UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE PRÁCTICAS DE LABORATORIO DE FÍSICA PARA CICLOS 3, 4 Y 5 DE EDUCACIÓN

Nelson Ivan Chivata Abril

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Maestría en Ciencias – Física - Profundización
Bogotá, Colombia 2022

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE PRÁCTICAS DE LABORATORIO DE FÍSICA PARA CICLOS 3, 4 Y 5 DE EDUCACIÓN

Nelson Ivan Chivata Abril

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:

MAGISTER EN CIENCIAS – FÍSICA. PROFUNDIZACIÓN

Director:

Doctor PEDRO HERNÁN SÁNCHEZ MACHET

Línea de Investigación:

Física Experimental Aplicada

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Maestría en Ciencias – Física - Profundización
Bogotá, Colombia 2022

Por y para Heidy Johana, Nelson, Emmanuel y Samuel Chivata… los amo Hijos.

Agradecimientos

Al equilibrio natural que permite la culminación exitosa. A mi Hijos por su apoyo incondicional, aguante y templanza durante el desarrollo de este proyecto.

Agradecimiento especial al Doctor Pedro Hernán Sánchez Machet, director de este trabajo quien, con su experiencia, templanza, buen ejemplo y guía profesional ha sido en la academia, el pilar principal que ha permitido pese a sus propias adversidades, el acompañamiento diligente de este proyecto hasta su culminación.

Resumen

La comprensión y aprehensión de conceptos, teorías y fenómenos físicos, abre la oportunidad de plantear y desarrollar propuestas que aporten a facilitar y/o complementar su estudio. El entorno académico es dinámico, y es esta dinámica la que permite expresar que no todo esté propuesto en cuestión de herramientas que aporten a dicha comprensión y aprehensión. En este trabajo se desarrollan cuatro prácticas de laboratorio que permiten tener un primer acercamiento a fenómenos físicos enmarcados desde el punto de vista experimental, incluyendo el empleo de herramientas tecnológicas adecuadas para este propósito, como lo es la tarjeta de programación Arduino®, y el software de programación de uso libre, que ha sido desarrollado para el uso de sensores básicos acoplados al Arduino®.

Palabras clave: Laboratorio, programación, interfaz, Arduino.

Abstract

DESIGN AND CONSTRUCTION OF PHYSICS LABORATORY PRACTICES FOR CYCLES 3, 4 AND 5 OF EDUCATION

The understanding and apprehension of concepts, theories and physical phenomena, opens the opportunity to present and develop proposals that contribute to facilitate and / or complement their study. The academic environment is dynamic, and it is this dynamic that allows us to express that not everything is proposed in terms of tools that contribute to such understanding and apprehension. In this work, four laboratory practices are developed that allow a first approach to physical phenomena framed from the experimental point of view, including the use of appropriate technological tools for this purpose, such as the Arduino® programming card, and the programming software for free use, which has been developed for the use of basic sensors coupled to the Arduino®.

Keywords: Laboratory, programming, interface, Arduino.

Objetivos

GENERAL

Diseñar y elaborar montajes para prácticas de laboratorio de física, para los ciclos 3, 4 y 5 de educación, utilizando la plataforma Arduino®.

ESPECÍFICOS

- ✓ Hacer uso de la tecnología que permita capturar, manipular e interpretar datos y que apoyen la comprensión de conceptos físicos.

- ✓ Diseñar actividades que generen integralidad en diferentes áreas del saber, y que apunten a la comprensión y apropiación de los saberes en la física.

- ✓ Aprovechar recursos dispuestos en red de libre aplicación, y que sirvan para el desarrollo de este proyecto.

Contenido

1. Aspectos preliminares 3
1.1. Reseña Histórica 3
1.2. Ciclos de enseñanza 4
1.3. Dispositivos de toma de datos mediante sensores 4
2. Marco referencial 6
2.1 Referente teórico 7
2.1.1 Cinemática 7
2.1.2 Movimiento periódico 8
2.1.3 Movimiento Armónico Simple (MAS) 8
2.1.4 Arduino 10
2.1.5 Sensor ultrasonido HC-SR04 12
2.1.6 Sensor infrarrojo HW-201 14
2.1.7 Pantalla LCD 2X16 JHD 162A 15
2.1.8 Software 16
3. Desarrollo Experimental 18
3.1. Movimiento rectilíneo 18
3.2. Ley de Hooke 26
3.2.1 Procedimiento 31
3.2.2 Experiencia 35
3.3. Péndulo simple 42
3.3.1 Procedimiento 43
3.3.2 Experiencia 44
3.4. Caída libre 49
3.4.1 Procedimiento 52
3.4.2 Experiencia 53
4. Conclusiones y recomendaciones 60
5. Bibliografía 62

Lista de Figuras

Figura 1. Representación de dos sistemas que cumplen con las condiciones para ser utilizados en el estudio del Movimiento Armónico Simple. 9
Figura 2. Tipos de tarjeta Arduino disponibles en el mercado. 11
Figura 3. Partes que componen la tarjeta Arduino UNO. 12
Figura 4. Pines de conexión del sensor HC-SR04. 13
Figura 5. Un ciclo de trabajo del sensor HC-SR04. 14
Figura 6. Pines de conexión del sensor infrarrojo HW-201. 15
Figura 7. Pines de conexión para pantalla LCD JHD 162A. 16
Figura 8. Esquema de conexiones de sensor ultrasonido y LCD a la tarjeta Arduino UNO. 18
Figura 9. Diagrama de carro sobre riel guía. 20
Figura 10. Disposición de una masa sobre el sistema carro riel. 21
Figura 11. Gráfica característica de un movimiento rectilíneo uniforme. 22
Figura 12. Gráfica característica del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. 24
Figura 13. Resorte suspendido en el soporte de madera. 27
Figura 14. Resortes empleados en la experiencia de la Ley de Hook. 28
Figura 15. Formas incorrectas y forma correcta para la visualización y toma de datos. 31
Figura 16. Seleccionar gráfica de dispersión en Excel. 33
Figura 17. Seleccionar opción línea de tendencia en Excel. 33
Figura 18. Seleccionar mostrar ecuación en Excel. 34
Figura 19. Gráfica de Fuerza Vs. Distancia en la ley de Hooke. 35
Figura 20. Soporte montaje Ley de Hooke. 36
Figura 21. Gráficas para tres resortes de igual diámetro y diferentes longitudes. 37
Figura 22. Gráficas para tres resortes de igual longitud y diferentes diámetros. 39
Figura 23. Dos resortes de iguales características colocados en (a) serie. (b) paralelo. 40
Figura 24. Fuerzas que actúan sobre la masa de un péndulo simple. 42
Figura 25. Esquema de conexiones de sensor infrarrojo HW-201. 43
Figura 26. Soporte para experiencia de Péndulo Simple. 44
Figura 27. Esquema de un cuerpo en caída libre. 50
Figura 28. Toma de datos de un cuerpo en caída libre. 53
Figura 29. Ventana de PLX-DAQ emergente para iniciar registro de datos. 54

Figura 30. Seleccionar el mismo número de puerto en Arduino y PLX-DAQ. 55
Figura 31. Gráfica de caída libre con el total de datos registrados en PLX-DAQ. 56
Figura 32. Gráfica característica de un cuerpo en caída libre. 57
Figura 33. Selección de un punto de la gráfica para agregar línea de tendencia. 58
Figura 34. Ajustar requisitos para obtener ecuación. 58
Figura 35. Mostrar ecuación en Excel. 59

Lista de tablas

Tabla I. Especificaciones del sensor HC-SR04 13
Tabla II. Características de las monedas colombianas. 30
Tabla III. Datos de elongación del resorte de acuerdo a la masa suspendida. 32
Tabla IV. Datos obtenidos para tres resortes de igual diámetro y diferentes longitudes. 36
Tabla V. Constantes para resortes de igual diámetro y diferentes longitudes. 37
Tabla VI. Datos obtenidos para tres resortes de diferentes diámetros e igual longitud. 38
Tabla VII. Constantes para resortes de igual longitud y diferentes diámetros. 39
Tabla VIII. Datos para experiencia con resortes colocados en serie y en paralelo. 41
Tabla IX. Valor de las constantes $\boldsymbol{k}$ para dos resortes colocados en serie y en paralelo. 41
Tabla X. Registro de datos para calcular el periodo. 47
Tabla XI. Datos de caída libre adquiridos mediante el software PLX-DAQ. 56

Introducción

La enseñanza de las ciencias, en particular de la física, debería tener como uno de sus factores importantes el empleo de experimentos, ya que se trata de una ciencia de carácter experimental [1].

Todas aquellas actividades que conduzcan a la mejora de laboratorios en física, facilitarán al estudiante la comprensión tanto de los conceptos teóricos como de la manera en que esta teoría tiene aplicación en aspectos propios de la vida cotidiana mediante, por ejemplo, aplicaciones tecnológicas. Pese a ello son escasos los esfuerzos que se hacen, quizá por la poca confiabilidad de los resultados obtenidos y los elevados costos asociados a un buen equipo de laboratorio [2]. El rol del docente juega también un papel fundamental en el buen desarrollo de un laboratorio.

Teniendo en cuenta que son válidas las propuestas que ayuden al mejoramiento de la calidad de las experiencias en física, en este trabajo se registra la elaboración de diferentes prácticas para ser abordadas con estudiantes de los ciclos 3, 4 y 5, con las que se pretende acercar al educando de manera experimental, a los conceptos inherentes al movimiento rectilíneo, la ley de Hooke, el péndulo simple y la caída libre, junto con sus ecuaciones y representaciones gráficas. Con lo anterior además se aportaría a dar cumplimiento a una meta de gobierno que incluye mejoras en aspectos académicos [3].

Es notoria la incidencia que tiene sobre los jóvenes, las tecnologías de la información y la comunicación (TICs), lo que hace pertinente el empleo de los contenidos de esta herramienta para fortalecer precisamente la comprensión y aprehensión de conceptos y teorías propios de la física, teniendo claro que aprovechar esta tecnología no se convierta en el fin, sino en el medio dentro del proceso de formación, además su uso ayuda al desarrollo de la inteligencia científica y tecnológica fortaleciendo los procesos de enseñanza si se asume como oportunidad de explorar y plantear nuevas propuestas [4].

Se emplea la tarjeta Arduino y el software Arduino basado en Wiring, que son de uso libre, para el desarrollo de estas experiencias de laboratorio con el objetivo de ayudar al estudiante a comprender y vivenciar los conceptos antes mencionados, así como sus formulaciones matemáticas y representaciones gráficas asociadas.

Se aprovecha el hecho de que la experimentación es un ambiente de aprendizaje y es la experimentación también un tema abierto para la investigación, permitiendo la posibilidad de que el estudiante adquiera conocimiento mediante el contacto y vivencia con fenómenos físicos [5].

Como dice Filón de Bizancio, citado por (Vera et al. 2015): "*Que no todo se puede lograr a través del pensamiento puro y los métodos de la mecánica, sino que mucho se puede encontrar por medio de la experimentación...",* [6] enfatizando así la importancia de trabajar prácticas experimentales para la comprensión de los conceptos de la física.

Como uno de los objetivos propios del trabajo, se propone generar condiciones que faciliten la comprensión y apropiación de aspectos abordados desde la Física como Ciencia, y específicamente mediante la Física Experimental, haciendo uso de instrumentos que capturen señales, procesen información y permitan realizar un análisis de los conceptos teóricos – prácticos y en particular abordando conceptos de movimiento, propagación de ondas electromagnéticas, empleo de sensores, empleo de recursos libres de software y aprovechando la tecnología en la que están inmersos a diario los educandos.

El logro del desarrollo de los laboratorios, se pretende mediante el cumplimiento de los siguientes objetivos específicos:

- Presentación y entendimiento de la Tarjeta Electrónica Arduino, junto con aspectos necesarios como la programación y bondades de la misma que permiten la obtención de datos y gráficas.
- Presentación y manejo de sensores, necesarios para la captura de señales, requisito indispensable para obtener datos.
- Presentación y manejo de programas informáticos de uso libre, que permiten la generación de gráficas, herramienta fundamental para la visualización de la representación de dichos fenómenos físicos.

Mostrar de qué forma dichos fenómenos físicos, representados en gráficas mediante la ayuda de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, tienen una formulación matemática que los describe.

1. Aspectos preliminares

1.1. Reseña Histórica

Referente a la importancia de la práctica experimental para entender, definir y plantear ecuaciones matemáticas que permitan la comprensión correcta de los fenómenos físicos e inclusive de todo aquel aspecto que resulte en interrogante para la humanidad, ha de tenerse en cuenta la manera en que los postulados Aristotélicos (384 A.C) aceptados por casi dos milenios, tuvieron una marcada influencia en el pensamiento del hombre (sin entrar en discusión filosófica), ofreciendo concepciones equivocadas, como por ejemplo, el planteamiento que propone Aristóteles de que los objetos por su composición, tienden a retornar a su lugar de origen, razón por la cual objetos como la piedra, caerán a lo profundo del agua intentando retornar al centro de la tierra, mientras las “burbujas” de aire fruto de dicho hundimiento, “emergerán” intentando retornar al aire. Así mismo propone equivocadamente que los objetos en caída, tendrán una relación directa en cuanto su “velocidad y su masa”, discriminando así, que un objeto de mayor “peso” caerá más “rápidamente” que uno de menor “peso” [7]. Aun reconociendo la importancia del aporte filosófico de Aristóteles, también es válido reconocer la importancia del planteamiento experimental que dé cuenta de manera acertada de los fenómenos físicos.

De la mencionada importancia de la experimentación, también es válido y oportuno referenciar por ejemplo a Galileo Galilei (1564), a quien se le otorgó la mención de “padre de la física moderna”. Antes de éste importante físico (mencionando una sola de sus profesiones), ya otros personajes durante muchos siglos fueron mostrando inconsistencias en los postulados de Aristóteles, pero es Galileo quien con su método científico y gracias a su planteamiento experimental, logra con su trabajo fragmentar las teorías propuestas por Aristóteles. Es Galileo quien respalda sus afirmaciones mediante pruebas experimentales. Se atribuye justamente a Galileo, la demostración de que dos cuerpos de diferente peso caen a un mismo tiempo, al experimentar dejando caer diferentes objetos desde lo alto de la torre de Pisa [8].

No se trata de presentar y estudiar todos los conceptos que encierra cada uno de los temas propuestos a experimentar. El objetivo es lograr un acercamiento y entendimiento del fenómeno físico, lograr con el empleo de las herramientas como Arduino y sensores,

además del uso del software, visualizar, sentir, evidenciar cómo estos fenómenos físicos pueden dejar de ser un concepto abstracto y puramente matemático, para convertirse en situaciones descriptibles y entendibles desde la vivencia con prácticas experimentales.

1.2. Ciclos de enseñanza

Dentro de la estructura del servicio educativo en Colombia, regulado entre otros por la ley 115 de febrero 8 de 1994, se contemplan tres niveles para la educación formal, a saber: preescolar, educación básica y educación media.

Cada nivel contempla determinada clasificación estructurada por objetivos y edades de los educandos, entre otros aspectos. De acuerdo a las directrices emitidas por el Ministerio de educación, el primer nivel esta denominado como preescolar y contempla un periodo mínimo de un grado. La educación básica esta propuesta para desarrollarse en dos ciclos dentro de una duración de nueve grados, discriminados en educación básica primaria compuesta por cinco grados y en educación básica secundaria compuesta por cuatro grados. La educación media consta de una duración de dos grados [9].

Los cinco primeros años de educación básica están definidos como primaria, los cuales están compuestos por el ciclo uno para primero, segundo y tercer grado, y por el ciclo dos para cuarto y quinto grado. A los cuatro años subsiguientes de la educación básica se les denomina ciclo de secundaria y están conformados por el ciclo tres para los grados sexto y séptimo, y el ciclo cuatro para los grados octavo y noveno. Como culminación, consolidación y avance de la educación básica y la secundaria, se llega a la educación media conformada por el ciclo cinco para los grados décimo y undécimo.

1.3. Dispositivos de toma de datos mediante sensores

Desde la creación y disposición de las herramientas tecnológicas al servicio de la humanidad, tomando como referente la creación de los ordenadores o computadores, gracias al aporte de la ciencia, la ingeniería y la tecnología, se dispone de gran diversidad de recursos apropiados para, por ejemplo, lograr un buen experimento científico enmarcado dentro de la ciencia de la Física.

Es así como desde la creación del transistor y el concepto de programación, se ha evolucionado a través del tiempo en aspectos como sistemas de almacenamiento de

información (memorias) desde la tarjeta perforada hasta los conocidos computadores actuales, siendo susceptibles de continuo mejoramiento y avance, en este momento vislumbrando la cercanía en el tiempo del logro del computador cuántico.

La creación de los circuitos integrados y componentes electrónicos destinados para la captura, almacenamiento y procesamiento de información, permite observar y plasmar en un buen ejemplo los avances tecnológicos dispuestos para la humanidad.

Estos dispositivos programables, conllevan actualmente a la obtención de tarjetas integradas y lenguajes de programación de fácil manejo y disposición al público en general, contando de esta manera con dispositivos como la tarjeta Arduino® UNO, insumo fundamental para el logro de las experiencias físicas propuestas. Junto con la mencionada tarjeta Arduino®, es necesario complementar con el uso de componentes electrónicos como los sensores, además de ser igualmente fundamental el empleo del entorno de programación IDE (Integrated Development Environment), propio de Arduino [10].

Es por ello importante tener en cuenta la necesidad de utilizar dichos complementos; particularmente se aprovecha el sensor de ultrasonido HC –SR04 y el sensor infrarrojo HW-201.

2. Marco referencial

Es indudable, como se desprende de la revisión de diferentes autores, la importancia y pertinencia de aplicar laboratorios experimentales en la educación.

Pérez y Segura [11] resaltan la importancia de los laboratorios de física en la educación, considerándolos como un espacio que procura la creación de un ambiente científico el cual permite a los estudiantes comprobar y/o confrontar los conceptos y premisas dados en clase, que inciden en la creación subjetiva de "su" mundo físico, correlacionando directamente los saberes teóricos con la realidad natural que les rodea. Sumado a esto, los autores resaltan la importancia de los instrumentos de laboratorio; proponen una etapa de pre laboratorio en la que se familiarice a los estudiantes con las diferentes herramientas a emplear, en donde aprendan el uso adecuado y correcto de los instrumentos, logrando así disminuir el margen de error en los resultados ya que los datos serán tomados con mayor precisión.

J. Manjarrez [12], postula en su tesis la importancia de generar espacios que permitan un desarrollo integral de las competencias científicas en los estudiantes, haciendo hincapié en la importancia de que estos espacios estén fuera del aula de clase. Para ello es necesario considerar las nuevas tecnologías que se tienen a disposición y alcance para contemplarlas en los planes y estrategias pedagógicas. En este mismo trabajo Manjarrez resalta la importancia de implementar nuevas metodologías pedagógicas que incluyan el quehacer práctico, ya que de acuerdo a su investigación si no se contemplan en los planes pedagógicos la inclusión de prácticas y laboratorios, no sería posible responder a la labor docente en los niveles que plantea la secretaría de educación. Conjuntamente, menciona la necesidad de considerar a los estudiantes como ciudadanos en formación que requieren en su paso por las aulas, una guía y acompañamiento en la construcción integral de su persona.

Específicamente la propuesta de innovación pedagógica en el área de física, se basa en la implementación de laboratorios, interacción entre pares y debates o discusiones en sus clases.

Es oportuno contemplar además que el paso de la teoría a la experimentación no es fácil, como bien lo expone H. Riveros [13], quién destaca que, si bien las aulas permiten una

transmisión masiva de información en poco tiempo, no permiten la apropiación del conocimiento y la oportunidad de indagarse sobre el mismo, como sí sucede en la ejecución de experimentos de laboratorio, ya que estos por medio de las demostraciones cuantitativas, posibilitan aclarar y verificar leyes y conceptos. Es en ese sentido precisamente que deben contemplarse estrategias en la planeación y ejecución de los experimentos, que permitan que estos no se conviertan en demostraciones cualitativas *tipo receta de cocina,* que le impidan al estudiante cuestionarse el porqué de las cosas, como también les impide la capacidad de aplicar los conocimientos en la realidad física que les rodea.

2.1 Referente teórico

2.1.1 Cinemática

En física, la mecánica se encarga de estudiar los conceptos de fuerza, materia y movimiento, y las relaciones entre sí. Es la mecánica una base fundamental para iniciar el estudio de la física, que aborda conceptos como la cinemática y la dinámica.

Para que un cuerpo en reposo se ponga en movimiento, debe actuar sobre él mismo, una fuerza neta. El estudio de sistemas donde existen fuerzas que actúan sobre cuerpos afectando su movimiento, recibe el nombre de Dinámica.

La cinemática describe el movimiento sin tener en cuenta las causas (fuerzas) que lo originan.

Un cuerpo que describe una trayectoria rectilínea, se estudia desde el concepto denominado Movimiento rectilíneo, que es el tema a abordar inicialmente. Estrictamente hablando, cualesquiera fenómeno o sistema físico, se ve afectado por todo lo que a su alrededor esté presente, es decir que al referirse al movimiento rectilíneo de una partícula o cualquier otro sistema, se ha de ser consiente que existen aspectos como el rozamiento, la temperatura, la presión atmosférica, presencia de campos magnéticos generados por las líneas de transmisión eléctrica industrial, comercial y residencial, presencia de corrientes de aire, luz natural y artificial, entre otros [1].

2.1.2 Movimiento periódico

Se denomina movimiento periódico o de oscilación a todo aquel movimiento que presente un comportamiento repetitivo en el tiempo, como por ejemplo el movimiento de vaivén que se puede observar en un columpio al mecerse un niño o el movimiento descrito por una persona al balancearse en una hamaca. Cuando dicho columpio o hamaca están quietos se denomina a este estado como “en reposo”, y esta posición corresponde al punto de equilibrio. Al modificar esta posición de equilibrio mediante la aplicación de una fuerza externa, el sistema buscará regresar al punto de equilibrio y alcanzará un estado donde queda en reposo, pero bajo la acción de una fuerza que intenta llevarlo al equilibrio nuevamente; así se genera entonces un movimiento de vaivén.

El movimiento de vaivén, se repetirá ahora sin la intervención de un agente externo debido al impulso generado por tal fuerza. El movimiento se mantiene gracias a que ahora cuenta con energía denominada energía cinética. Es sencillo predecir que al cabo de unos segundos y por causa de las fuerzas de rozamiento del aire y de fricción en los puntos al de agarre del columpio y la hamaca, estos se detendrán.

La importancia de estudiar y entender el movimiento periódico radica no solo en la satisfacción de entender cómo funcionan las cosas en las que a diario estamos inmersos, sino que además es la base para el análisis y comprensión de otros fenómenos físicos como son el sonido que se escucha por el audífono, la corriente eléctrica requerida por el cargador utilizado para cargar y poder disponer luego del celular o la luz necesaria en el parque para el desarrollo del partido de futbol en la noche.

2.1.3 Movimiento Armónico Simple (MAS)

Es un movimiento periódico cuya característica es oscilar respecto a su posición de equilibrio, en tiempos regulares establecidos por el mismo sistema. Situación simple de oscilación se presenta cuando la fuerza de recuperación $\vec{F}$ es directamente proporcional al desplazamiento con relación al estado de equilibrio $\left(\vec{F} \propto \Delta\vec{r}\right)$. Un caso particular del movimiento armónico simple, es el de una masa sujeta a un resorte con constante de recuperación k, el cual está sujeto al techo (figura 1 a); en condiciones ideales al halar del resorte y liberar el sistema, la trayectoria generada por un punto fijo en la masa describirá

alrededor de su posición de equilibrio y respecto al tiempo, una gráfica senoidal. Otro ejemplo (figura 1 b) lo constituye un objeto suspendido de una cuerda atada al techo el cual se aleja ligeramente del punto de equilibrio antes de liberarlo (péndulo libre). Una masa sobre una mesa sin rozamiento, atada horizontalmente a un resorte, describe un movimiento armónico simple [1]. En cualquiera de estas situaciones, para describir este tipo de movimiento, se requerirá de un formalismo matemático que está relacionado en cada experiencia, y que permita correlacionar las diferentes variables físicas (posición, tiempo) con las leyes del movimiento dando lugar a relaciones no solo interesantes sino necesarias para comprender estos y otros sistemas de mayor complejidad.

Dentro de los aspectos relevantes a tener en cuenta en el movimiento armónico simple al igual que en cualquier sistema físico y de supremo interés en esta ciencia, es el estudio de la energía. Se tienen en cuenta entonces los conceptos de energía cinética que da cuenta de la relación entre las magnitudes de masa y velocidad, así como de la energía potencial que contempla magnitudes como la posición y alguna constante relacionada con el sistema.

De los casos particulares de Movimiento Armónico Simple, se estudia una masa puntual (caso ideal donde se desprecia las dimensiones de la masa) sujeta de un hilo que a su vez cuelga del “techo”, sistema denominado péndulo simple.

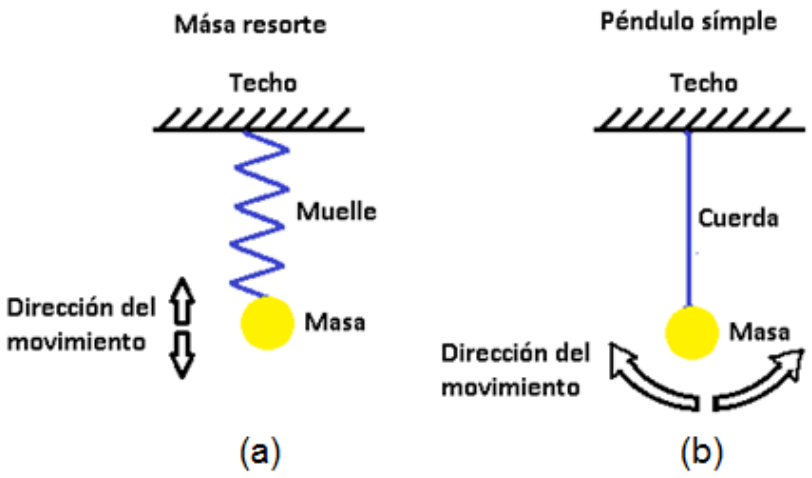

Figura 1. Representación de dos sistemas que cumplen con las condiciones para ser utilizados en el estudio del Movimiento Armónico Simple.

Las dos situaciones presentan oscilaciones, ampliando las posibilidades de abordar nuevos conceptos. [Imagen]. Elaboración Propia.

2.1.4 Arduino

Una placa Arduino es una tarjeta electrónica PCB (“Printed Circuit Board”) en la cual se encuentran conectados algunos componentes electrónicos, siendo quizás el principal un microcontrolador modelo ATmega328P re programable y en la que se dispone de pines de entrada y de salida (hardware), conjunto que mediante programación (software) permite la conexión de sensores que capturan diferentes señales del entorno, que a su vez son aprovechadas para generar gráficos y/o realizar control sobre actuadores como por ejemplo motores y elementos que permiten variación en la intensidad de luz o simplemente encendido y apagado de las mismas [14].

Dicha placa esta soportada en una plataforma de desarrollo que nace en el año 2005 en el Instituto de Diseño Interactivo de Ivrea Italia, pensando en ofrecer la oportunidad de explorar en el ámbito de la electrónica y la programación en aulas a cualquier persona, sin la condición de tener capacitación formal en alguna área específica. Originalmente la idea es obtener un dispositivo para uso interno del Instituto y a bajo costo, que finalmente se extiende al público en general logrando gran acogida entre otras cosas por tratarse de un hardware y software libre [15].

El desarrollo tecnológico logrado con las tarjetas de programación Arduino®, ofrece gran variedad de dispositivos cuya elección depende de la complejidad y características de cada proyecto a elaborar. La decisión al escoger entre dicha variedad, dependerá de factores como cantidad y tipo de señales que ha de recibir la tarjeta y cantidad de artefactos sobre los que va a incidir la tarjeta; las señales recibidas como las señales de control, son direccionadas a través de los llamados puertos de entrada y salida. Así mismo el tipo de señal a manejar, puede ser de carácter analógico, digital o PWM (por sus siglas en inglés, Modulación por ancho de pulso). Además del tipo de señal, es necesario determinar el número de señales a controlar, dependiendo de si se requiere o no el manejo selectivo de tarjeta que permita expansión de puertos. No menos importante es el presupuesto del que se dispone para la adquisición de una tarjeta Arduino®.

Para el correcto funcionamiento de la tarjeta Arduino, se hace necesario que ésta sea programada, poniendo en evidencia otra versatilidad del componente, ya que se requiere mínima, por no decir poca experiencia en programación. Para ello se vale del lenguaje de programación basado en “Wiring” (marco de programación de código abierto para microcontroladores) [16], siendo un lenguaje compatible con C++, que a su vez son de uso

libre, implicando esto que no requiere de pago alguno por licencias y/o “up-grade”, es decir actualizaciones.

Una utilidad importante en la tarjeta Arduino®, radica en la posibilidad de comunicación por puerto USB y por Bluetooth, implicando para efectos de experiencias, la posibilidad de presentar la información recibida de los sensores, en datos almacenados en tablas y además que con dicha información y gracias a programas complementarios de Arduino®, y al paquete de office se puede representar dicha recepción de información en gráficos.

De la gran variedad de tarjetas Arduino® que se muestra en la figura 2, se elige para el desarrollo de laboratorio, la tarjeta Arduino UNO, puesto que cumple con los requisitos para el logro de los objetivos propuestos, incluyendo el precio por el cual se compra en el mercado, que no supera a la fecha un valor de $ 35.000.

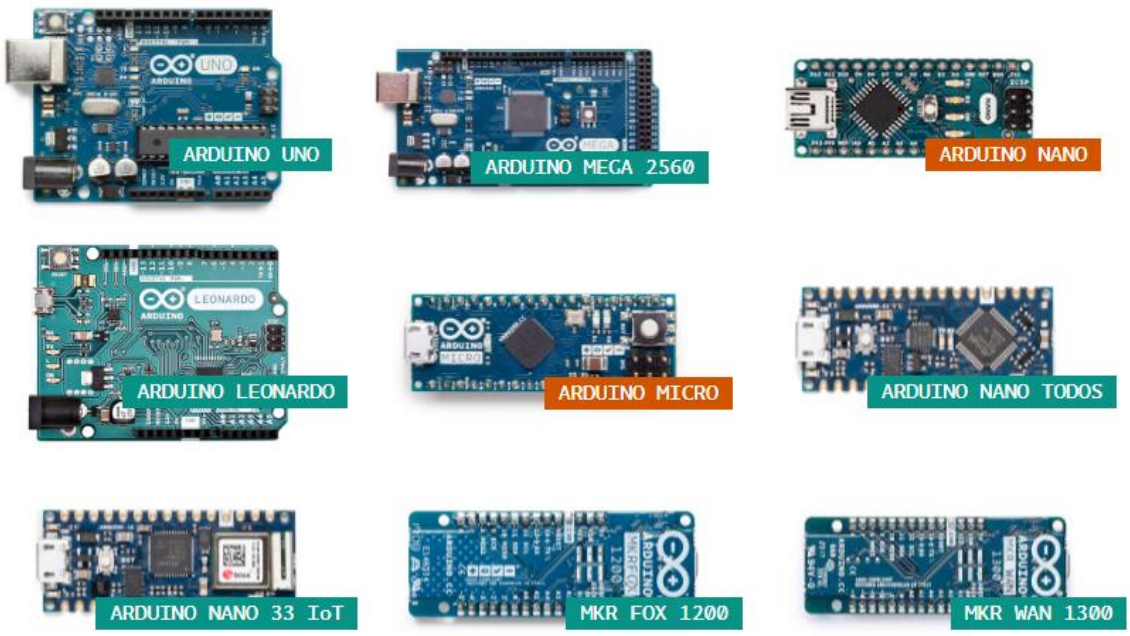

Figura 2. Tipos de tarjeta Arduino disponibles en el mercado.

La selección de una tarjeta se hace de acuerdo al proyecto a desarrollar. [Imagen]. Arduino R. Recuperado de: https://www.arduino.cc/en/Main/Products.

La tarjeta Arduino UNO, mostrada en la figura 3, describe sus componentes o partes principales; el conocer las mismas permite luego una correcta conexión.

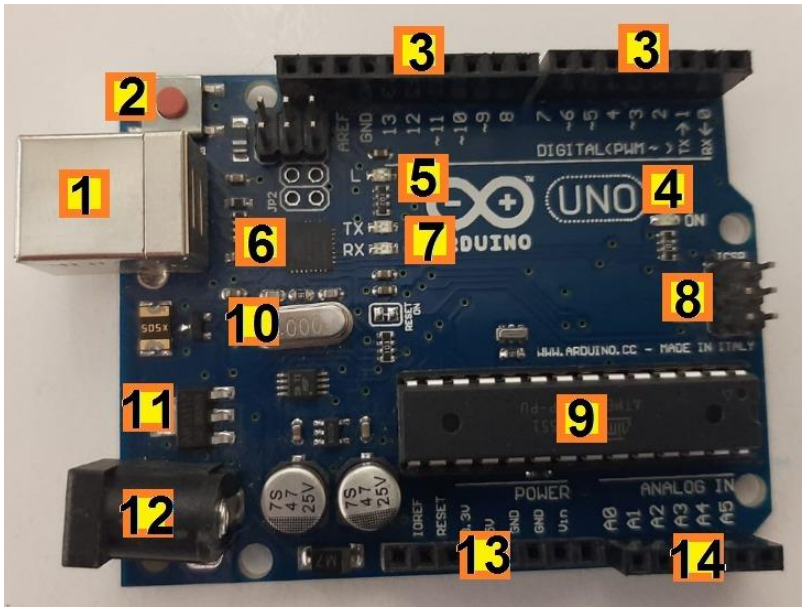

Figura 3. Partes que componen la tarjeta Arduino UNO.

La figura 3 describe los elementos o partes que componen la tarjeta Arduino UNO, de acuerdo a la numeración, se describen a continuación dichas partes: 1. Conector a puerto USB; 2. Botón de inicialización de la tarjeta; 3. Conector a puertos de entrada y salida de señales digitales y PWM; 4. Indicador de conexión a fuente del Arduino; 5. Indicador funcionamiento pin 13 de la tarjeta; 6. Microprocesador AT mega 16U2 (integrado de comunicación); 7. Indicador de transmisión y recepción de datos seriales; 8. Jumper programación serial; 9. Micro controlador principal AT mega 328; 10. Cristal de cuarzo de 16 MHz (reloj del sistema); 11. Circuito Integrado de regulación de voltaje; 12. Punto de conexión a alimentación de la tarjeta por fuente D.C.; 13. Pines de salida de voltaje y tierra; 14. Conector a puertos de entrada de señales. [Fotografía]. Elaboración propia.

2.1.5 Sensor ultrasonido HC-SR04

Sensor que funciona por emisión y recepción de ondas de ultrasonido y empleado para detectar objetos que se encuentran en la trayectoria de la onda emitida, de manera semejante a como lo hacen de forma natural los murciélagos o los delfines [17]. Se puede ver en la figura 4 la presentación del sensor identificando sus terminales para su conexión.

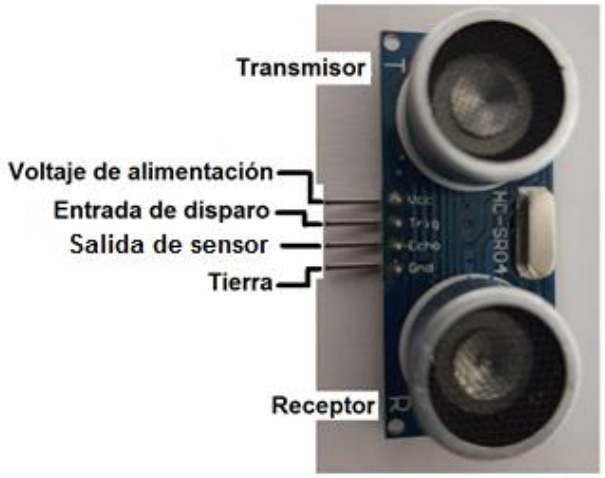

Figura 4. Pines de conexión del sensor HC-SR04.

En orden descendente el primer pin recibe el voltaje de alimentación, el segundo es la entrada del pulso de disparo, el tercero es salida de sensor y el cuarto pin es conexión a tierra. Además, se muestran en la imagen el transmisor y el receptor. [Fotografía]. Elaboración Propia.

Las características del sensor se describen a continuación en la tabla I.

Voltaje de alimentación	5 voltios DC
Consumo de corriente	Menor a 2 mili Amperios
Alcance de medición	Mayor a 2 cm y menor a 400cm
Resolución	0.3 cm
Ángulo de trabajo efectivo	< 15°
Frecuencia ultrasónica	40 kHz
Entrada de disparo – ancho de pulso	$10\mu S$

Tabla I. Especificaciones del sensor HC-SR04**.**

Principio de funcionamiento:

Al aplicar un pulso de 5 VDC durante 10 microsegundos (llamado pulso de disparo) al pin trigger, el transmisor (T) del sensor emitirá una señal (ráfaga de 8 pulsos) de ultrasonido de 40 kHz la cual rebotará al encontrar un obstáculo, regresando en dirección al sensor y siendo captada por el receptor (R) del sensor.

Para determinar la distancia medida, que está relacionada con el ancho de pulso de la onda reflejada y recibida por el receptor del sensor, se tienen en cuenta las condiciones

ideales de trabajo del sensor, a saber: Velocidad del sonido en el aire $344\ \frac{m}{s}$ a una temperatura de $20°C$, con $50\ \%$ de humedad relativa y presión atmosferica a nivel del mar. La verastilidad de este equipo permite variar dichas condiciones y obtener excelentes resultados en cualquier lugar de trabajo. En la figura 5 se muestra un ciclo completo de trabajo del sensor, desde que se envía el pulso de activación y hasta que se recibe la onda reflejada.

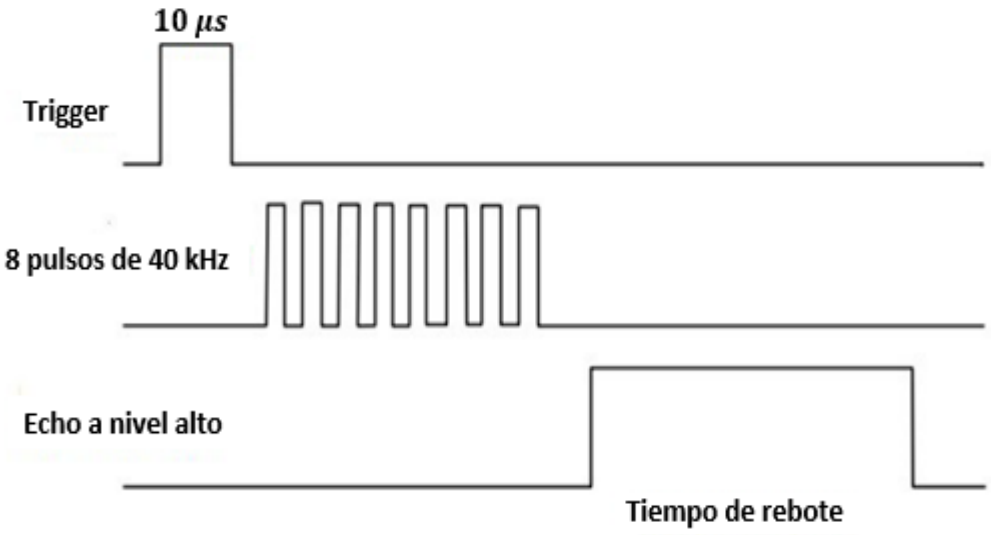

Figura 5. Un ciclo de trabajo del sensor HC-SR04**.**

Un pulso de $10\ \mu s$ en el Trigger genera un tren de 8 pulsos que emite la señal que rebotara al encontrar un objeto. [Figura]: Tomado de: Leantec, 2016, https://leantec.es/wp-content/uploads/2019/06/Leantec.ES-HC-SR04.pdf.

2.1.6 Sensor infrarrojo HW-201

Se puede apreciar en la figura 6 el sensor infrarrojo HW-201. Su función es emitir luz mediante el LED (Diodo Emisor de Luz) emisor, que al al ser reflejada por un objeto, la masa del péndulo, por ejemplo, será captada por el LED receptor (LED oscuro en la figura).

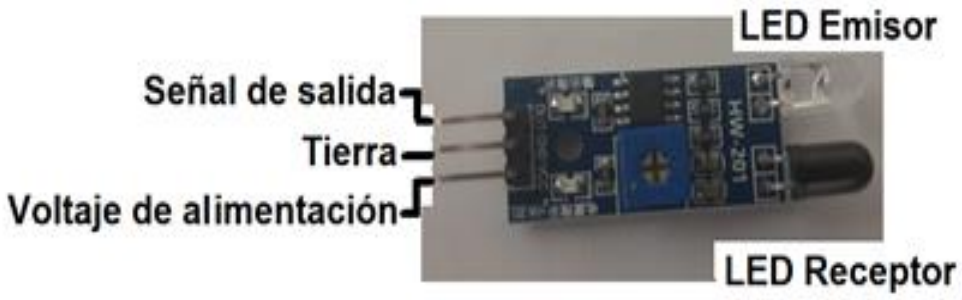

Figura 6. Pines de conexión del sensor infrarrojo HW-201.

En forma descendente: pin de salida, el pin a tierra y el pin de voltaje de alimentación. [Fotografía]. Elaboración Propia.

Cuando el sensor no detecta objeto, el pin de salida permanece en estado alto (“uno lógico”). Cuando el sensor detecta un objeto, el pin de salida cambia a un estado bajo (“cero lógico”). Se debe mencionar que no se requiere del empleo de Arduino en esta parte de la experiencia, por lo tanto, no es requisito algún tipo de programación.

2.1.7 Pantalla LCD 2X16 JHD 162A

Una pantalla LCD (Display de Cristal Líquido) es un componente que permite visualizar información pertinente al proyecto que se esté ejecutando. Requiere del uso de librerías particulares que deben ser enunciadas dentro de la programación. Permite la presentación de caracteres alfanuméricos en dos filas de 16 caracteres cada una y se caracteriza por bajo consumo de corriente. Se muestra en la figura 7 una pantalla LCD enunciando la descripción de sus pines de conexión.

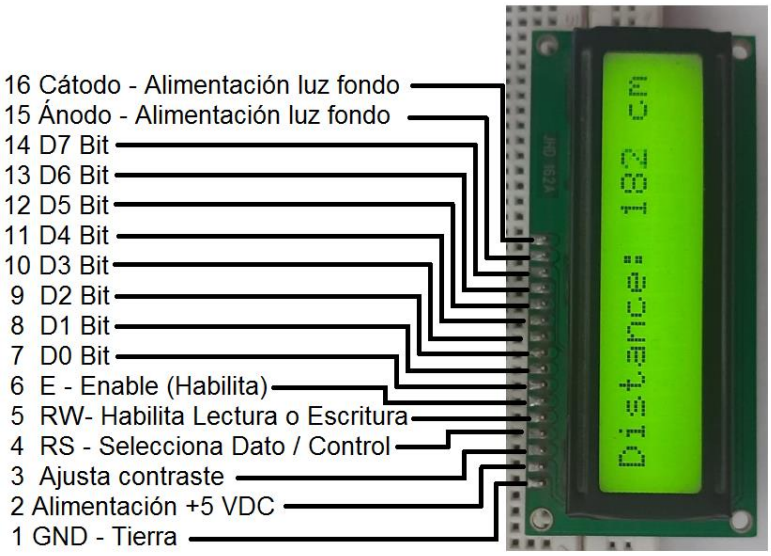

Figura 7. Pines de conexión para pantalla LCD JHD 162A.

1. GND - Tierra; 2. Alimentación +5 VDC; 3. Ajusta contraste; 4. RS – Selecciona Dato/ Control; 5. RW – Habilita Lectura o Escritura; 6. E-Enable (Habilita); 7. D0 Bit; 8. D1 Bit; 9. D2 Bit; 10. D3 Bit; 11. D4 Bit; 12. D5 Bit; 13. D6 Bit; 14. D7 Bit; 15. Ánodo – Alimentación luz fondo; 16. Cátodo – Alimentación luz de fondo. [Fotografía]. Elaboración Propia.

2.1.8 Software

La evolución en la programación de computadoras ha sido significativamente notoria desde el punto de vista de manejo de software, facilidad de trabajo y resultados entre otros aspectos, pasando desde la tarjeta perforada hasta lenguajes considerados de alto nivel, que simplifican su implementación.

Se entiende por programa la secuencia de instrucciones generadas para ser ejecutadas por el computador, las cuales deben conservar un orden y coherencia para su correcto funcionamiento.

Se necesita de un lenguaje de programación para estas instrucciones. Existen diversos lenguajes de programación, pero es necesario en cualquier lenguaje, del interprete y el compilador. El primero traduce las ordenes escritas por el programador (persona que escribe el programa de computación), a código binario que es la forma en que en realidad opera una computadora. El segundo mantiene el total de la traducción para su ejecución. Es en el proceso de compilación de un programa donde se verifica que no haya errores.

Entre los más conocidos lenguajes de programación, se encuentran por ejemplo Fortran (1956), Cobol (1959), Basic (1964), Logo (1980), C (1972), C++ (1984), Prolog (1973), Pascal (1974), ADA (1980), Java (1990) [18].

Con la aparición de las múltiples tecnologías, surgen una serie de herramientas disponibles, como la tarjeta Arduino, que es la base de las herramientas para el logro de los objetivos propuestos. Es gracias al desarrollo tecnológico, que desde sus inicios hacia los años 70's con el desarrollo de circuitos integrados programables, empezando quizá con las PLA (Programmable Logic Array), y pasando por la GAL (Generic Array Logic), el circuito integrado DsPIC (Digital Signal Controllers), por mencionar algunos, que se logra la escala de integración necesaria para la creación de artefactos que requieren de solo unas pocas conexiones y de una programación tan accesible al público en general, como lo son las tarjetas Omega 2, Onion Ω, Arduino y Raspberry Pi.

Para el desarrollo de las prácticas se emplea el lenguaje de programación de Arduino con IDE (Integrated Development Enviroment) de código abierto, que se trata de un lenguaje de alto nivel basado en C y C++. Es un software libre (free software), lo que permite a los usuarios copiar, modificar, compartir y divulgar sin restricciones programas y/o proyectos para cualquier aplicación [14].

3. Desarrollo Experimental

3.1. Movimiento rectilíneo

El primer paso para obtener el montaje completo de esta experiencia, es establecer el diagrama de montaje de elementos electrónicos y visualizador de datos por medio de un display de cristal líquido LCD con la tarjeta Arduino [19]. La figura 8 muestra el esquema de conexiones de los diferentes componentes.

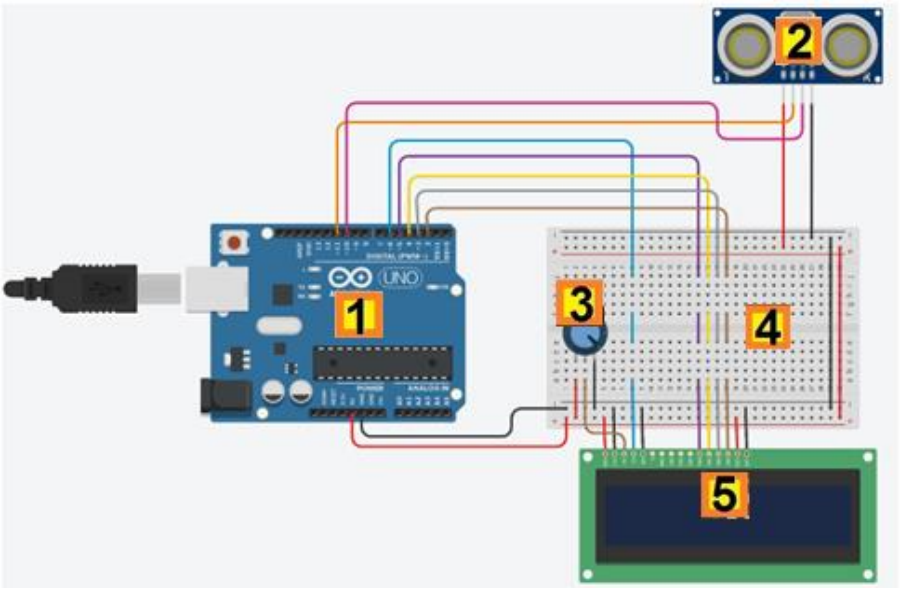

Figura 8. Esquema de conexiones de sensor ultrasonido y LCD a la tarjeta Arduino UNO.

El la figura 8: 1. Tarjeta Arduino UNO; 2. Sensor Ultrasonido HC-SR04; 3. potenciómetro de 100 kΩ, utilizado para controlar la intensidad de iluminación de la pantalla, que muestra la distancia entre el sensor de ultrasonido y el cuerpo detectado; 4. Protoboard; 5. Pantalla LCD. [Imagen]. Elaboración Propia usando el programa Tinkercad.

El desarrollo de este primer paso, se hace con la intervención de estudiantes, como una primera parte de trabajo experimental.

El código del programa requerido es:

Adaptado de "Create Arduino" [20].

```
// Dos barras inclinadas permite comentar en una línea
```

```
/*Barra asterisco permite comentar en una línea y en más de
una línea continua*/
// Inicializa LCD
#include <LiquidCrystal.h> //librería para habilitar LCD
LiquidCrystal lcd (6, 7, 5, 4, 3, 2);

// Asigna los pines Trig y Echo del sensor ultrasónico
const int trigger = 11; /*Define pin 11 como una constante entera*/
const int echo = 10; /*Define pin 10 como una constante entera*/
// Definición de variables
long duration; //Define variable entera
int distance; /*Variable entera definida*/

void setup() {

 /*Inicializa la interfaz de la pantalla LCD y define
sus dimensiones*/
 lcd.begin (16,2);
//Define pin trig como salida
pinMode (trigger, OUTPUT); //Asigna a pin 11 como señal de salida
//Define pin echo como entrada
pinMode (echo, INPUT); //Asigna a pin 10 como señal de entrada
// Inicializa comunicación serial, que permite envío y recepción de información
Serial.begin (9600);// 9600 baudio es la velocidad de comunicación entre Arduino y computador
Serial.println ("CLEARDATA"); //"Limpia" datos previos
Serial.println ("LABEL, hora, tiempo, distancia"); //Imprime títulos en columna de datos
Serial.println ("RESETTIMER"); //Reinicia tiempo
}
void loop () {

digitalWrite (trigger, LOW); // Pone en pin trig en "bajo"
delayMicroseconds (2); //pausa de 2 microsegundos

digitalWrite (trigger, HIGH);//pin trig en "alto"
delayMicroseconds (10); /*pausa de 10 microsegundos*/
digitalWrite (trigger, LOW);
// Devuelve el tiempo de viaje de la onda
duration = pulseIn (echo, HIGH);
// Calculo de la distancia
distance= duration*0.034/2; /*Calcula la distancia teniendo en cuenta la velocidad del
sonido en centímetros por microsegundo*/

//Imprime en LCD
lcd.setCursor (0,0); // Establece la posición del texto en el display LCD
lcd.print ("Distance: "); /*Imprime "Distance" en la pantalla LCD. Para
que imprima (dar espacio) "cm" en la pantalla, no se ha impreso la palabra "Distancia"*/
lcd.print(distance); // Imprime la distancia calculada
lcd.print (" cm ");
delay (10);

//Imprime la distancia en el monitor serial
Serial.print ("DATA,TIME,TIMER,");
Serial.println (distance);
```

```
delay (20);
}
```

Una vez conectado el sensor a la tarjeta Arduino® y grabado el respectivo programa, se realiza el montaje de un objeto (carro) que puede desplazarse sobre un riel guía y que está siendo detectado por el sensor de ultrasonido como indica la figura 9.

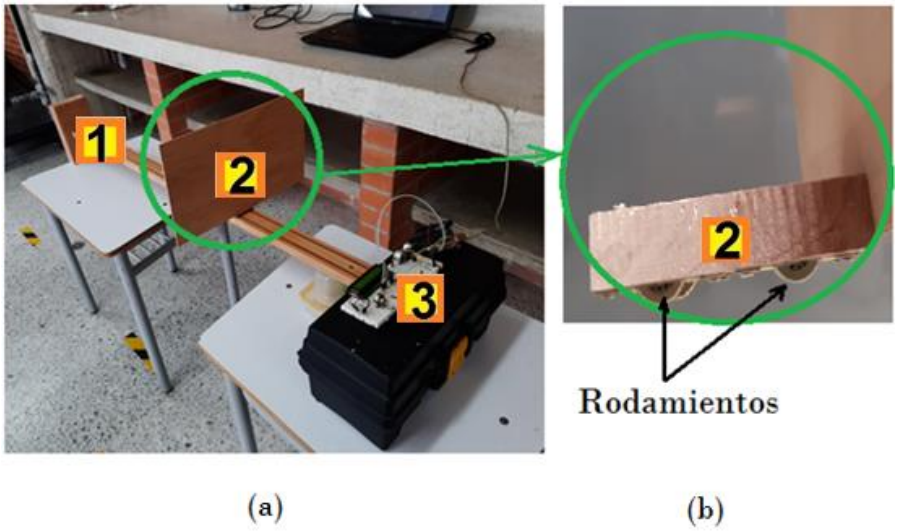

Figura 9. Diagrama de carro sobre riel guía.

La figura 9 describe los elementos empleados en el montaje para la captura de datos para el movimiento rectilíneo. De acuerdo a la numeración, se describen a continuación dichas partes: 1. Riel guía para carro. 2. Carro. 3. Circuito electrónico para el sensor ultrasonido HC-SR04.

El desplazamiento frente al sensor ultrasónico (a) permite la captura de la señal utilizada para la elaboración de la gráfica característica del movimiento rectilíneo. Los rodamientos (b) del carro encajan en las guías (ranuras). [Fotografía]. Elaboración Propia.

De acuerdo al movimiento presente frente al sensor, se obtendrá un tipo de gráfica específica. Si se trata de un recorrido con velocidad constante (es decir que no varía en el tiempo), se obtendrá una gráfica diferente a si se trata de un movimiento donde hay cambio de velocidad (aceleración). Es esta información la que ha de analizarse para adentrarse tanto en conceptos físicos como en la parte formal matemática y de fórmulas.

Inicialmente se puede abordar cómo el cambio de posición está sujeto a determinado cambio de tiempo, estando enmarcada esta situación bajo la fórmula matemática relacionada a continuación.

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad (1)$$

Dónde:

Δx, corresponde con la variación o cambio de posición del carro sobre el riel guía, y

$x_2 - x_1$, corresponde respectivamente a la ubicación final e inicial del carro sobre el riel guía.

Ahora, se tiene un hilo de Nylon que por un extremo se encuentra atado al carro mientras que del otro extremo está sujeto a un plato como se muestra en la figura 10 que permite ubicar masas de diferente magnitud y puede desplazarse desde alturas mayores de 1 metro. El plato puede moverse libremente en la dirección vertical y al ubicar cada masa, hala del carro haciendo que este adquiera valores de aceleración diferentes, de acuerdo a la magnitud de cada masa. El sensor detecta la posición del carro, y la información de detección se aprovecha para registrar datos en el programa PLX-DAQ que permite visualizar gráficamente en Excel lo ocurrido. De esta forma se obtienen las gráficas de posición contra tiempo de manera experimental.

Figura 10. Disposición de una masa sobre el sistema carro riel.

La figura 10 describe el sistema carro – riel, mostrando plato para ubicar la masa a suspender solidaria al carro. De acuerdo a la numeración, se describen a continuación dichas partes: 1. Riel guía para carro. 2. Carro. 3. Plato para suspender la masa que genera el movimiento del carro.

El carro acelerará acorde a la masa suspendida. [Fotografía]. Elaboración Propia.

Con este montaje se logra la toma automática de datos para realizar las gráficas de movimiento, necesarias para su caracterización y permite comprobar la efectividad tanto del código como de la comunicación entre sensor – tarjeta Arduino y PC.

Un cuerpo de masa igual a $(0{,}40 \pm 0{,}01)\ kg$ sobre el plato, hace que el carro (de masa igual a $(0{,}37 \pm 0{,}01)\ kg$) tras un pequeño impulso se aleje del sensor de ultrasonido generando la gráfica registrada en la figura 11. De esta gráfica de Movimiento se puede inferir que la pendiente es prácticamente constante entre los $2.5\ s$ y los $5\ s$ y se puede expresar matemáticamente como:

$$v_{med} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2)$$

Dónde:

v_{med}, corresponde a la velocidad media.

$x_2 - x_1$, corresponde respectivamente a la ubicación final e inicial del carro sobre el riel guía.

$t_2 - t_1$, corresponde a la diferencia de tiempo desde el punto de partida hasta lograr su posición final.

Figura 11. Gráfica característica de un movimiento rectilíneo uniforme.

Entre los 2,5 s y los 5 s el movimiento corresponde a una función lineal. [Imagen]. Elaboración Propia.

La gráfica 11 muestra cinco intervalos. El primer intervalo entre $0\ s$ y $(2{,}0\ \pm\ 0{,}1)\ s$, donde el móvil está en reposo $\left(v_0 = 0\ \frac{m}{s}\right)$ y a una distancia mínima de $0{,}04\ m$ del sensor. El segundo intervalo entre $(2{,}0\ \pm\ 0{,}1)\ s$ y $(2{,}5\ \pm\ 0{,}1)\ s$ (tiempo que dura el impulso dado), registra un cambio de velocidad de $v_0 = 0\ \frac{m}{s}$ a un valor v_1; este cambio no es instantáneo, implicando una aceleración. El tercer intervalo entre $(2{,}5\ \pm\ 0{,}1)\ s$ y $(5{,}0\ \pm\ 0{,}1)\ s$ donde al graficar en Excel únicamente este intervalo, se obtiene una línea de tendencia (resaltada en color rojo en la figura 11) y la ecuación de posición $x = (0{,}32\ \pm 0{,}01)\ t - (0{,}63\ \pm 0{,}01)$, que determina una pendiente constante (velocidad), concluyendo que el desplazamiento corresponde a un movimiento rectilíneo uniforme. El cuarto intervalo entre $(5{,}0\ \pm\ 0{,}1)\ s$ y $(5{,}2\ \pm\ 0{,}1)\ s$, muestra una desaceleración del móvil. En el último intervalo para un tiempo t mayor a $(5{,}2\ \pm\ 0{,}1)\ s$, el móvil queda nuevamente en reposo $\left(v_f = 0\ \frac{m}{s}\right)$ y a una distancia de $(0{,}90\ \pm\ 0{,}01\ )\ m$ del sensor. En el apartado 3.2.1 se explica el procedimiento para obtener la línea de tendencia y la ecuación en Excel.

De la ecuación obtenida se deduce que la velocidad constante en el tercer intervalo es $v_1 = (0.32\ \pm\ 0{,}01)\ \frac{m}{s}$ (coeficiente del primer término de la ecuación de posición).

La velocidad v_1 es la velocidad media del móvil, y se puede calcular empleando la ecuación 2 $v_{media} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ y al reemplazar valores se obtiene:

$$v_{media} = \frac{0.85\ m - 0.10\ m}{5s - 2.6\ s} = (0.31\ \pm\ 0.01)\ \frac{m}{s}.$$

Al realizar el experimento utilizando una masa de $(0{,}80\ \pm\ 0{,}01)\ kg$ sobre el plato, se observa un movimiento con velocidad variable y se obtiene la gráfica de la figura 12, que registra una posición inicial $x_0 = (0{,}04\ \pm\ E - 03)\ m$, equivalente a la distancia mínima requerida entre el sensor de ultrasonido y el carro, para un correcto funcionamiento.

En la gráfica se observa que para el segmento de tiempo $(2{,}5\ \pm\ 0{,}1\ )s$ y $(5{,}0\ \pm\ 0{,}1)\ s$, el móvil inicialmente recorre para el mismo intervalo de tiempo una distancia cada vez mayor, es decir la pendiente de la curva va aumentando a medida que trascurre el tiempo.

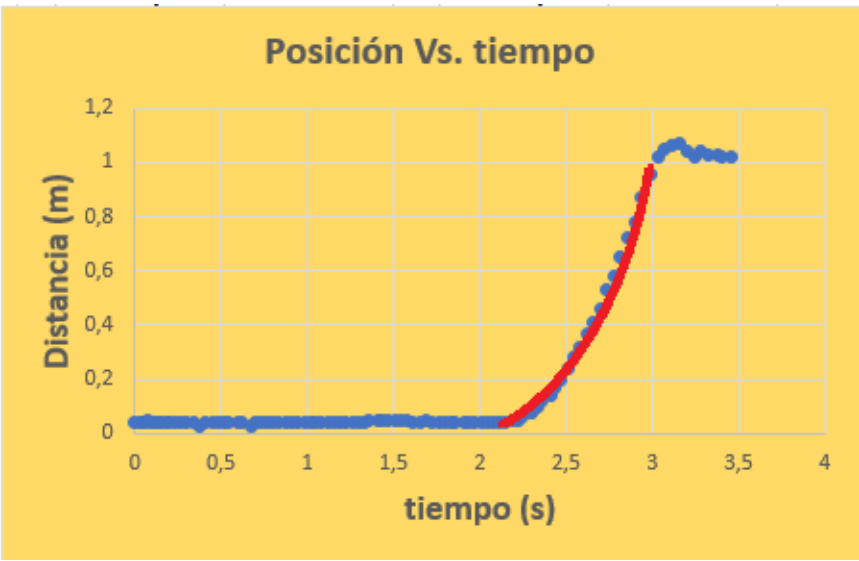

Figura 12. Gráfica característica del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Entre el tiempo 0 segundos y 2,2 segundos, el cuerpo permanece inmóvil frente al sensor. El recorrido se registra entre 2,2 segundos y 3,0 segundos. [Imagen]. Elaboración Propia.

La gráfica 12 muestra cuatro intervalos. El primer intervalo entre $0\,s$ y $(2{,}2 \pm 0.1)\,s$, donde el móvil está en reposo $\left(v_0 = 0\,\frac{m}{s}\right)$ y a una distancia de $(0{,}04 \pm E - 03)\,m$ del sensor (distancia mínima requerida para un óptimo funcionamiento). El segundo intervalo entre $(2{,}2 \pm 0.1)\,s$ y $(3{,}0 \pm 0{,}1)\,s$, registra un cambio de posición; este cambio no es lineal, implicando una aceleración. El tercer intervalo entre $(3{,}0 \pm 0{,}1)\,s$ y $(3{,}2 \pm 0{,}1)\,s$ muestra la desaceleración del móvil. El último intervalo para un tiempo t mayor a $3.2\,s$, el móvil queda nuevamente en reposo $\left(v_f = 0\,\frac{m}{s}\right)$ y a una distancia de $(1{,}00 \pm 0{,}01)m$ del sensor.

Al graficar en Excel únicamente el segundo intervalo, se obtiene una línea de tendencia (resaltada en color rojo en la figura 12).

El ajuste obtenido asumiendo que el movimiento se inicia en el tiempo $(2{,}2 \pm 0{,}1)s$ de la gráfica (es decir tomando como tiempo cero el momento en que el cuerpo empieza a moverse), es $x = (1{,}05 \pm 0.01)t^2 + (0{,}12 \pm 0.01)t - (0{,}01 \pm 0.01)$ (ecuación generada por Excel).

Comparando término a término con la ecuación característica para un movimiento rectilíneo con aceleración constante:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (3)$$

Donde:

x_0, corresponde a la posición inicial, y es $(-0{,}01 \pm 0{,}01)\ m$.

v_0, Corresponde a la velocidad inicial, y es $(0{,}12 \pm 0{,}01)\ \frac{m}{s}$.

a, Es la aceleración, y su valor es $(2{,}1 \pm 0{,}1)\frac{m}{s^2}$

la ecuación de movimiento queda $x = \frac{1}{2} a t^2$. Al reemplazar por el valor dado por Excel, se obtiene una aceleración $a = (2{,}1 \pm 0{,}1)\frac{m}{s^2}$, que corresponde con un valor aceptable de acuerdo a las características del montaje para el experimento (para una distancia aproximada a $1\ m$).

Al hacer un análisis dimensional para la ecuación (3), se tiene:

$$[m] = [m] + \left[\frac{m}{s} s\right] + \left[\frac{m}{s^2} s^2\right]$$

Del ajuste anterior se puede encontrar la velocidad para este movimiento, con la primera derivada de la posición, como:

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + at \qquad (4)$$

Se puede concluir empleando la ecuación (4), que la velocidad aumenta linealmente con el tiempo, demostrando que se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Si se toma la segunda derivada de la posición,

$$\frac{d^2 x}{dt} = a \ \text{(constante } a\text{)}$$

Se concluye que realmente la aceleración no varía y es por tanto constante.

El movimiento acelerado permite introducir la Dinámica y orientar los conceptos hacia la segunda ley de Newton, con sustento en la ecuación:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad (5)$$

Dónde:

F , corresponde a la fuerza.

P , corresponde a la cantidad de movimiento

t, corresponde al tiempo

La cantidad de movimiento P de una partícula, se define como:

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad (6)$$

Al reemplazar (6) en (5):

$$\vec{F} = \frac{dm\vec{v}}{dt} = \frac{md\vec{v}}{dt}$$

Se obtiene:

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (7)$$

Cabe anotar que de esta primera experiencia se derivan diversos aspectos físicos alrededor de los diferentes actores que intervienen, a saber: del sensor de ultrasonido; aspectos relacionados con su principio de funcionamiento como son frecuencia, ángulo de trabajo, sonido, características del sonido, medios de propagación; la misma parte de programación y del montaje de carro guiado, aspectos relacionados con materiales, fricción, fuerza de gravedad.

3.2. Ley de Hooke

Robert Hooke fue un Científico de finales del siglo XVII de origen inglés. Hizo importantes aportes a la ciencia gracias a su habilidad experimental. Dentro de sus aportes se destaca la llamada *"ley de Hooke"* la cual no es una ley fundamental de la naturaleza, sino la descripción fenomenológica de un dispositivo particular como lo es el resorte.

Considere un resorte que cuelga de uno de sus extremos como se aprecia en la figura 13. Si en el extremo inferior se suspende una masa, este resorte sufrirá una deformación (elongación) cuya magnitud depende de dicha masa suspendida, el cual por la acción de la gravedad, corresponde al valor de la fuerza ejercida sobre el extremo del resorte. Si la masa suspendida no genera una deformación permanente, sino que el resorte retoma su

forma original al quitar el peso, se dice que la deformación es elástica. Se denomina límite de elasticidad a la fuerza máxima que se puede aplicar a un resorte sin deformarlo de manera permanente.

Figura 13. Resorte suspendido en el soporte de madera.

El propio peso del resorte genera una elongación inicial de acuerdo a su longitud. [Fotografía]. Elaboración Propia.

Para el rango elástico propone Hooke hacia el año 1678, que la elongación es proporcional a la fuerza aplicada.

Matemáticamente esta propiedad se expresa como:

$$F = k\,\Delta x \qquad (8)$$

Donde:

F es la fuerza de restauración.

k es una constante de proporcionalidad, llamada constante de fuerza o constante del resorte.

Δx es la variación en la longitud del resorte producida por la aplicación de la fuerza. Por la tercera ley de Newton, el resorte deformado en Δx ejerce una fuerza opuesta a la deformación tal que el resorte mismo se opone a la deformación, y Hooke generaliza la ley de los resortes escribiendo la relación (8) cómo:

$$\vec{F} = -k\,\overrightarrow{\Delta x} \qquad (9)$$

Referente a las unidades de la expresión 9, se tiene:

$$[N] = \left[\frac{N}{m}\right][m]$$

El objetivo en esta parte de la experiencia, es caracterizar resortes como los que se muestran en la figura 14 y determinar experimentalmente los valores de la constante de proporcionalidad o lo que es lo mismo, encontrar para cada resorte su constante característica.

Teniendo en cuenta que uno de los objetivos propuestos es la realización de laboratorios bajo condiciones controlables, reproducibles y de muy bajo costo, se optó por la utilización de resortes de fácil adquisición como los empleados para anillar trabajos escritos, y que en el comercio se conoce como “resorte para anillar”.

Figura 14. Resortes empleados en la experiencia de la Ley de Hook.

Longitudes entre $0{,}1\ m$ y $0{,}3\ m$ y diámetros entre $0{,}012\ m$ y $0{,}033\ m$. [Fotografía]. Elaboración Propia.

De igual manera se emplean como masas conocidas, monedas de circulación vigente, ya que estas cuentan con especificaciones concretas que se ajustan a los requerimientos para el desarrollo de una buena experiencia de laboratorio.

Informe de monedas colombianas

De acuerdo al Banco de la Republica, en la actualidad están en circulación tres tipos de monedas de $50; una de ellas emitida en 1994, la otra en el 2007 y la última en el año 2012.

La moneda emitida en 1994 fabricada en una aleación llamada “Alpaca” [21], está compuesta por cobre, zinc y níquel, mientras que la moneda emitida el 26 de septiembre del 2007 está fabricada en acero enchapado. Ambas monedas tienen el mismo diseño: un grabado al anverso con el escudo de armas nacional, el título de Republica de Colombia y el año de emisión. Al reverso se encuentra grabado el 50 seguido en la parte inferior por la palabra pesos.

La moneda de $100 pesos colombianos empiezan a circular a partir del 8 de agosto de 1992, acuñadas por la Casa de Moneda, de acuerdo con lo dispuesto en la Resolución Externa 19 de abril 3 de 1992 de la Junta Directiva del Banco de la República [22].

Para 1994, y acorde con lo dispuesto en la Resolución Externa del 9 de marzo, el primero de junio del año mencionado pone en circulación la moneda de $ 200, acuñadas en la Casa de la Moneda de Ibagué [23].

A partir del 26 de diciembre de 1993, como lo dice el Banco de la República [24], empiezan a circular las monedas de $500, acuñadas por la Casa de la Moneda en Ibagué. El anverso de esta moneda tiene impreso el árbol del Samán.

Y para el año 1996, el 12 de noviembre, entra en circulación la moneda de $1000, con la cual se rinde homenaje a la cultura Sinú [25].

En el año 2012, el Banco de República pone en circulación las nuevas monedas de $50, $100, $200, $500 y $1000, introduciendo en el diseño del anverso símbolos representativos de la diversidad del país, cambiando así el escudo de armas que manejaba la moneda emitida en 1994 y la emitida en 2007 de $50 por el oso de Anteojos, el escudo

nacional que manejaba el anverso de la moneda de $100 en circulación desde 1992 por un frailejón, los símbolos de la moneda de $200 emitida en 1994 por la Guacamaya, el árbol de Samán de la moneda de $500 por la rana cristal y los motivos referentes a los Sinú por la tortuga Caguama [26].

En la tabla II se relaciona un resumen de las características de las monedas colombianas.

Valor Nominal	Material	Dimensiones	Masa
$50 Año: 1994	Cobre, Zinc, Níquel	Diámetro: 22 mm Espesor: 1,2 mm	4,50 ± 3% gramos
$50 Año: 2007	Acero enchapado	Sin dato	4,07 ± 3% gramos
$ 50 Año 2012	Aleación: Acero recubierto de Níquel	Diámetro: 17 mm Espesor: 1,30 mm	2,0 gramos
$100 *Año: 1992*	Aleación: Cobre 92%, Aluminio 6%, Níquel 2%	Diámetro: 23 mm Espesor: 1,55 mm	5,31 gramos
$100 *Año: 2012*	Aleación: acero recubierto de latón	Diámetro: 20,33 mm	3,34 gramos
$200 *Año: 1994*	Aleación: Cobre: 65%, Cinc: 20% Níquel 15%	Diámetro: 24,4 mm Espesor: 1,70 mm	7,08 gramos
$200 *Año: 2012*	Aleación: Alpaca (cobre, zinc y níquel)	Diámetro: 22,40 mm	4,61 gramos
$500 *Año: 1993*	Núcleo. Aleación: Cobre 92 ± 2% Aluminio 6 ±0,5% Níquel 2 ± 0,5% Corona. Aleación: Cobre 65 ± 3% Cinc 20 ± 2% Níquel 15 ± 1%	Diámetro: 23,70 ±0,10 mm Espesor: 2,05 ± 0,10 mm	7,14 ± 3% gramos
$500 *Año: 2012*	Aleación: Alpaca (cobre, zinc y níquel) y CuAlNi (cobre, aluminio y níquel)	Diámetro: 23,70 mm	7,14 gramos
$1000 *Año: 1996*	Aleación: Cobre 92%, Aluminio 6%, Níquel 2%	Diámetro: 21,67 mm Espesor: 2,76 mm	7,30 gramos
$1000 *Año: 2012*	Aleación: Alpaca (cobre, zinc y níquel)	Diámetro: 26,70 mm	9,95 gramos

Tabla II. Características de las monedas colombianas.

Fuente: Banco de la Republica https://www.banrep.gov.co/

3.2.1 Procedimiento

Para cada resorte se sugiere el siguiente procedimiento:

1. Suspender el resorte en el soporte y marcar el extremo inferior en la cartulina, como posición inicial.
2. Utilizar monedas de una sola denominación (por ejemplo, monedas de $100 cuya masa es de $3{,}34\ E-03\ kg$).
3. Suspender la masa y esperar a que el sistema llegue al equilibrio (no se presenten oscilaciones).
4. Registrar el desplazamiento obtenido por la fuerza ejercida con la masa 1. Para ello, se dispone de una cartulina para hacer marcas de la posición del extremo inferior del resorte y se emplea un espejo para minimizar el error de paralaje. Se mide con una regla las marcas realizadas en la cartulina. En la figura 15 se muestra la forma correcta para hacer la observación.
5. Repetir los puntos 2 al 4 incrementando cada vez el valor de la fuerza aplicada al resorte, es decir aumentando de una en una el número de monedas.

Nota: los datos se registran en unidades del Sistema Internacional de Medidas.

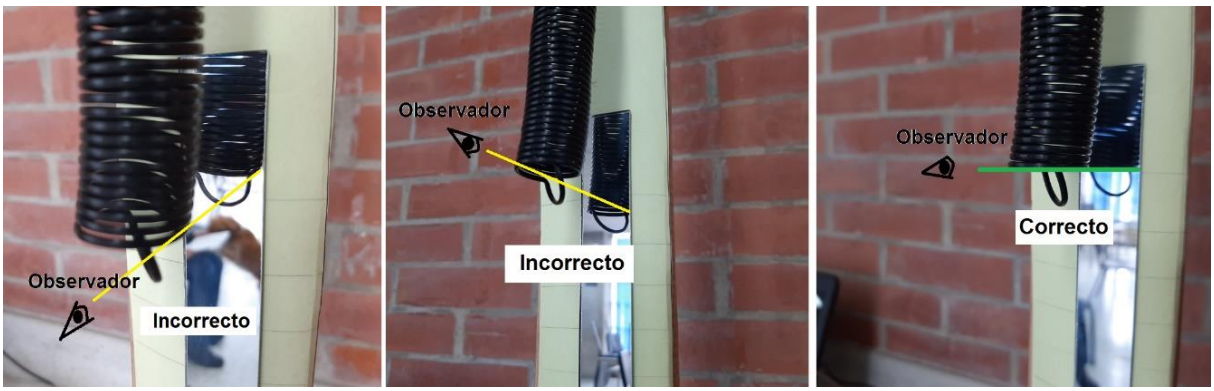

Figura 15. Formas incorrectas y forma correcta para la visualización y toma de datos.

Diferentes posibilidades que se pueden dar durante la visualización para el registro de datos. Se busca minimizar el error de paralaje, empleando para ello un espejo. [Fotografía]. Elaboración Propia.

Los datos obtenidos se registran en la tabla III.

masa [kg] ± E-05 kg	Distancia [m] ± E-03 m	peso = m.g [N] ± E-04 N
3,34 E-03	2,0 E-02	32,6 E-03
6,68 E-03	4,0 E-02	65,3 E-03
10,02 E-03	6,0 E-02	97,9 E-03
13,36 E-03	8,0 E-02	130,5 E-03
16,70 E-03	10,0 E-02	163,2 E-03
20,04 E-03	12,0 E-02	195,8 E-03
23,38 E-03	14,0 E-02	228,4 E-03

Tabla III. Datos de elongación del resorte de acuerdo a la masa suspendida.

La fuerza a la que se somete el resorte es equivalente al peso obtenido con cada una de las monedas, el cual a su vez está determinado por el producto de la masa por la aceleración de la gravedad, así:

$$F = m.g \qquad (10)$$

Dónde:

F = fuerza ejercida al resorte, que equivale al peso.

m = masa de la moneda. Se registra en la tabla II, una masa de $3{,}34\ E-03\ kg$ gramos.

g = Aceleración de la gravedad, que para Bogotá equivale a $9{,}77\ \frac{m}{s^2}$ [27].

Los datos obtenidos y registrados en la tabla III, se grafican empleando para ello Excel, correspondiendo al eje horizontal los valores de la variación en la distancia del resorte de acuerdo a cada masa, y correspondiendo al eje vertical la fuerza que se ejerce al resorte.

Para realizar la gráfica, se selecciona las columnas correspondientes a los datos de distancia y fuerza. Se selecciona en la cinta de herramientas, la opción gráfica de dispersión como se indica en la figura 16.

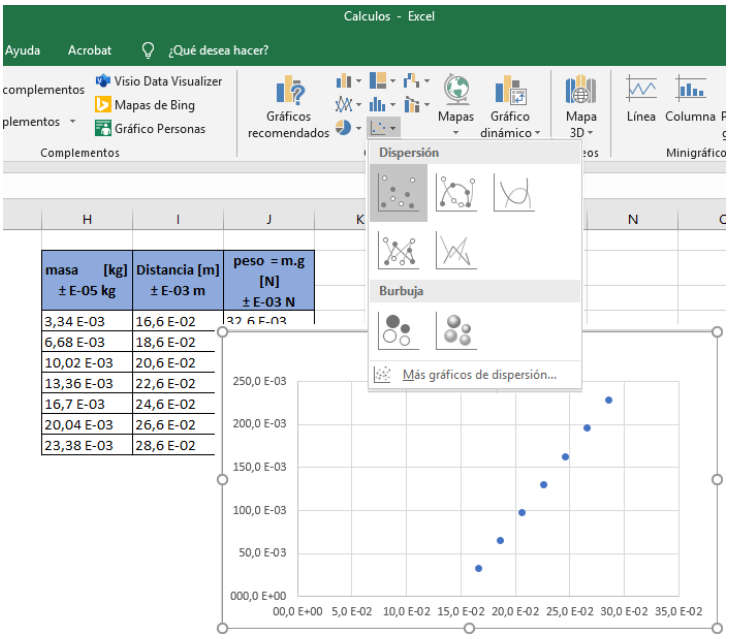

Figura 16. Seleccionar gráfica de dispersión en Excel.

No seleccionar gráfico de barras ni columnas agrupadas. [Imagen]. Elaboración Propia.

Se da inicio al trabajo de presentación, escribiendo el título tanto del gráfico como de los ejes, ajustando sus escalas.

Seleccionar luego cualesquiera de los puntos graficados, dando clic derecho. Se despliega un menú en el cual se debe escoger la opción Agregar línea de tendencia. Se puede ver en la figura 17.

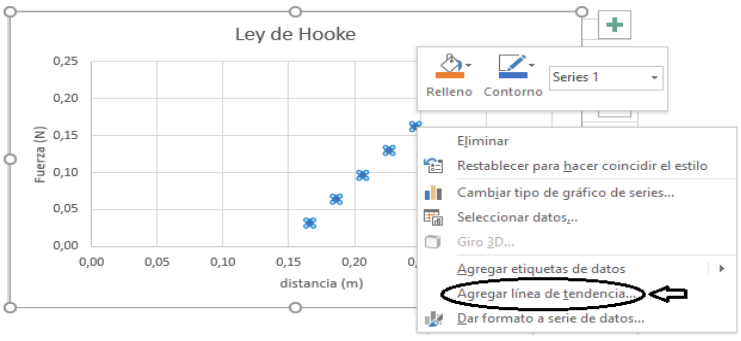

Figura 17. Seleccionar opción línea de tendencia en Excel.

Excel permite elegir trabajar diferentes clases de funciones. [Imagen]. Elaboración Propia.

Al seleccionar Agregar línea de tendencia, se despliega un menú, en el cual se debe seleccionar las opciones “Lineal” y “Presentar ecuación en el gráfico”, como se indica en la figura 18.

Figura 18. Seleccionar mostrar ecuación en Excel.

En “Formato de línea de tendencia” seleccionar las opciones “Lineal” y “Presentar ecuación del gráfico”. [Imagen]. Elaboración Propia.

Finalmente se ajustan dimensiones y color, y como se observa en la figura 19 la gráfica obtenida es una línea recta, de donde se concluye que la fuerza de restauración es proporcional a la elongación tal como lo predice la ley de Hooke, por lo tanto, la pendiente de la recta obtenida debe corresponder a la constante del resorte y su valor es de $(1{,}63 \pm 0{,}01)\ \frac{N}{m}$, que corresponde al valor de la ecuación $F = 1{,}63\ x$ que genera Excel y que se muestra en la gráfica de la figura 19.

Se puede verificar dicho valor, empleando la ecuación de la recta pendiente

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad (11)$$

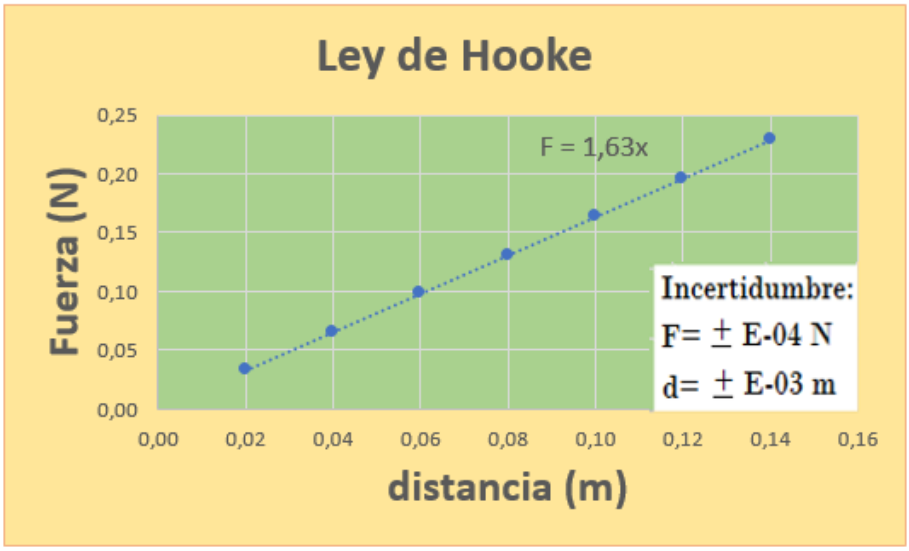

Figura 19. Gráfica de Fuerza Vs. Distancia en la ley de Hooke.

La pendiente de la gráfica es la constante k de la ley de Hooke. [Imagen]. Elaboración propia.

Al obtener una gráfica que representa una función lineal para el experimento con un resorte, se demuestra la relación directa entre fuerza y longitud, evidenciando coherencia entre lo enunciado por la ley de Hooke y los resultados experimentales.

3.2.2 Experiencia

La figura 20 muestra el soporte empleado para la realización de las experiencias propuestas. Allí se observa además el montaje requerido para la toma y el registro de datos.

Figura 20. Soporte montaje Ley de Hooke.

Ubicada la masa en el resorte, medir la distancia cuando no esté oscilando el sistema. Incrementar una a una las masas para cada medición. [Fotografía]. Elaboración Propia.

Al realizar la experiencia con tres resortes de diámetro $(23\ E-03\ \pm\ E-03)\ m$ y diferentes longitudes, se obtienen los datos registrados en la tabla IV.

R1. Longitud (0,090 ± E-03) m			R2. Longitud (0,180 ± E-03) m			R3. Longitud (0,230 ± E-03) m		
masa [kg] ± E-05 kg	**Fuerza = m.g [N] ± E-04 N**	**Distancia [m] ± E-03 m**	**masa [kg] ± E-05 kg**	**Fuerza = m.g [N] ± E-04 N**	**Distancia [m] ± E-03 m**	**masa [kg] ± E-05 kg**	**Fuerza = m.g [N] ± E-04 N**	**Distancia [m] ± E-03 m**
3,34 E-03	32,6 E-03	1,2 E-02	3,34 E-03	32,6 E-03	1,7 E-02	3,34 E-03	32,6 E-03	2,2 E-02
6,68 E-03	65,3 E-03	2,2 E-02	6,68 E-03	65,3 E-03	3,4 E-02	6,68 E-03	65,3 E-03	4,5 E-02
10,02 E-03	97,9 E-03	3,4 E-02	10,02 E-03	97,9 E-03	5,2 E-02	10,02 E-03	97,9 E-03	6,8 E-02
13,36 E-03	130,5 E-03	4,6 E-02	13,36 E-03	130,5 E-03	6,9 E-02	13,36 E-03	130,5 E-03	9,1 E-02
16,70 E-03	163,2 E-03	5,7 E-02	16,70 E-03	163,2 E-03	8,8 E-02	16,70 E-03	163,2 E-03	11,4 E-02
20,04 E-03	195,8 E-03	6,7 E-02	20,04 E-03	195,8 E-03	10,3 E-02	20,04 E-03	195,8 E-03	13,7 E-02

Tabla IV. Datos obtenidos para tres resortes de igual diámetro y diferentes longitudes.

Siguiendo los pasos pertinentes descritos en 3.2.1, Excel genera las correspondientes gráficas para cada uno de los resortes de acuerdo a los datos obtenidos. Estas se muestran en la figura 21.

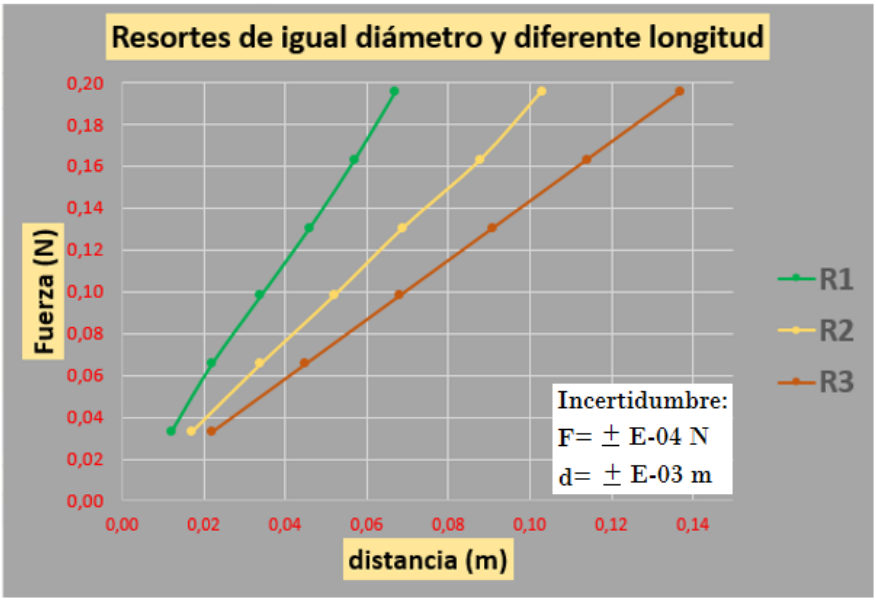

Figura 21. Gráficas para tres resortes de igual diámetro y diferentes longitudes.

Se puede observar en los resultados para distancia, que las pendientes son diferentes. [Imagen]. Elaboración Propia.

Se suspende en cada resorte iguales valores de masa, obteniéndose una elongación diferente para cada uno como se registra en el eje horizontal de cada gráfica. Se observa que cada resorte tiene su propia constante k, que se calcula empleando Excel, arrojando los resultados registrados en la tabla V.

Diámetro (0,023 ± E-03) m			
Resorte	**R1**	**R2**	**R3**
Longitud (m) ± E-03 m	0,090	0,180	0,230
Constante k (N/m) ± E-02 N/m	2,96	1,90	1,42

Tabla V. Constantes para resortes de igual diámetro y diferentes longitudes.

Los resultados obtenidos indican que a mayor elongación (mayor longitud), se obtiene un valor menor de constante $\boldsymbol{k}$. Al suspender en cada resorte iguales valores de masa, se registra iguales valores en cada fuerza restauradora, mostrando una relación inversamente proporcional entre la longitud $\boldsymbol{l}$ y la constante $\boldsymbol{k}$ de cada resorte; los resultados evidencian

la coherencia con la ley de Hooke, demostrando que la fuerza de restauración es una función de la variación en la elongación $\Delta \boldsymbol{x}$.

Los resultados mostrados en la tabla V, se obtienen de manera automática con Excel, seleccionado “PENDIENTE” en la opción “Estadística” de “Más funciones” que se encuentra en la cinta de herramientas bajo el nombre de “Fórmulas”.

Una constante para un resorte con valor $k = 1\frac{N}{m}$, indica que presentará una fuerza de restauración igual a $1N$, cuando se logra una elongación de $1\ m$.

En la experiencia, la constante del resorte indica cuál es la fuerza por unidad de longitud; para el mismo peso colocado en cada resorte, la fuerza ejercida será la misma, pero el más corto ejercerá mayor fuerza por unidad de longitud (mayor k) y el más largo ejercerá menor fuerza por unidad de longitud (menor k).

Un segundo experimento permitirá encontrar la constante k de tres resortes de igual longitud y diferente diámetro. La medida de longitud se toma sin que estén suspendidos razón por la cual, al pender en el soporte, su propia masa genera una elongación inicial.

Una vez suspendido cada resorte y alcanzado su posición de equilibrio, se aumenta la masa soportada en incrementos de igual valor, registrando los datos en la tabla VI.

R4. Diámetro (0,012 ± E-03) m			R5. Diámetro (0,023 ± E-03) m			R6. Diámetro (0,033 ± E-03) m		
masa [kg] ± E-05 kg	**Fuerza = m.g [N] ± E-04 N**	**Distancia [m] ± E-03 m**	**masa [kg] ± E-05 kg**	**Fuerza = m.g [N] ± E-04 N**	**Distancia [m] ± E-03 m**	**masa [kg] ± E-05 kg**	**Fuerza = m.g [N] ± E-04 N**	**Distancia [m] ± E-03 m**
3,34 E-03	32,6 E-03	6,0 E-03	3,34 E-03	32,6 E-03	1,6 E-02	3,34 E-03	32,6 E-03	2,8 E-02
6,68 E-03	65,3 E-03	1,2 E-02	6,68 E-03	65,3 E-03	3,2 E-02	6,68 E-03	65,3 E-03	5,5 E-02
10,02 E-03	97,9 E-03	1,8 E-02	10,02 E-03	97,9 E-03	4,8 E-02	10,02 E-03	97,9 E-03	8,2 E-02
13,36 E-03	130,5 E-03	2,4 E-02	13,36 E-03	130,5 E-03	6,5 E-02	13,36 E-03	130,5 E-03	10,9 E-02
16,70 E-03	163,2 E-03	3,0 E-02	16,70 E-03	163,2 E-03	8,1 E-02	16,70 E-03	163,2 E-03	13,6 E-02
20,04 E-03	195,8 E-03	3,6 E-02	20,04 E-03	195,8 E-03	9,8 E-02	20,04 E-03	195,8 E-03	16,3 E-02

Tabla VI. Datos obtenidos para tres resortes de diferentes diámetros e igual longitud.

La gráfica correspondiente al comportamiento de cada resorte, se muestra en la figura 22.

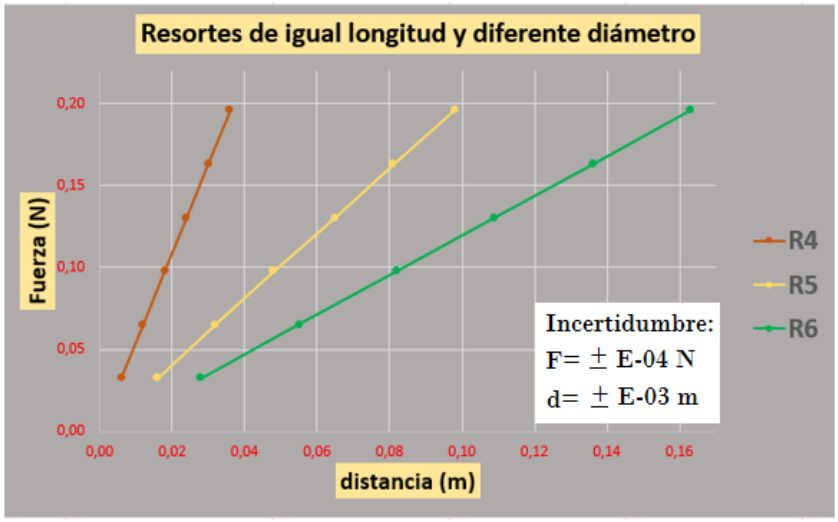

Figura 22. Gráficas para tres resortes de igual longitud y diferentes diámetros.

Se puede observar en los resultados para distancia, que las pendientes son diferentes. [Imagen]. Elaboración Propia.

Excel permite calcular la pendiente de cada gráfica, que corresponde al valor de cada constante k, consignando el registro en la tabla VII.

Longitud (0,120 ± E-03) m			
Resorte	**R4**	**R5**	**R6**
Diámetro (m) ± E-03 m	0,012	0,023	0,033
Constante k (N/m) ± E-02 N/m	5,44	1,98	1,21

Tabla VII. Constantes para resortes de igual longitud y diferentes diámetros.

Es evidente por los resultados, que el resorte de diámetro mayor en comparación con los otros resortes de menor diámetro tiene una constante k de menor valor, o lo que es equivalente; el resorte de diámetro menor en comparación con los otros resortes de mayor diámetro, tiene una constante k de mayor valor.

Dos resortes construidos con alambre del mismo material, con igual longitud y diferente diámetro, tienen el mismo número de vueltas por unidad de longitud. Analizando una sola vuelta para cada resorte, cuando se someten a la misma fuerza de deformación, deduce que la circunferencia se abrirá (sin que aumente su diámetro) adoptando la forma de espiral; esta deformación será mayor en el resorte de mayor diámetro, lo que implica una

constante k de menor valor o lo que es igual, esta deformación es menor en el resorte de menor diámetro, lo que implica una constante k de mayor valor.

Lo anterior implica una relación inversamente proporcional entre la constante k y el diámetro del resorte, tal como lo muestran los resultados experimentales.

Se realiza un tercer experimento con dos resortes de $(60\ E-03\ \pm E-03)\ m$ de longitud y diámetro de $(23\ E-03\ \pm E-03)\ m$, colocados en serie como se muestra en la figura 23 a y luego colocados en paralelo como se muestra en la figura 23 b, y para un solo resorte de las mismas características.

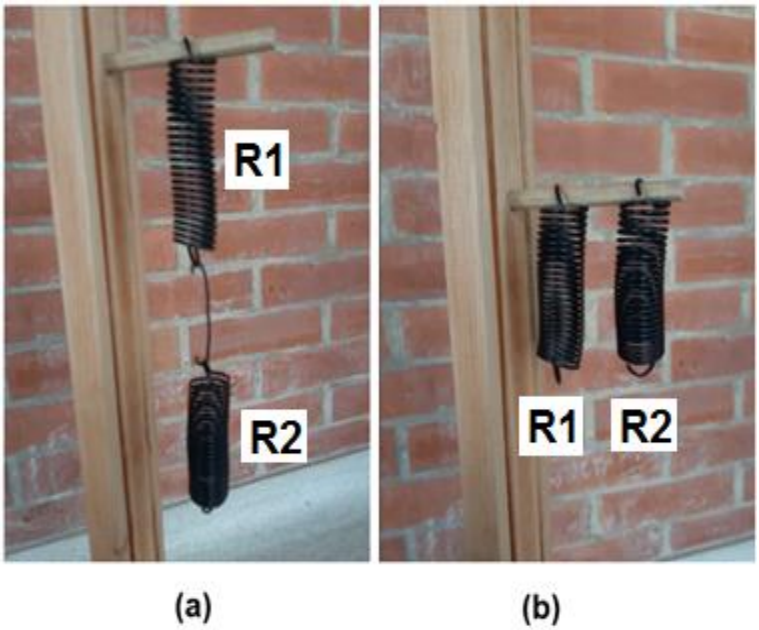

Figura 23. Dos resortes de iguales características colocados en (a) serie. (b) paralelo.

Trabajo de dos resortes en serie, son equivalentes a un solo resorte de dos veces su longitud. [Fotografía]. Elaboración Propia.

Los datos del tercer experimento, se registran en la tabla VIII.

Un resorte de 0,06 m ± E-03 m			Dos resortes cada uno de 0,06 m ± E-03 m, colocados en serie			Dos resortes cada uno de 0,06 m ± E-03 m, colocados en paralelo		
diámetro 0,023 m ± E-03 m			diámetro 0,023 m ± E-03 m			diámetro 0,023 m ± E-03 m		
masa [kg] ± E-0,5 kg	Fuerza = m.g [N] ± E-0,4 N	Distancia [m] ± E-0,3 m	masa [kg] ± E-0,5 kg	Fuerza = m.g [N] ± E-0,4 N	Distancia [m] ± E-0,3 m	masa [kg] ± E-0,5 kg	Fuerza = m.g [N] ± E-0,4 N	Distancia [m] ± E-0,3 m
3,34 E-03	32,6 E-03	7,0 E-03	3,34 E-03	32,6 E-03	15,0 E-03	3,34 E-03	32,6 E-03	3,0 E-03
6,68 E-03	65,3 E-03	15,0 E-03	6,68 E-03	65,3 E-03	30,0 E-03	6,68 E-03	65,3 E-03	7,0 E-03
10,02 E-03	97,9 E-03	22,0 E-03	10,02 E-03	97,9 E-03	45,0 E-03	10,02 E-03	97,9 E-03	10,0 E-03
13,36 E-03	130,5 E-03	29,0 E-03	13,36 E-03	130,5 E-03	60,0 E-03	13,36 E-03	130,5 E-03	14,0 E-03
16,70 E-03	163,2 E-03	36,0 E-03	16,70 E-03	163,2 E-03	75,0 E-03	16,70 E-03	163,2 E-03	18,0 E-03
20,04 E-03	195,8 E-03	44,0 E-03	20,04 E-03	195,8 E-03	90,0 E-03	20,04 E-03	195,8 E-03	22,0 E-03
23,38 E-03	228,4 E-03	52,0 E-03	23,38 E-03	228,4 E-03	105,0 E-03	23,38 E-03	228,4 E-03	26,0 E-03
26,72 E-03	261,1 E-03	60,0 E-03	26,72 E-03	261,1 E-03	120,0 E-03	26,72 E-03	261,1 E-03	29,0 E-03

Tabla VIII. Datos para experiencia con resortes colocados en serie y en paralelo.

De los resultados obtenidos en las mediciones, se calcula las constantes para cada situación, consignando los resultados en la tabla IX.

Resorte de longitud (60 E -03 ± E-03) m	Constante k (N/m) ± E-02 N/m
Un resorte	4,35
Dos resortes colocados en serie	2,18
Dos resortes colocados en paralelo	8,64

Tabla IX. Valor de las constantes ***k*** para dos resortes colocados en serie y en paralelo.

La teoría respecto a montajes de resortes en serie y en paralelo, expone y demuestra que:

La constante k_p para dos resortes de iguales características colocados en serie, es equivalente a $\frac{1}{2}\ k$ de un solo resorte.

La constante k_p para dos resortes de iguales características colocados en paralelo, es equivalente a $2\ k$, de un solo resorte.

En general puede afirmarse que, para dos resortes colocados en serie, la constante equivalente k cumple la ecuación $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$. Y para dos resortes colocados en paralelo, la constante equivalente k cumple la ecuación $k = \ k_1 + k_2$ [28].

Los resultados de esta experiencia y registrados en la tabla IX permiten establecer que se ha desarrollado acertadamente los procedimientos, permitiendo corroborar la teoría mediante la práctica experimental.

3.3. Péndulo simple

Un péndulo simple es un modelo ideal que consiste en un montaje donde una masa puntual pende de un hilo. Se considera que dicho hilo cuenta con una masa despreciable y no sufre algún tipo de deformación (ni elongación ni contracción). La masa al estar suspendida, coincide con el eje vertical de un plano cartesiano. Se aleja la masa de su posición de equilibrio de manera que se forme un ángulo θ entre el eje vertical, el punto de suspensión y la extensión del hilo. Al soltar la masa, esta se moverá describiendo un arco de circulo, en un movimiento característico denominado *movimiento pendular*. Tómese como ejemplo el movimiento de un columpio cuando un niño se mece en este.

La figura 24 muestra el diagrama que representa el péndulo simple y las fuerzas que actúan en este sistema.

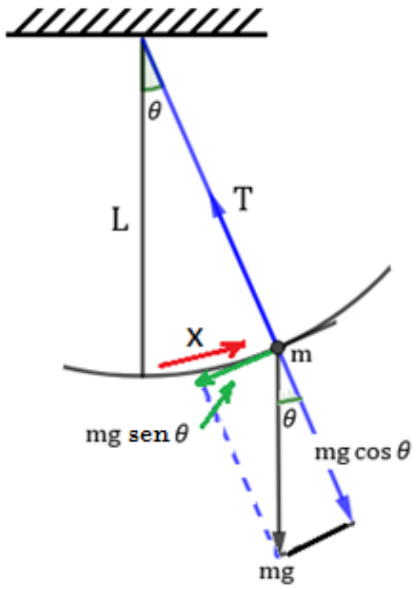

Figura 24. Fuerzas que actúan sobre la masa de un péndulo simple.

Se grafican el movimiento y las fuerzas que se tienen en cuenta para el estudio de un péndulo simple. [Imagen]. Elaboración Propia adaptado de [1].

3.3.1 Procedimiento

Para esta experiencia, se emplea un sensor infrarrojo HW-201 dispuesto de tal forma que se registrará el tiempo de medio periodo de oscilación del péndulo simple. El circuito esquemático de medición se muestra en la figura 25. El sensor entrega una señal “alto” (+ Vcc o 1 lógico) cuando no detecta objeto (no se refleja luz), y una señal “bajo” (0 Vcc o 0 lógico) cuando se detecta objeto (si se refleja luz). De esta forma se obtiene una señal que activa la base de un transistor PNP 2N 3906 que actúa como interruptor [29] permitiendo cerrar el circuito emisor colector, energizando así la bobina de un relé electromagnético. Este relé activa un cronómetro tal que un pulso da inicio al conteo de tiempo, y un nuevo pulso detiene el conteo de tiempo.

El montaje está diseñado para que una vez se aleje la masa de su posición de equilibrio, y se suelte sea detectada por el sensor al pasar por su posición inicial, provocando que se energice la bobina de un relé eléctrico en cuyo contacto normalmente abierto actúa como contacto de activación de un cronómetro, iniciando el registro de tiempo. La masa del péndulo oscilará pasando nuevamente de regreso por su posición de equilibrio, haciendo que sea nuevamente detectada por el sensor y de esta forma detendrá de manera automática el conteo del cronómetro, registrando así el tiempo exacto de medio periodo de oscilación.

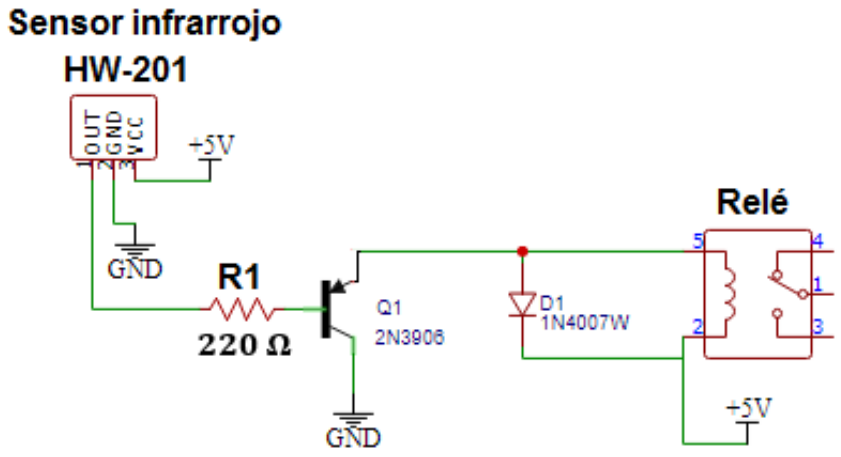

Figura 25. Esquema de conexiones de sensor infrarrojo HW-201.

Q1 es un transistor PNP que actúa como interruptor para controlar la alimentación de la bobina del relé. [Imagen]. Elaboración Propia.

3.3.2 Experiencia

El soporte sobre el cual se suspende la masa del péndulo, se muestra en la figura 26.

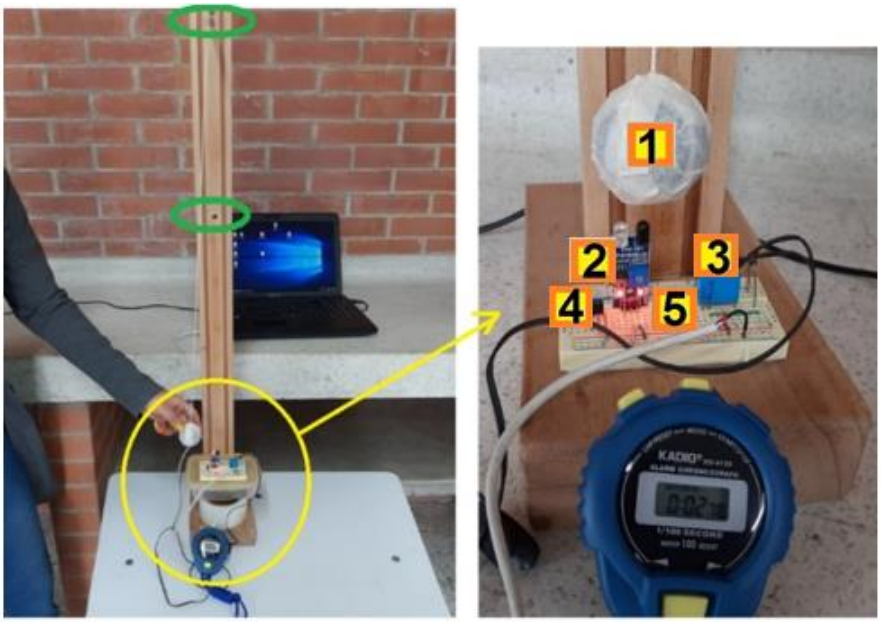

Figura 26. Soporte para experiencia de Péndulo Simple.

La figura 26 describe los componentes principales empleados en la experiencia de péndulo simple. De acuerdo a la numeración, se describen a continuación dichas partes: 1. masa; 2. Sensor infrarrojo HW-201; 3. Relé electromagnético; 4. Transistor PNP 2N 3906; 5. Protoboard.

El soporte cuenta con tres puntos (en la fotografia se muestran solo dos encerrados con ovalo verde) para ubicar el pin donde se sujeta el hilo del que se suspende la masa. [Fotografía]. Elaboración Propia.

Se emplea los conceptos propios de la segunda ley de Newton, para obtener mediante el presente laboratorio, un valor experimental de la aceleración de la gravedad g.

Dicha ley expone la relación entre la cantidad de movimiento P, la masa m y la velocidad v a la cual se mueve dicha masa. Matemáticamente se tiene:

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad (12)$$

Dónde:

P, corresponde a la cantidad de movimiento, m corresponde a la masa y $\vec{v}$ corresponde a la velocidad.

A partir de la ecuación 12 se llegará a la relación requerida para el objetivo de la presente práctica: determinar el valor de la aceleración de la gravedad en la tierra.

La fuerza F está asociada a la cantidad de movimiento mediante la ecuación:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad (13)$$

Al reemplazar en la ecuación 13, $\vec{p} = m\vec{v}$, se obtiene:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \qquad (14)$$

Retomando el diagrama de la figura 24, se tiene que las fuerzas que actúan sobre la masa, se pueden expresar en términos de las componentes radial y tangencial. Nos centramos en la fuerza tangencial que corresponde a la fuerza de restauración de la masa, como:

$$\vec{F} = -mg \sin\theta \qquad (15)$$

Con el signo negativo escrito en la ecuación 15 se está expresando que la fuerza tangencial se encuentra siempre en sentido opuesto a su desplazamiento, fruto de la fuerza de restauración.

Este aspecto es relevante ya que permite alcanzar el objetivo de la experiencia, una vez que aquí la relación con la aceleración de la gravedad, es precisamente que dicha fuerza restauradora tiene que ver con la aceleración de la gravedad. Esta fuerza es dependiente del valor del seno del ángulo θ; esto implica que al no depender del valor de θ (sino de $\sin\theta$), se debe trabajar con valores de ángulos menores a $\frac{\pi}{30}\ rad$ (aproximadamente $6°$) para forzar a que tanto el valor del ángulo (en radianes) como el valor del seno de dicho ángulo, sean semejantes y así poder asumir este movimiento como un Movimiento Armónico Simple. Haciendo esta salvedad, se tiene entonces:

$$\vec{F} = -mg\,\theta = -mg\frac{x}{L} \qquad (16)$$

Una masa en el extremo inferior de un resorte suspendido en forma vertical, al retirarla también verticalmente del punto de equilibrio y liberarla, generará oscilaciones que describen un movimiento armónico simple. Al comparar la ecuación 16 con la ecuación empleada en la ley de Hooke $\vec{F} = -k\,\overrightarrow{\Delta x}$, el término $\frac{mg}{L}$ corresponde con la constante del resorte k y para un resorte es conocido que la frecuencia angular ω está dada por [1]:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (17)$$

$k = \frac{mg}{L}$, se reemplaza en la ecuación número 17, obteniendo:

$$\omega = \sqrt{\frac{mg/_L}{m}} = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad (18)$$

Se tiene la relación entre la ecuación número 18 y el periodo T para el Péndulo Simple, es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (19)$$

Finalmente, de la ecuación 19 se despeja el valor de la aceleración de la gravedad g, obteniendo:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}\,L \qquad (20)$$

Nótese entonces que, en esta experiencia para obtener el valor de la aceleración de la gravedad, se depende únicamente de los valores del periodo T de oscilación del Péndulo Simple y de la longitud del hilo que suspende a la masa puntual.

Una vez se ha obtenido la ecuación que se empleará para la experiencia, se procede a la toma y registro de datos.

En la primera parte del laboratorio, se registran 5 datos para una longitud de hilo de $(0.800 \pm E-03)\,m$.

El montaje registra el tiempo de medio periodo de oscilación. Dos veces este tiempo equivale al tiempo de un periodo de oscilación. Los datos se registran en la tabla X para un total de 5 muestras.

Dato	tiempo en segundos	
	medio periodo	un periodo
t1	0,91	1,82
t2	0,88	1,76
t3	0,87	1,74
t4	0,90	1,80
t5	0,92	1,84

Tabla X. Registro de datos para calcular el periodo.

El promedio de tiempo $\langle t \rangle$, está dado por:

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + \dots t_n}{n} = \frac{\sum_1^n t_i}{n} \qquad (21)$$

que, al reemplazar por los tiempos medidos, se obtiene:

$$\langle t \rangle = \frac{8{,}96\ s}{5} = 1{,}79\ s$$

El error cuadrático se calcula como:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{\sum_1^n (t_i - \langle t \rangle)^2}{n(n-1)}} \qquad (22)$$

Dónde:

Valor promedio $\langle t \rangle = 1{,}79\ s$

Número de datos $n = 5$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{(1{,}82-1{,}79)^2 + (1{,}76-1{,}79)^2 + (1{,}74-1{,}79)^2 + (1{,}80-1{,}79)^2 + (1{,}84-1{,}79)^2}{(5)(4)}} = 0{,}018$$

El cronómetro mide hasta centésimas de segundo, por lo que se tiene un error instrumental de $0{,}01\ s$. Se toma como error de la medida el valor del error cuadrático por ser de mayor valor que el error instrumental, y al redondear se tiene que el periodo es:

$$t = (1{,}80\ \pm 0{,}01)\ s$$

Al reemplazar en la ecuación 20, se obtiene:

$$g\ =\ \frac{4\pi^2}{(1{,}80\ s)^2}\ (0{,}80\ m)\ =\ (9{,}74\ \pm 0{,}02)\ \frac{m}{s^2}$$

El valor aceptable para la aceleración de la gravedad g en Bogotá, es de $977{,}412\ \frac{cm}{s^2}$ [27].

Redondeando este valor, se tiene que $g = 9{,}77\frac{m}{s^2}$.

Con los datos de valor aceptable y valor obtenido, se procede a calcular los errores absoluto y relativo.

Error Absoluto e_a, está definido como:

$$e_a = |(Valor\ obtenido)\ -\ (Valor\ aceptable)|\quad (23)$$

al reemplazar por los valores, se tiene el error absoluto

$$e_a = \left|\left[\left(9{,}74\ \frac{m}{s^2}\right) - \left(9{,}77\ \frac{m}{s^2}\right)\right]\right|\ =\ 0{,}03\ \frac{m}{s^2}$$

Error Relativo e_r, está definido como:

$$e_r = \frac{e_a}{valor\ aceptable}\ X\ 100 \qquad (24)$$

al reemplazar por los valores, se tiene el error relativo

$$e_r = \frac{0{,}03\ \frac{m}{s^2}}{9.77\ \frac{m}{s^2}}\ X\ 100\ \%\ =\ 0.3\ \%$$

Debe tenerse en cuenta que el error en una medición directa o indirecta, siempre estará presente debido a factores como la calidad y calibración de equipos de medida, precisión en las lecturas de datos y condiciones ambientales propias del laboratorio.

Con el método experimental propuesto se obtiene un valor para la aceleración de gravedad muy cercano al aceptado, debido a que se logra controlar acertadamente la variable tiempo, mostrando la efectividad del registro automático.

El error obtenido corresponde a uno no usual para un experimento de laboratorio básico, pero se convierte en un aspecto que genera confianza en el método aplicado.

3.4. Caída libre

Un cuerpo suspendido a determinada altura, se suelta dejándolo sin soporte alguno. Dicho cuerpo caerá libremente debido a la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la tierra sobre éste, obteniéndose un movimiento con aceleración constante. Para asumir una aceleración constante, debe cumplirse que la altura desde donde cae el cuerpo, corresponde a una longitud de valor mínimo al ser comparada con el radio de la tierra.

Para efectos de estudio se asume un modelo idealizado de caída libre, una vez que no se tiene en cuenta todas las posibles variables que pueden intervenir, a saber: la acción del aire, el movimiento de rotación de la tierra, altura de inicio de la caída como ya se enunció. Para que se cumpla el hecho de que dos cuerpos (objetos) caigan con igual aceleración, sin importar las dimensiones, formas o masas de dichos objetos, se debe cumplir que caen en el vacío.

Se tiene registro del estudio de la caída de los cuerpos desde Aristóteles (384 – 322 a.c.), quien enunció equivocadamente que, en la caída de un cuerpo de mayor peso en comparación con otro de menor peso, en un mismo medio, adquiere el primero mayor velocidad en su trayectoria.

Es Galileo Galilei (1564 - 1642) quien gracias a su trabajo y después de algunos enunciados y correcciones a los mismos, daría finalmente un concepto acertado al enunciar que, sin importar dimensiones o peso, experimentando desde un mismo sitio, diferentes cuerpos (objetos) caerán con la misma aceleración [30].

En el estudio del movimiento rectilíneo se encuentra una situación singular y es cuando el cuerpo se mueve con una aceleración constante. Es la caída libre justamente uno de estos casos particulares donde el movimiento rectilíneo coincide con el eje vertical en un plano cartesiano y la aceleración constante corresponde con el valor de la aceleración de la gravedad, la cual adopta un valor especifico dependiendo del lugar de la tierra en que se haga el experimento. Entiéndase la aceleración como el cambio de velocidad por unidad de tiempo. Para el caso de lugares ubicados dentro de la línea ecuatorial terrestre, se tiene una aceleración aproximada de $9{,}78\ \frac{m}{s^2}$, mientras que en los polos terrestres se tiene una aceleración aproximada de $9{,}83\ \frac{m}{s^2}$. Es usual encontrar en la literatura valores de aceleración de la gravedad igual a $9{,}8\ \frac{m}{s^2}$; una de las razones tiene que ver con facilitar los cálculos matemáticos donde se requiera de esta constante.

Las variables que se tienen en cuenta en un modelo idealizado de caída libre, son la altura (h), tiempo (t) de desplazamiento, velocidad (v) que adquiere el cuerpo y la aceleración de la gravedad (g). La figura 27 muestra un esquema de un cuerpo que cae libremente, indicando las variables mencionadas y señalando el cambio de velocidad durante tres segundos.

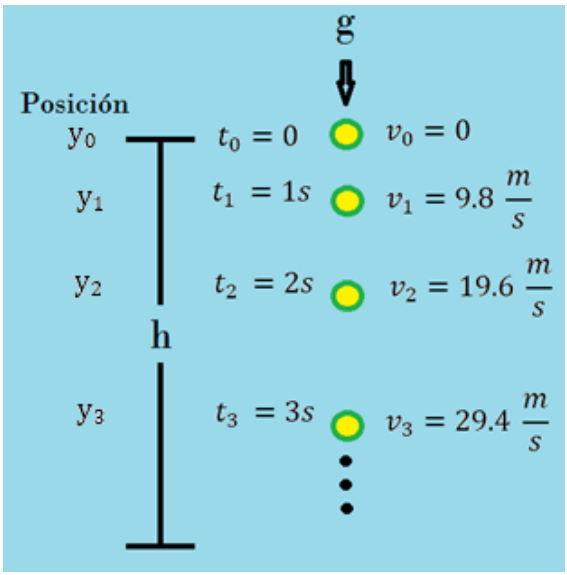

Figura 27. Esquema de un cuerpo en caída libre.

Cuerpo en caida libre con su respectivo registro de velocidad adquirida en 0, 1, 2 y 3 segundos. [Imagen]. Elaboración Propia.

Recordar que la variación de posición de un cuerpo se puede expresar matemáticamente como $\Delta x = x_1 - x_0$. Téngase en cuenta también la representación matemática que describe la velocidad de un cuerpo; $v = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Como ya se ha mencionado, la caída libre de un cuerpo se estudia teniendo como referencia el eje vertical del plano cartesiano, por lo que es conveniente reescribir la posición x ahora como una posición y obteniéndose la variación de posición como $\Delta y = y_1 - y_0$ y la velocidad como

$v = \frac{y_1 - y_0}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$. Se tiene entonces que, para una aceleración constante, la ecuación que describe su magnitud está dada por:

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} \qquad (25)$$

Asumiendo que el cuerpo cae desde una altura determinada (h) con una velocidad inicial $v_0 = 0$ en un tiempo inicial $t_0 = 0$, un tiempo posterior lo podemos escribir simplemente como t y que corresponda con una velocidad adquirida igual a v, de esta forma se obtiene una ecuación que describe la velocidad de un cuerpo en caída libre, como:

$$v = v_0 + gt \qquad (26)$$

Nótese que se ha reemplazado a por g debido a que se trata de un caso particular de movimiento rectilíneo donde se ha mencionado que la aceleración es constante y corresponde con la aceleración de la gravedad.

Se puede deducir a partir de la ecuación de velocidad media $v_{media} = \frac{y_1 - y_0}{t_1 - t_0}$, de la ecuación 26 y valiéndonos de la descripción hecha en la figura 27, una ecuación que permita determinar la posición de un cuerpo en caída libre, mediante el siguiente análisis:

La posición y_0 corresponde con la posición inicial. Una posición del cuerpo posterior a la inicial, corresponde simplemente a y. El tiempo t_0 corresponde a un tiempo inicial equivalente a $0\ segundos$, haciendo que la variación de tiempo $\Delta t = t_1 - t_0$, quede como $\Delta t = t_1$; para simplificar la escritura se asume que $t_1 = t$. De esta manera se llega a la ecuación para velocidad media descrita como:

$$v_{media} = \frac{y - y_0}{t} \qquad (27)$$

La velocidad media descrita en la ecuación 27 tiene una razón de cambio constante en caída libre. Para esta situación se puede afirmar que dicha velocidad corresponde con el promedio de una velocidad inicial y una velocidad posterior (intervalo cualquiera), por lo que se tiene entonces la expresión matemática:

$$v_{media} = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$v_{media} = v_0 + \frac{1}{2}\, gt \qquad (28)$$

Al igualar las ecuaciones (27) y (28), se obtiene la deseada ecuación que describe la posición de un cuerpo en caída libre en cualquier instante de tiempo, como:

$$\frac{y - y_0}{t} = v_0 + \frac{1}{2}\, gt$$

$$y - y_0 = t\left(v_0 + \frac{1}{2} gt\right)$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} gt^2 \text{ (posición de una partícula en caída libre) (29)}$$

Haciendo un análisis dimensional de la ecuación 29, se puede verificar la coherencia en la igualdad enunciada:

$$[m] = [m] + \left[\frac{m}{s}\right][s] + \left[\frac{m}{s^2}\right][s^2]$$

3.4.1 Procedimiento

Se emplea el sensor de ultrasonido HC-SR04 que se encarga de capturar la señal de la posición en la cual se encuentra el cuerpo que cae libremente frente a este. La información capturada por el sensor, llega a la tarjeta Arduino a través de uno de sus pines de entrada de señal analógica. El programa empleado para esta experiencia, es el mismo programa que se emplea para la experiencia de movimiento rectilíneo.

La figura 28 muestra la ubicación del sensor en la posición adecuada para recibir la señal del cuerpo (cuaderno) que se dejará caer frente a este.

Figura 28. Toma de datos de un cuerpo en caída libre.

La figura 28 describe la disposición de los elementos necesarios para la experiencia de caída libre. De acuerdo a la numeración, se describen a continuación dichas partes: 1. Objeto (cuaderno) que ha de ser detectado por el sensor de ultrasonido; 2. Sensor de ultrasonido, que está protegido para evitar ser golpeado; 3. Montaje electrónico descrito en la figura 8; 4. Cable para alimentación del circuito y comunicación con el PC. [Fotografía]. Elaboración propia.

Es prudente sugerir especial cuidado con el sensor, el cual debe ser protegido para que no reciba el impacto directo del cuerpo que cae hacia él.

3.4.2 Experiencia

Mediante comunicación serial entre la tarjeta Arduino con el computador y empleando el software libre PLX-DAQ diseñado para la adquisición de datos desde Arduino para registrarlos en una hoja de cálculo de Excel, se obtiene la gráfica característica de un cuerpo en caída libre, que es el objetivo de esta experiencia.

Al instalar PLX-DAQ se crea una carpeta que lleva su mismo nombre seguida por el número de la versión que se ha instalado (ejemplo PLX-DAQ-v2.10). Se busca dentro de esta carpeta y se abre la hoja de cálculo de Excel que está guardada con el nombre PLX-DAQ-v210. Se debe habilitar contenido para que emerja una ventana que es la que permite

operar la comunicación entre Arduino y Excel. La figura 29 muestra la ventana de operación enunciada.

Figura 29. Ventana de PLX-DAQ emergente para iniciar registro de datos.

El botón Connect inicia elregistro de datos y este mismo detiene el registro. [Imagen]. Elaboración Propia.

Se debe garantizar que se relacionan los mismos puertos utilizados tanto en el programa de Arduino® como en el programa PLX-DAQ. La figura 30 muestra las ventanas empleadas en cada software para verificar este requisito.

El botón denominado “Clear Columns” propio de la ventana del software PLX-DAQ, permite eliminar los datos que aparecen por defecto en la hoja de Excel al abrir este programa. En la misma figura 30 se muestra dicho botón y se resalta en un ovalo de color amarillo.

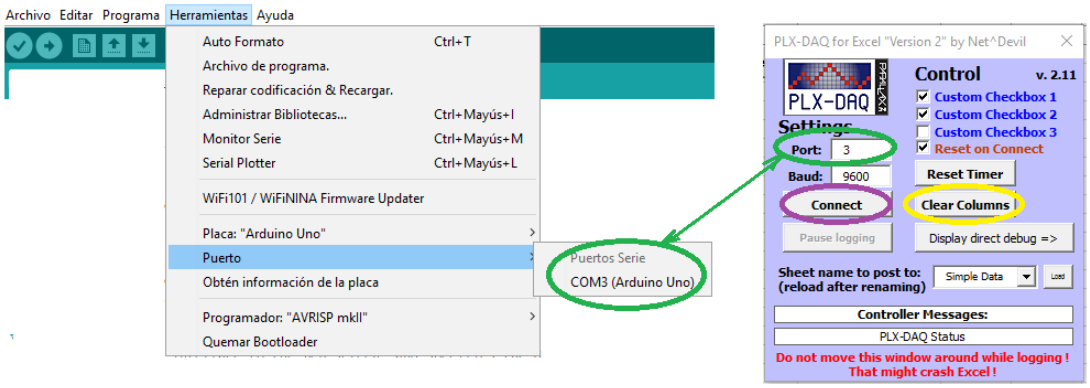

Figura 30. Seleccionar el mismo número de puerto en Arduino y PLX-DAQ.

Ventanas emergentes tanto en Arduino comno en PLX-DAQ que permiten seleccionar el número de puerto empleado, los cuales deben coincidir para habilitar la comunicación. [Imagen]. Elaboración Propia.

Se ubica el cuerpo que se empleará en la experiencia, que para este caso se ha utilizado un cuaderno de $0{,}28\ m$ x $0{,}21\ m$, a una altura determinada. En la pantalla LCD se puede leer la altura desde la cual se soltará el cuerpo hacia el sensor en caída libre. Se habilita la toma de datos desde la ventana de PLX-DAQ con el botón “Connect” el cual se resalta encerrado en un ovalo de color morado como se puede ver en la misma figura 31. Una vez iniciado el registro de datos, se suelta el cuerpo que caerá hacia el sensor y una vez realizado su recorrido se detiene la toma de datos seleccionando el mismo botón “Connect” que se convierte en el botón “Disconnect” durante el registro.

Los datos registrados son copiados de la hoja de cálculo que genera PLX-DAQ y se llevan a una nueva hoja para su tratamiento. Esto con el fin de mantener un registro ordenado para cada experiencia que se realice y para no saturar la hoja generada por el software.

Si se tiene en cuenta la totalidad de los datos adquiridos se obtendrá una gráfica como la que se muestra en la figura 31, por lo que es pertinente depurar dichos datos sin alterarlos para mejorar la presentación. La sección marcada en un ovalo de color naranja, corresponde al intervalo de caída libre del cuerpo, que es el que se desea analizar. El intervalo anterior corresponde al tiempo de espera del cuerpo justo antes de ser soltada y el intervalo posterior corresponde al tiempo empleado en detener el programa, una vez el cuerpo ha completado su recorrido.

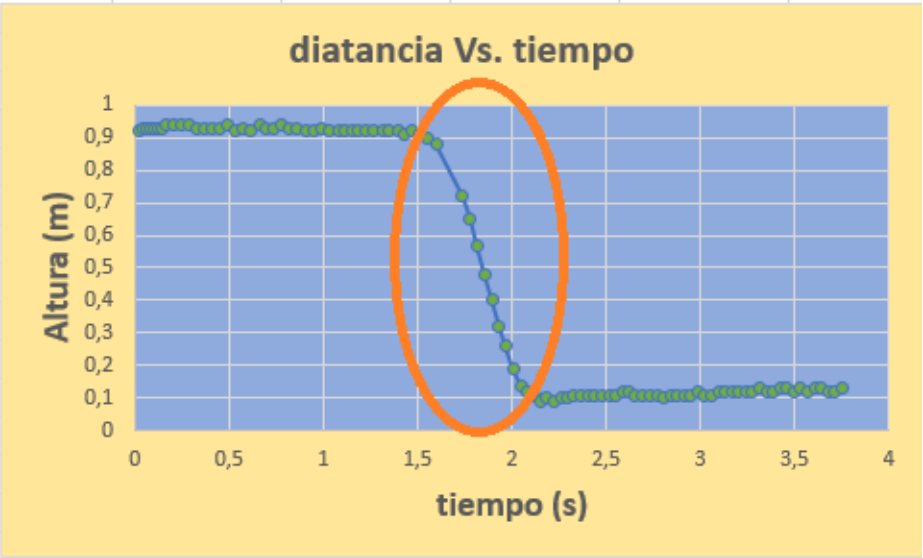

Figura 31. Gráfica de caída libre con el total de datos registrados en PLX-DAQ.

El rango de tiempo de caida del cuerpo, esta graficado entre 1,5 segundos y 2,2 segundos. [Imagen]. Elaboración Propia.

Para la experiencia descrita, los datos adquiridos en Excel, y una vez depurados, se relacionan en la tabla XI, y su gráfica se muestra en la figura 32.

Tiempo (s) ± E-03	distancia (m) ± E-03
0	1,49
5,1 E-02	1,49
9,4 E-02	1,44
13,3 E-02	1,40
18,0 E-02	1,34
22,3 E-02	1,25
26,2 E-02	1,16
30,9 E-02	1,06
34,4 E-02	0,93
38,7 E-02	0,79
43,0 E-02	0,63
46,5 E-02	0,48
50,4 E-02	0,31
53,9 E-02	0,15

Tabla XI. Datos de caída libre adquiridos mediante el software PLX-DAQ.

Grafica correspondiente a los datos de la tabla XI.

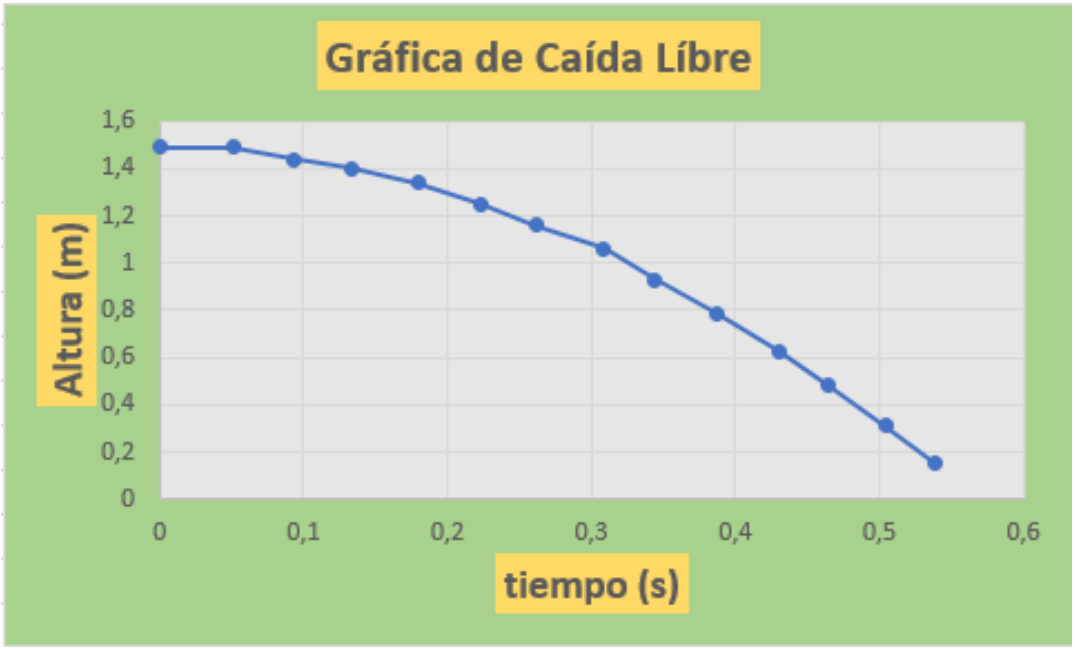

Figura 32. Gráfica característica de un cuerpo en caída libre.

Seleccionado exclusivamente el rango de tiempo de la caída del cuerpo. [Imagen]. Elaboración Propia.

Cabe resaltar que se puede encontrar con Excel la ecuación correspondiente de la gráfica obtenida siguiendo los pasos análogos a los utilizados en la experiencia de Ley de Hooke. El método utilizado es el siguiente.

Se selecciona cualquier punto ubicado en la gráfica; se cliquea con el botón derecho para que emerja una ventana de dialogo, donde se elige “Agregar línea de tendencia…” como se muestra en la figura 33.

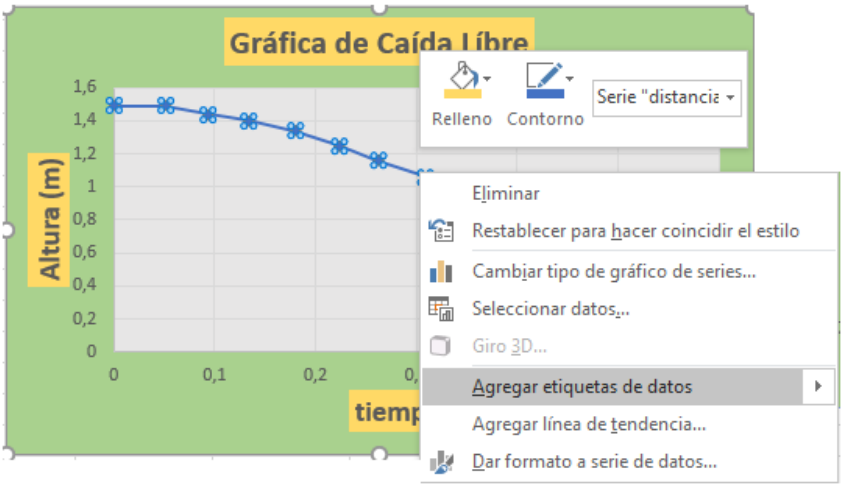

Figura 33. Selección de un punto de la gráfica para agregar línea de tendencia.

Emerge diferentes opciones de funciones en Excel. [Imagen]. Elaboración Propia.

Al aparecer el cuadro de dialogo presentado en la figura 34, se podrá elegir la opción "Polinómica", resaltada en la figura con el ovalo azul y verificando que se seleccione "Grado 2" en la opción que se encuentra en esta misma ventana, resaltada con un ovalo rojo. Finalmente se selecciona la opción "Presentar ecuación en el gráfico", como se indica en la misma figura y resaltado con un ovalo de color morado.

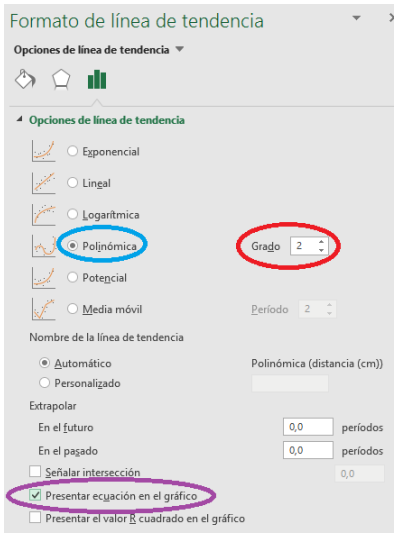

Figura 34. Ajustar requisitos para obtener ecuación.

Pasos a seguir para que Excel muestre una ecuación de acuerdo a los datos que grafica. [Imagen]. Elaboración Propia.

En la gráfica aparecerá la ecuación solicitada que, para el caso de la experiencia realizada, se presenta en la figura 35.

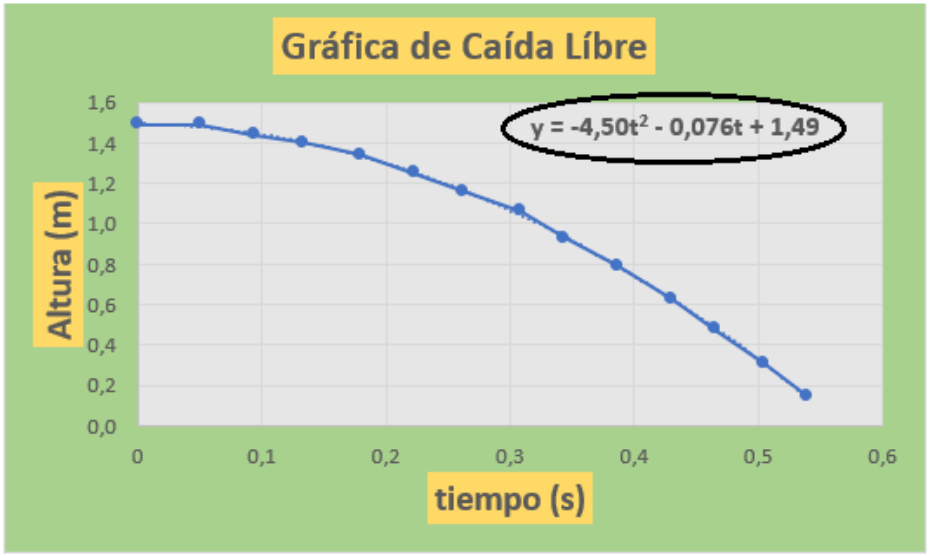

Figura 35. Mostrar ecuación en Excel.

Gráfica generada por Excel para un cuerpo que cae libremente y la ecuación que propone de acuerdo a los datos. [Imagen] Elaboración própia.

Nótese que la ecuación obtenida con Excel resaltada con un ovalo de color negro en la figura 35, y la ecuación 29 deducida para determinar la posición de un cuerpo en caída libre obedecen a la misma función matemática:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \text{ (posición de un cuerpo en caída libre) (29)}$$

$y = (-4{,}50 \pm 0{,}01)t^2 - (0{,}076 \pm 0{,}01)t + (1{,}49 \pm 0{,}01)$ (ecuación obtenida con Excel).

Comparando (29) con la ecuación generada por Excel, se concluye que el cuerpo cayó desde una altura de $(1{,}49 \pm 0{,}01)\, m$, siendo su velocidad inicial $(0{,}08 \pm 0{,}01)\, \frac{m}{s}$ y con una aceleración de $(9{,}0 \pm 0{,}1)\, \frac{m}{s^2}$.

El signo negativo es empleado por convención, para indicar que la dirección del movimiento se realiza desde determinada altura hacia el origen de un plano cartesiano cuyo eje horizontal es la tierra.

Igualando el término $\frac{1}{2}gt^2$ de la ecuación 29 con el valor absoluto del término correspondiente en la ecuación generada por Excel, se obtiene un valor de aceleración de la gravedad propuesto por Excel como $g = 9{,}0\ \frac{m}{s^2}$, que implica un error absoluto de $0{,}77\ \frac{m}{s^2}$ y un error relativo igual a $8\ \%$ lo que implica que el área del cuerpo (cuaderno) no permite despreciar la resistencia del aire, por lo cual el valor de $9{,}0\ \frac{m}{s^2}$ no debe tomarse como el valor de la gravedad sino como la aceleración producida por la gravedad teniendo en cuenta el rozamiento del aire.

Para la velocidad inicial el ajuste da un valor de $0{,}08\ \frac{m}{s}$ que dentro de la incertidumbre experimental corrobora el valor cero esperado.

Aun con las observaciones hechas para los datos que propone Excel, se resalta como el experimento permite obtener la gráfica característica para un movimiento en caída libre, así como también una ecuación equivalente al tipo de movimiento, lográndose de esta forma cumplir con el objetivo propuesto de capturar, procesar e interpretar datos mediante el uso de tecnología sencilla como apoyo para facilitar la comprensión de conceptos físicos.

4. Conclusiones y recomendaciones

La implementación de los montajes contenidos en el presente trabajo, permiten concluir en primera instancia que los objetivos propuestos se cumplen de manera satisfactoria. En primer lugar, se diseña y elabora un montaje de prácticas de laboratorio utilizando la plataforma de Arduino® para los ciclos 3, 4 y 5, que contribuye a la labor docente y a la forma de aprehensión del conocimiento por parte de los estudiantes.

Cabe resaltar que se logra el montaje de los laboratorios propuestos con una inversión aproximada de $ 350.000 (moneda legal vigente colombiana), suma mínima al compararla con equipos ofertados en el comercio que alcanzan un valor de hasta $ 31.000.000 de acuerdo a una oferta comercial de una empresa que suministra equipos de laboratorio en Colombia [31] (teniendo en cuenta los resultados de las experiencias, más no la calidad o presentación de los materiales), destacándose el cumplimiento de otro de los objetivos.

Dichos montajes se desarrollaron pensando en el uso de tecnología que fuesen asequibles y que permitiese manipular e interpretar datos sin que esto represente dificultad. Para ello se utiliza la tecnología de la tarjeta Arduino®, software de uso libre y el paquete de Office.

La puesta en marcha de estos montajes en el aula, permite generar un espacio de aprendizaje integral para estudiantes de ciclos 3, 4 y 5, que involucra diferentes áreas del saber cómo programación, matemáticas, física y electrónica. Esto da paso a la apropiación de la teoría vista en el aula una vez se pone en práctica en el laboratorio, hecho notable sobre todo en el aumento de interés demostrado por los estudiantes en la clase una vez esta incluye la parte experimental; dicho interés es considerablemente menor cuando se trata únicamente de clase magistral.

En la implementación del laboratorio en un colegio del sector público ubicado en la localidad quinta de Bogotá, junto con los estudiantes surgen aspectos a considerar para mejorar la experiencia como el ajuste en los tiempos destinados a la clase, considerando que una hora no es suficiente para abordar los laboratorios; sería oportuno ajustar los tiempos a mínimo dos bloques consecutivos en los grupos que no se da esta situación. Sumado a esto, se considera la solicitud de un rubro mínimo que permita adquirir materiales propios del laboratorio a emplear, contemplando un aumento progresivo de equipos.

Por último, se concluye que el desarrollo de estos laboratorios genera la posibilidad de ahondar o ampliar en otros conceptos y experiencias más allá de los registrados, como por ejemplo: estudios de oscilación del resorte, dependencia de la frecuencia del resorte con su longitud y su diámetro, lo que puede conducir al abordaje del tema de la ecuación de onda u otros conceptos como circuitos electrónicos (Resistencia, bobina condensador), estudio de propiedades de materiales e introducción al módulo de Young.

Recomendaciones:

Se recomienda considerar este trabajo como parte de la interdisciplinariedad en la elaboración de proyectos escolares, como bien se menciona en las metodologías de aprendizaje basado en proyectos (ABP) y en los objetivos propuestos por la metodología STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) por sus siglas en Inglés, en donde es indispensable considerar la integralidad de los saberes adquiridos en las diferentes áreas del conocimiento, y que además dichos saberes se pongan en práctica.

5. Bibliografía

REFERENCIAS

[1] Freedman, Y., Zemansky, S. (1998). Física Universitaria. *Novena Edición.* Addison Wesley Longman de México, S.A. de CV.

[2] Sebastiá J. M. (1987). ¿Qué se pretende en los laboratorios de física Universitaria? Universidad Simón Bolívar. Caracas Venezuela.

[3] Parody, G (2015). CVne. *Centro virtual de noticias de la educación.* Consultado el 6 de noviembre de 2016. Recuperado en: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-353437.html.

[4] Castiblanco, O., Vizcaíno, F (2008). El uso de las TICs en la enseñanza de la física. Consultado el 6 de noviembre de 2016. Recuperado en: https://www.researchgate.net/publication/340850401_El_uso_de_las_TICs_en_la_ensenanza_de_la_Fisica.

[5] Flores, J., Caballero, M., Moreira, M. (Septiembre – diciembre 2009). El laboratorio en la enseñanza de las ciencias: Una visión integral de este complejo ambiente de aprendizaje. *Revista de Investigación, Volumen 33, No. 68 2009.* Universidad de la Rioja, la Rioja España. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3221708.

[6] Vera, F., Riviera, R., Fuentes, F., Romero, D. (2015). Estudio del movimiento de caída libre usando vídeos de experimentos. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias,* p 581-592. Departamento de Industrias, Economía y Negocios, Universidad Técnica Federico Santa María, Chile.

[7] Disessa, A. (1982). Unlearning Aristotelian Physics: A Study of Knowledge-Based Learning. *Cognitive science.* Division of Study and Research in Education Massachusetts Institute of Technology Cambridge. Recuperado de: chrome-extension://dagcmkpagjlhakfdhnbomgmjdpkdklff/enhanced-reader.html?openApp&pdf=https%3A%2F%2Fonlinelibrary.wiley.com%2Fdoi%2Fpdfdirect%2F10.1207%2Fs15516709cog0601_2.

[8] Galilei. G. (1981). Consideraciones y demostraciones sobre dos nuevas ciencias, jornada primera, 2 edición, Editorial Nacional, Madrid.

[9] Ministerio de Educación (1994). Ley 115 de febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf.

[10] Lajara, J., Sebastiá, J. (2014). Sistemas Integrados Con Arduino. *Primera Edición.* Alfaomega Grupo Editor, S.A. de CV, de México.

[11] Pérez, J., Segura. A. (agosto 1 de 2010). *Discusión de la utilidad e importancia de los laboratorios de física en la enseñanza actual.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, revista Góndola. Recuperado en: https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/5222/6852.

[12] Manjarrez, J. (2017). Incorporación de prácticas de Laboratorio para el desarrollo de la competencia científica y explicación de fenómenos. Fundación Universidad del Norte. Recuperado en: https://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/7670/130243.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

[13] Riveros, H. (1995). El papel del Laboratorio en la enseñanza de la Física en el nivel Medio Superior. Instituto de Investigación sobre la Universidad y la Educación. Distrito Federal, México. Recuperado en: https://www.redalyc.org/pdf/132/13206806.pdf.

[14] Tienda de Robótica (2019). Guía Básica de Arduino. Una guía práctica que sobre el mundo de Arduino. Recuperado en: https://electronicadonbosco3.files.wordpress.com/2019/07/guia-basica-de-arduino.pdf.

[15] MCI Electronics (2010). ¿Qué es un Arduino? Arduino cl. Recuperado de: https://arduino.cl/que-es-arduino/.

[16] Wiring (s.f). What will you do with the W. Recuperado en: http://wiring.org.co/.

[17]. Cytron Technologies Sdn. Bhd. 2013. Product User's Manual – HCSR04 Ultrasonic Sensor. Versión 1. Taman, Malasia. Recuperado de: http://web.eece.maine.edu/~zhu/book/lab/HC-SR04%20User%20Manual.pdf.

[18] Trigo, V. (s.f). Historia y evolución de los lenguajes de programación. ACTA Autores Científicos Técnicos y Académicos, p. 85-95. Recuperado en: https://www.acta.es/medios/articulos/informatica_y_computacion/034083.pdf.

[19] Tecnología e informática (2014). Tecnologías en Educación Secundaria. Recuperado de: https://tecnologiainformaticaespiritusanto.wordpress.com/2015/04/12/2014-15-iniciacion-a-arduino-sensor-ultrasonidos-y-lcd.

[20] Create Arduino (s.f). Project hub. Recuperado en: https://create.arduino.cc/projecthub?page=3&sort=trending.

[21] Banco de la Republica (s.f). Banco de la Republica Colombia. Moneda de $100. Recuperado en: https://www.printfriendly.com/p/g/wvC2m8.

[22] Banco de la Republica (s.f). Banco de la Republica Colombia. Moneda de $100. Recuperado en: https://www.banrep.gov.co/sites/default/files/paginas/Moneda_de_100_0.pdf.

[23] Banco de la Republica (s.f). Banco de la Republica Colombia. Moneda de $200. Recuperado en: https://www.banrep.gov.co/sites/default/files/paginas/Moneda_de_200.pdf.

[24] Banco de la Republica (s.f). Banco de la Republica de Colombia. Moneda de $500. Recuperado en: https://www.banrep.gov.co/sites/default/files/paginas/Moneda_de_500.pdf.

[25] Banco de la Republica (s.f). Banco de la Republica de Colombia. Moneda de $1000. Recuperado en: https://www.banrep.gov.co/sites/default/files/paginas/Moneda_de_1000.pdf.

[26] Banco de la Republica (16 de mayo de 2014). Nueva familia de monedas. Recuperado de: https://www.banrep.gov.co/es/diversidad-monedas.

[27] Wilches, R. (febrero 24 de 1945). Determinaciones Magnéticas y Gravimétricas en la Costa Atlántica. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Matemáticas e ingeniería. Observatorio de Geofísica. Recuperado de: https://revistas.unal.edu.co/index.php/revistaun/article/view/13221/13900.

[28] Mijarez, R. (2016). Electrónica. Grupo Editorial Patria, México.

[29] Boylestad., R. Nashelsky., L. (2003). Electrónica: teoría de circuitos y dispositivos electrónicos. *Octava Edición.* Pearson educación, México.

[30] García, A. (junio de 2012). El fenómeno de la caída de los cuerpos. *Revista Mexicana de física.* E. 58, p, 36-40. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/pdf/rmfe/v58n1/v58n1a9.pdf.

[31] Oferta phy-2631. (27 de octubre de 2021). Cotización equipos de laboratorio.