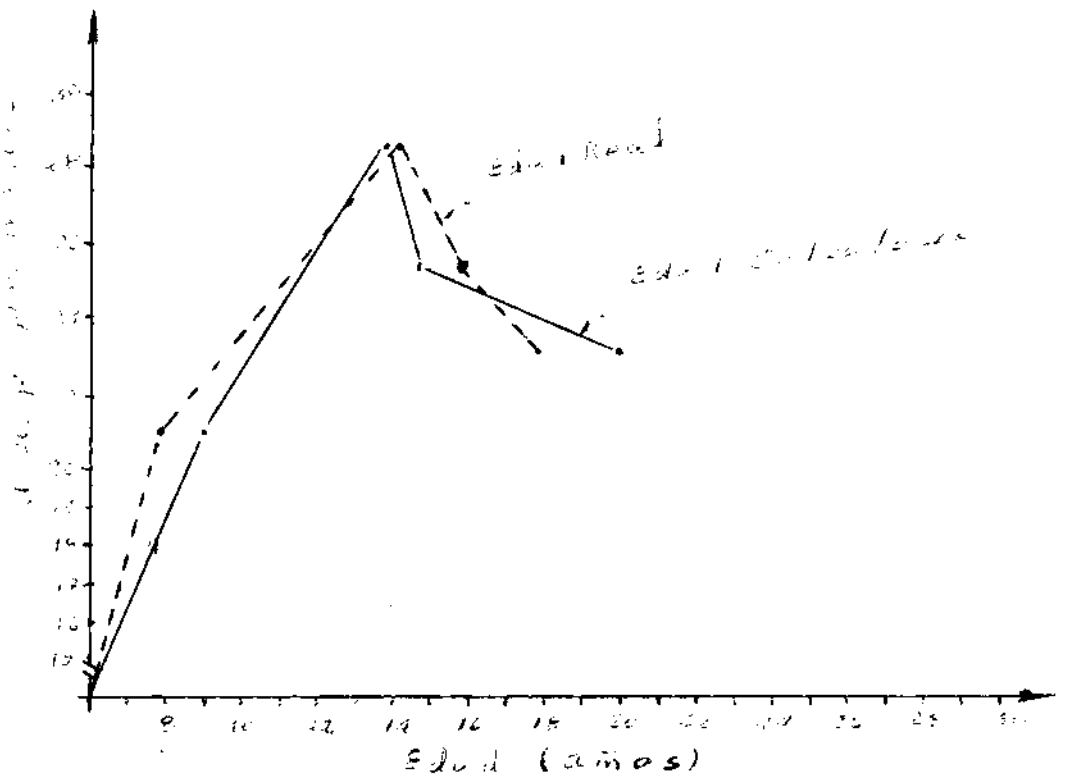
(MISRA, 1974)

GRAFICA Nº 12



Tendencia del crecimiento diamétrico y edad para parcelas de Cupressus lusitanica, según fórmula de PANDE .

GRAFICA Nº 13



Edad real y edad calculada por la fórmula de MISRA (1974), Método A, de parcelas de Cupressus lusitanica

A P E N D I C E 1

DESARROLLO DE LA FORMULA DE PANDE :

Ecuación diferencial :

$$\frac{dx}{dt} = g - m x^2 \qquad (I)$$

donde: dx / dt = derivada con respecto al tiempo o incremento
g = factor que impulsa el crecimiento
x = variable mediante la cual se mide el crecimiento puede ser el diámetro o circunferencia.
m = constante

Si se hace que $m = \frac{g}{K_1^2}$, donde K_1 es otra constante, la ecuación (I) se puede transformar en :

$$\frac{dx}{dt} = g \left(1 - \frac{x^2}{K_1^2} \right) \qquad (I') \qquad \text{ó}$$

$$\frac{dx}{(K_1^2 - x^2)} = \frac{g}{K_1^2} dt$$

Integrando ambos lados de esta última ecuación se tiene :

$$\frac{g\ t}{K_1^2} = \int \frac{dx}{K_1^2 - X^2}$$

Resolviendo el segundo término se tiene :

$$\frac{gt}{K_1^2} = \frac{1}{2K_1} \log \left(\frac{K_1 + X}{K_1 - X} \right) + C \qquad (II)$$

La constante $C = 0$ ya que el diámetro $X = 0$ cuando el tiempo $t=0$.

En la realidad C es una constante relacionada con el número de años que tarda la planta hasta alcanzar la altura del pecho (1.30 m.) .
De la Ecuación (II) se obtiene el tiempo " t " o edad :

$$t = \frac{K_1}{2g} \log \left(\frac{K_1 + X}{K_1 - X} \right) \qquad (III)$$

y además :

$$\frac{K_1 + X}{K_1 - X} = e^{+\frac{2gt}{K_1}} \qquad (IV)$$

Si se hace $\frac{2g}{K_1} = K_2$, se tiene :

$$\frac{K_1 + X}{K_1 - X} = e^{K_2 t} \qquad (IV')$$

Siendo " e " la base de los logaritmos naturales.

Para encontrar el valor de la constante K_1 de la Ecuación (III), se parte del siguiente principio :

Si por ejemplo X_1 , X_2 y X_3 son los diámetros o circunferencias medidas en los tiempos o edades t_1 , t_2 y t_3 respectivamente. Luego si los intervalos (n) entre t_1 y t_2 y entre t_2 y t_3 son iguales o sea que si :

$t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = n$ se tiene :

$$\frac{K_1 + X_1}{K_1 - X_1} = e^{K_2 t_1}$$

$$\frac{K_1 + X_2}{K_1 - X_2} = e^{K_2 t_2} = e^{K_2 t_1} \, e^{K_2 n}$$

$$\frac{K_1 + X_3}{K_1 - X_3} = e^{K_2 t_3} = e^{K_2 t_1} \, e^{K_2 2n}$$

Por ser los intervalos " n" iguales, se tiene la siguiente igualdad :

$$\left(\frac{K_1 + X_2}{K_1 - X_2} \right)^2 = \left(\frac{K_1 + X_1}{K_1 - X_1} \right) \left(\frac{K_1 + X_3}{K_1 - X_3} \right)$$

De la cual se obtiene K_1 :

$$K_1 = \sqrt{\frac{X_2^2 (X_1 + X_3) - 2 . X_1 . X_2 \times X_3}{2 X_2 - (X_1 + X_3)}} \qquad (V)$$

$$\text{ó} \quad K_1 = \sqrt{\frac{X_3^2 \ (X_2 + X_4) - 2 X_2 \cdot X_3 \cdot X_4}{2 X_3 - (X_2 + X_4)}}$$

en la que :

X_1 = diámetro o circunferencia del 1er. año.
X_2 = diámetro o circunferencia del 2o. año.
X_3 = diámetro o circunferencia del 3er. año.
X_4 = diámetro o circunferencia del 4o. año.

Para encontrar el valor $\frac{K_1}{2g} = \frac{1}{K_2}$ de la ecuación (III), se cal-

cula K_2 :

$$\frac{\dfrac{K_1 + X_2}{K_1 - X_2}}{\dfrac{K_1 + X_1}{K_1 - X_1}} = \frac{e^{K_2 t_1} \ e^{K_{2n}}}{e^{K_2 t_1}} = e^{K_{2n}}$$

Luego :

$$K_2 = \frac{2g}{K_1} = \frac{1}{n} \log e \left[\left(\frac{K_1 + X_2}{K_1 - X_2} \right) \left(\frac{K_1 - X_1}{K_1 + X_1} \right) \right] \qquad \text{(VI)}$$

Si el intervalo " n " es de un año, la fórmula de K_2 queda en :

$$K_2 = \log e \left[\left(\frac{K_1 + X_2}{K_1 - X_2} \right) \left(\frac{K_1 - X_1}{K_1 + X_1} \right) \right] \qquad \text{(VI')}$$

y como $K_2 = \frac{2g}{K_1}$, la fórmula III para calcular la edad será finalmente:

$$t = \frac{I}{K_2} \log e \left(\frac{K_1 + X}{K_1 - X} \right) \qquad \text{(III')}$$

en la cual:

t = edad en años
K_2 = constante (fórmula VI)
K_1 = constante (fórmula V)
X = diámetro o circunferencia a la edad " t "

Una fórmula similar, para evitar los logaritmos naturales y trabajar con logaritmos comunes será :

$$t = \frac{n \log \left(\frac{K_1 + X}{K_1 - X} \right)}{\log \left[\left(\frac{K_1 + X_2}{K_1 - X_2} \right) \left(\frac{K_1 - X_1}{K_1 + X_1} \right) \right]} \qquad \text{(III")}$$

en la cual :

t = edad
n = intervalo en años entre X_1 y X_2
K_1 = constante (fórmula V)
X = diámetro o circunferencia a la edad t
X_1, X_2 = diámetros a las edades t_1 y t_2 respectivamente y que sirven para el cálculo de K_1

Para que pueda aplicarse cualquiera de las fórmulas de "t", deben existir dos requisitos:

a) que $2X_2 > X_1 + X_3$
b) que $K_1^2 > X^2$

A P E N D I C E 2

SOLUCION DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE PRIMER ORDEN (1.2) :

$$C_{t+1,\,n+1} = a + \beta\, C_{t,n}$$

Para la época de Germinación de un árbol (edad=0)., la circunferencia es = 0 y se cumple que :

$$C_{t,0} = 0 \qquad (1.3)$$

Se asume que el patrón de crecimiento se conserva en promedio mas o menos el mismo en el año "t" y "t + 1 ", debido a que las condiciones climá - ticas de la región se repiten en cada año.

La solución general de la Ecuación (1.2) será :

$$C_{t,n} = \lambda \beta^{n} + \frac{1}{E - \beta}\alpha = \lambda \beta^{n} + \frac{a}{1 - \beta}$$

donde: λ = constante arbitraria
E = es un operador arbitrario

Condición particular :

A $n = 0$, $C_{t,n} = 0$

Luego: $0 = \lambda + \frac{a}{1 - \beta}$

Entonces : $\lambda = - \frac{a}{1 - \beta}$

Por tanto : La solución particular de (1.2) será :

$$C_{t,n} = \frac{a}{1-\beta}\left[1 - \beta^{n}\right] \qquad (1.4)$$

Factorizando y sacando logaritmo de (1.4) se deduce la edad "n":

$$n = \frac{\log\left[1 - \frac{1-\beta}{a} C_{t,n}\right]}{\log \beta} \qquad (1.5)$$

Si $\beta < 1$ entonces la circunferencia máxima

$$C_{t} = \lim_{n \to \infty} C_{t,n} = \frac{a}{1-\beta}$$