



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# Control colaborativo en procesos con realimentación positiva inherente

Sara Marcela Taborda

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Departamento de Procesos y Energía  
Medellín, Colombia  
2015



# Control colaborativo en procesos con realimentación positiva inherente

Sara Marcela Taborda

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería - Ingeniería Química**

Director:  
Hernán D. Alvarez Z.  
Doctor en Ingeniería

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Departamento de Procesos y Energía  
Medellín, Colombia  
2015



## Dedicatoria

A mi familia



# Agradecimientos

A mi familia por la paciencia y la motivación en todo momento.

A mi director Hernán Darío Álvarez Zapata, por su confianza, paciencia y apoyo durante la realización de este trabajo.

A la empresa SUMICOL S.A.S por el apoyo incondicional que ofreció en tiempo y recursos para poder culminar con éxito esta investigación.



## Resumen

El efecto bola de nieve (“snowball effect”) es un efecto de estado estacionario, pero es claro que puede tener importantes implicaciones en el comportamiento dinámico y la selección adecuada de la estructura de control del proceso. Este tipo de efecto actúa como una re-alimentación positiva de masa y energía en el proceso, la cual complica la dinámica y el control debido a las interacciones y fenómenos no lineales. Las estructuras de control aplicadas en procesos con ciclos de masa y energía, son afectadas frecuentemente por el efecto bola de nieve, lo cual implica que para rechazar perturbaciones relativamente pequeñas, se requieran grandes cambios en las variables manipuladas. Hasta el momento las metodologías propuestas para el diseño de las estructuras de control que permiten mitigar el efecto bola de nieve están muy enfocadas a los sistemas químicos, sin tener en cuenta toda la dinámica del proceso y adicionalmente trabajan con modelo linealizados, sin tener en cuenta que el efecto bola de nieve puede ser afectado por las no linealidades del proceso. El diseño simultáneo del proceso y su control puede ayudar a prevenir el efecto bola de nieve, pero no lo elimina, solo retarda su aparición, algunas veces lo suficiente para que el proceso no se vea afectado durante los periodos de operación. El camino más adecuado que se puede abordar es el de diseñar una estructura de control lo suficientemente robusta que permita rechazar las perturbaciones de manera eficiente evitando la evolución del efecto bola de nieve y retarde al máximo la entrada de un control por anulación (*override*). En esta tesis se desarrolla una estructura de control que permite operar de forma más eficiente un proceso con tendencia al efecto bola de nieve. El sistema de control propuesto tiene una estructura de control colaborativa, la cual utiliza una estructura jerárquica con dos niveles de acción de acuerdo con una jerarquía en las dinámicas. Los puntos de ajuste se modifican en el nivel de supervisión, con criterios de ajuste basados en el desempeño de un índice planteado para el efecto bola de nieve, así se obtiene un esquema colaborativo de los controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID) del nivel de regulación. Finalmente, la estructura propuesta se aplica en el control de un sistema de hidrociclado usado en la industria para la refinación de minerales.

## Abstract

The snowball effect is a steady state effect, but clearly it can have important implications for the dynamic behavior and the appropriate selection of control structure for the process. This type of effect acts as a positive mass and energy feedback on the process, which complicates the dynamics behavior and control of the process due to its inherent interactions and non-linear phenomena. Control structures applied in process with mass and energy recycles are often affected by snowball effect, which means that to reject relatively small perturbations, large changes in the manipulated variables are required. The methodologies proposed for the design of the control structures in order to mitigate the snowball effect are very studied on chemical process. However, they do not consider all the dynamics of the process and additionally they work with linear models of process, which assumes the snowball effect is not affected by process nonlinearities. Simultaneous process and control design can help to prevent the snowball effect, but it does not eliminate it, only retards its appearance, sometimes enough time to make the process never feel it. The most appropriate way that can be addressed to tackle with this effect is to design a control structure sufficiently robust for rejecting disturbances efficiently preventing the evolution of snowball effect and delaying the override control action. This thesis presents a control structure that can operate more efficiently in process with a tendency to develop snowball effect. This control system has a structure of collaborative control, which uses a hierarchical structure with two levels of action in accordance with a dynamic hierarchy. Set points are modified at supervisory level, using adjusting criteria based on the performance of an index proposed for the snowball effect. In this way, a collaborative scheme of the Proportional-Integral-Derivative controllers (PID) is implemented at regulatory level. Finally, the proposed structure is applied to the control of an industrial hydrocycloning system used for mineral reffining.

# Lista de Figuras

3-1. Esquema de un hidrociclón . . . . .	12
3-2. Nomenclatura y geometría usada en el hidrociclón. . . . .	14
4-1. Estrategias de control multivariable. . . . .	23
4-2. Estructura de control colaborativo. . . . .	25
4-3. Estructura de control supervisorio. . . . .	26
4-4. Sistema de bombeo. . . . .	28
4-5. Comportamiento del índice cuando la cuba no alcanza a desbordarse después de una perturbación. . . . .	30
4-6. Comportamiento del índice cuando la cuba alcanza a desbordarse después de una perturbación. . . . .	31
4-7. Comportamiento del índice cuando la cuba no alcanza a desbordarse después de una perturbación (con controlador PID). Perturbación del 20 % en el caudal de reciclo a los 1000 s. No aparece el EBN. . . . .	32
4-8. Comportamiento del índice cuando la cuba alcanza a desbordarse después de una perturbación (con controlador PID). Perturbación del 50 % en el caudal de reciclo a los 1000 s. Aparece el EBN. . . . .	33
4-9. Estructura de control, usando el índice de alarma del efecto bola de nieve dentro del nivel supervisorio . . . . .	34
5-1. Esquema de procesamiento con trenes de hidrociclonado en serie y reciclos. . . . .	35
5-2. Esquema de tren de hidrociclonado. . . . .	36
5-3. Esquema de la hipótesis de modelado del hidrociclón. . . . .	37
5-4. Esquema de un hidrociclón . . . . .	38
5-5. Esquema de un hidrociclón con modificación de presiones en las salida. . . . .	42
5-6. Esquema de simulación de presión y área. . . . .	43
5-7. Estructura de control propuesta. . . . .	46
5-8. Árbol de decisión para el caso del tanque con tendencia a desbordarse. . . . .	50
5-9. Perturbación en el caudal de alimentación realizada al sistema, aumento de 8 % a los 1000 Segundos y de 50 % a los 1200 segundos. . . . .	51
5-10. Respuesta del nivel del tanque. . . . .	52
5-11. Respuesta del nivel del tanque al aumentar un 8 % el flujo que ingresa al sistema. . . . .	52
5-12. Respuesta del nivel del tanque al aumentar un 50 % el flujo que ingresa al sistema . . . . .	53

---

5-13.Respuesta del índice del efecto bola de nieve . . . . .	53
5-14.Respuesta del índice del efecto bola de nieve al aumentar un 8 % el flujo que ingresa al sistema . . . . .	54
5-15.Respuesta del índice del efecto bola de nieve al aumentar un 50 % el flujo que ingresa al sistema. . . . .	55
5-16.Respuesta del caudal de agua que ingresa al tanque. . . . .	55
5-17.Respuesta del caudal alimentado por un hidrociclón. . . . .	56
5-18.Respuesta del caudal alimentado por un hidrociclón al aumentar un 50 % el flujo que ingresa al sistema. . . . .	56
5-19.Respuesta de las densidades. . . . .	57
5-20.Respuesta de los flujos máxicos . . . . .	57
5-21.Respuesta de la presión de alimentación. . . . .	58
5-22.Respuesta de la presión de alimentación al hidrociclón al aumentar un 50 % el flujo que ingresa al sistema. . . . .	58
5-23.Respuesta de la presión del bajo-flujo . . . . .	59
5-24.Respuesta de la presión del bajo-flujo al aumentar un 50 % el flujo que ingresa al sistema . . . . .	59
5-25.Respuesta de la partición de caudales en el hidrociclón . . . . .	60
5-26.Respuesta de la presión del sobre-flujo . . . . .	60
A-1. Árbol de decisión para el caso de disminución del nivel. . . . .	65

# Lista de Tablas

3-1. Principales aplicaciones de los hidrociclones para suspensiones. . . . .	13
4-1. Parámetros del controlador PI sintonizado por método de optimización . . .	31
5-1. Parámetros de operación de la batería de hidrociclonado . . . . .	48

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>XI</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>XIII</b>
<b>Lista de símbolos</b>	<b>XVI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Problema de investigación . . . . .	2
1.3. Objetivos . . . . .	3
1.3.1. Objetivo general . . . . .	3
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	4
<b>2. Comportamientos dinámicos en sistemas industriales</b>	<b>5</b>
2.1. Reciclos de materia . . . . .	5
2.2. Integración energética . . . . .	6
2.3. Efecto bola de nieve “snowball effect” . . . . .	7
<b>3. Teoría básica de los hidrociclones</b>	<b>11</b>
3.1. Principio de operación . . . . .	11
3.2. Índices para calcular la eficiencia de separación de un hidrociclón. . . . .	13
3.3. Conceptualización de la partición de caudales “Split” . . . . .	17
3.4. Modelado del proceso de hidrociclonado. . . . .	18
3.5. Estructuras de control aplicadas a proceso de hidrociclonado . . . . .	19
<b>4. Diseño de la estructura de control colaborativa</b>	<b>22</b>
4.1. Estructuras de control multivariable . . . . .	22
4.1.1. Control multilazo . . . . .	22
4.1.2. Control multivariable . . . . .	23
4.2. Control colaborativo . . . . .	24
4.3. Propuesta de un Índice del efecto bola de nieve . . . . .	26

---

4.4. Ejemplo ilustrativo . . . . .	27
4.5. Estructura de control . . . . .	32
4.5.1. Nivel regulatorio . . . . .	33
4.5.2. Nivel supervisorio . . . . .	34
<b>5. Caso de estudio: tren de hidrociclonado para el beneficio de minerales</b>	<b>35</b>
5.1. Modelo del proceso . . . . .	35
5.2. Estructura de control . . . . .	45
5.3. Resultados . . . . .	49
<b>6. Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>62</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	62
6.2. Recomendaciones . . . . .	63
<b>A. Anexo: Árbol de decisión para cuando el nivel del tanque está disminuyendo</b>	<b>64</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>66</b>

# Lista de símbolos

## Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI
$A$	Área	$m^2$
$a$	Coefficiente curva de la bomba	$\frac{s^2}{m^5}$
$b$	Coefficiente curva de la bomba	$\frac{s}{m^2}$
$c$	Coefficiente curva de la bomba	<i>Adimensional</i>
$D$	Diámetro	m
$g$	Aceleración de la gravedad	$\frac{m}{s^2}$
$H$	Cabeza de la bomba	m, columna de agua
$h_f$	Pérdidas por fricción	$\frac{m^2}{s^2}$
$K_b$	Constante del mineral	m
$L$	Nivel	m
$M$	Flujo másico	$\frac{kg}{s}$
$m$	Masa	kg
$N$	Velocidad de rotación	<i>rpm</i>
$P$	Presión	Pa
$Q$	Caudal	$\frac{m^3}{s}$
$t$	Tiempo	s
$w_i$	Fracción de la cantidad de materia	<i>Adimensional</i>
$V$	Volumen	$m^3$
$v$	Velocidad	$\frac{m}{s}$
$W$	Flujo volumétrico de agua	$\frac{m^3}{s}$
$z$	Altura	m

## Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
$\theta$	Ángulo de la sección cónica del hidrociclón	<i>Radianes</i>
$\mu$	Viscosidad	<i>Pa.s</i>
$\pi$	Número Pi	<i>Adimensional</i>
$\rho_b$	Densidad de la suspensión	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\rho_s$	Densidad real del sólido	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\rho_l$	Densidad del medio continuo	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

## Subíndices

Subíndice	Término
SW	Snowball
i	Entrada hidrociclón
o	Sobre-flujo hidrociclón
u	Bajo-flujo hidrociclón
c	Centro

## Abreviaturas

Abreviatura	Término
<i>SF</i>	Sobre flujo
<i>BF</i>	Bajo flujo
<i>AL</i>	Alimentación

# 1. Introducción

Este trabajo tiene como objetivo desarrollar un sistema de control que permite operar de forma más eficiente un proceso con tendencia al efecto bola de nieve. Dicho efecto aparece en un proceso por la realimentación positiva de masa o energía. Este implica que un ligero cambio en alguna variable del proceso puede producir cambios extremadamente grandes en otras variables. El mencionado cambio es cada vez mayor, sin que exista un límite matemático para el crecimiento de la variable. Siempre son límites físicos del proceso real los que detienen dicho crecimiento o disminución de la variable. El sistema de control tiene una arquitectura sencilla que le permite, de forma práctica, su aplicación industrial. Para lograr esa sencillez, la propuesta usa controladores PID locales bajo una estructura de control colaborativo. En la Sección 1.1 se presentan los antecedentes y la motivación para realizar este trabajo, en la Sección 1.2 se presenta el problema de investigación y el cuestionamiento que se pretende solucionar con este trabajo, por último en la Sección 1.3 se presenta los objetivos de la tesis.

## 1.1. Motivación

El efecto bola de nieve es un efecto de estado estacionario, pero que puede tener importantes implicaciones en el comportamiento dinámico y la selección adecuada de la estructura de control del proceso [3]. Este efecto se ha estudiado principalmente para sistemas químicos con recirculaciones. En la industria de procesamiento de minerales, en el proceso de refinación por hidrociclones específicamente, este efecto también se puede evidenciar debido a las recirculaciones de masa que se dan para aumentar el aprovechamiento de los recursos naturales.

Normalmente los procesos industriales han sido diseñados separadamente de su estructura de control, lo que restringe la posibilidad de corregir este efecto variando condiciones de diseño de planta, como se propone en la literatura [19], [54], [13], [23]. El diseño simultáneo de proceso y control puede ayudar a prevenir el efecto bola de nieve, pero no lo elimina, solo retarda su efecto, algunas veces lo suficiente para que el proceso no se vea afectado durante los periodos de operación. Lo que sugiere que el camino más adecuado que se puede abordar es el de diseñar una estructura de control lo suficientemente robusta que permita rechazar las perturbaciones de manera eficiente evitando la evolución del efecto bola de nieve. Obviamente, cualquier detección temprana del efecto ayudará a hacer mas robusta la estructura de control.

Hasta el momento las metodologías propuestas para el diseño de las estructuras de control que permitan eliminar o mitigar el efecto bola de nieve están muy enfocadas a los sistemas químicos, sin tener en cuenta toda la dinámica del proceso y adicionalmente, en el caso de trabajar con los modelos de los sistemas de proceso, trabajan con modelo linealizados. Es importante tener en cuenta que el efecto bola de nieve puede ser afectado por las no linealidades del proceso [3]. Esto genera la necesidad de buscar mejores maneras de desarrollar estructuras de control para sistemas con tendencia al efecto bola de nieve, que tengan en cuenta todas las dinámicas y que permitan integrar el control de cada una de las partes que componen el sistema. La aproximación presentada en (Moscoso, 2013) para trabajar bajo el esquema de control colaborativo, ha demostrado ser exitosa en control multivariable, por lo que se explorará su uso en este trabajo. Adicionalmente, el proyecto planteado es una investigación aplicada, puesto que el producto obtenido de ella se usará para resolver un problema específico de la industria colombiana. En este trabajo se desarrollará un sistema de control que permita operar de forma más eficiente un proceso de hidrociclado de minerales. De este modo se lograría una explotación más eficiente de los recursos naturales.

## 1.2. Problema de investigación

El control de procesos que tienen realimentación positiva inherente, que puede conducir al efecto bola de nieve (“snowball effect”), ha sido trabajado principalmente en procesos químicos con reciclados, [28], [64], [11], [3]. La acción que se toma para evitar el efecto bola de nieve es fijar el flujo de material recirculado y liberar una variable controlada a un rango más amplio de control, sacrificando rendimiento [28].

En un proceso como el de hidrociclado de pulpas de minerales, donde predomina el hidrociclador como equipo de proceso, el cual es un dispositivo de sedimentación, que emplea una fuerza mayor a la de la gravedad (la fuerza centrífuga) para separar sólidos de un líquido o líquidos de líquidos, aprovechándose de las diferencias en las densidades o tamaños de los componentes de la mezcla, no es posible fijar las corrientes que generan este efecto, ya que estas corrientes son respuestas de otros procesos y traen al caudal y la concentración como perturbaciones. En el caso de que el efecto bola de nieve se presente en el sistema, la acción del controlador sería priorizar un lazo de control (modo anulación u “override”), lo cual podría generar daños en los equipos, accidentes ambientales o producto por fuera de calidad. En cualquiera de las situaciones genera pérdidas económicas importantes para la industria.

En la revisión bibliográfica realizada para el proceso de hidrociclado de pulpas de minerales no se encontró un sistema de control que permita rechazar las perturbaciones del proceso de manera eficiente. Existen algunos sistemas de control que permiten mantener el diámetro de corte deseado, basados en modelos empírico [34], [48], [35], pero sin tener en cuenta la eficiencia del proceso, la cual a nivel industrial es sumamente importante.

Los métodos de control actuales de baterías de hidrociclones no tienen en cuenta las interacciones entre equipos que pueden existir en los procesos de refinamiento de minerales. Esto se debe a que esos sistemas de control han sido desarrollados principalmente para procesos de molienda en húmedo [20], donde muchas de las perturbaciones que se tienen en el sistema estudiado, se pueden tratar como variables manipuladas.

Al aplicar uno de los sistemas de control existentes se tendría un control parcial de la batería de hidrociclono, ya que todo el control estaría enfocado al hidrociclón, olvidando que también se debe controlar el nivel de la cuba en un rango específico, para evitar cavitación en la bomba o derrames en planta. Al aplicar controles desacoplado para el control del hidrociclón y la cuba, se llega a que ambos lazos de control tienen la misma variable manipulada (caudal de la pulpa), y en la mayoría de los casos, ante una perturbación en la alimentación, las acciones de control son opuestas, lo que inevitablemente, a la hora de una perturbación grande llevaría al sistema a prioriza uno de los dos lazos entrando en modo anulación (“override”). El control por anulación, aunque evita daños en equipos, para el proceso, produce producto fuera de especificaciones.

La eficiencia es una característica del proceso que es sensible a pequeñas variaciones en algunas variables de operación. El rendimiento de un hidrociclón depende del diseño, el caudal y la división de flujos. La eficiencia insuficiente en un hidrociclón puede ser una consecuencia de un inadecuado sistema de control el cual no puede cumplir con los criterios de rendimiento [22].

Partiendo de la necesidad de controlar la calidad del producto, el rendimiento del proceso, de evitar daños en los equipos y derrames en la planta, surge la pregunta de investigación:

**¿ Qué estructura de control permite prevenir el efecto bola de nieve (*snowball – effect*), minimizar la entrada del “override” y mantener algunas de las variables del sistema en rangos pequeños de operación?**

Para abordar esta pregunta de investigación, se propusieron los Objetivos que se presentan en la sección siguiente.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo general

Proponer una estructura de control colaborativo, basado en un modelo semifísico de base fenomenológica (MSBF) del proceso, que permita controlar de manera eficiente procesos con realimentación positiva inherente y minimice la entrada del override.

### 1.3.2. Objetivos específicos

1. Identificar estructuras de control aplicados a sistemas de hidrociclono.
2. Identificar los modelos desarrollados para los trenes de hidrociclono y su generalidad.
3. Identificar las estructuras de control existentes aplicadas a procesos con tendencia al “snowball effect”.
4. Analizar los diferentes sistemas de control usados en los procesos de hidrociclono.
5. Plantear un procedimiento para la generación de un sistema de control, basado en modelo semifísico de base fenomenológica, que evite el efecto bola de nieve (“snowball effect”) y minimice la entrada del *override*.
6. Verificar la efectividad de la estructura de control propuesta en su aplicación en simulación a un proceso industrial, basado en el desempeño del sistema de control ante perturbaciones.

## 2. Comportamientos dinámicos en sistemas industriales

La presencia de recirculaciones de masa y energía afecta en gran medida el comportamiento dinámico de un proceso en comparación a la operación del proceso de forma secuencial sin reciclos. Es por esta razón que la operación del proceso cuando existen reciclos, de masa o energía, debe ser analizada de manera más cuidadosa. El propósito de este capítulo es introducir los conceptos clave para el desarrollo de esta investigación a fin de establecer la base de fondo para este trabajo. En la Sección 2.1. se trata los reciclos de materia y sus propósitos principales en un proceso. A continuación, la integración energética y su efecto en el aumento de interacciones, en la Sección 2.2. Finalmente en 2.3 se presenta la definición del efecto bola de nieve y las diferentes aproximaciones para la selección de la estructura de control más adecuada.

### 2.1. Reciclos de materia

Los procesos industriales actuales están fuertemente integrados con respecto a flujos de materia y energía, con el fin de aumentar el aprovechamiento de los recursos utilizados. Estos reciclos pueden llegar a afectar la tarea de selección de una estructura de control [28], [64], [11], [3]. Adicional al aprovechamiento de la materia prima, los procesos están sujetos a regulaciones de seguridad y de emisiones ambientales. Los reciclos de materia o la integración energética implican mayor interacción entre unidades, lo que hace que las dinámicas de un equipo no dependan sólo de su comportamiento sino del de otro u otros equipos. Las interacciones entre equipos obligan al control a ser abordado desde un punto de vista global [4].

Los propósitos principales de la recirculación de materia, se describen a continuación, estos son definidos desde el punto de vista de plantas químicas, de las cuales algunas pueden ser extendibles a otros tipos de procesos [4].

- Aumentar la conversión.

Las recirculaciones se usa para desplazar el equilibrio químico en los procesos que tienen reacciones reversibles, ya que por el principio de Le Châtelier, si en un sistema en equilibrio se modifica algún factor, en este caso generalmente lo que se busca modificar es la concentración de los productos, el sistema evoluciona en el sentido que tienda a

oponerse a dicha modificación, es decir evoluciona para generar más producto, si ese es el interés.

- Mejorar la economía del proceso.

En la mayoría de los procesos es menos costoso tener un reactor con conversión incompleta y reciclar los reactivos, que alcanzar el nivel necesario de conversión con un solo reactor o varios en serie.

- Mejorar la selectividad del proceso.

En sistemas de reacciones químicas en serie, por ejemplo  $A \rightarrow B \rightarrow C$ , donde B es el producto deseado, la tasa de conversión de A debe ser baja para evitar una alta concentración de B, ya que de este se produce C, el producto no deseado. Esto es, la concentración de B en el reactor debe mantenerse baja, evacuando el producto B y recirculando A tras un proceso de separación.

- Prevenir reacciones secundarias.

El reactivo límite debe separarse del reactor y recircular los reactivos en exceso, para evitar reacciones secundarias, ya que si el reactivo límite no se mantiene en una concentración baja, este reacciona dando lugar a productos no deseados.

- Controlar propiedades en reactores químicos y biológicos..

El control de la conversión se puede lograr con reciclos, lo que implica un mayor control en las propiedades finales de los productos que reaccionan, tales como peso molecular, tamaño de cadena y viscosidad.

- Control de temperatura.

En reacciones adiabáticas o exotérmicas, en las que es difícil el control de la temperatura, frecuentemente es necesario alimentar el reactor con un exceso de algún reactivo o producto, para que las temperaturas no excedan los límites. Esto va ligado al control de la conversión.

## 2.2. Integración energética

El empleo de la tecnología de proceso de integración energética es un enfoque importante para reducir el consumo de energía en la industria de procesos químicos [15]. Esto implica el uso de una corriente del proceso, que no es de fluido de servicio, a alta temperatura para ceder calor a una corriente que se encuentra a menor temperatura. El objetivo de la integración energética es mejorar la eficiencia termodinámica del proceso, lo que supone una reducción en los costos de servicios auxiliares (por ejemplo vapor a altas temperaturas)[4]. Esto conlleva a una alta interacción entre las dinámicas de las unidades de procesos, lo cual se traduce en una alta probabilidad de aparición del efecto bola de nieve y una mayor complejidad a la hora de seleccionar o diseñar una estructura de control eficiente.

## 2.3. Efecto bola de nieve “snowball effect”

Luyben (1994) introdujo el término “bola de nieve” (*snowball*) para describir el efecto del reciclo en un sistema de reactor-separador con reciclo (RSR). Tal efecto implica que un ligero cambio en alguna variable del proceso puede producir cambios extremadamente grandes en otras variables. El mencionado cambio es cada vez mayor, sin que exista un límite matemático para el crecimiento de la variable. Siempre son límites físicos del proceso real los que detienen dicho crecimiento o disminución de la variable. Desafortunadamente, tal limitación física ocurre cuando la situación ya es totalmente anormal para el proceso. Por ejemplo, un pequeño cambio en un caudal de alimentación fresca podría conducir a un aumento significativo en un caudal en las corrientes de reciclo. Este tipo de efecto actúa como una retroalimentación positiva en el proceso la cual complica la dinámica y el control debido a las interacciones y fenómenos no lineales [50]. Este efecto ha sido ejemplificado de una manera simple y clara para un sistema con reciclo de materia en [4].

Luyben (1994) también encontró que el efecto bola de nieve se podía prevenir de dos maneras: i) utilizar una estrategia de volumen variable en el control del tiempo de residencia en el reactor y ii) fijar el caudal de reciclo. Dichas acciones pueden generar que el sistema de control utilizado no sea desde un punto de vista económico el más eficiente. Larsson y colaboradores (2003) analizaron el problema de control sujeto a restricciones activas para optimizar el rendimiento económico del proceso. Tuvieron en cuenta dos escenarios, uno con una función objetivo para minimizar el consumo de energía, y la otra para maximizar la tasa de producción. Sus resultados mostraron que, dependiendo de los objetivos económicos y operativos, las maneras propuestas por Luyben no siempre son precisas.

El efecto “bola de nieve” no es un problema de control pero puede hacer el proceso más difícil de controlar. Este efecto puede decirse que es más un problema de diseño ya que en muchos casos podría solucionarse con un dimensionamiento diferente de los equipos [19], [54], [13], [23]. Sin embargo, normalmente los procesos industriales han sido diseñados separadamente de su estructura de control, lo que restringe la posibilidad de corregir este efecto variando condiciones de diseño de la planta. El diseño simultáneo del proceso y su control puede ayudar a prevenir el efecto bola de nieve, pero no lo elimina, solo retarda su aparición, algunas veces lo suficiente para que el proceso no se vea afectado durante los periodos de operación. El único camino que se puede abordar es diseñar una estructura de control lo suficientemente robusta que permita rechazar las perturbaciones de manera eficiente evitando la evolución del efecto bola de nieve.

Las estructuras de control con reciclos son afectadas frecuentemente por el efecto bola de nieve “snowball effect”, el cual implica que para rechazar perturbaciones relativamente pequeñas, se requieran grandes cambios en las variables manipuladas. Para diferentes autores el efecto bola de nieve es un problema enfocado principalmente al diseño de planta, el cual hace más difícil y crítico el diseño del control, pero como ya se dijo, no es un problema de control, pese a que el control debería ser capaz de evitarlo [54], [13], [19], [23]. Por otra

parte Semino [51] y Horváth y colaboradores [21], aseguran que el efecto bola de nieve puede deberse a un error en la selección de la estructura de control. En lo que sigue se mencionan varias alternativas reportadas en la literatura como opciones para tratar dicho efecto. Como se verá, no siempre son efectivas o tienen limitaciones fuertes para su uso en la mayoría de procesos. Cada trabajo se nombra de acuerdo con la particularidad interesante que aborda.

### **Regla de Luyben [28]**

El proceso de ejemplo que usó Luyben consistió en un reactor continuo de tanque agitado seguido por dos columnas de destilación. Al utilizar una estructura de control convencional para dicho sistema, incrementos pequeños en la alimentación fresca al proceso podrían generar incrementos de hasta 100% en las corrientes de reciclo, lo que hacia inoperable el sistema. Luyben encontró que el efecto bola de nieve se podía prevenir de dos maneras: i) control de nivel del reactor mediante la manipulación de caudal de alimentación fresca y ii) fijar el caudal de reciclo. Desde el punto de vista económico estas soluciones no son las más eficientes, ya que sacrifican el rendimiento, pues debe trabajar el sistema a una menor capacidad para prevenir que el efecto bola de nieve se desarrolle plenamente [3]. Esta propuesta sirve solamente para estructuras de control con ganancias pequeñas [54].

### **Análisis del efecto bola de nieve [51]**

En este trabajo se propone un procedimiento sistemático que es capaz de analizar todas las posibles configuraciones de control y clasificarlas de acuerdo a su capacidad de rechazo de perturbaciones sin saturación de las variables manipuladas. Esta saturación el autor la relaciona directamente con el efecto bola de nieve. Si las variables manipuladas nunca se saturan, el efecto bola de nieve no se presenta. Para poder hacer los análisis de los controladores se trabaja con la linealización del modelo. Con este camino para la selección de la estructura de control se sacrifican algunas estructuras que aun llegando a la saturación de las variables manipuladas podrían recuperarse y prevenir dicho efecto.

### **Enfoque heurístico para el diseño de estructuras de control [65]**

Proponen un enfoque heurístico para el diseño de estructuras de control para un sistema reactor- separador. Se basa en un análisis de perturbaciones en estado estable y en la simplificación de algunos lazos de control de composición en la estructura de control. Requiere mínima información del proceso (balance de masa). Esta propuesta no tiene en cuenta toda la dinámica del proceso para el desarrollo de la estructura de control. Adicionalmente, no considera que la recirculación de masa no es la única que puede generar el efecto bola de nieve, la recirculación de energía también [23], [4].

### **Controlabilidad en sistemas con reciclos [21]**

En este trabajo se presenta una metodología para la selección de una estructura de control para un sistema de producción de etilbenceno. Se propone un método que permite seleccionar las mejores estructuras de control con base a resultados de índices de controlabilidad calculados en estado estable. Esta metodología no se podría aplicar a cambios de producción con transitorios largos. Para este sistema solo se pudieron evaluar perturbaciones pequeñas, alrededor de 1 % en los flujos. Para perturbaciones más altas los índices de controlabilidad, con los que se determina la mejor estructura de control, no es posible calcularlos de manera precisa.

### **Uso de optimización para detectar el efecto bola de nieve [29]**

Se utiliza programación no lineal mixta entera (Mixed-Integer Nonlinear Programming (MINLP)) para analizar la trayectoria de las variables de proceso y detectar la ocurrencia del efecto bola de nieve. También puede ser usado para desarrollar arquitecturas de control que pueden evitar este problema, ya que una vez que se detecta un problema potencial de bola de nieve, una segunda optimización MINLP puede determinar qué variables adicionales necesitan ser controladas para evitar el problema. Esta metodología trabaja con modelos linealizados, de ahí que su aplicabilidad en procesos fuertemente no lineales sea limitada.

### **Control por anulación - “Override”**

El control tipo “override”, también llamado control por anulación o sobremando, existe cuando una variable de proceso es la variable de control en la operación normal, pero durante una operación anormal otra variable y su propio controlador asumen el mando del elemento final de control para evitar que se sobrepasen las restricciones de seguridad, o del proceso, o que el límite de los equipos se exceda. El control tipo “override” es menos abrupto que el uso de sistemas de bloqueo, que suele apagar el equipo con el fin de evitar que se sobrepase un límite o una restricción. Éste suele mantener alguna variable de proceso a partir de que esta alcanza una condición insegura, y por lo tanto los puntos de disparo del bloqueo no se alcanzan. El control “override” mantiene el equipo funcionando, aunque tal vez a una condición subóptima [26]. Se trata normalmente de un control de protección para asegurar que algunas variables del proceso se encuentren dentro de unos ciertos límites. Normalmente las variables críticas del proceso custodiadas por el control por anulación no son variables de calidad del producto sino de seguridad del proceso, por lo tanto esta alternativa no sería una solución eficiente al implementarse en un sistema con tendencia al efecto bola de nieve.

Todas las aproximaciones halladas en la literatura, y de las cuales se ha expuesto brevemente su propuesta central, muestran que es posible contrarrestar el efecto bola de nieve siempre

que se pueda medir la propensión de su ocurrencia. Esta tesis se enfoca en un modo para detectar esa propensión y en una propuesta de control colaborativo centrada en tal índice.

## 3. Teoría básica de los hidrociclones

El hidrociclón es un equipo de uso extendido en la industria del procesamiento de minerales debido a su versatilidad y bajo costo de mantenimiento por la ausencia de componentes móviles [12]. En torno al tema de control y monitoreo de hidrociclones, se ha avanzado mucho en lo relacionado con la medición en línea de algunas variables, pero esto aún no se ha incorporado en lazos de control. Este capítulo se presenta con el fin de dar un contexto general al proceso de hidrociclonado. En la Sección 3.1 se describen los principios de operación del hidrociclón y sus aplicaciones. Los principales índices empleados para definir la eficiencia del hidrociclón se presentan en 3.2, la partición de caudales y su conceptualización se presenta en la Sección 3.3. Por último en las Secciones 3.4 y 3.5 se presenta el estado del arte en el modelamiento y control de hidrociclones respectivamente.

### 3.1. Principio de operación

Un hidrociclón es un dispositivo de sedimentación, que emplea una fuerza mayor a la de la gravedad (la fuerza centrífuga) para separar sólidos de un líquido o líquidos de líquidos, aprovechándose de las diferencias en las densidades o tamaños de los componentes de la mezcla. Para la separación sólidos-líquido esta mencionada fuerza es de hecho el campo centrífugo producido cuando una suspensión se bombea y alimenta tangencialmente en un cuerpo cilíndrico con una sección cónica. En la Figura 3-2 se identifican las medidas características de un hidrociclón y su nomenclatura. Como se crea un vórtice, las partículas gruesas se mueven hacia la pared y las finas hacia el centro. El flujo es inicialmente por la pared interior de la sección cilíndrica, hasta el punto de estancamiento cerca del vértice de la sección cónica. Allí, ya que la abertura de descarga por el fondo es pequeña, el torbellino primario que va hacia abajo se ve obligado a girar de nuevo hacia arriba, formando así el vórtice secundario. Por lo tanto, en la parte inferior del cono el flujo se divide en dos corrientes, el bajo-flujo que contiene la mayor parte de las partículas gruesas, y el sobre-flujo con la mayoría de las partículas finas en ella. La separación se basa en la diferencia de las velocidades como en la sedimentación. Por lo tanto, el tamaño, la densidad y forma de las partículas desempeñan un papel importante en la operación [38]. Los tamaños típicos de hidrociclones van desde 10 mm a 2,5 m de diámetro en la sección cilíndrica, equipos que son capaces de separar partículas de tamaños que van desde 1,5 hasta 300 mm (y densidades de hasta de  $2700 \text{ kg/m}^3$ ) [2].

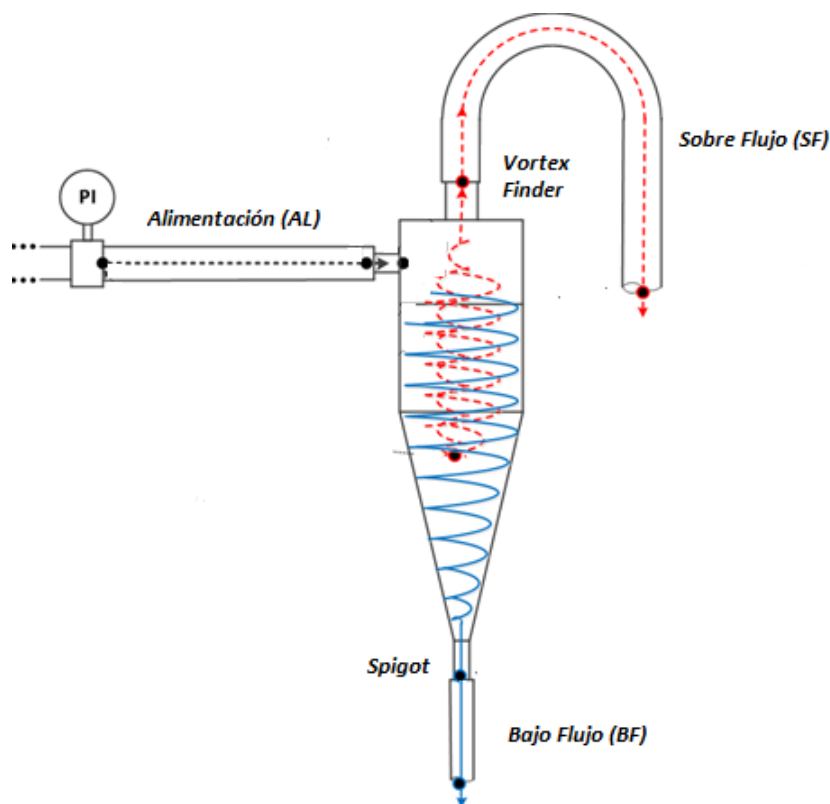


Figura 3-1.: Esquema de un hidrociclón

Los hidrociclones son equipos muy versátiles, pueden ser empleados como espesadores, clarificadores, clasificadores e incluso en las separaciones líquido-líquido. En la Tabla 3-1 se muestran seis aplicaciones esenciales para hidrociclones.

Aplicación	Descripción	Corriente de Interés
<b>Espesado</b>	Eliminación de agua de una suspensión. En el hidrociclón la eliminación de agua generalmente va acompañada por una fracción de sólidos muy finos.	Bajo-flujo (sólidos concentrados)
<b>Deslamado</b>	Eliminación de partículas finas de la corriente total.	Bajo-flujo

Aplicación	Descripción	Corriente de Interés
<b>Refinado</b>	Eliminación de partículas gruesas de la corriente total. Pequeñas cantidades de partículas superiores al tamaño deseado son evacuadas con el sobre-flujo.	Sobre-flujo
<b>Clasificación selectiva</b>	Separación de diferentes tipologías de materiales gracias a sus diferentes características físicas.	Sobre-flujo/Bajo-flujo
<b>Recuperación de sólidos</b>	Eliminación de sólidos de efluentes	Bajo-flujo
<b>Fraccionamiento</b>	Partición de una corriente en un tamaño de partícula específico	Sobre-flujo/Bajo-flujo

**Tabla 3-1.:** Principales aplicaciones de los hidrociclones para suspensiones [57].

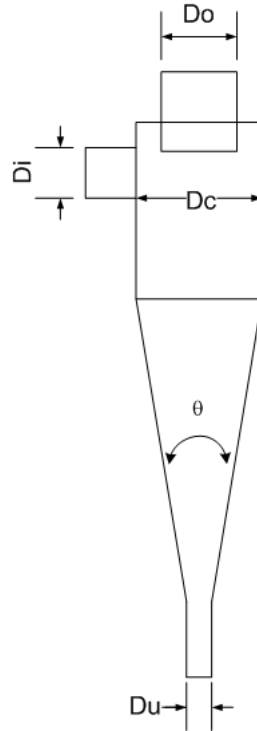
## 3.2. Índices para calcular la eficiencia de separación de un hidrociclón.

A través del tiempo se han venido desarrollando diferentes índices para indicar que tan bien está trabajando un hidrociclón. Las características más importantes del rendimiento de hidrociclones son el tamaño de corte, la caída de presión y el flujo volumétrico, por lo tanto la eficiencia del hidrociclón generalmente se ha definido en función de estas. La definición de los términos usados en todas las formulaciones que se presentarán están ilustrados en la Figura 3-2.

### Tamaño de corte

Estas se dividen principalmente en dos, los que tienen en cuenta la concentración de la suspensión alimentada y los que no [38]. Las principales, que no tienen en cuenta la concentración del flujo de alimentación se presentan a continuación, [38].

- Dahlstrom, 1949



**Figura 3-2.:** Nomenclatura y geometría usada en el hidrociclón.

$$x_{50} = \frac{C(D_0 D_i)^{0,68}}{Q^{0,53}} \left[ \frac{1,73}{\rho_s - \rho} \right]^{1/2}$$

donde  $x_{50}$  es el tamaño de corte,  $C$  es una constante sensible a cambios en las dimensiones del hidrociclón,  $D_0$  y  $D_i$  son los diámetros del sobre-flujo y la alimentación respectivamente,  $Q$  es el flujo volumétrico alimentado,  $\rho_s$  y  $\rho_l$  son las densidades de los sólidos y el medio continuo respectivamente.

- Yoshioka and Hotta, 1955

$$x_{50} = 0,2 D_i^{0,8} D_o^{0,8} D_c^{0,1} \left[ \frac{\mu}{Q(\rho_s - \rho_l)} \right]^{1/2}$$

donde  $D_c$  es el diámetro del hidrociclón y  $\mu$  la viscosidad de la suspensión.

- Gelder, 1957

$$x_{50} = D_o 2 \left[ \frac{0,349 Re(D_c - kD_o)}{D_i} \right] \left[ \frac{\rho_s}{\rho_l} - 1 \right]^{1/2}$$

donde  $Re$  es el número de Reynolds y  $k$  es una constante función de  $D_i^2/D_o D_c$

- Rietema, 1961

$$C_{y50} = x_{50}^2 (\rho_s - \rho) \left[ \frac{L \Delta P}{\mu \rho Q} \right]$$

$C_{y50}$  es un número adimensional que es calculado experimentalmente, y no está relacionado con las variables principales del hidrociclón,  $\Delta P$  es la caída de presión y  $L$  es la altura total del hidrociclón.

- Bradley, 1965

$$x_{50} = \left[ \frac{18\pi\mu(1 - R_f)}{16LQ(\rho_s - \rho)} \right]^2 \left[ \frac{2,3D_o}{D_c} \right]^n \left[ \frac{D_i^2}{\theta} \right]$$

donde  $n$  es una constante empírica que depende del diseño del hidrociclón y de sus propiedades,  $R_f$  es la relación entre el flujo volumétrico del bajo-flujo y la alimentación y  $\theta$  es el ángulo del cono del hidrociclón.

- Lynch and T. C. Rao, 1968

$$\log x'_{50} = \frac{D_o}{2,6} - \frac{D_u}{3,5} + \frac{\Delta P}{10,7} - \frac{Ql_0}{52} + K$$

donde  $x_{50}$  es en micrómetros,  $D_o$  y  $D_u$  son en pulgadas,  $\Delta P$  es en libras por pulgada cuadrada (psi),  $Ql_0$  (tasa de flujo másico del medio continuo en el sobre-flujo) es en  $ton/h$ , y  $K$  es una función de el material y el hidrociclón.

Los índices de eficiencia presentados no definen de manera práctica la eficiencia de la planta de producción estudiada, por lo tanto se propone una nueva medición de manera que se pueda traducir a las variables de calidad que realmente interesan en el proceso. Teniendo en

cuenta que el interés de la separación en este caso es alrededor de un tamaño de partícula, una eficiencia mas adecuada se podría definir como [38]:

$$E_p = \left[ \frac{M_{SF}}{M_{AL}} \right]_{x_1/x_2}$$

donde  $x_1/x_2$  representan un rango de tamaño de partícula específico,  $M_{BF}$  y  $M_{AL}$  son flujo de sólidos en el bajo-flujo y alimentación respectivamente.

Con base en esto se define un índice de eficiencia para el proceso de clasificación de partículas mediante hidrociclonado. En este caso el proceso consta de un refinamiento, por lo tanto, como se mencionó en la Tabla **3-1**, el producto de interés se obtiene por el sobre-flujo, por lo tanto la eficiencia se pondrá en función de esta corriente y sus características asociadas, así

$$E_p = \frac{\%d_{45\mu m, SF}}{\%d_{45\mu m, AL}} \left[ \frac{\rho_{SF} - \rho_l}{\rho_{AL} - \rho_l} \right] * VolumeSplit \quad (3-1)$$

El *VolumeSplit*( $VS$ ) es la relación del caudal del sobre-flujo y el de la alimentación, este se definirá con mayor profundidad más adelante. Este índice define la eficiencia como la relación entre la cantidad de material útil (menor a determinado diámetro de partícula, en este caso por ejemplo de  $45\mu m$ ) recuperado por el sobreflujo. Este índice habla de recuperación y aprovechamiento de la materia prima. El valor de  $\%d_{(45\mu m, sf)}$ , es un dato proporcionado por el proceso, ya que depende de la aplicación del producto o las condiciones requeridas por el proceso posterior.

### Capacidad y caída de presión

La caída de presión es una variable importante y es más fácil de definir que la eficiencia. Las relaciones entre  $Q$  y  $\Delta P$  se pueden desarrollar por medio de lo establecido en la teoría para el flujo de líquidos en tuberías. Algunas de estas correlaciones son:

- Trawinski, 1958

$$Q = K D_i D_o \left[ \frac{\Delta P_g}{\rho} \right]^2$$

donde  $K$  es un factor, que contiene relaciones de diámetros, las pérdidas por fricción, y ángulo del cono como variables.  $\Delta P_g$  es la caída de presión.

- Aproximación de Bradley, 1965

$$\left[ \frac{\Delta P / \rho}{v_i^2 / 2g} \right] = K D_i D_o \left[ \frac{\alpha^2}{n} \right] [(D_c / D_o)^{2n} - 1]$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente de pérdida de velocidad de entrada,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $v_i$  la velocidad tangencial de entrada, con  $0 < n < 1$ . Según la experiencia  $n$  disminuye al aumentar el contenido de sólidos.

Para esta tesis no se va a usar ninguna de estas correlaciones, ya que se va a trabajar a partir de un modelo semifísico de base fenomenológico, donde estas variables son variables que el modelo está en capacidad de predecir [32].

### 3.3. Conceptualización de la partición de caudales “Split”

La relación de separación es uno de los parámetros de funcionamiento más cruciales en la separación que se logra con un hidrociclón. Para una velocidad de flujo de entrada dado, un cambio en la relación de separación cambiará la distribución del campo de velocidades y resultará en diferentes características en el flujo en circulación [27]. Existen tres conceptos principales para la relación de separación que tienen en cuenta los caudales de entrada y salida del hidrociclón, los cuales son: “Volume Split”, “Ratio Split” y “Water Split”.

El “Volume Split” o “Ratio Split” se definen como la proporción del flujo volumétrico alimentado que sale por el sobreflujo [12],[35], [14], [67]:

$$VS = \frac{Q_{SF}}{Q_{AI}} \quad (3-2)$$

Esta relación es usada tanto para sistemas de separación sólido- líquido como en líquido- líquido para definir y controlar la eficiencia de clasificación del hidrociclón [8], [35], [14], [22]. En este trabajo se mantienen en lo posible los nombres en inglés debido a que hay muy poca literatura consolidada en español sobre el tema.

El concepto de *WaterSplit* está definido como la relación entre el caudal de agua que sale a través del bajo-flujo y el sobre-flujo. Rao y colaboradores [44] han concluido que la recuperación de partículas relativamente finas por el bajo-flujo, es directamente proporcional a la recuperación de agua a través del mismo. Esto sugiere que el comportamiento de división del agua en un hidrociclón influye en su eficiencia de clasificación, por lo tanto podría ser tomado como un buen criterio para el control, ya que sería relativamente fácil de ajustar modificando las presiones de salida del hidrociclón. Muchas correlaciones se han desarrollado para predecir el *WaterSplit*, el cual está definido por:

$$WS = \frac{W_{BF}}{W_{SF}} \quad (3-3)$$

donde  $W$  es el flujo volumétrico de agua [52], [41]. Adicional a esta definición también se pueden encontrar la siguiente definición [46], [44]:

$$WS = \frac{W_{BF}}{W_{AL}} \quad (3-4)$$

Muchas correlaciones ([30], [66], [25], [55], [1], [40], [44], [45], [52], [33]) han sido desarrolladas para predecir el *Watersplit* en hidrociclones. La característica principal de todas estas ecuaciones es que están deducidas a partir de datos experimentales, por lo que no se puede encontrar generalidad en ellas. El valor de la relación de separación, sea cual sea, se rige principalmente por la relación de diámetros del bajo flujo y sobreflujo, pero también se ve afectado en menor medida por otros factores tales como el caudal de alimentación, el porcentaje de sólidos en la alimentación, etc. [41]. Para este trabajo se va a usar la definición presentada en la Ecuación 3.3, ya que la relación de eficiencia a usar, Ecuación 3-1, se planteó en función de esta. Es importante resaltar que la mayoría de estas definiciones de la partición de caudales están correlacionadas, por lo tanto a partir del que se seleccione se puede deducir las otras.

### 3.4. Modelado del proceso de hidrociclonado.

En la parte del modelado de hidrociclones se ha tenido un avance, pero aún falta realizar muchos esfuerzos para conseguir modelos semifísicos de base fenomenológica. Neesse & Dueck [36] resaltan el hecho de que las fluctuaciones en el contenido de sólidos y distribución de tamaño de partícula en el alimento representan una de las principales perturbaciones en el funcionamiento de los hidrociclones, lo cual afecta el grado de separación alcanzado. Por tal razón, se requiere de la implementación de mecanismos de control en la operación de los hidrociclones. Diseñar un sistema de control eficiente para cualquier proceso, requiere del conocimiento profundo de la dinámica del mismo. Para tal fin, los autores desarrollaron un modelo basado en las ecuaciones de Navier-Stokes. Por otra parte, Silva y colaboradores [53] presentaron un trabajo donde realizaron ajuste fino de los parámetros de dos tipos diferentes de modelos, aplicados a una refinera de aluminio. En dicho trabajo se mostró la importancia de determinar los parámetros del modelo a través de datos reales de operación del proceso específico que se quiere modelar. Finalmente, los autores resaltan que el modelo obtenido puede servir para calcular valores de las variables de entrada al sistema (como por ejemplo el caudal de alimento, el tamaño promedio de partícula y la concentración de sólidos en el alimento), que permitan optimizar el desempeño de los hidrociclones.

Un estudio reciente publicado por Venugopal [59] en 2012, presenta un resumen del estado del arte en torno al tema de modelado de hidrociclones. Dicho estudio concluye que si bien en las últimas cinco décadas se han realizado avances significativos para entender y predecir los fenómenos que tienen lugar dentro de un hidrociclón, utilizando inclusive herramientas como fluido dinámica computacional (CFD por sus siglas en inglés), aún se requieren mayores esfuerzos en el modelado de dichos sistemas, tendientes a explicar fenómenos que se han reportado en operaciones a nivel industrial (como el fenómeno denominado *fishhook*) y que permitan realizar un verdadero control del hidrociclón para lograr optimizar la operación a escala industrial.

En tal sentido, en el 2014 se presentó un un modelo semifísico de base fenomenológica desarrollado por la Universidad Pontificia Bolivariana y la Universidad Nacional de Colombia para Sumicol S.A.S. Dicho modelo se basa exclusivamente en balances de materia y de energía mecánica. El modelado realizado para un hidrociclón se describe en [32]. Este modelo actualmente se considera como “*Know-how*” de la empresa, por tanto no se puede presentar detalladamente en este trabajo. Sin embargo, correlaciones empíricas obtenidas desde el modelo y validadas con datos reales, son las que se reportan en esta tesis como modelo funcional para probar la estructura de control.

### 3.5. Estructuras de control aplicadas a proceso de hidrociclizado

En el control del proceso de hidrociclizado Neesse [34], muestra un avance importante, consiguiendo implementar un lazo de control a una batería de hidrociclones, donde se pretendía controlar el diámetro de corte del hidrociclón, definido por Neesse como el tamaño de partícula más grande que hay en el sobre-flujo. Las entradas al controlador que proponen son: caída de presión, ángulo de salida del bajo-flujo, masa almacenada en el hidrociclón y velocidad de giro de la bomba. Los elementos finales de control son la válvula en el sobre-flujo y un variador de velocidad para la bomba de alimentación. En general los resultados mostrados son interesantes, ya que aparte de controlar el corte, aseguran una mayor eficacia de hidrociclizado.

En un trabajo mas reciente, el mismo Neesse [48], propone un nuevo controlador, eliminando la medición del peso del hidrociclón, manteniendo todo lo demás igual a como lo propuso en el año 2000. Es importante hacer énfasis en que en los lazos de control anteriores no se especifica qué tipo de controlador se usa para tomar las decisiones de cuánto deben cambiar las variables manipuladas. La variable controlada, diámetro de corte, no se está midiendo en tiempo real, ésta se asegura con la caída de presión y con la forma de descarga del bajo-flujo, además que con esta última también se asegura un trabajo eficiente del hidrociclón.

Nessee desarrolló un trabajo de aplicación del sistema de control descrito anteriormente en los hidrociclones pertenecientes a un circuito de molienda en húmedo [37]. Lo que se controla es la división de volúmenes en el hidrociclón (“volumen Split”). Con este control se puede asegurar que pese a cambios en la distribución de tamaño de partícula (DTP) y en la concentración de entrada al hidrociclón, que son las perturbaciones principales consideradas por el autor, el tamaño máximo de salida por el sobreflujo es aproximadamente constante. Nessee [35], enriquece los trabajos previos mostrando como lo que realmente se está controlando es la partición de volúmenes del hidrociclón cuando se usa el lazo de control ya mencionado.

En la patente [61] se propone el control de la densidad de la alimentación adicionando agua variando la velocidad de giro de la bomba, con el fin de mantener las condiciones de alimentación al hidrociclón constantes. Aquí no se considera la variación del tamaño de partícula que puede tener la suspensión, y además el lazo de control propuesto no tiene en cuenta que cuando manipulan el caudal están variando la cantidad de material que ingresa al hidrociclón y lo puede estar afectando la clasificación.

Adicionalmente a lo propuesto por Nessee, Wai Wong y compañía [60] proponen un nuevo control para hidrociclones, donde el controlador está basado en un sistema híbrido de lógica borrosa (fuzzy) usando algoritmos meméticos para la optimización de los parámetros del controlador borroso. En este caso la variable controlada es  $d_{50c}$ , la cual es el diámetro de las partículas que se distribuyen de igual manera en el bajo-flujo que en el sobre-flujo. Las variables manipuladas son: el flujo de alimentación, altura del vortex y apertura del bajo-flujo (spigot opening). En el lazo de control presentado por Wai Wong [60] no existe un bloque para la acción de control dentro del sistema, pues lo que más le interesaba era predecir  $d_{50c}$ .

En [20] se hace un buen resumen de los métodos de control automático para las plantas de procesamiento minero, donde los hidrociclones juegan un papel muy importante. Hodouin [20] aborda el control del proceso de hidrociclonado dentro de los circuitos de molienda en húmedo. En este trabajo se muestra que los controladores que se enfocan al control de los hidrociclones se basan principalmente en modelos empíricos, donde la caída de presión sigue siendo uno de los factores más importantes del control.

En la literatura se encuentran pocas referencias de otros tipos de control aplicados al proceso de hidrociclonado, puesto que generalmente se incluyen en sistemas de control de procesos más globales, siendo los más populares los circuitos de molienda en húmedo. Se pueden encontrar control predictivo basado en modelo, [43], [10], [5], [9] y control supervisorio, [42]. En todos los controladores anteriores la medición de la presión del sobreflujo del hidrociclón es clave.

Un estudio reciente publicado por Aldrich [2] en 2015, presenta un resumen del estado del arte en torno al tema de control y monitoreo de hidrociclones. En este se presentan las diferentes técnicas de monitoreo desarrolladas para hidrociclones, tales como sensores *soft*, los cuales permiten predecir variables no medidas a través de otras que si se están midiendo y se referencian otras tecnologías empleadas para el monitoreo de hidrociclones en línea tales como tomografía, ultrasonido, óptica laser, entre otras. Este estudio concluye, que aunque algunos de estos enfoques se han comercializado, el seguimiento en línea de hidrociclones aún no se ha incorporado en lazos de control del proceso, por consiguiente no debe considerarse como una tecnología madura todavía.

En general en este capítulo se resumen los principales trabajos desarrollados para los hidrociclones desde el punto de vista de modelado y control. De esta revisión es importante considerar que el control de la partición de caudales se expone como una de las estrategias más adecuadas en la actualidad, siendo la presión de salida del sobre-flujo la variable a manipular por excelencia. Por la parte del modelado, la mayoría de trabajos revisados desarrollan modelos de base empírica, o al ser de base fenomenológica (CFD), presentan una complejidad alta que los hace ineficientes a la hora de ser usados en control. Por lo tanto se va a hacer uso de un modelo desarrollado para la industria, un modelo semifísico de base fenomenológica que le brinda más generalidad a los resultados.

## 4. Diseño de la estructura de control colaborativa

En el control de procesos industriales es común encontrar sistemas de control con varias entradas y varias salidas, estos sistemas se denominan sistemas de control múltiple entrada múltiple salida (MIMO), por sus siglas en inglés, o multivariable. Las características más importantes de este tipo de sistemas son las interacciones entre las variables controladas y las variables manipuladas, ya que una variable manipulada puede afectar dos o más variables controladas [49]. En tal sentido, el control de tales procesos es más complejo que el de un sistema de una entrada y una salida.

### 4.1. Estructuras de control multivariable

Existen varias aproximaciones para enfrentar el problema de control multivariable: control multilazo, control desacoplante, descomposición en valores singulares y control multivariable. En la Figura 4-1 se presenta un resumen de las estrategias de control multivariable [31].

#### 4.1.1. Control multilazo

La primera aproximación al control multivariable en la industria fue dividir los sensores y los actuadores dentro de  $m$  subconjuntos y diseñar lazos de control usando un actuador con un sensor, de esta manera se supone que se divide un problema de control en otros más simples, sin intercambio de información entre controladores. El control multilazo normalmente está direccionado al control de una planta con  $m$  sensores,  $m$  actuadores y con  $m$  lazos de control SISO (singular input and singular output) [39].

Debe tenerse en cuenta que la presencia de interacciones, en el diseño de los controladores, afecta en gran parte el desempeño que se puede alcanzar y puede dificultar el proceso de sintonía. Al no tener en cuenta las interacciones es posible generar pareamientos deficientes que pueden conducir a diseñar un sistema de control inestable [31]. Referente a esto, se han desarrollado varias estrategias con el fin de realizar el pareamiento en la mejor forma posible, tales como: Matriz de ganancias relativa (RGA), Índice de Niederlinski (IN), Número de condición, Control desacoplante y Descomposición en valores singulares. La descripción

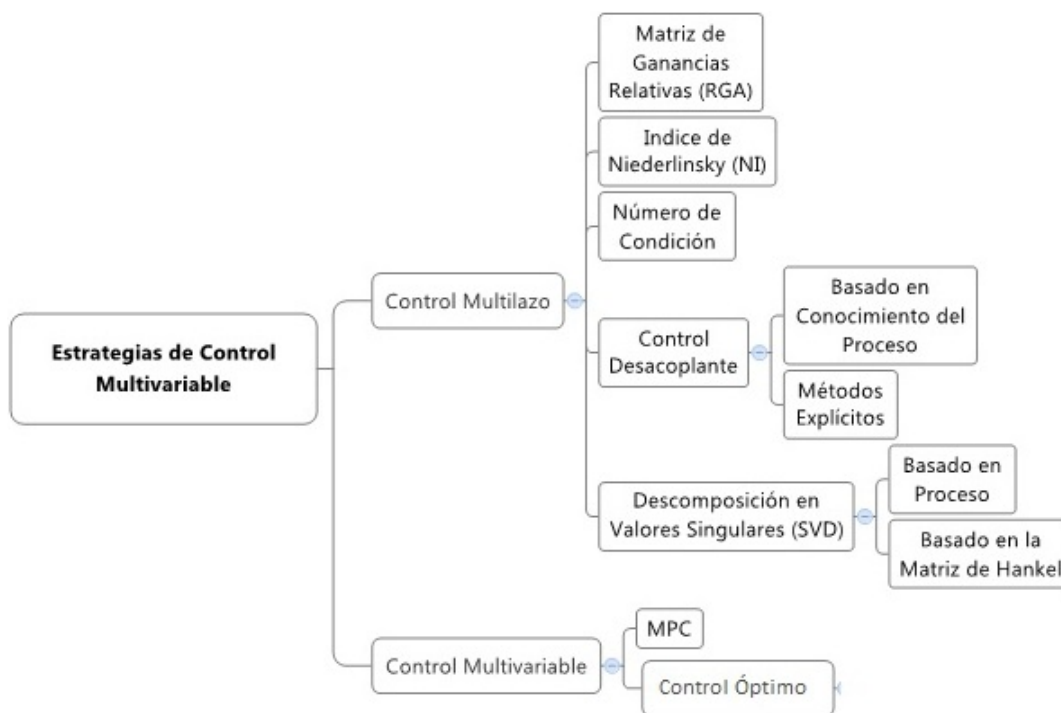


Figura 4-1.: Estrategias de control multivariable [31].

al detalle de todas estas estrategias se puede encontrar en [31].

### 4.1.2. Control multivariable

En este caso todas las variables son empleadas para calcular las acciones de control. Bajo esta modalidad el control predictivo basado en modelo (MPC por sus siglas en inglés) y la estrategia de control óptimo son las principales [31]. El MPC es un algoritmo que computa una secuencia temporal discreta de las variables manipuladas a futuro con el objetivo de optimizar el comportamiento de la planta o proceso a controlar [16]. Las principales características son:

- Uso explícito de un modelo para predecir la salida del proceso en instantes futuros de tiempo (Horizonte).
- Cálculo de las señales de control optimizando cierta función objetivo.
- Estrategia deslizante: en cada instante el horizonte se va desplazando hacia el futuro.

MPC es una estrategia más apropiada para controlar sistemas multivariables que el control descentralizado, no solamente por el manejo de restricciones sino porque permite ajustar el

comportamiento del sistema de acuerdo a los requerimientos del proceso, asignando los pesos sobre cada variable en la función objetivo [4]. El principal inconveniente de esta estrategia es el uso explícito del modelo para la rutina de optimización, ya que es muy sensible a errores de modelado. Esto generalmente se resuelve mediante el uso de un modelo de base fenomenológica del proceso, sin embargo, este tipo de modelo aumenta los costos computacionales implicados en la resolución del controlador en cada instante de muestreo.

Por otro lado, la estrategia de control óptimo es una técnica matemática usada para resolver problemas de optimización en sistemas que evolucionan en el tiempo y que son susceptibles de ser influenciados por perturbaciones. Una vez que el problema ha sido resuelto, el control óptimo indica qué acciones se deben seguir para poder llevar a la totalidad del sistema de un estado inicial a uno final de forma óptima [18]. El efecto de las perturbaciones no está incluido en un problema de control óptimo, y por lo tanto es necesario para convertir la política óptima de lazo abierto a un lazo cerrado que no es siempre posible. Además, el desarrollo de una política de control óptimo para un proceso no es intuitivo por lo que se requiere un gran conocimiento del proceso para de esta tarea. Por lo tanto, a pesar de ofrecer muy buenas actuaciones y el funcionamiento óptimo de las plantas, su aplicación industrial no es una tarea fácil [31].

Con el fin de desarrollar una estructura de control poco compleja, que sea capaz de ver las interacciones y que permita controlar de manera eficiente el efecto bola de nieve, en esta tesis se propone el uso de una estructura de control colaborativo.

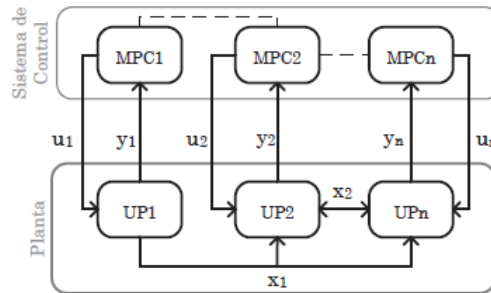
## 4.2. Control colaborativo

El control colaborativo hace parte de las metodologías propuestas para el control total de planta, perteneciendo a las estructuras de control distribuido. Dentro del control distribuido se encuentran la estructura de control colaborativa y cooperativa, donde la principal diferencia entre estas dos es que: Por principio, cooperan los iguales mientras que colaboran los diferentes. En robótica, un equipo de robots de la misma forma y características, desempeñan tareas cooperativas para lograr un fin común. En control de procesos, puesto que todas las dinámicas del proceso son diferentes en sus tiempos de respuesta y acción, se presenta colaboración cuando se ponen de acuerdo para logra un fin común.

En el control distribuido existe comunicación entre los controladores, la cual se realiza por medio de las funciones objetivos de cada controlador MPC o por medio de un gestor de puntos de ajuste y verificador de valores límite en las acciones de control. En estos sistemas, los controladores de cada subsistema anticipan el efecto de las interacciones localmente, y el desempeño de la planta alcanza el equilibrio de Nash. Sin embargo, este punto de equilibrio puede llegar a ser poco útil pues puede producir un comportamiento indeseado en lazo cerrado del sistema controlado [31]. Este tipo de sistemas tienen como ventaja que pueden

reducir la carga computacional y además reducir la complejidad de la estructura de control. Como desventajas presenta que los subsistemas restantes se toman como fuentes de perturbaciones, los procedimientos son iterativos al calcular las acciones de control, todo el sistema debe ser estable y controlable y todos los subsistemas están obligados a cooperar [58].

Con el fin de superar las desventajas que presentan actualmente los sistemas de control distribuidos basados en teoría de juegos cooperativos y no-cooperativos, Valencia Arroyave [58] propone un esquema de control distribuido basados en juegos de negociación, en los cuales los jugadores (cada subsistema - MPC) deciden cuál es la mejor estrategia de control buscando un beneficio mutuo, es decir, optimizan la misma función objetivo. El esquema de esta estructura de control se presenta en la Figura 4-2.



**Figura 4-2.:** Estructura de control colaborativo [31].

El uso de estrategias de control avanzado (como MPC) en el nivel regulatorio de la descomposición jerárquica aumenta la complejidad de toda la estructura de control, ocultando tanto la necesidad de conocimiento de las interacciones dinámicas entre las diferentes unidades de proceso, como la incertidumbre que se tiene sobre dichas interacciones [31], Figura 4-3, por lo que Moscoso (2013) propone un enfoque jerárquico para el control total de planta, presentando una estructura de control de dos capas. En ese esquema, las dinámicas de la capa de regulación se clasifican por asociación jerárquica y sus puntos de ajuste están optimizados en la capa de supervisión a fin de lograr la colaboración de los controladores de la capa de regulación (Proporcional - Integral- Derivado (PID)).

Con el objetivo de encontrar una ecuación objetivo que permita poner a colaborar a todos los lazos del sistema en pro de evitar que el sistema entre en el efecto bola de nieve, en esta tesis se propone un índice, que permite alarmar el sistema y tomar acciones cuando el sistema tenga tendencias a este efecto indeseado. Además, se simplifica el optimizador, reemplazándolo por un árbol de decisión, que hace las veces de optimizador, pero con una estrategia de acción prediseñada que minimiza la aparición del efecto bola de nieve.

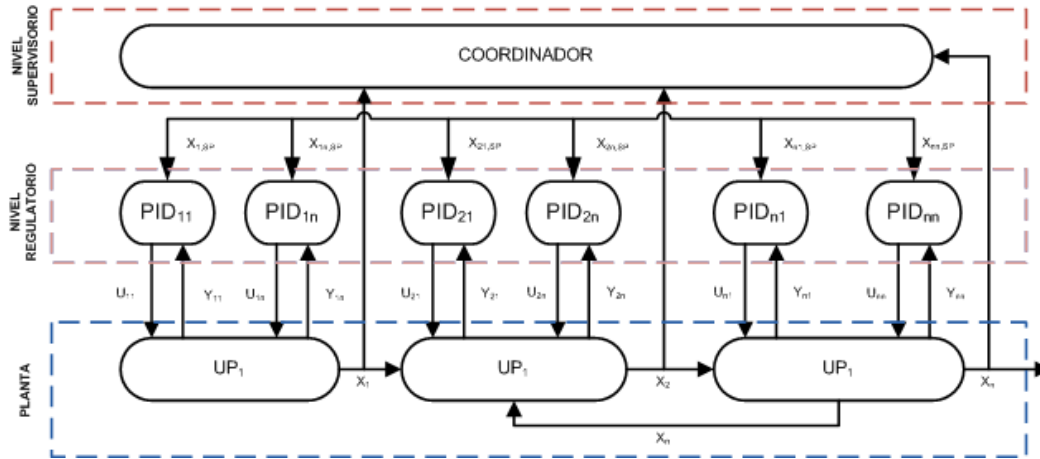


Figura 4-3.: Estructura de control supervisorio [31].

### 4.3. Propuesta de un Índice del efecto bola de nieve

Con el objetivo de encontrar un valor que indique cuando una perturbación puede hacer que el sistema caiga en el efecto bola de nieve, se plantea un índice que está definido como se muestra a continuación.

- Cuando el estado,  $x$ , está acercándose a su límite superior

$$I_{SW} = \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right)}{\int_x^{x_{max}} f(x)dx + \Delta} \quad (4-1)$$

- Cuando el estado,  $x$ , está acercándose a su límite inferior

$$I_{SW} = \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right)}{\int_{x_{min}}^x f(x)dx + \Delta} \quad (4-2)$$

Este se define como la relación entre la velocidad de variación y el rango de variación del estado. Este rango de variación está dado en términos de flujos (calor, masa, etc.), lo que implica que es un rango de variación por unidad de tiempo. El numerador del índice es la derivada del estado que más se ve afectado por el efecto bola de nieve con respecto al tiempo. El denominador indica la capacidad, por unidad de tiempo, disponible que tiene el sistema para rechazar una perturbación. Este calcula la capacidad en cada instante de tiempo, por lo tanto es una capacidad variable.

Por lo anterior, el índice propuesto resulta un número adimensional que habla de la capacidad de un sistema para rechazar una perturbación.

Donde  $f(x)$  es una función del estado afectado por el efecto bola de nieve, que determina la capacidad del sistema para rechazar una perturbación,  $\Delta$  es un número pequeño que evita que el índice se haga indeterminado en el momento en que  $x_i$  sea igual a  $x_{min}$  o  $x_{max}$ .

El estado que es más afectado por el efecto bola de nieve, se puede evidenciar fácilmente desde la construcción del modelo, identificando cuáles son las variables que indican acumulación de masa o energía en el sistema. Esto se puede detectar desde la realización de los balances de masa y energía.

Con el fin de interpretar el significado del índice, se puede definir que:

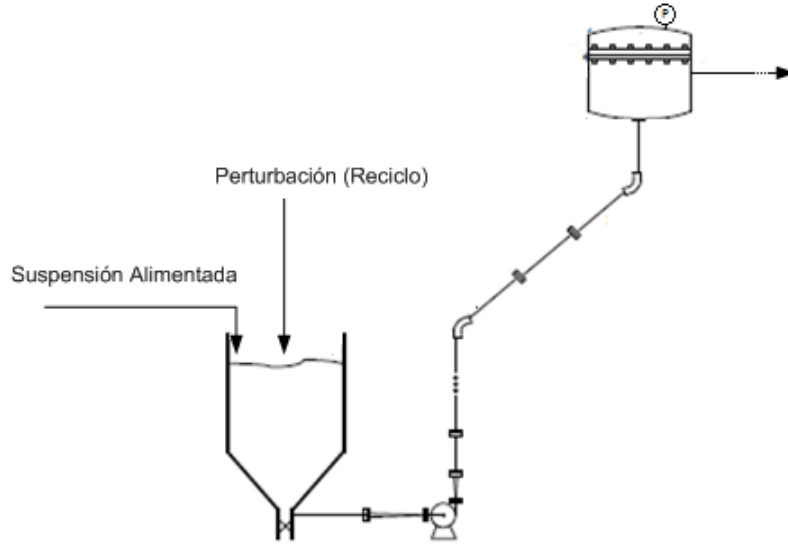
- $0 < I_{SW} \leq 1$  , el sistema todavía es capaz responder a las perturbaciones
- $I_{SW} = 0$  , el sistema no se ha perturbado
- $I_{SW} > 1$  , el sistema no tiene capacidad para rechazar las perturbaciones presentes, y si no se interviene el sistema va a colapsar (efecto bola de nieve presente).

En el momento en que el índice se hace mayor que 1, el sistema tiene un tiempo determinado (dependiendo de la velocidad de variación del estado), antes de colapsar, tiempo que debería ser suficiente para tomar acciones sobre la estructura de control. Es importante tener en cuenta que para que el índice de alarma del efecto bola de nieve no sea sensible a la acción de control que se toma deliberadamente, es importante que se le ponga la restricción de que sólo alarme cuando el estado va en una dirección contraria a la que acción de control lo intenta llevar, ya que la velocidad de cambio que se genera por la acción de control, podría alertar falsamente con respecto a la aparición del efecto bola de nieve.

## 4.4. Ejemplo ilustrativo

El sistema que se usará como ilustración se presenta en la Figura 4.4 , en el cual una corriente que está compuesta por una fase líquida y otra sólida (poli-mineral), es bombeada desde un tanque de suministro, por medio de una bomba centrífuga, a un tanque de reparto a presión. Al realizar un balance de masa en un sistema de proceso tomado como el material contenido en el tanque, se llega a la ecuación de la dinámica del proceso, Ecuación (4-3). Se dispuso controlar el nivel de la cuba manipulando el caudal de la bomba, por medio de las revoluciones del motor de la bomba.

$$AL \frac{d\rho}{dt} + A\rho \frac{dL}{dt} = m_{susp} + m_d - m_1 \quad (4-3)$$



**Figura 4-4.:** Sistema de bombeo.

con  $A$  el área transversal de la sección cilíndrica del tanque,  $L$  el nivel,  $\rho$  densidad de la suspensión,  $m_{susp}$  flujo másico de la suspensión alimentada,  $m_d$  flujo másico de la suspensión recirculada al sistema y  $m_1$  el flujo másico de suspensión bombeado al tanque a presión. Aplicando la ecuación de balance de la cantidad de movimiento e integrándola con el balance de masa (4-3), se obtiene la ecuación de la dinámica del nivel en el tanque, presentada en la Ecuación (4-4).

$$\frac{dL}{dt} = \left( \frac{1}{\rho A} \right) \left( (m_{susp} + m_d) - (Q_{bomba} \rho) \left( \frac{AL}{1000 K_b (m_{susp} K_b - m_{ss,in})^2} \right) (m_{ss,in} m_d) \right) \quad (4-4)$$

donde  $Q_{bomba}$  es el caudal de la bomba,  $m_{ss,in}$  es la masa de sólidos alimentados al sistema y  $K_b$  es una constante del mineral.

El caudal se puede manipular moviendo la velocidad de la bomba. Estas variables se relacionan mediante la ecuación (4-5).

$$N_2 = \left( \frac{(H + a Q_{bomba}^2) N_1^2}{b Q_{bomba} + c} \right)^2 \quad (4-5)$$

donde los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$  dependerán de la curva de la bomba y  $N_1$  y  $N_2$  son las velocidades de giro, siendo  $N_1$  la velocidad actual.

Para este ejemplo el estado es el nivel,  $L$ , para el cual, aplicando la ecuación 4-1, se obtiene la expresión presentada en 4-7, que para el sistema en lazo abierto es:

$$I_{SW} = \frac{\left(\frac{dL}{dt}\right)}{\int_{L_i}^{L_{max}} \frac{Q(H)}{A_{tanque}} dL + \Delta} \quad (4-6)$$

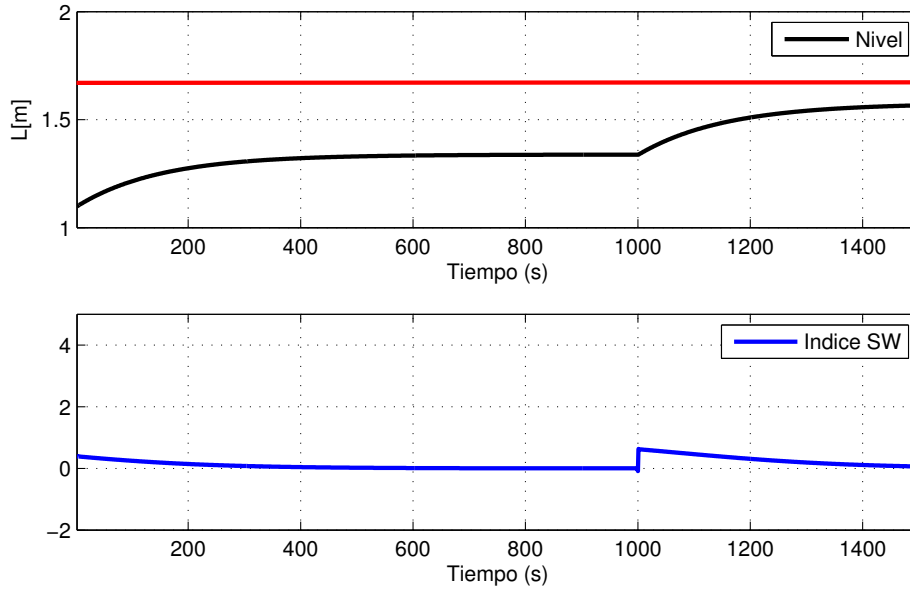
Donde  $H$  es la cabeza estática que tiene que vencer la bomba, que depende del nivel de la cuba ( $L$ )

$$I_{SW} = \frac{A_{tanque} \frac{L_{i+1} - L_i}{Paso}}{Q_{max} - Q_i + \Delta} \quad (4-7)$$

en la que como ya se dijo,  $\Delta$  es un número pequeño que evita que el índice se haga indeterminado en el momento en que el caudal en el instante  $i$  es igual al caudal máximo. El numerador del índice nos muestra las perturbaciones que tiene el sistema convertidas en caudal neto adicional, y el denominador se refiere al caudal extra que podría sacar la bomba en caso de requerirse. Este índice muestra la relación entre el caudal que está ingresando a la cuba, adicional al que está retirando la bomba, y el caudal adicional que podría retirar la bomba en la condición actual. Para demostrar la funcionalidad del Índice se realizaron simulaciones con el índice y el modelo en Matlab (R). El nivel máximo que soporta la cuba antes de desbordarse es de 1.6 metros.

Para una perturbación a los 1000 segundos, del 10% en el caudal de reciclo, donde el nivel no alcanza a desbordarse de la cuba, el comportamiento del índice se presenta en la Figura (4-5). En esta se puede ver un incremento del índice, pero sin llegar a superar el valor de 1. Para una perturbación a los 1000 segundos del 20% en el caudal de reciclo, donde la cuba alcanza a desbordarse, se tiene el comportamiento presentado en la Figura (4-6). Este índice nos muestra que si el valor es igual o mayor a 1 en cualquier momento, la bomba ni en su máximo caudal va a poder contrarrestar la perturbación e inevitablemente la cuba se va a desbordar. Se puede como el índice incrementa suavemente hasta los 1200 segundos aproximadamente donde cae de nuevo a valores de cero. Esto se debe a que el numerador del índice se hace cero una vez el nivel alcanza el nivel máximo de la cuba.

Para un sistema con control automático el índice debe considerar que las acciones de control pueden generar una mayor capacidad del sistema para soportar las perturbaciones, por tanto el denominador del índice en algunos casos puede verse modificado. En este caso el caudal máximo dado por la bomba va a estar restringido por su curva (cabeza vs. caudal). Se usa un controlador tipo PI sintonizado por el método de químiotactismo bacteriano [6], método



**Figura 4-5.:** Comportamiento del índice cuando la cuba no alcanza a desbordarse después de una perturbación. En línea azul de la gráfica superior se ve el sistema sin perturbar, mientras que en línea negra se aprecia el sistema perturbado. Perturbación del 10 % en el caudal de reciclo a los 1000 s. No se presenta EBN

de optimización sencillo e intuitivo en su operación, que lo hace más adecuado comparado con otros métodos tales como un algoritmo genético o el típico método del gradiente [17]. Con lo anterior se obtiene el comportamiento presentado en las Figuras 4-7 y 4-8.

Para la sintonía del controlador se utilizó un PID discreto, cuya definición se presenta en la ecuación (4-8)

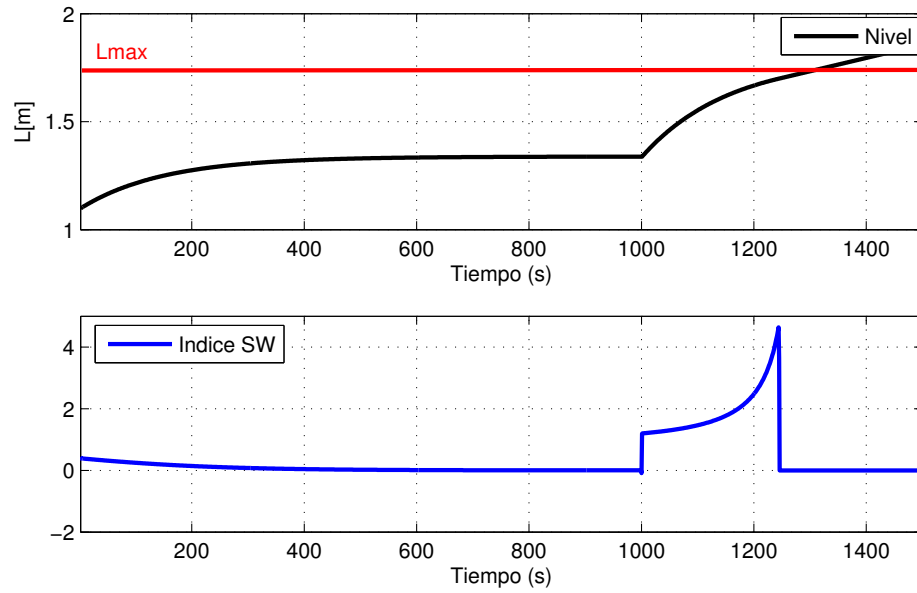
$$\Delta u = K_p \left[ e(t) - e(t-1) \right] + \frac{T_c}{T_i} e(t) + \frac{T_d}{T_c} (e(t) - 2e(t-1) + e(t-2)) \quad (4-8)$$

Para la optimización de los parámetros del controlador PID se usaron las condiciones, presentadas en las ecuaciones 4-9, 4-10, 4-11, 4-12 y 4-13.

$$\min_{k,t_i} (IAE) \quad (4-9)$$

donde,

$$IAE = \int |L_{SP} - L_i| \quad (4-10)$$



**Figura 4-6.:** Comportamiento del índice cuando la cuba alcanza a desbordarse después de una perturbación. En línea azul de la gráfica superior se ve el sistema sin perturbar, mientras que en línea negra se aprecia el sistema perturbado. Perturbación del 20 % en el caudal de reciclo a los 1000 s. Se presenta EBN

Donde  $L_{SP}$  es el punto de ajuste del nivel.

Para la solución del problema se le da un rango a los parámetros del controlador.

$$0 \leq K_p \leq 100 \quad (4-11)$$

$$10 \leq T_i \leq 1000 \quad (4-12)$$

$$0 \leq T_d \leq 0,00000001 \quad (4-13)$$

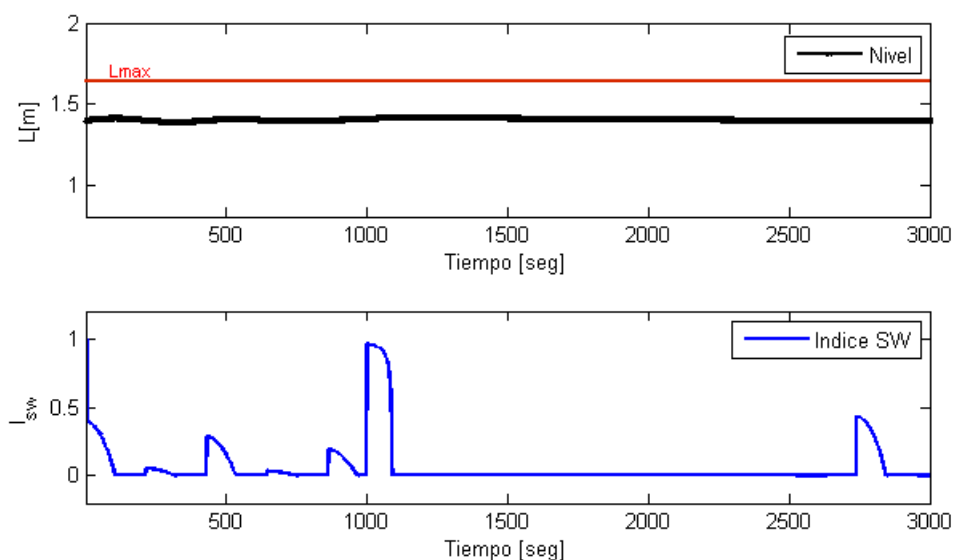
Los parámetros del controlador sintonizado se muestran en la Tabla 4-1.

**Tabla 4-1.:** Parámetros del controlador PI sintonizado por método de optimización

$K_p$	$T_i$	$T_d$
-1.65	12	1e-10

El comportamiento del sistema cuando este cuenta con control automático se muestra en la Figuras 4-7 y 4-8, para el caso en que el sistema no se desborda y para el caso en que si, respectivamente. En la Figura 4-7, se pueden observar oscilaciones en el índice, lo cual se explica por la sintonía del controlador.

En la Figura 4-8 se evidencia que el índice se vuelve cero a los 2400 segundos aproximadamente, esto igual que en el caso en lazo abierto se debe a que el numerador se hace cero. Igual que en el caso en lazo abierto, el índice sigue dando una buena indicación de cuando el sistema se va a caer en el efecto bola de nieve. En la Figura 4-8 el índice avisa más de 1000 segundos antes que el desbordamiento se produzca.

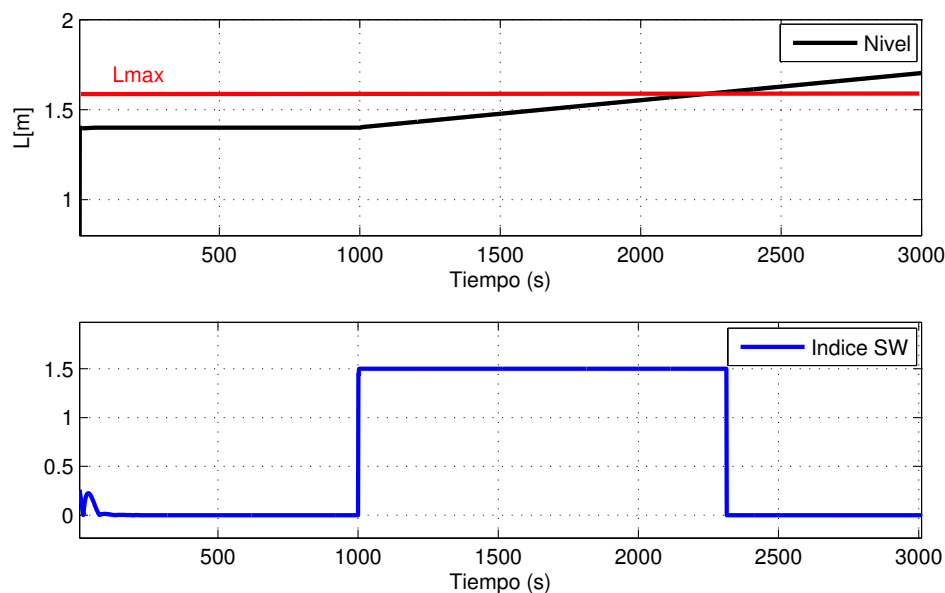


**Figura 4-7.:** Comportamiento del índice cuando la cuba no alcanza a desbordarse después de una perturbación (con controlador PID). Perturbación del 20 % en el caudal de reciclo a los 1000 s. No aparece el EBN.

## 4.5. Estructura de control

Basados en la propuesta presentada por Moscoso (2013) [31] y teniendo en cuenta el índice de alarma del efecto bola de nieve ilustrado previamente, se propone la analogía de este índice como una capa supervisoria, ya que este podrá manipular los puntos de ajustes de algunos lazos, dependiendo del riesgo de que el sistema se salga de control. Dicha estructura de control se vería gráficamente como en la Figura 4-9.

Con el fin de mantener al índice bola de nieve por debajo de 1, se propone en el nivel supervisorio una estructura de decisión en línea tipo árbol cuyo objetivo es entregar los puntos de ajuste de los controladores que eviten que el sistema entre en el efecto bola de



**Figura 4-8.:** Comportamiento del índice cuando la cuba alcanza a desbordarse después de una perturbación (con controlador PID). Perturbación del 50% en el caudal de reciclo a los 1000 s. Aparece el EBN.

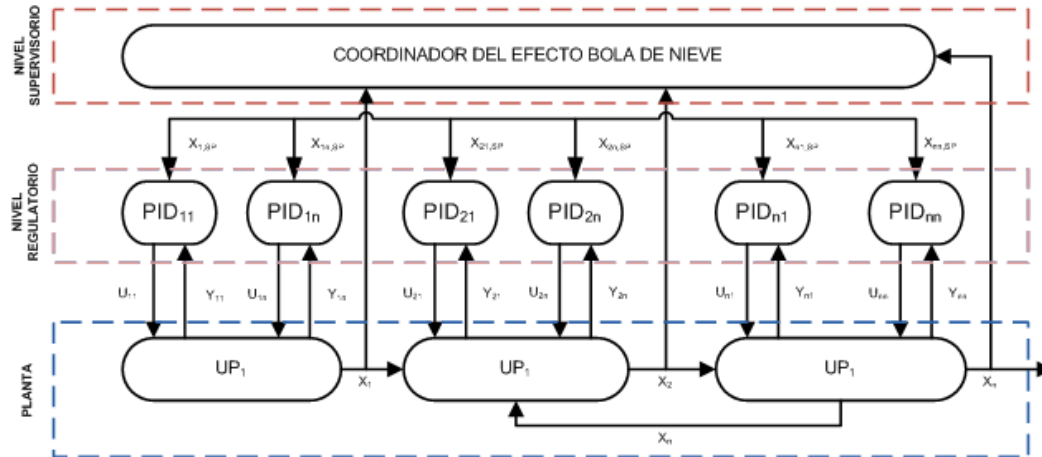
nieve. Los modelos de diagrama de árbol de decisión son una forma de capturar formalmente estrategias de control, que permite su visualización. Dichos diagramas son más intuitivos que una ecuación matemática.

El objetivo de un análisis del árbol de decisión es predecir una categoría para un conjunto de datos basado en los valores de sus atributos. Cada nodo del árbol corresponde a una “medida” de un atributo, es decir, una pregunta en particular, a menudo con respuesta del tipo “sí” o “no”. El tipo de respuesta atribuida determina la siguiente dirección desde ese nodo, lo que conduce a cualquiera otro nodo y por lo tanto a otra medición o a una hoja, que corresponde a la categoría pronosticada. [62].

Los árboles de decisión tienen muchas ventajas, además de ser fáciles de entender e interpretar, los árboles de decisión son también relativamente baratos computacionalmente [7], [63]. Los árboles de decisión son considerados clasificadores no lineales, ya que pueden dividir un conjunto de datos que no son linealmente separables [56].

#### 4.5.1. Nivel regulatorio

En este nivel se encuentran los controladores individuales para todas las unidades de proceso. Por lo general los controladores son PID, debido a su estructura simple y facilidad de implementación. Para la aplicación de la estructura de control planteada en esta tesis no se requiere modificar la configuración de este nivel, lo que se propone es un nivel superior que



**Figura 4-9.:** Estructura de control, usando el índice de alarma del efecto bola de nieve dentro del nivel supervisorio [31].

cambie constantemente los puntos de ajustes de estos controladores con el fin de evitar el efecto bola de nieve.

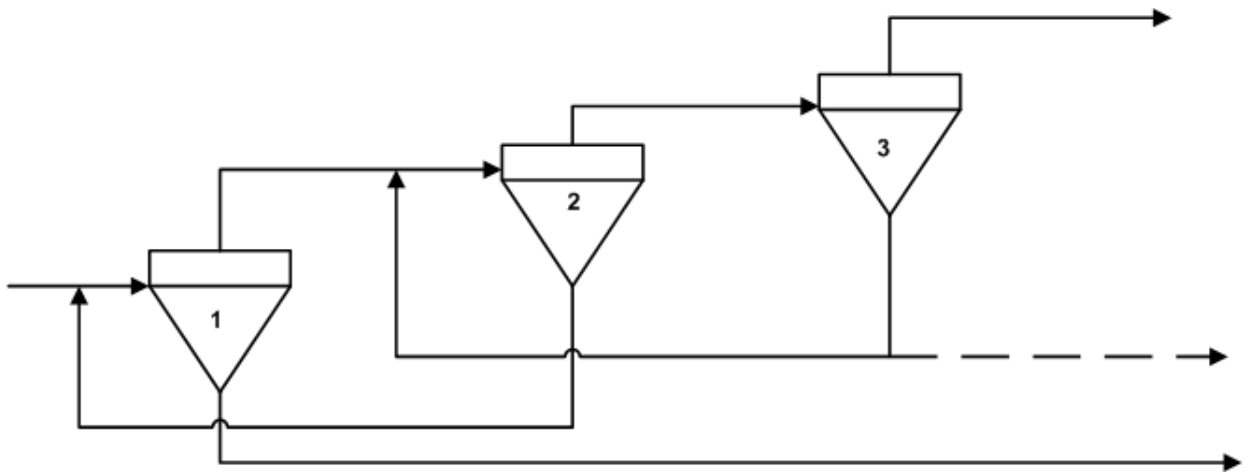
#### 4.5.2. Nivel supervisorio

A diferencia de la propuesta de Moscoso (2013), se tendrá un módulo de control del efecto bola de nieve, el cual funciona como un nivel supervisorio dentro de la estructura de control jerárquico. La función principal de este módulo es manipular los puntos de ajuste de las variables controladas con el fin de evitar que el efecto bola de nieve evolucione a situaciones incontrolables. Para esto, el módulo del efecto de bola de nieve contará con el diagrama de decisión (tipo árbol), el cual se puede interpretar como un funcional de costo de la optimización realizada en cada ciclo de muestreo, con miras a evitar que en el sistema evolucione el efecto bola de nieve. Este diagrama de decisión va estar en función del índice del efecto bola de nieve presentado anteriormente. El incremento o disminución del valor de los puntos de ajuste depende del valor actual que tengan y de sus restricciones naturales de variación. La variación de los puntos de ajuste se realiza en forma de rampa con una pendiente que depende de la velocidad de cambio de la variable que tiende a verse más afectada por el efecto bola de nieve,  $k = f\left(\frac{dX}{dt}\right)$ , y esta pendiente por lo tanto puede variar en cada ciclo.

# 5. Caso de estudio: tren de hidrociclonado para el beneficio de minerales

## 5.1. Modelo del proceso

En la industria de procesamiento de minerales, donde se usan hidrociclones, es común que se conecten en serie y que muchas de sus corrientes sean recirculadas entre ellos con el fin de aumentar el aprovechamiento de la materia prima. Un esquema típico que ilustra tal situación se presenta en la Figura 5-1.



**Figura 5-1.:** Esquema de procesamiento con trenes de hidrociclonado en serie y reciclos.[47]

El proceso que se evalúa en esta tesis hace parte de un tren de hidrociclonado, tomando solo una de las unidades representadas en la Figura 5-1. Dicha unidad está constituida por un tanque de suministro de pulpa, un sistema de bombeo y una batería de hidrociclones. El modelo que se usará para este proceso es una simplificación del modelo semifísico de base fenomenológica desarrollado por la Universidad Pontificia Bolivariana y la Universidad Nacional de Colombia para Sumicol S.A.S.[32]. El tanque-sistema de bombeo, presentado en la Figura 5-2, se modeló a partir de balances de materia y de energía mecánica. El modelado del hidrociclón se describe en [32], donde la hipótesis principal de modelado es que después

de la alimentación al hidrociclón, el flujo se divide en dos corrientes internas, es decir, bajo-flujo (BF) y sobre-flujo (SF). Ambos flujos crean trayectorias espirales en forma de tubos hipotéticos, que viajan juntos hasta un punto en el interior del hidrociclón, punto en el que el sobre-flujo cambia su dirección. El tubo hipotético del sobre-flujo está limitado por el núcleo de aire y el vórtice, mientras que el del bajo-flujo está limitado por la pared del hidrociclón y el tubo del sobre-flujo. El área transversal de cada tubo se considera constante a través de cada paso. Gráficamente ésto se ilustra en la Figura 5-3.

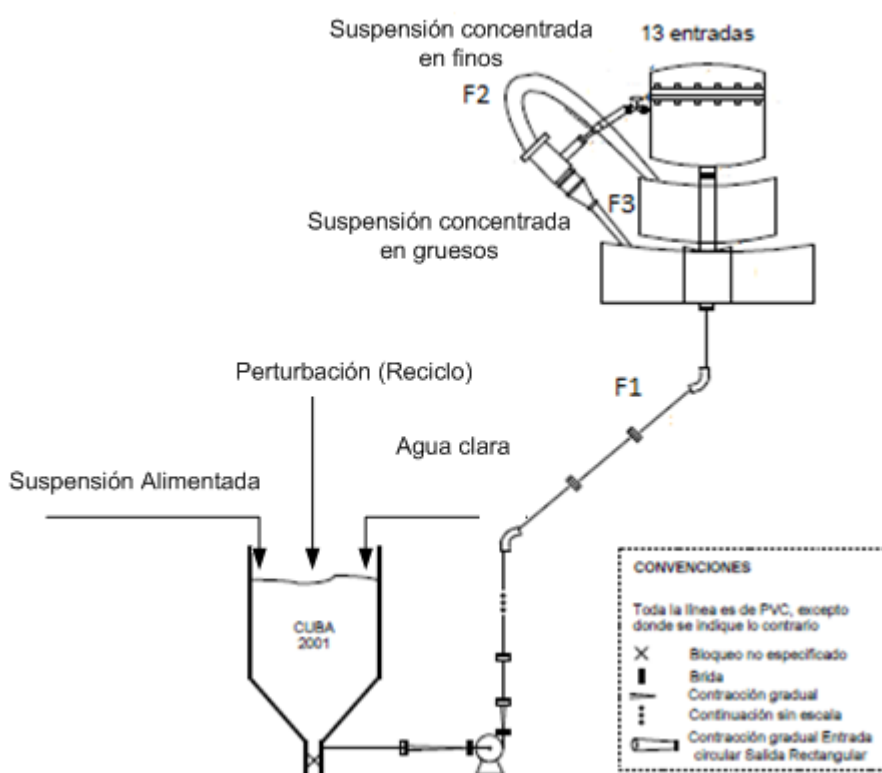
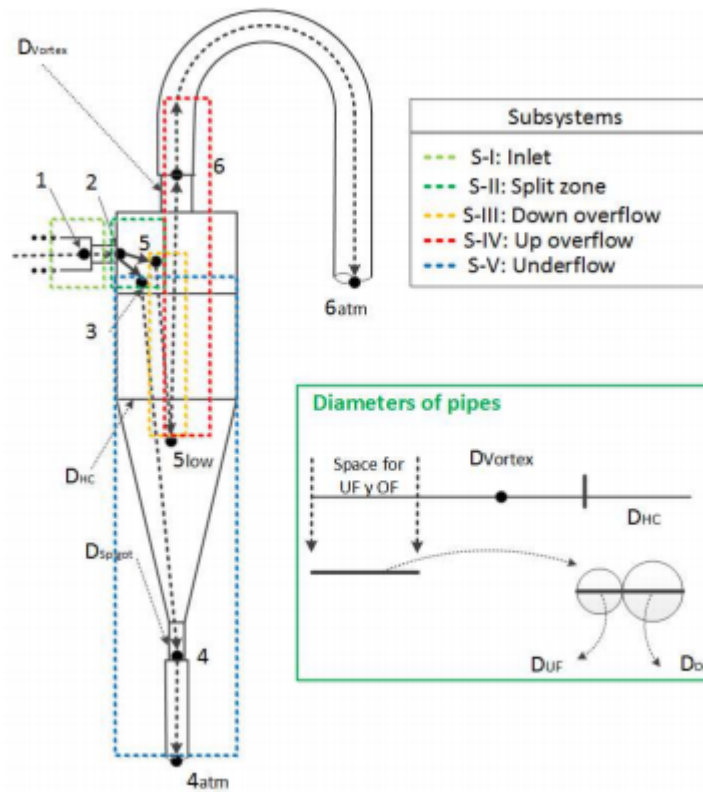


Figura 5-2.: Esquema de tren de hidrociclonado.

### Simplificaciones y suposiciones

Para el control del hidrociclón se manipulan las presiones de salida del bajo-flujo y del sobre-flujo, que serán equivalentes a una modificación de áreas de esas salidas del hidrociclón. Este tipo de manipulación ya se ha usado como lo demuestran los trabajos [22], [35].

El modelo que se usa en este trabajo para efectos de control, es un modelo reducido que pretende contestar la siguiente pregunta: ¿Cómo es la partición de flujos volumétricos (*split*) en el hidrociclón, y cómo esta varía ante cambios en variables externas como densidad de la alimentación, presión en la alimentación del hidrociclón, etc.?



**Figura 5-3.:** Esquema de la hipótesis de modelado del hidrociclón [32].

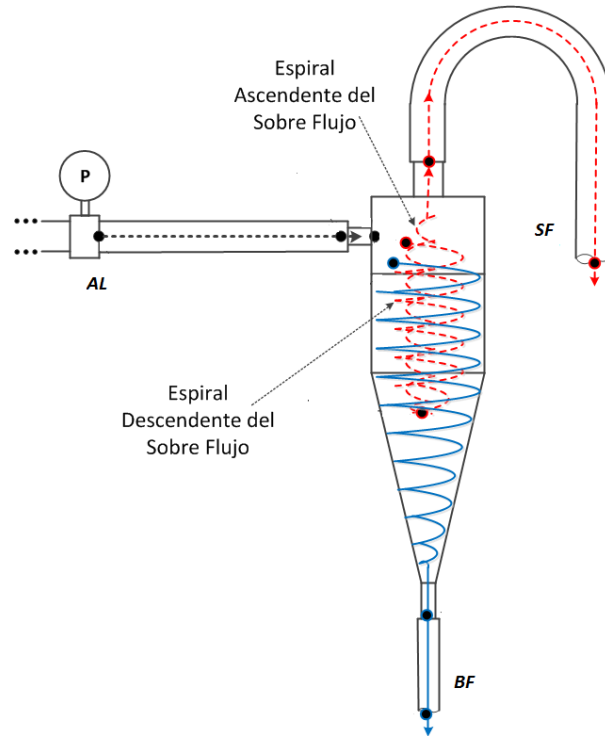
Las deducciones que se realizan a continuación son para determinar desde una base fenomenológica cuáles son las principales variables que afectan la partición de caudales y cómo se pueden usar de una manera práctica para su control.

### Deducción del del valor de la partición de caudales (*Split*) a partir de un balance de cantidad de movimiento

Realizando un balance de cantidad de movimiento entre la entrada del hidrociclón y cada una de las salidas con base en la Figura 5-4, se realiza el balance de cantidad de movimiento entre los puntos AL a SF y AL a BF.

Balance entre la entrada y el sobre-flujo (AL-SF)

$$\frac{dmv}{dt} = \frac{P_{AL}}{\rho_{AL}} + \frac{v_{AL}^2}{2} + z_{AL}g - \left( \frac{P_{SF}}{\rho_{SF}} + \frac{v_{SF}^2}{2} + z_{SF}g + h_{f_{AL-SF}} \right) \quad (5-1)$$



**Figura 5-4.:** Esquema de un hidrociclón

Donde  $m$  es masa,  $v$  es velocidad,  $P$  es presión,  $z$  es nivel,  $\rho$  es la densidad de la suspensión,  $g$  es la fuerza de gravedad y  $h_f$  son las pérdidas.

Balance entre la entrada y el bajo-flujo (AL-BF)

$$\frac{dmv}{dt} = \frac{P_{AL}}{\rho_{AL}} + \frac{v_{AL}^2}{2} + z_{AL}g - \left( \frac{P_{BF}}{\rho_{BF}} + \frac{v_{BF}^2}{2} + z_{BF}g + h_{f_{AL-BF}} \right) \quad (5-2)$$

La cantidad de movimiento no se acumula en ninguno de los sistemas de procesos analizados debido a la baja compresibilidad de las pulpas tratadas. Por lo tanto:

$$\frac{dmv}{dt} = 0 \quad (5-3)$$

Teniendo en cuenta las siguientes suposiciones:

- Fluido incompresible.

- Todas las presiones tomadas en unidades manométricas. Presión atmosférica a las salidas,  $P_i = 0$ . Aunque esta parece una simplificación fuerte, más adelante se ve que no afecta demasiado el resultado final.
- La cabeza estática del hidrociclón, entre la entrada y las salidas, son despreciables  $z_{BF}g - z_{SF}g \approx 0$ .

Despejando la parte correspondiente al alimento AL de la Ecuación 5-1 y reemplazándola en la Ecuación 5-2, se tiene:

$$0 = \frac{v_{BF}^2}{2} - \frac{v_{SF}^2}{2} + h_{f_{AL-SF}} - h_{f_{AL-BF}} \quad (5-4)$$

Teniendo en cuenta la ecuación de continuidad:

$$Q = vA = cte \quad (5-5)$$

y reemplazando las velocidades en términos de los caudales y el área, se tiene:

$$\frac{Q_{BF}^2}{2A_{BF}^2} + h_{f_{AL-BF}} = \frac{Q_{SF}^2}{2A_{SF}^2} + h_{f_{AL-SF}} \quad (5-6)$$

Dividiendo 5-6 por  $Q_{BF}$  y multiplicando por  $2A_{SF}$  y despejando  $\frac{Q_{SF}}{Q_{BF}}$  resulta:

$$\frac{Q_{SF}}{Q_{BF}} = \sqrt{\frac{A_{SF}^2}{A_{BF}^2} + \frac{2A_{SF}^2}{Q_{BF}^2}(h_{f_{AL-BF}} - h_{f_{AL-SF}})} \quad (5-7)$$

Asumiendo volúmenes aditivos de las corrientes de salida del hidrociclón, puesto que la compresibilidad de las pulpas es muy baja y no hay efectos coligativos diferentes a los ya existentes en cada pulpa, se tiene:

$$Q_{SF} = Q_{AL} - Q_{BF} \quad (5-8)$$

Reemplazando 5-8 en 5-7 y despejando  $\frac{Q_{BF}}{Q_{AL}}$

$$\frac{Q_{BF}}{Q_{AL}} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{A_{SF}^2}{A_{BF}^2} + \frac{2A_{SF}^2}{Q_{BF}^2} (h_{f_{AL-BF}} - h_{f_{AL-SF}})}} \quad (5-9)$$

Teniendo en cuenta que la relación  $A_{SF}/Q_{BF}$  es menor que 1 y adicionalmente se esperaría que las pérdidas entre los trayectos que recorren las dos corrientes al interior del hidrociclón no sean muy diferentes, por practicidad se podría dejar la relación entre caudales sólo dependientes de las áreas de descarga del hidrociclón:

$$\frac{Q_{BF}}{Q_{AL}} = \frac{1}{1 + \frac{A_{SF}}{A_{BF}}} \quad (5-10)$$

Reordenando esta expresión se llega a:

$$\frac{Q_{BF}}{Q_{AL}} = \frac{A_{BF}}{A_{BF} + A_{SF}} \quad (5-11)$$

Para dejar la ecuación en términos de la definición de la partición volumétrica de caudal (*Split*), se tiene:

$$\frac{Q_{SF}}{Q_{AL}} = \frac{A_{SF}}{A_{BF} + A_{SF}} \quad (5-12)$$

de la que se desprende de inmediato una conclusión: el área del sobre-flujo debe ser siempre mayor que el área del bajo-flujo. Esta es una ecuación simplificada, pues se consideraron las descargas a presión atmosférica. Sin embargo, si las presiones de salida se tuvieran en cuenta desde el balance de cantidad de movimiento, la ecuación del *Split* quedaría como:

$$\frac{Q_{SF}}{Q_{AL}} = 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{\left(\frac{A_{SF}}{A_{BF}}\right)^2 + \left(\frac{A_{SF}}{Q_{BF}}\right)^2 * \left[ h_{f_{AL-BF}} - h_{f_{AL-SF}} + \left(\frac{P_{BF}}{\rho_{BF}} - \frac{P_{SF}}{\rho_{SF}}\right) \right]}}$$

Asumiendo que las pérdidas por fricción de las corrientes al interior del hidrociclón son pequeñas y adicionalmente no son muy diferentes entre ellas, se tiene:

$$\frac{Q_{SF}}{Q_{AL}} = 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{\left(\frac{A_{SF}}{A_{BF}}\right)^2 + \left(\frac{A_{SF}}{Q_{BF}}\right)^2 * \left(\frac{P_{BF}}{\rho_{BF}} - \frac{P_{SF}}{\rho_{SF}}\right)}}$$

Se podría decir que el término que sigue predominando en esta ecuación es la relación de áreas, ya que el término que relaciona el área del sobre-flujo y el caudal del bajo-flujo tiende a ser muy pequeño, y adicionalmente elevado al cuadrado de hará más pequeño. Por lo tanto:

$$\frac{Q_{SF}}{Q_{AL}} = 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{\left(\frac{A_{SF}}{A_{BF}}\right)^2}}$$

que manipulando algebraicamente los términos entrega:

$$\begin{aligned} \frac{Q_{SF}}{Q_{AL}} &= 1 - \frac{1}{1 + \frac{A_{SF}}{A_{BF}}} = 1 - \frac{1}{\frac{A_{BF} + A_{SF}}{A_{BF}}} \Rightarrow \\ &= 1 - \frac{A_{BF}}{A_{BF} + A_{SF}} = \frac{A_{BF} + A_{SF} - A_{BF}}{A_{BF} + A_{SF}} \end{aligned}$$

obteniendo con la última simplificación, una expresión final:

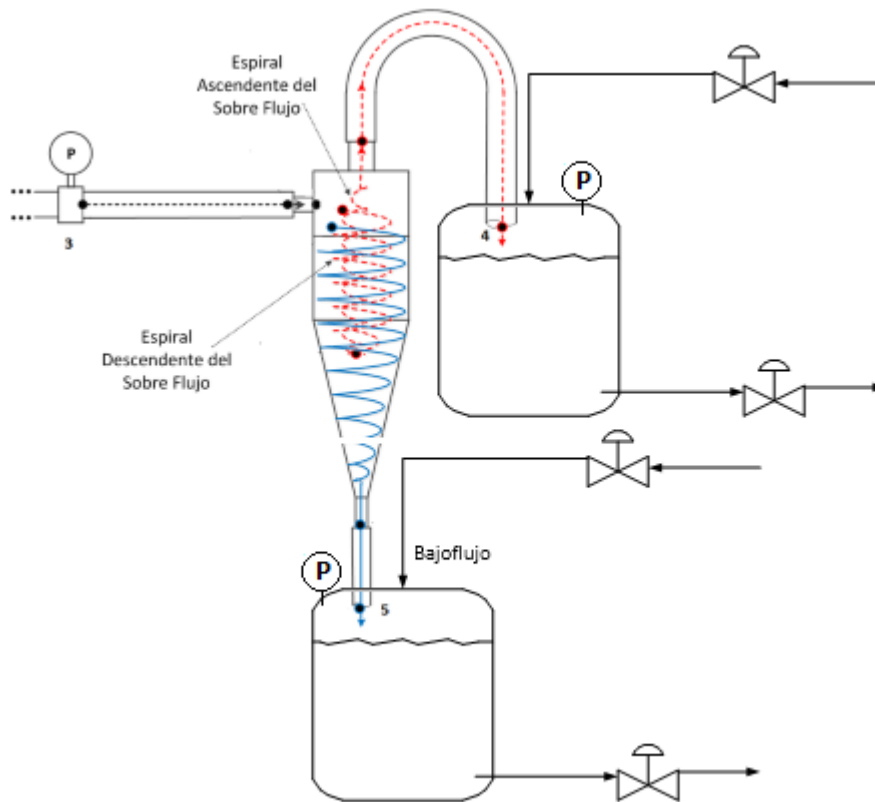
$$\frac{Q_{SF}}{Q_{AL}} = \frac{A_{SF}}{A_{BF} + A_{SF}}$$

que resulta similar a la dada al arranque de esta sección:

$$\frac{Q_{SF}}{Q_{BF}} = \frac{A_{SF}}{A_{SF} - A_{BF}}$$

Ambas expresiones indican que la relación de partición de caudales no es mas que una consecuencia directa del área abierta en cada una de las dos salidas del hidrociclón. Esta relación se debe modificar para tener control sobre la partición de caudales, dependiendo de las variaciones que se presente durante el proceso, ya que dicha partición está directamente relacionada con la eficiencia del hidrociclón.

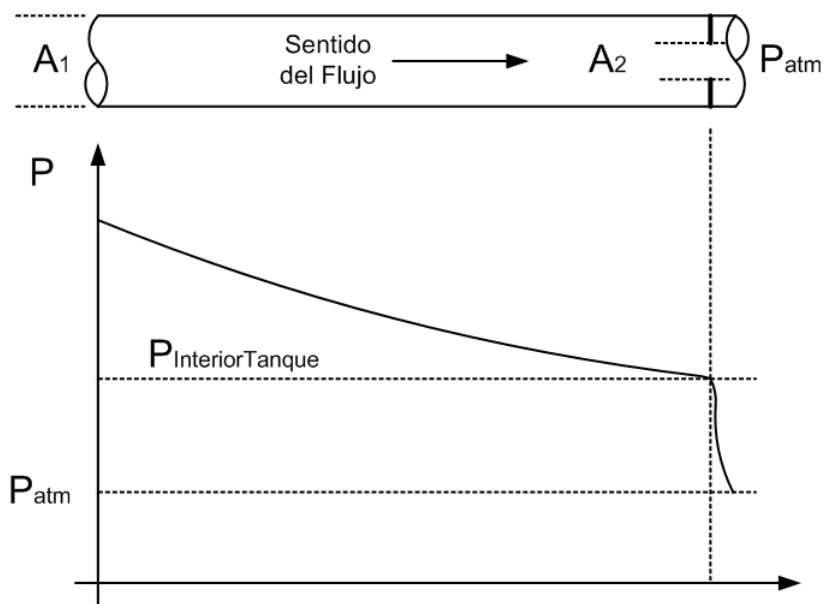
Como las áreas de las salidas del hidrociclón no son directamente manipulables durante la operación (poco práctico), lo que se propone es alterar la presión de descarga en cada una de las dos salidas del hidrociclón, tal como se ve en la Figura 5-5, buscando replicar el efecto de cambio de área sobre la corriente que causaría una válvula, pero convertido a un cambio de presión de descarga. Esto se logra a través de tanques auxiliares en cada descarga, los cuales se pueden presurizar. Para que esto sea práctico, se deben encontrar ecuaciones que relacionen la variación de estas áreas con variaciones de la presión externa puesta en cada una de las salidas. Para tal fin se asume que a la descarga del sobre-flujo y el bajo-flujo existen contracciones súbitas de área que descargan directamente a la atmósfera. Tras dicha restricción no existe un tramo apreciable de conducción, por lo que toda la pérdida de presión que causa equivale a la presión por encima de la presión atmosférica, que tendría la atmósfera del tanque auxiliar de regulación de presión de descarga en cada corriente. La Figura 5-6 ilustra el simil.



**Figura 5-5.:** Esquema de un hidrociclón con modificación de presiones en las salida.

Como se aprecia, la caída de presión que causa la contracción súbita es igual a la diferencia entre la presión atmosférica y la presión interior en el tanque:

$$\Delta P_{Contrac} = P_{IntTanq} - P_{atm} [=] Pa = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$



**Figura 5-6.:** Esquema de simil de presión y área.

y como para una contracción súbita se tiene la siguiente expresión para calcular sus pérdidas:

$$\Delta P_{Contrac} = K_{Contrac} * \frac{v_2^2}{2} * \rho_{Pulpa} [=] \frac{m^2}{s^2} * \frac{kg}{m^3} = Pa$$

en la que la velocidad en el punto 2 corresponde a la velocidad en la contracción y el factor K se puede calcular como:

$$K_{Contrac} = 0,5 * \left[ 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right]^2$$

con \$D\_1\$ el diámetro de la tubería y \$D\_2\$ el diámetro de la contracción. De ahí que se pueda despejar el diámetro de la contracción \$D\_2\$:

$$\begin{aligned} \sqrt{2 * K_{Contrac}} &= 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \Rightarrow \\ \sqrt{2 * K_{Contrac}} &= \frac{D_1^2 - D_2^2}{D_1^2} \Rightarrow \\ D_1^2 - D_2^2 &= D_1^2 * \sqrt{2 * K_{Contrac}} \Rightarrow \\ -D_2^2 &= D_1^2 * \sqrt{2 * K_{Contrac}} - D_1^2 \Rightarrow \\ D_2^2 &= D_1^2 - D_1^2 * \sqrt{2 * K_{Contrac}} \end{aligned}$$

que ya puede utilizarse para calcular el área equivalente en la contracción que causa una caída de presión equivalente a la presión de la atmósfera del tanque auxiliar:

$$A_2 = \frac{\pi * D_2^2}{4} = \frac{\pi}{4} * \left( D_1^2 - D_1^2 * \sqrt{2 * K_{Contrac}} \right)$$

El valor de  $K_{Contrac}$  se calcula como:

$$\begin{aligned} P_{IntTanq} - P_{atm} &= K_{Contrac} * \frac{v_2^2}{2} * \rho_{Pulpa} \Rightarrow \\ K_{Contrac} &= \frac{2 * (P_{IntTanq} - P_{atm})}{v_2^2 * \rho_{Pulpa}} \end{aligned}$$

Si se reemplazará todo se encuentra:

$$A_2 = \frac{\pi * D_2^2}{4} = \frac{\pi}{4} * \left( D_1^2 - 2 * D_1^2 * \sqrt{\frac{(P_{IntTanq} - P_{atm})}{v_2^2 * \rho_{Pulpa}}} \right)$$

en la cual se deben dar los valores de  $v_2^2$ ,  $\rho_{Pulpa}$  y  $P_{IntTanq}$ , para hallar el área de flujo equivalente.

La velocidad,  $v_2$ , y la densidad de la pulpa en cada una de las corrientes,  $\rho_{Pulpa}$ , se obtendrán a partir del modelo semifísico de base fenomenológica [32]. La presión en el tanque,  $P_{IntTanq}$ , será la variable manipulada del controlador utilizado para mantener, ya sea, la partición de caudales constante,  $P_{IntTanq,SF}$ , o el flujo de alimentación en el intervalo predefinido por la capacidad del hidrociclón,  $P_{IntTanq,BF}$ .

### Deducción de la relación de partición de caudales a partir de un balance de masa

Teniendo en cuenta la nomenclatura de la Figura 5-4 y la ecuación 5-13, la cual define el cálculo para la densidad de una mezcla:

$$\frac{1}{\rho_M} = \sum_1^N w_i \frac{1}{\rho_i} \quad (5-13)$$

donde  $M$  se refiere a la mezcla,  $w_i$  es la fracción másica de cada componente y  $N$  es igual al número de componentes que contiene la mezcla. Al usar la ecuación 5-13 para calcular la densidad de la alimentación a partir de las densidades del sobre-flujo y bajo-flujo se tiene:

$$\frac{1}{\rho_{AL}} = w_{SF} \frac{1}{\rho_{SF}} + (1 - w_{SF}) \frac{1}{\rho_{BF}} \quad (5-14)$$

Despejando  $w_{SF}$  de 5-14 se tiene

$$w_{SF} = \frac{(\rho_{BF} - \rho_{AL})\rho_{SF}}{(\rho_{BF} - \rho_{SF})\rho_{AL}} \quad (5-15)$$

$w_{SF}$  está definido como la fracción de masa de la alimentación que sale por el sobre-flujo. Para convertir esta expresión a términos de volúmenes, para que sea equivalente al *Split*, dividimos por la densidad del sobre-flujo y multiplicamos por la densidad de la alimentación, obteniendo:

$$\frac{Q_{SF}}{Q_{AL}} = \frac{(\rho_{BF} - \rho_{AL})}{(\rho_{BF} - \rho_{SF})} \quad (5-16)$$

La ecuación 5-16 permite calcular el *Split* del hidrociclón solo con las densidades de las corriente, sin tener que medir los caudales. Es importante indicar que en la industria puede ser difícil medir esos caudales dado que se manejan opera con flujos volumétricos muy altos.

Las dos maneras presentadas para calcular la partición de caudales (*Split*), a partir de balances de energía mecánica y de balance de masa, son prácticas dependiendo de las necesidades que se tengan. La deducción a partir del balance de energía mecánica brinda una ecuación que depende netamente de valores físicos, por lo cual sin necesidad de tener al hidrociclón en funcionamiento se podría de una manera aproximada predecir el valor del *Split*. Por otro lado, con la ayuda de los balances de masa se puede obtener una ecuación que tiene menos suposiciones desde su deducción, por lo tanto se podría decir que es más aproximado al valor real, pero que requiere datos de salida del proceso para poder calcularlo.

## 5.2. Estructura de control

La estructura de control propuesta para el tren de hidrociclonado se presenta en el diagrama de instrumentación y tubería (P&ID) de la Figura 5-7. Dicha estructura está constituida por tres lazos de control principales: el de nivel de la cuba, el del *Split* del hidrociclón y el

del flujo alimentado al hidrociclón. Adicional a los lazos de control mencionados, se tiene un módulo de control del efecto bola de nieve, el cual funciona como un nivel supervisor dentro de la estructura de control jerárquico. Dicho módulo se programa en el SCADA. La función principal de este módulo es manipular los puntos de ajuste de las variables controladas y actuar directamente sobre una válvula de purga, con el fin de evitar que el efecto bola de nieve evolucione a situaciones incontrolables. Para esto, el módulo del efecto de bola de nieve contará con el diagrama de decisión presentado en la Figura 5-8, el cual se toma como un funcional de costo de la optimización realizada en cada ciclo de muestreo, con miras a evitar que en el sistema evolucione el efecto bola de nieve. La operación de los lazos de control se resumen a continuación:

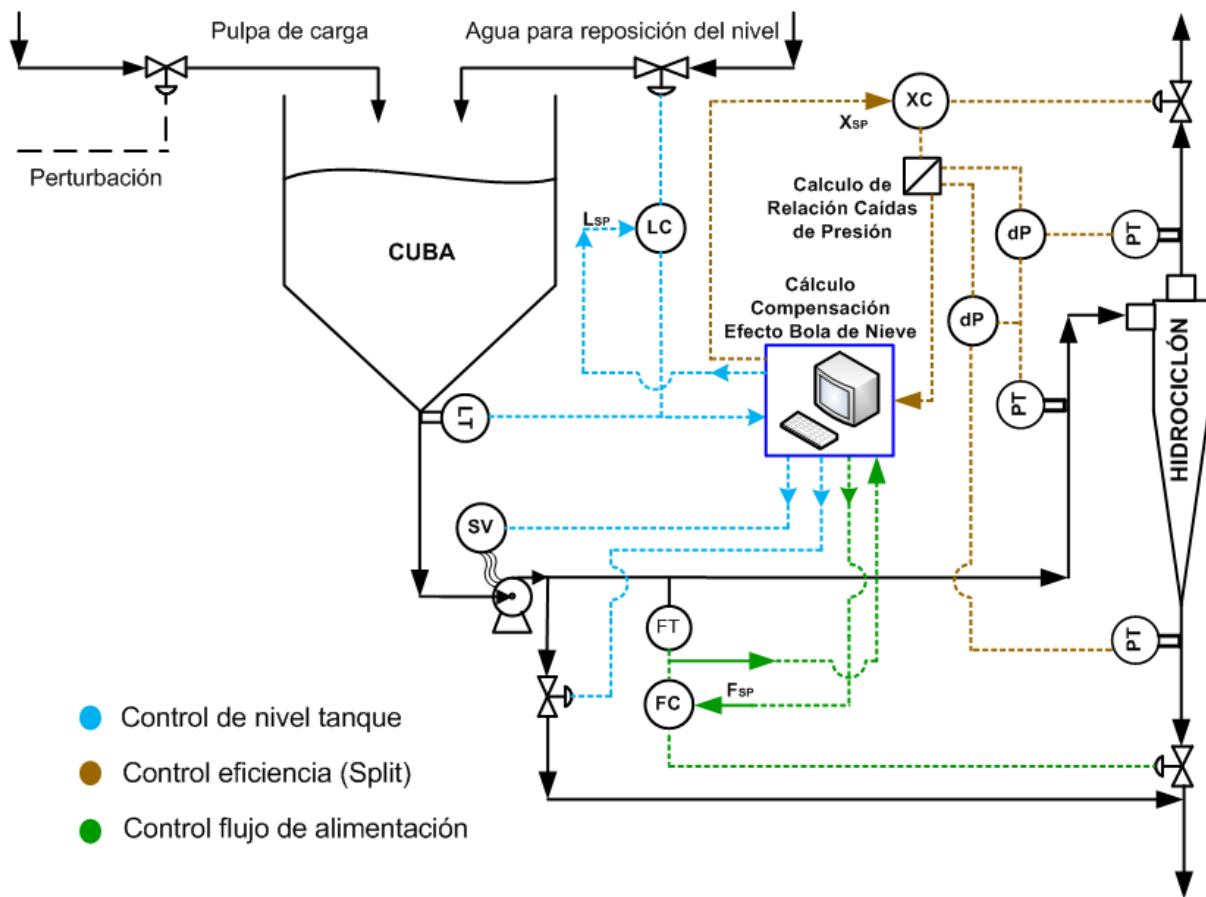


Figura 5-7.: Estructura de control propuesta.

- **Control de nivel de tanque (*snowball*).**

Existe un controlador PID que intercambia información con el módulo supervisor. La decisión de priorización de los dos lazos que se toma el módulo supervisor depende del índice del efecto bola de nieve. El control de nivel puede habilitar caudal por una línea

de agua al proceso, en caso que el nivel empiece a descender. En el caso en que el nivel empiece a ascender, y el hidrociclón no permita más aumentos en su caudal tratado, el módulo supervisor actúa sobre una válvula de purga o paso alternativo (bypass) para que una parte de la suspensión que alimenta al hidrociclón se derive directamente a la corriente del BF.

**Variables Controlada (VC):** Nivel

**Variables Manipuladas (VM):** Posición de apertura de la Válvula de entrada de agua o válvula de paso alternativo de suspensión.

- **Control de Eficiencia (*Split*).**

Asumiendo que la eficiencia del hidrociclón se puede controlar asegurando un *Split* y a su vez que el *Split* tiene una relación directa con la relación de las caídas de presión [22], se medirá la relación de las caídas de presión. Por lo tanto, se requiere medir la presión de entrada al hidrociclón y llevarla a una unidad de cálculo junto con las señales de presión del bajo-flujo y sobre-flujo. Dependiendo de la siguiente relación de presiones es que se va a manipular la válvula del Sobre-flujo.

$$RDP = \frac{(P_{AL} - P_{SF})}{(P_{AL} - P_{BF})} \quad (5-17)$$

Adicionalmente, se debe definir un punto de ajuste (SP) para esta relación de caídas de presión, dependiendo del *Split* que se desee mantener.

**Variables Controlada (VC):** Eficiencia (*Split* como relación de caídas de presión (RDP))

**Variables Manipuladas (VM):** Posición de apertura de la válvula en la salida del sobre-flujo.

- **Control del Flujo de alimentación - Capacidad del hidrociclón ( $Q_{min} - Q_{max}$ ).**

Mantiene el caudal entre los límites mínimo y máximo definidos por la capacidad del hidrociclón. Dicha capacidad se establece de modo que la separación de partículas que hace el hidrociclón está cerca de su eficiencia máxima. El control del caudal se hace modificando el grado de apertura de la válvula del bajo-flujo, la cual afecta el caudal del bajo-flujo del hidrociclón. En el caso de que el caudal del bajo-flujo disminuya, el caudal del sobre-flujo también disminuirá para mantener la caída de presión y por ende, el caudal de alimentación debe disminuir.

**Variables Controlada (VC):** Flujo de alimentación

**Variabes Manipuladas (VM):** Posición de apertura de la válvula en la salida del bajo-flujo.

Como se logra identificar, hay dos variables que no hacen parte de la operación normal de una batería de hidrociclonado, las cuales son: La válvula de paso alterno de suspensión al bajo-flujo y la válvula de entrada de agua al tanque. Estos dos grados de libertad adicionales evitan que el sistema entre en el efecto bola de nieve y por ende no se pueda recuperar.

En la tabla 5-1 se presenta la clasificación de las variables en variables manipuladas ( $u_i$ ), estados ( $x$ ), salidas ( $y_i$ ) y perturbaciones ( $d_i$ ), y sus valores nominales usados en la simulación.

**Tabla 5-1.:** Parámetros de operación de la batería de hidrociclonado

Variable	Clasificación	Valor nominal
Nivel de la cuba	$x_1$	1.45 m
Posición de apertura de la válvula de agua	$u_1$	0.001
Posición de apertura de la válvula de paso alterno de suspensión	$u_{1'}$	0.001
Partición de caudales ( <i>Split</i> )	$y_2$	0.89
Posición de apertura de la válvula del sobre-flujo	$u_2$	0.90
Flujo de alimentación al hidrociclón	$y_3$	0.0043 m <sup>3</sup> /h
Posición de apertura de la válvula del bajo-flujo	$u_3$	0.90
Flujo de alimentación a la cuba	$d_1$	N.A.

### Módulo de control del efecto bola de nieve

Este módulo es el que previamente se denominó control de nivel, aclarando que existe en el montaje un controlador PID que originalmente actuaba como control de nivel tipo SISO. También se dijo que el módulo opera con el índice de efecto bola de nieve. Para este caso en específico, los índices presentados en el Capítulo 4 toman la siguiente forma:

Para cuando la cuba tiende a derramarse:

$$I_{SW} = \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right)}{\int_x^{x_{max}} f(x)dx + \Delta} = \frac{A_{tanque} \frac{L_{i+1}-L_i}{Paso}}{Q_{max} + Q_{BP,i} - Q_i + \Delta} \quad (5-18)$$

Para cuando tiende a quedarse vacía:

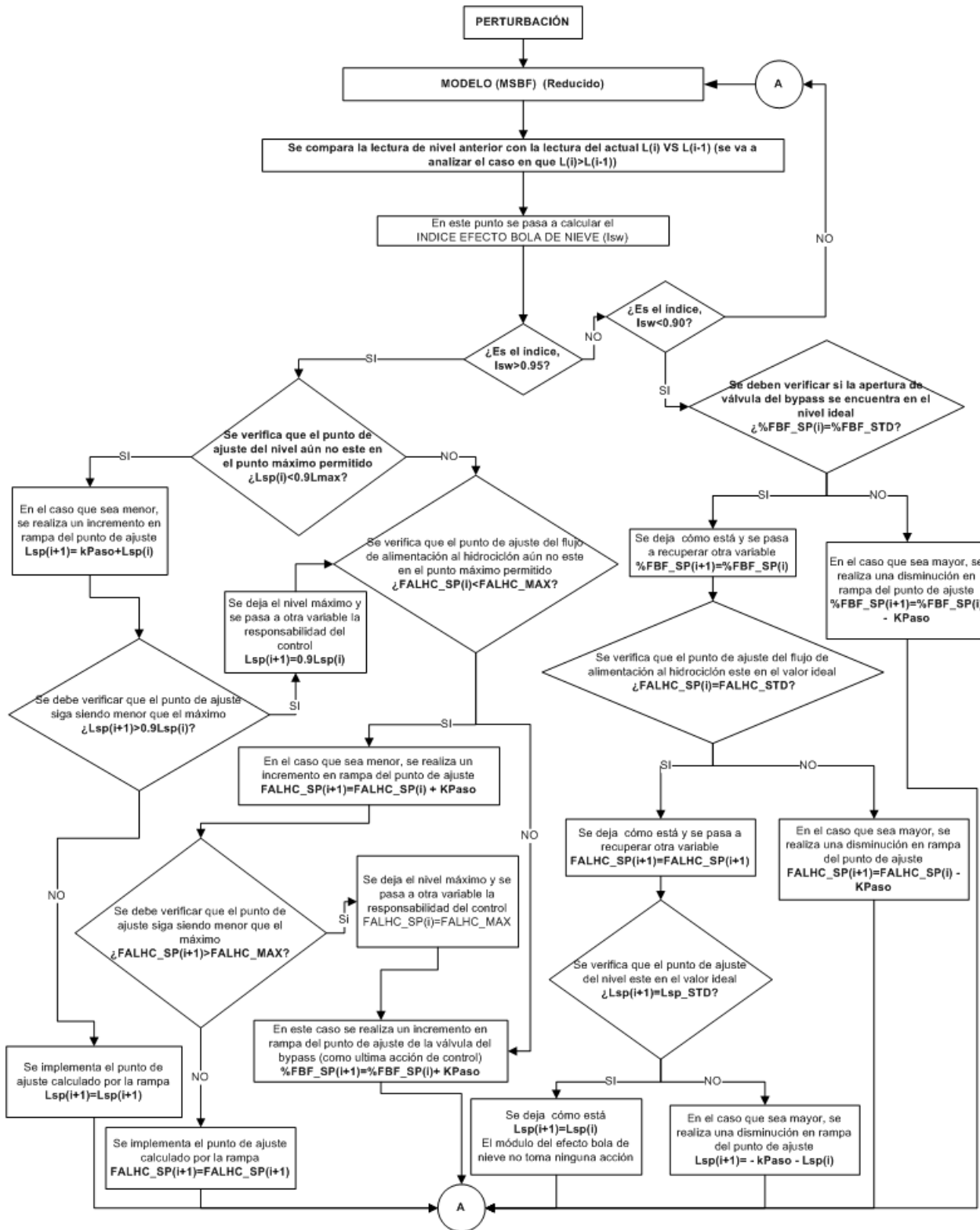
$$I_{SW} = \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right)}{\int_x^{x_{min}} f(x)dx + \Delta} = \frac{A_{tanque} \frac{L_i-L_{i+1}}{Paso}}{Q_i + Q_{Agua,i} - Q_{min} + \Delta} \quad (5-19)$$

En general se considera, en el numerador la velocidad de variación del caudal neto que afecta el nivel en el tanque, y en el denominador se va a monitorer la capacidad del sistema para responder a esta velocidad de cambio, también como caudal. Las capacidades liberadas por el módulo del efecto bola de nieve, es decir, la capacidad del proceso al aumentar o disminuir los puntos de ajuste de los controladores, solo se tendrán en cuenta en el denominador una vez liberadas. Sólo el flujo, que sería la variable natural de variación, se tendrá en cuenta en todo momento. En la Figura 5-8 se ilustra el diagrama de decisión para el módulo del efecto bola de nieve para el caso del tanque con tendencia a desbordarse. Para el caso en el que el tanque se este vaciando el esquema será muy similar, por lo que se representa en el Anexo A, estos diagramas se construyeron con base a la extracción de conocimiento de la experiencia operativa y del entendimiento mismo del proceso. Allí se puede notar que los cambios de los puntos de ajuste se proponen como rampas con pendiente K, con K una función de la velocidad de variación de la variable que tiende a verse afectada por el efecto bola de nieve, en este caso el nivel, y adicionalmente del efecto que pueda tener el cambio sobre la variación del mismo. Como ya se dijo previamente la velocidad de cambio del sistema está representada por el numerador del índice usado,  $\frac{dx}{dt}$ .

Como se explicó previamente, el índice muestra que el sistema va a entrar irremediamente en efecto bola de nieve cuando alcanza el valor de uno, por lo tanto, el control colaborativo empezará a actuar cuando al sistema le falte un 5% para alcanzar este valor. Adicionalmente, para evitar que el sistema se mantenga oscilando entre las dos condiciones posibles, se programa una zona muerta: cuando el índice sea menor a 0,95 pero mayor a 0,90 el módulo de control colaborativo no tomará ninguna acción que busque corregir el efecto bola de nieve.

### 5.3. Resultados

Todo los resultados se obtuvieron por simulación con datos reales de uno de los trenes de hidrociclado que componen la torre de clasificación del caolín en la planta de Sumicol

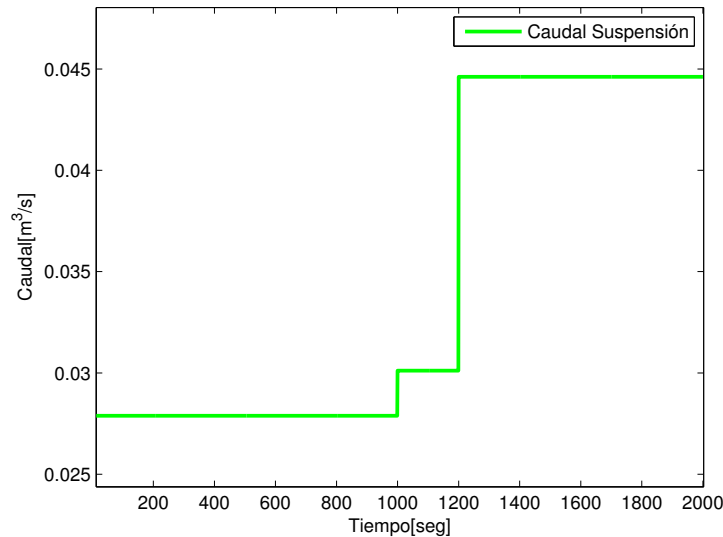


Los puntos de ajuste que el diagrama de árbol no modifica siguen siendo iguales al instante anterior,  $X_{sp(i+1)}=X_{sp(i)}$

Se vuelve a leer un nuevo valor para el nivel

Figura 5-8.: Árbol de decisión para el caso del tanque con tendencia a desbordarse.

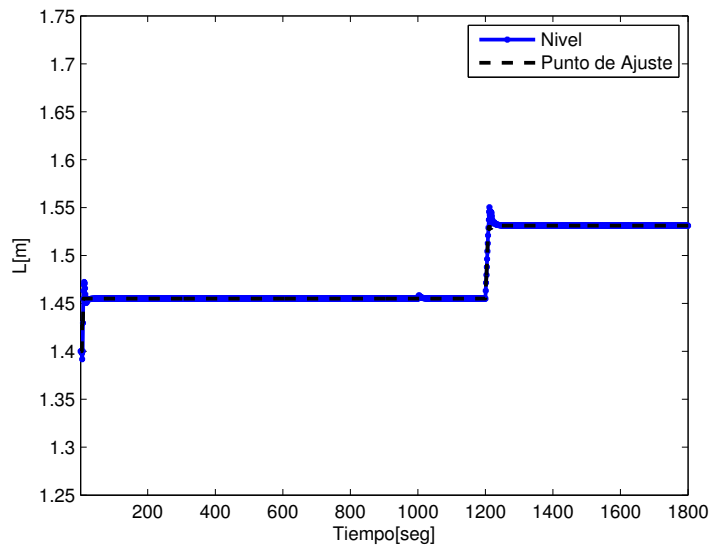
S.A.S. en La Unión (Antioquia). Este tren es un paso intermedio de la clasificación final del material. El tren está constituido por siete hidrociclones de  $100\text{mm}$  de diámetro central y maneja caudales aproximados de  $100\text{m}^3/\text{h}$ . El esquema de control planteado se evalúa cuando aparecen perturbaciones en el flujo de la alimentación. Primero, a los 1000 segundos se realiza un incremento del 8% de su valor nominal y a los 1200 segundos se realiza un incremento del 50% del valor nominal. Esta secuencia de perturbación se muestra en la Figura 5-9.



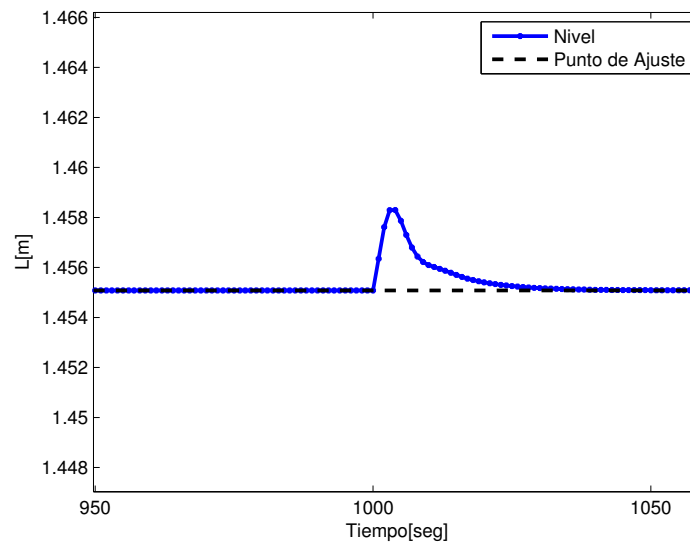
**Figura 5-9.:** Perturbación en el caudal de alimentación realizada al sistema, aumento de 8% a los 1000 Segundos y de 50% a los 1200 segundos.

La respuesta de la dinámica principal, en este caso el nivel, que es la que más se ve afectada por el efecto bola de nieve se presenta en la Figura 5-10. En esta figura se puede observar como ambas perturbaciones tienen efecto sobre el nivel, pero solo cuando se perturba el sistema con el 50% de incremento en el valor nominal del caudal, el punto de ajuste del nivel cambia. Esto por efecto del control colaborativo que ejecuta el módulo guiado por el Índice de efecto bola de nieve. Esto se puede ver más claramente en las Figuras 5-11 y 5-12, que son acercamientos a la zona de interés en las gráficas para todo el tiempo de simulación.. Adicional a esto, se puede apreciar como el nivel sigue el cambio en el punto de ajuste, y como los cambios en esta variable no son bruscos para alcanzarlo.

Una pregunta natural del lector es: ¿por qué al aplicar la primera perturbación el sistema no sufre un cambio de nivel en el punto de ajuste?, esto es debido a que, como se ve en la Figura 5-13, a los 1000 segundos se tiene que el índice del efecto bola de nieve, a pesar de ser mayor de cero (el sistema se perturbó) no alcanza a ser mayor de uno, como muestra el acercamiento

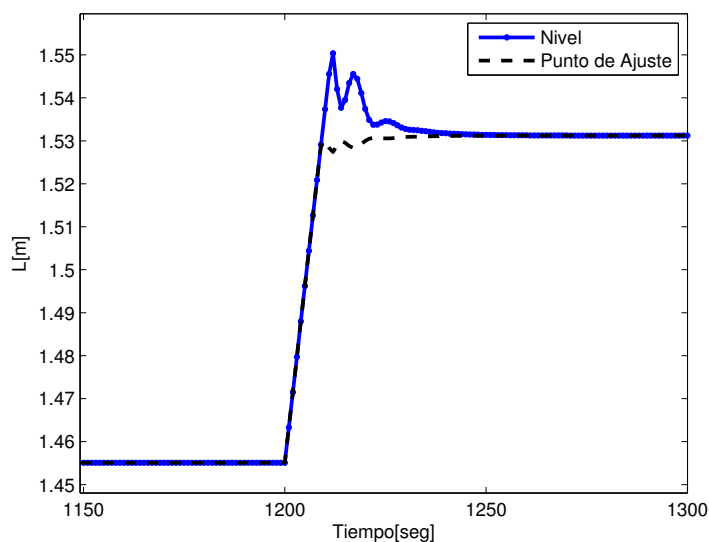


**Figura 5-10.:** Respuesta del nivel del tanque.



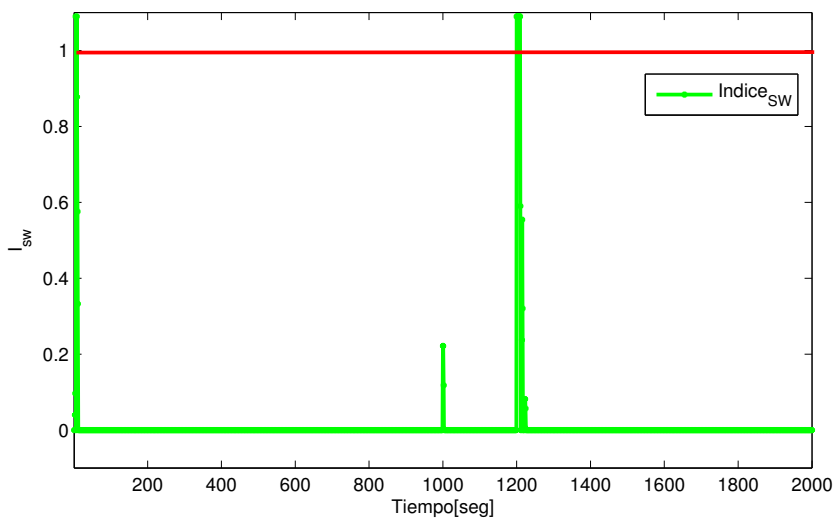
**Figura 5-11.:** Respuesta del nivel del tanque al aumentar un 8% el flujo que ingresa al sistema.

de la Figura 5-14, lo que significa que el sistema tiene capacidad de resolver esta perturbación sin requerir que el módulo del efecto bola de nieve intervenga. Sin embargo, como esta estructurado el módulo del efecto bola de nieve, este podría intervenir al punto de ajuste siempre y cuando el nivel no se encuentre en el punto de ajuste estándar, que sería como el valor ideal en el que deberían estar fijadas las variables. Este es definido externamente al



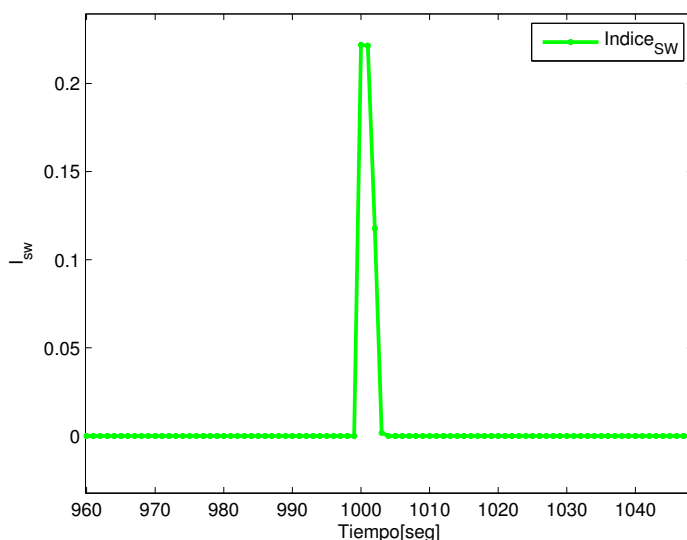
**Figura 5-12.:** Respuesta del nivel del tanque al aumentar un 50% el flujo que ingresa al sistema

sistema de control. En este caso, el sistema se encuentre en el punto de ajuste estándar, lo que implica que el punto de ajuste no se va a manipular.



**Figura 5-13.:** Respuesta del índice del efecto bola de nieve

A los 1200 segundos, se realiza el aumento 50% de incremento en el valor nominal del caudal de alimentación, Figura 5-15. Se puede ver como el índice del efecto bola de nieve alcanza

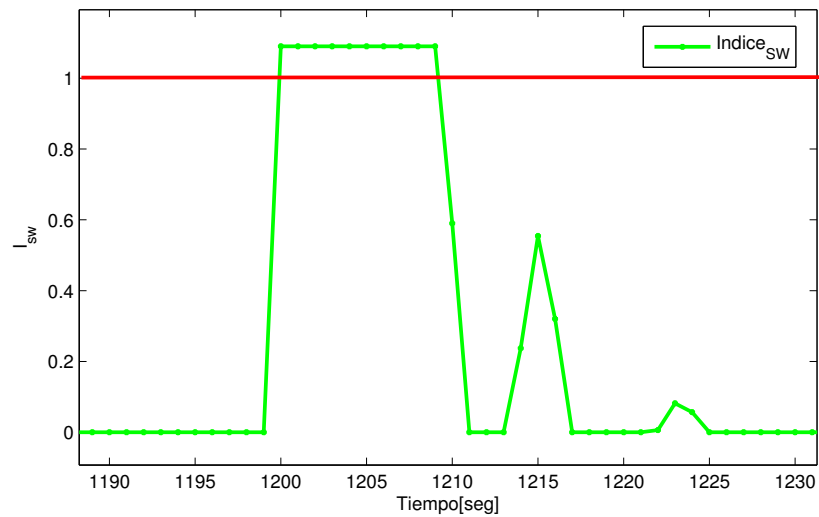


**Figura 5-14.:** Respuesta del índice del efecto bola de nieve al aumentar un 8% el flujo que ingresa al sistema

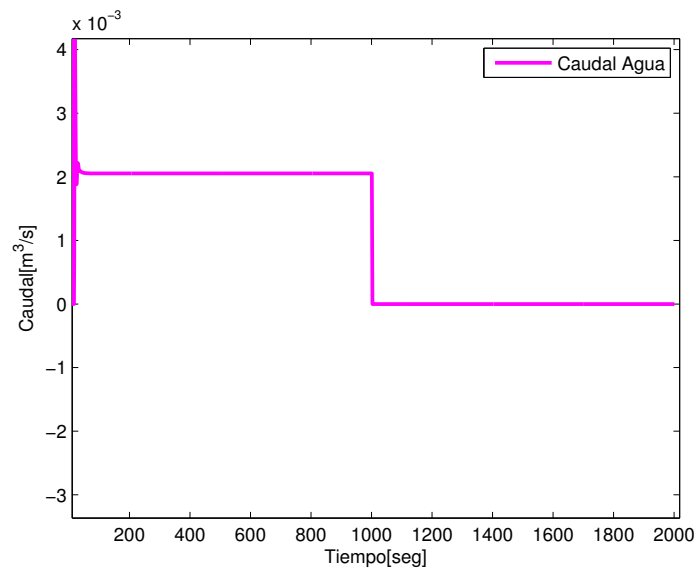
valores incluso superiores a uno, lo que indica que en ese momento la capacidad de la bomba para extraer material de la cuba es inferior a lo que le está ingresando, por lo tanto el módulo del efecto bola de nieve debe intervenir, cambiando los puntos de ajuste, ya sea, del caudal o del nivel. Como se explicó en capítulos anteriores, el índice del efecto bola de nieve es capaz de mostrar unos instantes de tiempo antes cuando el sistema va a entrar al efecto bola de nieve, por lo que, como se muestra la Figura 5-12, el sistema pasa más de 10 segundos con menor capacidad que la demandada, tiempo en el cual se están realizando todos los cambios en los puntos de ajuste y en las variables manipuladas. En ese tiempo, el optimizador del control colaborativo, que como se dijo es un árbol de decisión con la optimización preprogramada, está actuando a plenitud.

En la Figura 5-16 se muestra el comportamiento del caudal de agua fresca adicionada a la cuba. Se observa como esta fue la acción que tomó el sistema para contrarrestar la primera perturbación, y como ya para la segunda, el control colaborativo detecta que no tiene más capacidad de acción disponible.

El punto de ajuste del caudal de alimentación a un hidrociclón, Figura 5-17, al igual que el del nivel del tanque, se ven alterados en la segunda perturbación, dando lugar a un incremento de sus puntos de ajuste. En este caso, se puede observar, Figura 5-18, que se tiene los cambios de puntos de ajuste durante tiempos relativamente cortos, por lo cual el caudal solo llega a un estado estacionario una vez el punto de ajuste se estabiliza durante un periodo de



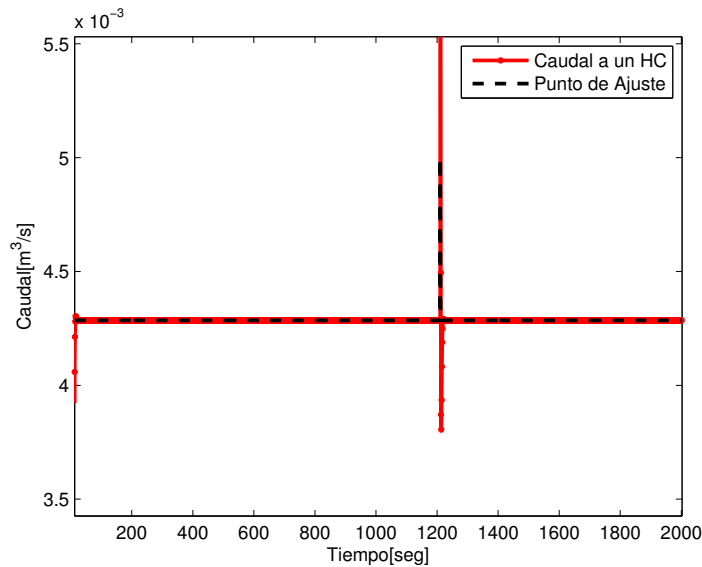
**Figura 5-15.:** Respuesta del índice del efecto bola de nieve al aumentar un 50% el flujo que ingresa al sistema.



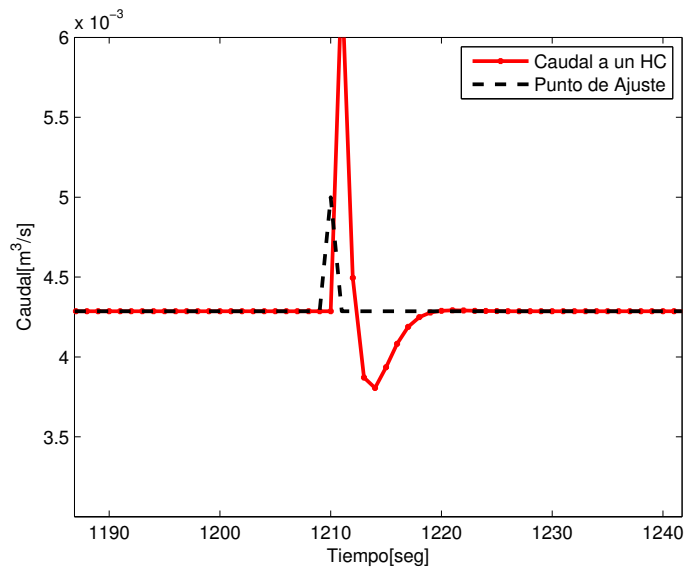
**Figura 5-16.:** Respuesta del caudal de agua que ingresa al tanque.

tiempo suficientemente largo.

Las respuestas de las densidades de las corrientes de salida del hidrociclón se muestra en la Figura 5-19. En esta se puede ver como la densidad del bajo-flujo durante la primera perturbación permanece constante, esto es debido a que el caudal de alimentación no se ve modificado. Por su parte, los flujos máscicos de salida del hidrociclón presentan un compor-



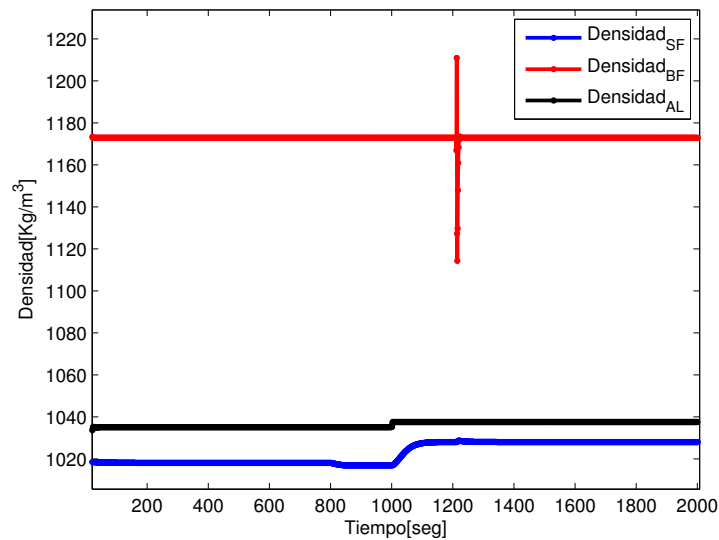
**Figura 5-17.:** Respuesta del caudal alimentado por un hidrociclón.



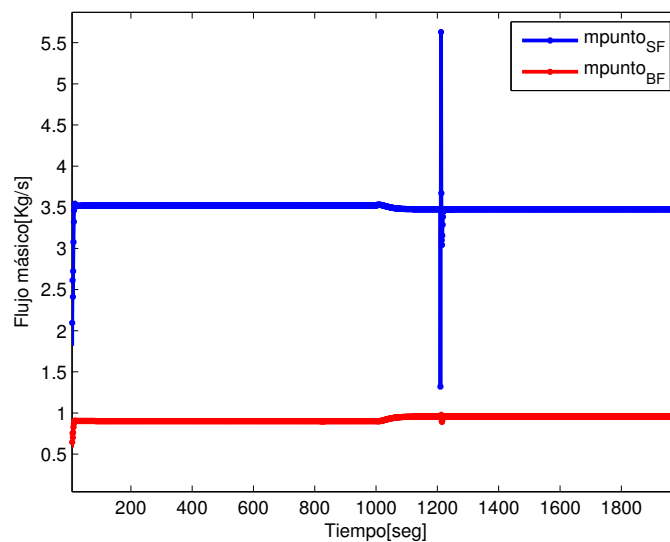
**Figura 5-18.:** Respuesta del caudal alimentado por un hidrociclón al aumentar un 50% el flujo que ingresa al sistema.

tamiento normal, mientras uno aumenta, el otro disminuye.

La presión de alimentación al hidrociclón solo se ve afectada por el transitorio mientras el nivel se estabiliza en el nuevo punto de ajuste. Figuras 5-21 y 5-22.



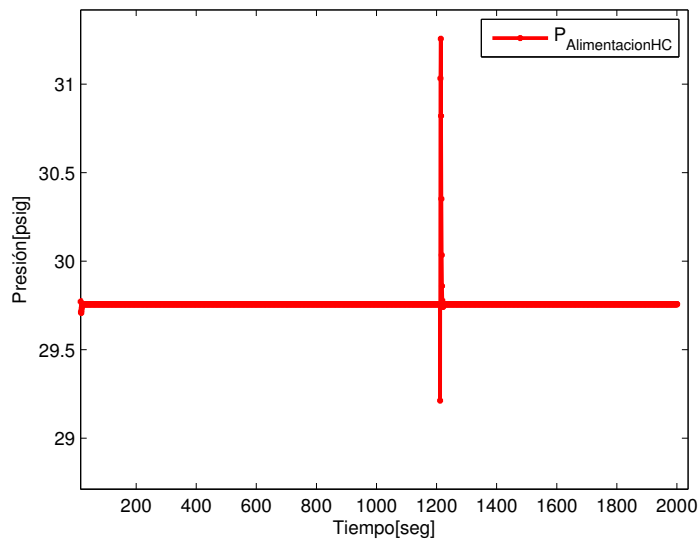
**Figura 5-19.:** Respuesta de las densidades.



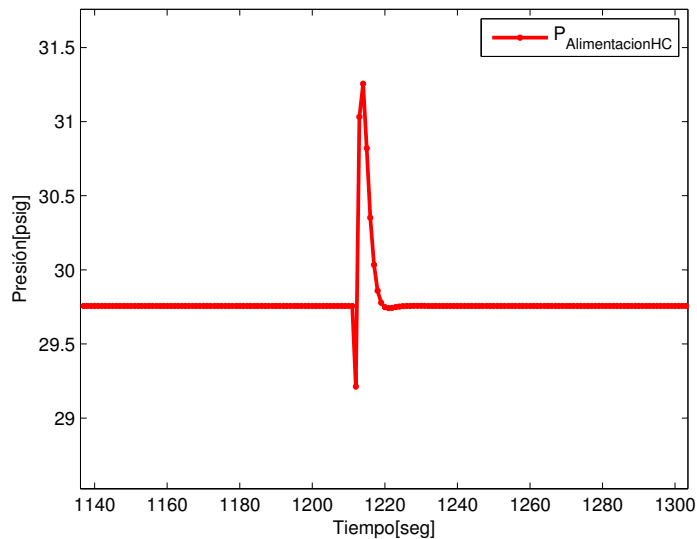
**Figura 5-20.:** Respuesta de los flujos másicos

La presión del bajo-flujo es la variable que controla el caudal de alimentación al hidrociclón, por lo cual este se cambia durante la variación del punto de ajuste del caudal. Esto debido a los cambios de caudal que el control colaborativo debe realizar, cambios de caudal que afectan la cabeza suministrada por la bomba. Figuras 5-23 y 5-24.

La partición de caudales está directamente relacionada con la eficiencia y la clasificación

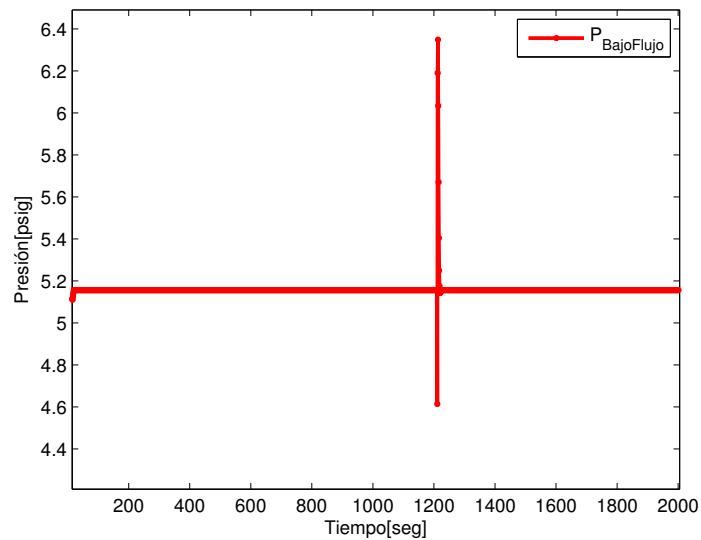


**Figura 5-21.:** Respuesta de la presión de alimentación.

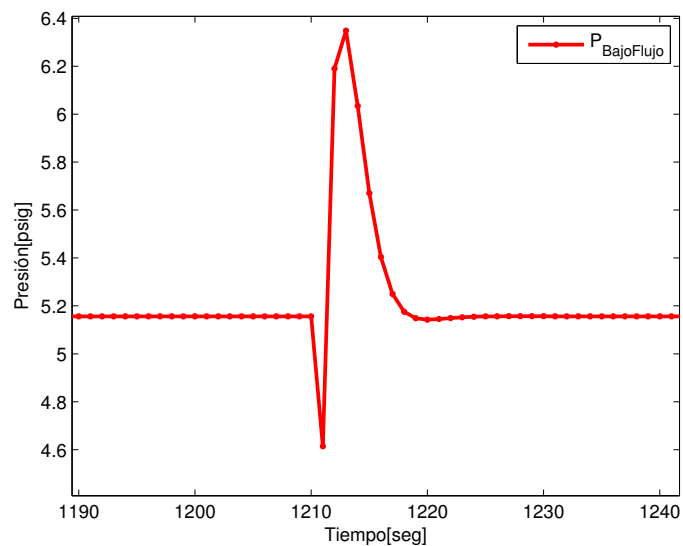


**Figura 5-22.:** Respuesta de la presión de alimentación al hidrociclón al aumentar un 50% el flujo que ingresa al sistema.

[22], [35], por lo tanto el valor de esta partición lo fija el ingeniero a cargo de la planta, dado que dependiendo del producto que desee obtener deberá asignarle un valor determinado. Es importante saber que este valor solamente se puede manipular en un intervalo pequeño, dado que, como ya se presentó anteriormente, depende principalmente de variables físicas de diseño. Para esta simulación, se realizó una disminución del 2% en el valor nominal de la



**Figura 5-23.:** Respuesta de la presión del bajo-flujo



**Figura 5-24.:** Respuesta de la presión del bajo-flujo al aumentar un 50 % el flujo que ingresa al sistema

partición de caudales a los 800 segundos y a los 1000 segundos se aumenta un 5 % respecto al valor nominal. Como se observa en la Figura 5-25, la estructura de control es adecuada para mantener el sistema en los puntos de ajuste. Se puede ver que el punto de ajuste propuesto a partir de los 800 segundos no se alcanza, esto es debido a que la variable manipulada, presión de sobre-flujo, se satura en este intervalo. Esto es muestra de la partición de caudales en la

Figura 5-26.

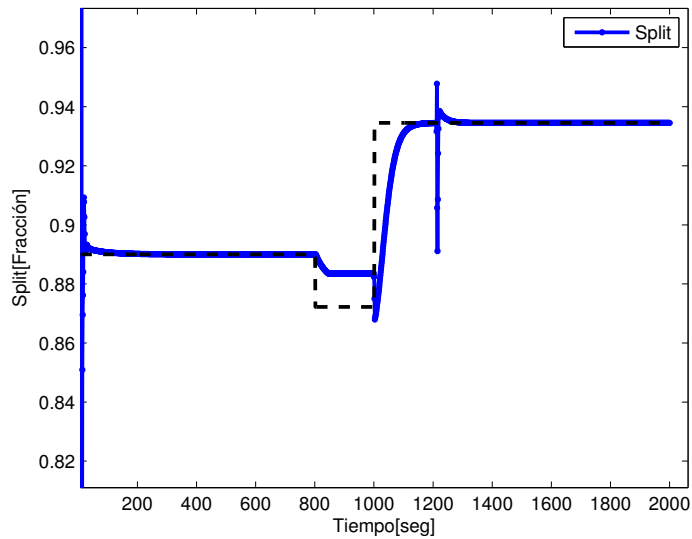


Figura 5-25.: Respuesta de la partición de caudales en el hidrociclón

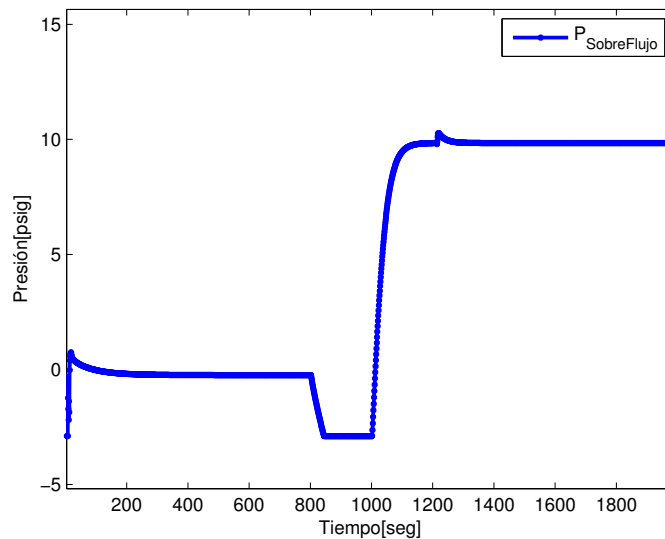


Figura 5-26.: Respuesta de la presión del sobre-flujo

En las Figuras 5-23, 5-26 y 5-16, que representan las respuestas de las variables manipuladas, se puede ver que todas tienen cambios relativamente pequeños para lograr el objetivo de mantener las variables controladas en el punto de ajuste. Con esto queda evidenciado que

---

el control colaborativo, como coordinador de los controladores locales PID y accionador directo de un elemento final de control, es una alternativa suave. Con esto queda evidenciado que el control colaborativo, como coordinador de los controladores locales PID y accionador directo de un elemento final de control, es una alternativa suave. Desde el punto de vista de la implementación de tanque de presión a las salidas del hidrociclón, esto augura que es una buena alternativa a explorar en una implementación industrial.

# 6. Conclusiones y recomendaciones

## 6.1. Conclusiones

Este trabajo presentó el desarrollo de una estructura de control de supervisión basado en modelos para sistemas con realimentación positiva inherente, principalmente para los afectados por el efecto bola de nieve. La estructura de control propuesta está formada por de dos capas, una de supervisión y otra de regulación. En la capa de supervisión se garantiza que un índice planteado para estos sistemas permanezca dentro del rango donde todavía el sistema es controlable. Los puntos de ajuste de los controladores PID locales son obtenidos mediante rampas dependientes del comportamiento dinámico del proceso. Dichas rampas se presintonizan de acuerdo con las capacidades de los elementos finales de control disponibles en el montaje. Para disminuir los esfuerzos de control y para un diseño simple y práctico, se hace uso de controladores PID en la capa reguladora.

Finalmente, como conclusiones de este trabajo se pueden mencionar:

1. El índice del efecto bola de nieve, generado en este trabajo, permite sensar en tiempo real el riesgo que tiene el sistema de salirse de control, y una vez detecta este riesgo, informa al sistema de control con suficiente tiempo de antelación para tomar las acciones correctivas necesarias.
2. El cambio de los puntos de ajuste de la capa reguladora se realiza a través de un árbol de decisión, lo cual hace mas fácil su comprensión como un optimizador preprogramado.
3. La estructura de control propuesta se aplicó con éxito al proceso de control de un tren de hidrociclado usado para la industria del beneficio de minerales, ya que, incluso con perturbaciones de hasta el 50 % en una de las variables, el sistema logró mantenerse controlado.
4. La aproximación propuesta surge como una estructura de control potencialmente factible para la aplicación industrial ya que no es una estructura compleja y adicionalmente es muy intuitiva, debido a que para la coordinación de los puntos de ajuste se hace uso de un árbol de decisión, en vez de un funcional de costo complejo.

## 6.2. Recomendaciones

Después de completar este trabajo, los siguientes aspectos deben ser revisados o explorados con el fin de seguir avanzando en esta línea de trabajo conjunto academia-industria:

- Evaluar el desempeño de la estructura de control propuesta en otros procesos, con el fin de valorar su eficiencia en diferentes circunstancias y por lo tanto validar su generalidad.
- Realizar la implementación física del esquema propuesto, para validar los resultados obtenidos en esta tesis.
- Analizar la estabilidad y controlabilidad del algoritmo de control supervisorio propuesto.
- Comparar este algoritmo de control supervisorio con una estrategia ya conocida como MPC.

**A. Anexo: Árbol de decisión para cuando el nivel del tanque está disminuyendo**



# Bibliografía

- [1] ABBOT, J.: Performance of a deoling hydrocyclonr during variable flow rates. En: *Transaction Institution of Minerals and Metallurgy* (1962), p. 471–531
- [2] ALDRICH, Chris: Hydrocyclones. En: *Progress in Filtration and Separation*, 2015, p. 1–20
- [3] ALPUCHE, Teresa; Ramírez N.: Steady state analysis of snowball effects for reaction-separation-recycle systems with thermally coupled distillation sequences. En: *Chemical engineering research and design* (2011), p. 2207–2214
- [4] ALVAREZ, Luz A.: *Metodología para el diseño de control total de planta*, Universidad Nacional de Colombia, Tesis de Grado, 2008
- [5] APELT, N.F.: Inferential measurement of SAG mill parameters. V. MPC simulation. En: *Minerals Engineering* (2009), p. 1045–1052
- [6] BREMMERMAN, R.: An alternative to back-propagation: a simple rule of synaptic modification for neural net training and memory. En: *Technical Report PAM-483. Center for pure and applied mathematics* (1990)
- [7] CHATTAMVELLI, Rajan: *Data mining algorithms*. Alpha science international, 2011
- [8] CHEN, Jiwei; Li Gaosen; Xu C. ; ZHENG, Binghuan: The effect of pressure parameters of a novel dynamic hydrocyclone on the separation efficiency and split ratio. En: *Separation Science and Technology* (2015)
- [9] CHEN, J.Y. S.H.; Li Q.: Application of model predictive control in ball mill grinding circuit. En: *Minerals Engineering* (2007), p. 1099–1108
- [10] CHEN, Q.; FeiQin S.M.; Badgwell T.: Constrained model predictive control in ball mill grinding process. En: *Powder Technology* (2008), p. 31–39
- [11] CHENG, Cheng-Ching: Effects of Process Design on Recycle Dynamics and Its Implication to Control Structure Selection. En: *Industrial and Engineering Chemistry Research* (2003), p. 4348–4365

- [12] CHICA OSORIO, Lina M.: *Modelación de la disipación de energía mecánica en la descarga de un hidrociclón y su efecto sobre la clasificación de minerales*, Universidad Nacional de Colombia, Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de: Doctor en Ingeniería-Ciencia y tecnología de materiales, 2013
- [13] DIMIAN, Mexandre C.: Chapter 13 Integration of design and control. En: *Computer Aided Chemical Engineering* (2003), p. 501–554
- [14] DUECK, Mohamed ; Neesse T.: The theoretical partition curve of the hydrocyclone. En: *Minerals Engineering* (2013), p. 25–30
- [15] EBRAHIM, Mubarak; Al-Kawari: Pinch technology: an efficient tool for chemical-plant energy and capital-cost saving. En: *Applied Energy* 65 (2000), Nr. 1-4, p. 45–49
- [16] FEROLDI, Diego: Control predictivo basado en modelo con restricciones / Universidad Nacional de Rosario. 2012. – Informe de Investigación
- [17] GARCÍA, Hernán D.: Aplicación de dos Métodos de Inteligencia Artificial y uno de Gradiente para Controladores Predictivos Basados en Modelo no Lineal. En: *Congreso de Inteligencia Computacional Aplicada (CICA), Universidad de Palermo* (2009), p. 1 – 8
- [18] GONZÁLEZ, Guillermo A.: *Aplicación de técnicas de control óptimo usando filtro de kalman sobre un modelo de generador eólico*. Pereira : Universidad Tecnológica de Pereira, 2011
- [19] GOVATSMARK, Marius S.: *Integrated Optimization and Control*, Norwegian University of Science and Technology, Thesis Submitted for the Degree of Dr. Ing., 2003
- [20] HODOUIN, D.: Methods for automatic control, observation, and optimization in mineral processing plants. En: *Journal of Process Control* (2011), p. 211–225
- [21] HORVÁTH, Zsolt; Mizsey P.: Investigation of controllability of systems with recycle - a case-study. En: *Computers and Chemical Engineering* (2007), p. 37–44
- [22] HUSVEG, Odile ; Drengstig Tormod ;Bilstad T.: Performance of a deoling hydrocyclone during variable flow rates. En: *Minerals Engineering* (2013), p. 368–379
- [23] KISS, Costin S.; Dimian Alexandre C.: Design and control of recycle systems by non-linear analysis. En: *Computers and Chemical Engineering* (2007), p. 601–611
- [24] LARSSON, M.S.; Skogestad S.; Yu C.: Control structure selection for reactor, separator, and recycle processes. En: *Ind. Eng. Chem. Res.* (2003), p. 1225–1234
- [25] LINDNER, E: The separation of solid particles from liquid by means of a cyclone. En: *Maschinenbautechnik* 5 (1956), p. 455

- 
- [26] LIPTAK, Bela G.: *Instrument Engineers' Handbook - Process Control and Optimization*. USA : Taylor & Francis, 2006
- [27] LIU, Qiang; Qian Peng; Wang Hua-lin: Experimental study of circulation flow in a light dispersion hydrocyclone. En: *Separation and Purification Technology* (2014), p. 66–73
- [28] LUYBEN, W. L.: Snowball effect in reactor/separador processes with recycle. En: *Ind. Eng. Chem. Res.* 33 (1994)
- [29] MC AVOY, Thomas J.: Using Optimization to Detect Snowball Effects. En: *IFAC Dynamics and control of process systems* (2004), p. 941–946
- [30] MODER, D.A.: Fine size close specific gravity solid separation with liquid-solid cyclones. En: *Chemical Engineering Progress* (1952), p. 75–88
- [31] MOSCOSO, Hilda M.: *A desing procedure for a supervisory control structure in plantwide control*, Universidad Nacional de Colombia, Tesis de Grado, 2013
- [32] MUÑOZ, Taborda ; Álvarez H.: A phenomenological-based semiphysical model for hydrocyclones. En: *Proceedings of the 2nd International Conference on Mining, Material and Metallurgical Engineering (Accept)* (2015)
- [33] NARASIMHA, A.N.; Holtham P.N.; Powell M.S.; Brennanc-M.S.: A semi-mechanistic model of hydrocyclones-Developed from industrial data and inputs from CFD. En: *International Journal of Mineral Processing* (2014), p. 1–12
- [34] NEESSE, Donhauser F.: Advances in the Theory and Practice of Hydrocyclone Technique. En: *University of Erlangen- Nuremberg, Germany and AKW Apparate+Verfahren GmbH & Co. KG.* (2000)
- [35] NEESSE, H.; Kaniut P.: Volume split control of a hydrocyclone group. En: *Minerals Engineering* (2007), p. 355–360
- [36] NEESSE, J.: Dynamic modelling of the hydrocyclone. En: *Minerals Engineering* (2007), p. 380–386
- [37] NEESSE, V.; Kaniut P.; Reinsch V.: Hydrocyclone control in grinding circuits. En: *Minerals Engineering* (2004), p. 1237–1240
- [38] ORTEGA-RIVAS, Enrique: Hydrocyclones. En: *Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry*, 2007, p. 207–233
- [39] PÉREZ, P.; Sala D. A.: *Multivariable control systems: an engineering approach*. USA : Springer, 2004

- [40] PLITT, L.R.: A mathematical model of the hydrocyclone classifier. En: *CIM Bulletin* (1976), p. 114–121
- [41] PLITT, P. ; BROUSSAUD, A.: Technical note an improved method of calculating the water-split in hydrocyclones. En: *Minerals Engineering* (1990), p. 533–535
- [42] RADHAKRISHNAN, V. R.: Model based supervisory control of a ball mill grinding circuit. En: *Journal of Process Control* (1999), p. 195–211
- [43] RAMASAMY, S.S.; Rao C.: Control of ball mill grinding circuit using model predictive control. En: *Journal of Process Control* (2005), p. 273–283
- [44] RAO, K. ; LYNCH, A.J.: Influence of feed inlet diameter on the hydrocyclone behaviour. En: *International Journal of Mineral Processing* (1976), p. 357–363
- [45] RAO, T. C.: Hydrocyclone - A useful Tool in Comminution Circuit. En: *Proceedings of National Seminar on Mineral Processing and IX Annual Technical Convention of the Indian Institute of Mineral Engineers, National Metallurgical Laboratory(CSIR) Jamshedpur* (1985)
- [46] SAENGCHAN, Annop; Songkasiric W.: Enhancement of tapioca starch separation with a hydrocyclone:effects of apex diameter, feed concentration, and pressure drop on tapioca starch separation with a hydrocyclone. En: *Separation and Purification Technology* (2009), p. 195–202
- [47] SALOPEK, Suzana ; KRASIC, Dragan: Possibilities of the efficient solid-liquid separation In the hydrocyclone of 25 mm diameter. En: *Rudarsko-geoldko-naftni zbornik* (1995), p. 71–75
- [48] SCHNEIDER, Th.: Overflow-control system for a hydrocyclone battery. En: *Int. J. Miner. Process* (2004), p. S339–S343
- [49] SEBORG, Thomas F.; Mellichamp Duncan A.: *Process Dynamics and Control*. En: WILEY United States of America (2004)
- [50] SEFERLIS, M.: *The Integration of Process Design and Control*. USA : Elsevier, 2004
- [51] SEMINO, D.; Giuliani G.: Control Configuration Selection in Recycle Systems by Steady State Analysis. En: *Computers chem. Engng* (1997), p. S273–S278
- [52] SHAH, A.K.; Barnwal J.: Development of water split model for a 76 mm hydrocyclone. En: *Minerals Engineering* (2006), p. 102–104
- [53] SILVA, et a.: Model fine tuning for prediction of hydrocyclone performance. An industrial case study. En: *Int. J. Miner. Process* (2009), p. 34–41

- [54] SKOGESTAD, Sigurd: Plantwide control: Towards a systematic procedure. En: *European Symposium on Computer Aided Process Engineering* (2002), p. 57–69
- [55] STASS, M.: The Influence of the Orifices on the Washing Characteristics of the Hydrocyclone. En: *International Mineral Dressing Congress, Stockholm* (1957)
- [56] THEODORIDIS, Sergios ; KOUTROUMBAS, Konstantinos: *Pattern Recognition (Fourth Edition)*. Fourth Edition. Boston : Academic Press, 2009. – 949 – 961 p.
- [57] TRAWINSKI., H.: “Aplicaciones y funcionamiento práctico de los hidrociclones”. Adaptación: Juan Luis Bouso Aragonés. / ERAL, Equipos y Procesos, S.A. 2007. – Informe de Investigación
- [58] VALENCIA ARROYAVE, Felipe: *Game theory based distributed model predictive control: An approach to large-scale systems control*, Universidad Nacional de Colombia, Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de: Doctor en Ingeniería, 2012
- [59] VENUGOPAL R., Chhaperia T.: Analysis and mathematical modelling of hydrocyclones. En: *International mineral processing congress (IMPC) proceedings- New Delhi, India* (2012), p. 24–28
- [60] WAI WONG, Y.; Eren H.; Che Fung C.: Hybrid Fuzzy Modelling Using Memetic Algorithm For Hydrocyclone Control. En: *Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics* (2004), p. 26–29
- [61] WALTERS, D.: (2002), Nr. US Patent 95644
- [62] WEBER, Romann M. ; FAJEN, Brett R.: Decision-tree analysis of control strategies. En: *Psychonomic bulletin & review* 22 (2015), Nr. 3, p. 653–672
- [63] WITTEN, Ian H. ; FRANK, Eibe: *Data Mining: Practical machine learning tools and techniques*. Morgan Kaufmann, 2005
- [64] WU, K. L. ; YU, C. C.: Reactor/separator processes with recycle 1. Candidate control structure for operability. En: *Computers and Chemical Engineering* (1996), p. 1291–1316
- [65] WUA, Yu; Luyben William L.; Skogestad S.: CReactor/separator processes with recycles - 2.Design for composition control. En: *Computers and Chemical Engineering* (2002), p. 401–421
- [66] YOSHIOKA, Y.: Liquid cyclone as a classifier. En: *Chemical Engineering* (1955), p. 632–640
- [67] ZHAO, Minghu; Li F.: Pressure Drop and Separation Efficiency in a Flooded Hydrocyclone. En: *IEEE* (2008), p. 3005–3009