



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Efectos de la estrategia de sostenibilidad fiscal sobre la actividad económica: análisis para una economía emergente pequeña y abierta

Carlos Andrés Zapata Quimbayo

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia

2025

Efectos de la estrategia de sostenibilidad fiscal sobre la actividad económica: análisis para una economía emergente pequeña y abierta

Carlos Andrés Zapata Quimbayo

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:

Doctor en Ciencias Económicas

Director:

Ph.D. Raúl Alberto Chamorro Narváez

Línea de Investigación:

Economía Pública

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Económicas

Bogotá, Colombia

2025

A mis padres y a mi esposa

Agradecimientos

Agradezco a todos los que hicieron posible que este trabajo terminara con éxito. Quiero iniciar con un profundo agradecimiento y gratitud a mi director, el profesor Raúl Chamorro Narváez, por su orientación, apoyo continuo y paciencia a lo largo del camino de formación doctoral. Aprendí de su amplio conocimiento y amplia experiencia, además que él siempre estuvo disponible para ofrecerme orientación. También agradezco los comentarios que me brindaron quienes asistieron a los seminarios y coloquios en los que se presentaron los resultados parciales de este trabajo.

Agradezco también a mis padres y a mi esposa, quienes me apoyaron durante este arduo camino y siempre me aportaron un apoyo constante y confianza. En especial quiero agradecer a mi esposa por estar siempre ahí, incluso durante largas horas de trabajo y estudio.

Resumen

Título en español: Efectos de la estrategia de sostenibilidad fiscal sobre la actividad económica: análisis para una economía emergente pequeña y abierta.

En esta tesis se evalúa la sostenibilidad de la deuda pública en Colombia y los efectos macroeconómicos de las diferentes medidas de ajuste fiscal que buscan corregir el alto nivel de endeudamiento. Para llevar a cabo este trabajo, se utilizan modelos econométricos y un modelo de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (DSGE, por sus siglas en inglés) de política fiscal. En primer lugar, se evalúa la sostenibilidad de la deuda en Colombia para el periodo 1985 y 2023 mediante la implementación de pruebas empíricas de sostenibilidad basadas en la función de reacción fiscal (FRF) y utilizando técnicas econométricas como un modelo de cambios de régimen de Markov (MSM, por sus siglas en inglés) y un modelo autorregresivo no lineal de rezagos distribuidos (NARDL, por sus siglas en inglés). Estas metodologías permitieron identificar regímenes fiscales sostenibles e insostenibles y respuestas asimétricas del gobierno de Colombia frente a los incrementos en la deuda pública. Los resultados indican que existen diferentes regímenes fiscales a lo largo del período de estudio con respuestas asimétricas significativas, especialmente durante los periodos de crisis y choques externos. Además, los resultados obtenidos confirman las preocupaciones por las medidas de ajuste fiscal necesarias para corregir el desequilibrio fiscal del país.

También se construye, calibra y estima un modelo DSGE fiscal para una economía emergente pequeña y abierta como Colombia, que incorpora hogares heterogéneos y fricciones en precios y salarios, entre otras, y se utilizan técnicas bayesianas en su estimación. A partir de este modelo, se analiza el impacto recesivo de los diferentes instrumentos fiscales para reducir la deuda pública. Para ello, se simula el efecto de seis instrumentos fiscales sobre diferentes variables de la economía y se analizan los multiplicadores fiscales. Los resultados confirman el efecto recesivo de implementar

medidas de ajuste fiscal sobre la economía, aunque se destaca su utilidad para reducir el alto nivel de deuda pública. De estos resultados, se resalta: i) la reducción de la deuda pública es mayor mediante el aumento de impuestos que con la reducción del gasto público; ii) la reducción del gasto público afecta negativamente la producción, el consumo de los hogares no ricardianos y la inversión privada, aunque mejora el balance presupuestal; iii) los impuestos al capital y a los ingresos laborales también ayudan a cumplir este objetivo, aunque tienen efectos negativos transitorios. Además, la consolidación fiscal tiene importantes consecuencias distributivas, ya que afecta en mayor medida a los hogares no ricardianos. Finalmente, el trabajo resalta la importancia de un enfoque equilibrado y cuidadoso en la implementación de políticas fiscales y monetarias para asegurar la sostenibilidad de la deuda pública, la estabilidad macroeconómica del país y, el crecimiento a largo plazo.

Palabras clave: sostenibilidad de la deuda, función de reacción fiscal, modelo DSGE, economía emergente.

Abstract

Título en inglés: Effects of Fiscal Sustainability Strategy on Economic Activity: Analysis for a Small Open Emerging Economy

This thesis evaluates the sustainability of public debt in Colombia and the macroeconomic effects of different fiscal policies that seek to correct the high level of indebtedness, using econometric models and a New-Keynesian Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) model. First, we analyze debt sustainability in Colombia for the period 1985-2023 by implementing empirical sustainability tests based on fiscal reaction functions (FRF) using advanced econometric techniques, such as the Markov regime switching (MS) model and a nonlinear autoregressive distributed lag (NARDL) model. These methodologies allow us to detect sustainable and unsustainable fiscal regimes and asymmetric government responses to increases in public debt. The results indicate the existence of multiple fiscal regimes throughout the study period, accompanied by pronounced asymmetric responses, particularly during crises, and confirm concerns about the fiscal adjustment measures necessary to correct the fiscal imbalance.

A fiscal DSGE model is then constructed and estimated for a small and open emerging economy such as Colombia, incorporating different economic agents and frictions, and using Bayesian techniques. Based on this model, the recessionary impact of different fiscal instruments to reduce public debt in Colombia is analyzed. Six fiscal instruments are simulated, and the associated fiscal multipliers are examined. The results of the analysis confirm the recessionary effect of implementing fiscal adjustment measures on the economy. However, they also highlight the usefulness of these measures in controlling public debt. In particular, the results indicate that debt reduction is faster when taxes are increased than when spending is reduced. Moreover, a reduction of public spending has a negative effect on production, non-Ricardian household consumption, and private investment. However, it improves the budget balance. Taxes on capital and labor income help to meet this objective, although they have negative effects. However, these effects are transitory in the short term. Furthermore, fiscal consolidation has important distributional consequences, as it affects non-Ricardian households to a greater extent. Finally, the document emphasizes the significance of a balanced and prudent approach to the implementation of fiscal and monetary policies, with the objective of ensuring sustainability of public debt and long-term macroeconomic stability and growth.

Keywords: Debt Sustainability, Fiscal Reaction Function, DSGE model, Emerging Economy.

Contenido

	Pág.
Resumen	V
Lista de figuras	XI
Lista de tablas	XII
Abreviaturas	1
1. Introducción	2
1.1 Contexto y problema de investigación	2
1.2 Objetivos.....	4
1.3 Metodología propuesta	5
1.4 Estructura de la tesis	7
2. Sostenibilidad de la deuda pública en Colombia	9
2.1 Revisión de la literatura	11
2.2 Enfoque teórico y metodología	14
2.2.1 Solvencia fiscal, IBC y sostenibilidad de la deuda	16
2.2.2 Estudios empíricos basados en test de raíz unitaria y cointegración	18
2.2.3 Estudios empíricos basados en la FRF	19
2.2.4 Respuestas asimétricas y regímenes fiscales	21
2.3 Metodología y resultados empíricos	25
2.3.1 Datos.....	25
2.3.2 Pruebas de estacionariedad	27
2.3.3 Estimación de la FRF de Bohn	28
2.3.4 Regímenes fiscales y respuestas asimétricas usando MSM	33
2.3.5 Estimación de la FRF usando el modelo NARDL	37
2.4 Conclusiones y recomendaciones	39
3. Modelo DSGE fiscal para Colombia	42
3.1 Revisión de la literatura	43
3.2 Construcción del modelo DSGE fiscal	45
3.2.1 Hogares.....	46
3.2.2 Oferta de trabajo y fijación de salarios	51
3.2.3 Empresas.....	52
3.2.4 Banco Central y Política Monetaria	57
3.2.5 Gobierno y política fiscal	58
3.2.6 Resto del mundo	60
3.2.7 Condiciones de compensación del mercado	60
3.2.8 Ecuaciones Log-linealizadas del modelo	61

3.3	Calibración y estimación Bayesiana del modelo	62
3.3.1	Datos y calibración de parámetros	63
3.3.2	Distribuciones previas y estimación de parámetros.....	65
3.4	Análisis de los choques de política fiscal	69
3.4.1	Efectos del aumento de los impuestos	70
3.4.2	Efectos del aumento en el gasto público	72
3.5	Análisis de los choques de política monetaria.....	74
3.6	Conclusiones e implicaciones de política	76
4.	Consolidación fiscal y multiplicadores	79
4.1	Revisión de la literatura	81
4.2	Ajuste fiscal y efectos sobre la economía	83
4.2.1	Instrumentos de política fiscal.....	84
4.2.2	Efectos de una reducción en los gastos	86
4.2.3	Efectos de un aumento en los impuestos	87
4.3	Multiplicadores fiscales.....	89
4.3.1	Multiplicadores del gasto	90
4.3.2	Multiplicadores de los impuestos	91
4.3.3	Comparación de multiplicadores fiscales.....	93
4.3.4	Interacción con la política monetaria	94
4.4	Efectos sobre el bienestar	96
4.5	Efecto de un choque petrolero	99
4.6	Conclusiones e implicaciones de política	102
5.	Conclusiones generales, alcance del trabajo y recomendaciones.....	106
5.1	Conclusiones	106
5.2	Alcance del trabajo, recomendaciones y futuras extensiones.....	108
6.	Referencias bibliográficas	111
Anexos	121
A.	Datos y fuentes usadas	121
A.1	Descripción de los datos trimestrales y de las fuentes	121
A.2	Serie desestacionalizadas y transformaciones de los datos.....	122
A.3	Serie de datos anuales	123
A.4	Resultados de la FRF usando series trimestrales	124
B.	Modelo autorregresivo no lineal de rezagos distribuidos (NARDL)	126
C.	Resultados de la estimación del modelo	128
D.	Descomposición de los choques	138

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1.1: Deuda pública y déficit fiscal en Colombia	3
Figura 2.1: Brecha del PIB y gasto cíclico	26
Figura 2.2: Relación entre balance fiscal y la deuda	30
Figura 2.3: Probabilidades para el régimen no sostenible	35
Figura 2.4: Tasa de crecimiento real ajustada por crecimiento	36
Figura 2.5: Multiplicadores dinámicos acumulados para el balance primario.....	39
Figura 3.1: Ilustración grafica del modelo e interacciones	46
Figura 3.2: Datos históricos de las variables macroeconomicas	66
Figura 3.3: IRF del aumento en los impuestos	70
Figura 3.4: IRF del aumento en el gasto público	72
Figura 3.5: IRF del aumento de la tasa de interés sobre variables económicas	74
Figura 3.6: IRF del aumento tasa de interés de política	75
Figura 4.1: Efecto de una reducción de los gastos.....	86
Figura 4.2: Efecto de un aumento de los impuestos.....	87
Figura 4.3: IRF de un choque petrolero sobre la producción y la deuda.....	101

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 2.1: Estadísticas descriptivas de los datos.....	25
Tabla 2.2: Pruebas de estacionariedad: ADF y KPSS	27
Tabla 2.3: Resultados de las estimaciones de la FRF	31
Tabla 2.4: Estimaciones de la FRF usando el modelo MSM	34
Tabla 2.5: Prueba global para la FRF	36
Tabla 2.6: Estimación modelo NARDL de la FRF	37
Tabla 3.1: Parámetros calibrados	63
Tabla 3.2: Relaciones implícitas de largo plazo	64
Tabla 3.3: Distribuciones previa y posterior para los parámetros	68
Tabla 4.1: Parámetros de respuesta a las variaciones respecto del PIB y la deuda ...	85
Tabla 4.2: Multiplicadores del gasto del gobierno	90
Tabla 4.3: Multiplicadores de los impuestos	92
Tabla 4.4: Comparación de los multiplicadores fiscales.....	93
Tabla 4.5: Multiplicadores frente al respuesta de la política monetaria.....	94
Tabla 4.6: Efectos en el bienestar de los hogares	98
Tabla 4.7: Multiplicadores frente a un cambio en los ingresos petroleros.....	101

Abreviaturas

Abreviatura	Término
ADF	Dickey-Fuller aumentada
AR	Auto regresivo
BC	Banco Central
BanRep	Banco de la República de Colombia
CES	Elasticidad de sustitución constante
CPO	Condiciones de primer orden
COVID	Enfermedad del Coronavirus
DANE	Departamento Nacional de Estadística
DSA	Prueba de sostenibilidad de la deuda
DSGE	Equilibrio general dinámico y estocástico
ECM	Mecanismo de corrección de errores
EA	Zona euro
FRF	Función de Reacción Fiscal
GMM	Método Generalizado de
GNC	Gobierno Nacional Central
IBC	Restricción Presupuestaria Inter temporal
IPC	Índice de precios al consumidor
IRF	Función impulso-respuesta
KPSS	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin
MC	Costo marginal
MCMC	Cadenas de Markov de Monte Carlo
MFMP	Marco Fiscal de Mediano Plazo
MHCP	Ministerio de Hacienda y Crédito Público
MSM	Cambios de régimen de Markov
NARDL	Autorregresivo no lineal de rezagos distribuidos
OECD	Organización Económica para la Cooperación y Desarrollo
OLS/MCO	Mínimos cuadrados ordinarios
PIB	Producto interno bruto
PET	Población en edad de trabajar
SOEE	Economía emergente pequeña y abierta
SGP	Sistema General de Participaciones
TC	Condición de transversalidad
UIP	Paridad descubierta de tasas de interés
USA	Estados Unidos
VAR	Vector Autoregresivo

1. Introducción

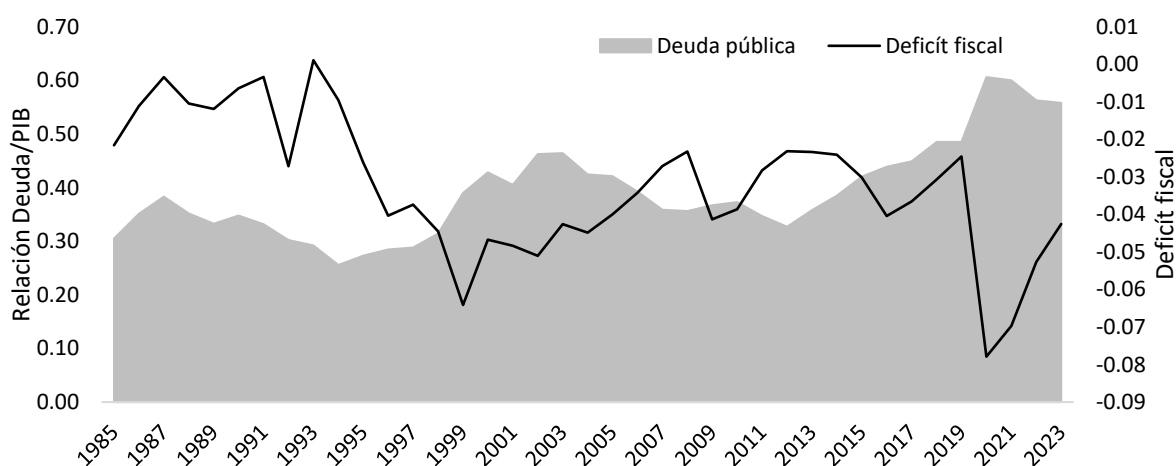
1.1 Contexto y problema de investigación

Las crisis recientes de estas últimas décadas, como la crisis financiera internacional de 2008-2009, la crisis de la deuda de los países europeos de 2014, y la reciente crisis de la pandemia originada por la enfermedad del coronavirus (Covid-19), generaron fuertes desequilibrios fiscales tanto en países desarrollados como en emergentes, en especial por el amplio uso de paquetes de estímulo para impulsar las economías en recesión. Estas medidas han hecho que los gobiernos nacionales hayan adoptado un rol activo en su política fiscal que ha estado acompañada de decisiones discrecionales para aumentar su gasto público y/o reducir los impuestos. Sin embargo, estas políticas fiscales han generado un aumento sustancial de sus déficits fiscales y, con ello, de la deuda pública, lo cual pone en riesgo la solvencia del gobierno, así como la estabilidad económica de cada país.

De acuerdo con las cifras del Ministerio de Hacienda y Crédito Público (MHCP) y del Banco de la República de Colombia (BanRep), el déficit fiscal del gobierno nacional central (GNC) de Colombia superó el 7% para los años 2020 y 2021; mientras que la deuda pública (como proporción del PIB), se incrementó a niveles históricos que superan el 60%, como se observa en la figura 1.1. Aunque estas cifras presentaron una leve corrección para los años 2022 y 2023, cuando el déficit fiscal descendió al 5.3% y 4.3%, respectivamente, mientras que la deuda pública cayó a niveles cercanos del 56%; estos niveles aún son muy preocupantes. Además, el alto nivel de endeudamiento involucra un alto costo del servicio de deuda, lo cual puede afectar aún más el balance fiscal y, con ello, limitar la disponibilidad de cubrir rubros importantes del gasto público. Por ejemplo, en los últimos años, el costo de la deuda ha representado cerca del 4% del PIB y una cuarta parte de los ingresos tributarios.

Frente a esta situación surgen varias preocupaciones, en especial por los efectos sobre la economía que pueden generar las medidas para reducir el déficit fiscal. Por ejemplo, una reducción del gasto público y/o un aumento de los impuestos afectará el consumo, la inversión y, con ello, la demanda agregada. Esta caída de la demanda agregada puede deteriorar aún más las condiciones fiscales, ya que el efecto estabilizador de la política fiscal puede ser muy limitado, sobre todo cuando se tiene un espacio fiscal muy reducido, dado el alto nivel de endeudamiento, como afirmaron Lozano y Julio (2019) y Lozano et al. (2029). Esta situación implica que se deben destinar mayores recursos para el pago del servicio de la deuda y, dados los compromisos del gobierno nacional para impulsar la economía, se puede llegar a un estado no sostenible de la deuda a largo plazo.

Figura 1.1: Deuda pública y déficit fiscal en Colombia



Fuente: Banco de la República de Colombia. Elaboración propia.

El estado actual del país en materia fiscal genera preocupaciones a nivel económico, político y académico, producto de los efectos que puede traer sobre la economía en el futuro. El alto nivel de endeudamiento, junto con la implementación de medidas de ajuste fiscal, mediante la reducción del gasto y/o un aumento de los impuestos, para corregir el desequilibrio presupuestal, traen consigo serias consecuencias para la economía del país, ya que no solo implican una mayor carga tributaria para los hogares y empresas, sino que también reduce la disponibilidad de recursos destinados para la inversión en infraestructura pública y transferencias para los hogares en condiciones de pobreza y pobreza extrema. Estos efectos en ambas vías se pueden traducir en un efecto recesivo sobre la economía del país. El análisis de estas preocupaciones motiva el desarrollo de la presente investigación.

A pesar de la importancia de esta situación, en Colombia se encuentra poca literatura que evalúe o analice este tipo de efectos sobre la economía y la mayoría de los trabajos han utilizado modelos empíricos, especialmente basados en modelos de vectores autorregresivos (VAR, por sus siglas en inglés). En este campo se encuentran, por ejemplo, los trabajos de Lozano y Julio (2019), Lozano et al. (2019), Ojeda y Guzmán (2022). De igual forma, se han llevado a cabo ejercicios de modelación teóricos mediante modelos DSGE, los cuales han sido utilizados para el diseño de estrategias de política económica, como se encuentra en los documentos de política fiscal como el Marco Fiscal de Mediano Plazo (MFMP). En estos documentos de política se han utilizado los modelos construidos por González et al. (2014) y Rincón et al. (2017). A pesar de estos avances, el desarrollo de este campo aún es insuficiente en el país y se requieren esfuerzos importantes desde la academia para tratar esta problemática.

En este trabajo se busca evaluar no solo la sostenibilidad fiscal del país a largo plazo, sino también los efectos que genera la implementación de una estrategia de consolidación y ajuste fiscal en Colombia. Además, las características distintivas del país hacen que el análisis y evaluación de estos efectos tenga mayor relevancia dada la coyuntura actual que experimenta el país. Para ello, se busca responder la siguiente pregunta de investigación ¿Qué efectos genera la implementación de una estrategia de sostenibilidad fiscal en una economía emergente pequeña y abierta como Colombia?

Para responder esta pregunta, además, se deben llevar a cabo análisis que involucran la evaluación de las condiciones de sostenibilidad de la deuda a largo plazo, así como la presencia de respuestas asimétricas del gobierno en su balance presupuestal, las cuales desencadenan episodios procíclicos en la política fiscal que amenazan la sostenibilidad. En este ámbito, el trabajo busca contribuir a la literatura internacional sobre el análisis de sostenibilidad de la deuda y la consolidación fiscal en economías emergentes.

1.2 Objetivos

Objetivo general

Evaluar los efectos de la estrategia de sostenibilidad fiscal sobre la actividad económica, teniendo en cuenta las características que presenta una economía emergente pequeña y abierta como Colombia.

Objetivos específicos

- Analizar las condiciones actuales del desempeño fiscal y el nivel de deuda pública.
- Estimar los efectos de la reducción del gasto público y de un aumento de los impuestos sobre la actividad económica.
- Modelar las respuestas de política fiscal frente a choques de tasa de interés de política monetaria y de los ingresos petroleros.
- Formular diferentes escenarios sobre el programa de ajuste fiscal actual que muestren los efectos negativos sobre la actividad económica y el bienestar.

1.3 Metodología propuesta

Para lograr el objetivo propuesto y dar respuesta a la pregunta de investigación, se adoptan dos enfoques diferentes que permiten evaluar los efectos de las estrategias de consolidación fiscal, teniendo en cuenta el estado actual en materia presupuestaria y el cumplimiento de las condiciones de sostenibilidad a largo plazo. Para tal fin, se propone:

i) una evaluación de la sostenibilidad de la deuda en Colombia.

Para ello, se adopta un enfoque empírico de evaluación de las condiciones de sostenibilidad, basado en un marco ampliado de la restricción presupuestaria intertemporal (IBC, por sus siglas en inglés) y la función de reacción fiscal (FRF). Las técnicas de estimación utilizadas incluyen el uso de: un modelo de cambios de régimen de Markov (MSM, por sus siglas en inglés) y un modelo autorregresivo no lineal de rezagos distribuidos (NARDL, por sus siglas en inglés). Mediante estas dos técnicas se realizan estimaciones robustas que permiten contrastar la prueba de sostenibilidad para Colombia, al extender la formulación estándar de Bohn (1998, 2008), ya que incorporan los efectos asimétricos de la respuesta del gobierno frente a los incrementos en la deuda pública, tanto a corto como a largo plazo. Este primer ejercicio se implementa usando el software R. A partir de estos modelos, se obtienen resultados que permiten no solo confirmar las preocupaciones latentes por el estado actual de las variables fiscales, sino también las consecuencias de mantener un alto nivel de deuda pública.

ii. una evaluación de los efectos de la estrategia de consolidación fiscal mediante un modelo de política fiscal basado en un modelo DSGE fiscal.

En este contexto, se propone la construcción, solución e implementación de un modelo DSGE de política fiscal. Se propone una extensión de los modelos DSGE para representar a una economía emergente pequeña y abierta, como Colombia, buscando incorporar las características propias del país. Entre ellas, se identifican: la implementación de una regla fiscal y un esquema de política monetaria con metas de inflación. El modelo también incorpora algunas características de los modelos DSGE Neokeynesianos como: competencia monopolística, acumulación de capital y costos de ajuste, rigideces en precios y salarios, formación de hábitos de consumo, entre otros. Además, el modelo se estima y calibra usando datos específicos del país para diferentes variables de interés y algunas variables externas, usando técnicas de estimación Bayesiana con ayuda del software Dynare de Matlab.

El modelo propuesto busca reflejar los esfuerzos de consolidación fiscal para estabilizar la deuda pública teniendo en cuenta estos elementos diferenciadores. En este sentido, se propone un modelo de política fiscal, como extensión de los trabajos previos de la literatura internacional y algunas aplicaciones para Colombia como Botero et al. (2013), González et al. (2014) y Rincón et al. (2017). Además, siguiendo las recomendaciones de la literatura internacional, se estiman los multiplicadores fiscales que dan cuenta de los choques fiscales en la economía, teniendo en cuenta un conjunto de instrumentos fiscales de gasto e impuestos. A partir de estos ejercicios, se considera una respuesta de la política fiscal frente al alto nivel de deuda pública, teniendo en cuenta las características representadas en el modelo para las diferentes variables fiscales, de la economía nacional y el sector externo. De esta forma, se evalúa el efecto de los diferentes instrumentos de política propuestos para reducir la deuda pública y con ello, llevar a cabo una estrategia de consolidación fiscal.

La construcción y solución de este modelo está motivada por el amplio uso de modelos DSGE Neokeynesianos en las principales instituciones económicas a nivel internacional como el Banco Central Europeo (modelo NAWM), el Banco de Inglaterra (modelo BEQM), la Comunidad Europea (modelo QUESTIII) y el Fondo Monetario Internacional (modelo GEM), entre otros. Este enfoque de modelación ha permitido la incorporación de principios

teóricos y empíricos con gran éxito tanto para dar respuesta a diferentes fenómenos económicos, como en materia de política monetaria y fiscal.

1.4 Estructura de la tesis

Primer capítulo: Introducción

En este primer capítulo se presenta la introducción de la tesis. Se describe la problemática que motiva el desarrollo del trabajo de investigación, los objetivos y las metodologías propuestas.

Segundo capítulo. Sostenibilidad de la deuda pública en Colombia

En este capítulo se evalúa la sostenibilidad de la deuda pública en Colombia para el periodo de análisis comprendido entre 1985 y 2023. Para ello, se implementan pruebas empíricas de sostenibilidad basadas en la estimación de la FRF con diferentes formulaciones y técnicas econométricas como: un modelo de cambios de régimen de Markov (MSM, por sus siglas en inglés) y un modelo autorregresivo no lineal de rezagos distribuidos (NARDL, por sus siglas en inglés). Estas técnicas permiten contrastar la prueba de sostenibilidad global para Colombia y, al extender los desarrollos estándar de la FRF de Bohn (1998, 2008), permiten considerar los efectos asimétricos de la respuesta del gobierno frente a los incrementos en la deuda pública.

Tercer capítulo. Modelo fiscal DSGE para Colombia

En este capítulo se construye e implementa un modelo DSGE fiscal para una economía emergente pequeña y abierta (SOEE, por sus siglas en inglés) como Colombia. El modelo se construye como un modelo DSGE Neokeynésiano y se estima utilizando técnicas Bayesianas con datos de la economía colombiana y algunas variables externas. El modelo incorpora hogares ricardianos y no ricardianos que consumen bienes nacionales e importados; productores nacionales de bienes finales e intermedios, importadores, exportadores; así como un gobierno nacional central (GNC) que formula la política fiscal y un Banco Central (BC) que implementa la política monetaria. Además, el modelo incluye varias fricciones como la formación de hábitos de consumo, una tasa de uso del stock de capital y paridad descubierta de tasas de interés (UIP, por sus siglas en inglés) ajustada por riesgo, así como rigideces en precios y salarios.

Cuarto capítulo. Consolidación fiscal y multiplicadores

En este capítulo se analizan los efectos que genera sobre la economía la implementación de un programa de ajuste fiscal con diferentes instrumentos para reducir el alto nivel de endeudamiento en Colombia. Para ello, se utiliza el modelo DSGE de política fiscal calibrado y estimado en el capítulo 3 y se analizan las implicaciones macroeconómicas de implementar un programa de ajuste fiscal al aumentar los impuestos sobre el consumo, el capital y los ingresos laborales; o reducir los gastos de consumo del gobierno, la inversión pública y las transferencias. Además, se analizan los multiplicadores fiscales que confirman para cada instrumento la magnitud de respuesta del ajuste fiscal sobre la producción, el consumo y la inversión privada. Finalmente, se analizan los efectos sobre el bienestar de los hogares.

2. Sostenibilidad de la deuda pública en Colombia¹

En este capítulo se evalúa la sostenibilidad de la deuda pública en Colombia para el periodo de análisis 1985-2023. Para ello, se implementan pruebas empíricas de sostenibilidad basadas en la estimación de funciones de reacción fiscal (FRF) con diferentes formulaciones y técnicas econométricas como: un modelo de cambios de régimen de Markov (MSM, por sus siglas en inglés) y un modelo autorregresivo no lineal de rezagos distribuidos (NARDL, por sus siglas en inglés). Estas formulaciones permiten extender los desarrollos estándar de la FRF de Bohn (1998, 2008), y con ello, contrastar empíricamente la prueba de sostenibilidad fiscal para Colombia.

Las preocupaciones que surgen por el desequilibrio fiscal que presenta el país, debido a su alto déficit fiscal y el aumento de la deuda pública, requiere una evaluación exhaustiva de las condiciones de sostenibilidad a partir de modelos teóricos y empíricos. Además, este análisis cobra mayor relevancia en un periodo como el actual, debido a las repercusiones económicas generadas por la reciente crisis de la pandemia del Covid-19 y el reciente proceso inflacionario. Esta situación llevó el nivel de deuda (como proporción

¹ Este capítulo corresponde a una versión actualizada de los resultados obtenidos en dos artículos que ya se encuentran publicados:

- Zapata-Quimbayo, C. A., & Chamorro-Narváez, R. A. (2022). Deuda pública y sostenibilidad fiscal en Colombia: análisis mediante funciones de reacción fiscal. *Ensayos de Economía*, 32(61), 35-58. DOI: 10.15446/ede.v32n61.96360
- Zapata-Quimbayo, C. A., & Chamorro-Narváez, R. A. (2024). Fiscal regimes and debt sustainability in Colombia. *Journal of Applied Economics*. 27(1), 1-18- DOI: 10.1080/15140326.2024.2336706

En esta actualización se aplicaron cambios en algunas de las variables tratadas, se ajustaron los periodos de tiempo y, se introdujo el modelo de estimación NARDL.

del PIB) a niveles históricos que superaron el 60%. Además, el déficit fiscal superó el 7% en el año 2021.

El análisis de la sostenibilidad de la deuda pública y de los desequilibrios fiscales son fundamentales para evaluar la estabilidad económica del país, la solvencia del gobierno, así como los riesgos a largo plazo, como afirman Mendoza y Ostry (2008) y Ghosh et al. (2013). La sostenibilidad exige que el gobierno sea solvente, es decir, que tenga capacidad suficiente para asumir sus obligaciones financieras, así como el pago del saldo de la deuda y de los intereses. El cumplimiento de esta condición exige que el gasto público sea menor que los ingresos, de tal forma que se limite el déficit fiscal buscando que la deuda no crezca más allá de la capacidad de pago del país y, así, evitar un estado de incumplimiento o *default*, como afirman Neck y Sturm (2008).

En este contexto, el objetivo de este capítulo es evaluar la sostenibilidad de la deuda a largo plazo en Colombia mediante pruebas empíricas que buscan determinar si se cumplen o no las condiciones de la restricción presupuestaria intertemporal (IBC, por sus siglas en inglés) y la condición de transversalidad de la deuda. Para ello, se busca extender el enfoque estándar de la FRF de Bohn mediante la identificación de respuestas asimétricas del gobierno para diferenciar regímenes fiscales sostenibles y no sostenibles. Además, como afirman Aldama y Creel (2019), la presencia de estos regímenes fiscales no da cuenta *per se* de la sostenibilidad a largo plazo, por tanto, se requiere la identificación de las condiciones bajo las cuales la política fiscal en Colombia es sostenible a largo plazo, teniendo en cuenta la presencia de diferentes choques que alteran el balance fiscal en el corto plazo y generan respuestas fiscales asimétricas y regímenes no sostenibles de forma periódica. Por tanto, el análisis de la sostenibilidad de la deuda debe considerar la respuesta del gobierno frente al aumento de la relación deuda/PIB y, con ello, verificar si el grado de ajuste de la respuesta es oportuno y suficiente, como para estabilizar el nivel de deuda a largo plazo.

Este ejercicio se implementa usando dos enfoques diferentes que involucran un modelo MSM y la técnica NARDL. Para ello, se consideran algunas variables determinantes del balance presupuestal y variables de control como la brecha del PIB, el componente cíclico del gasto público, la inflación y el índice de términos de intercambio, entre otros. Estos dos enfoques se implementan usando el software R. A través de estas dos metodologías se capturan simultáneamente los efectos asimétricos de la política fiscal, a largo y corto plazo,

respectivamente y, además, confirman la presencia de regímenes fiscales no sostenibles. Los resultados de estas pruebas permiten confirmar la presencia de respuestas asimétricas del gobierno y dan cuenta de la frecuencia y duración de los periodos no sostenibles, así como la magnitud de la respuesta del gobierno. Los resultados corroboran la fuerte preocupación por el deterioro del balance fiscal y el aumento de la deuda, que se traducen en una respuesta débil del gobierno para garantizar la sostenibilidad a largo plazo y, además, confirman la inclinación procíclica de la política fiscal.

2.1 Revisión de la literatura

La sostenibilidad de la deuda ha sido ampliamente estudiada en la literatura internacional a nivel teórico y empírico, y toma como base la restricción presupuestaria intertemporal (IBC, por sus siglas en inglés). Desde el trabajo seminal de Hamilton y Flavin (1985) y las extensiones posteriores de Trehan y Walsh (1991), Hakkio y Rush (1991) y Quintos (1995), las pruebas empíricas de sostenibilidad fiscal tomaron un fuerte impulso. El trabajo pionero de Hamilton y Flavin (1985) proporcionó un marco empírico que permite probar la IBC del gobierno al evaluar la sostenibilidad fiscal según su capacidad para generar superávits primarios. Este ejercicio requiere que la suma descontada de los superávits primarios futuros supere el valor presente de toda la deuda. Para llevar a cabo esta evaluación, los autores probaron la estacionariedad en las series de deuda pública y del balance presupuestal. Luego, Trehan y Walsh (1991) y Hakkio y Rush (1991) probaron las relaciones de cointegración entre las variables fiscales de ingresos y gastos del gobierno, para confirmar la existencia de una relación de equilibrio de largo plazo entre ellas. Además, Trehan y Walsh (1991) demostraron que, si la deuda y el saldo primario no son estacionarias, la solvencia se satisface si ambas series están cointegradas.

También es posible evaluar la sostenibilidad a través de la cointegración entre la deuda pública y el saldo primario o entre ingresos y gastos públicos. Hakkio y Rush (1991) afirmaron que la prueba de estacionariedad equivale a probar la relación de cointegración entre el gasto y los ingresos del gobierno, y demostraron que la cointegración es una condición necesaria para que el gobierno cumpla la IBC. Finalmente, Quintos (1995) demostró que, si los ingresos y los gastos están cointegrados, entonces el déficit fiscal es fuertemente sostenible.

Gran parte de la literatura empírica se ha enfocado en este tipo de pruebas con aplicaciones, principalmente, en países desarrollados (Afonso y Jalles, 2012; Weichenrieder y Zimmer, 2014; Fournier y Fall, 2017) y economías emergentes (Burger et al., 2012; Chibi et al., 2019). Para Colombia se encuentran los trabajos de Lozano y Cabera (2009) y Campo y Melo (2015) dentro de este enfoque. Sin embargo, Bohn (1995, 1998, 2008) encontró fuertes limitaciones en este enfoque. En primer lugar, Bohn (1995, 2008) demostró que las pruebas de cointegración entre los ingresos y gastos del gobierno pasan por alto las condiciones de equilibrio que vinculan la política fiscal con el resto de la economía y, por tanto, no son métodos adecuados para probar la sostenibilidad de la deuda. Teniendo en cuenta esta limitación, Bohn (1995, 1998) propuso la FRF para estimar la respuesta del gobierno en su balance primario cuando se presentan aumentos en el nivel de deuda pública. El autor encontró que si el gobierno genera superávits primarios de forma oportuna y consistente cuando aumenta la deuda, entonces la política fiscal puede ser considerada sostenible.

Posteriormente, Ostry et al. (2010), Ghosh et al. (2013) y Cassou et al. (2017) entre otros, extendieron esta formulación al incorporar otros factores determinantes del balance fiscal, así como otras medidas de sostenibilidad como el espacio fiscal y el límite de deuda. Ostry et al. (2010) incorporaron algunas relaciones no lineales de la deuda pública y el balance primario, junto con otras medidas como espacio fiscal y límite de deuda. Luego, Ghosh et al. (2013) incorporaron la endogeneidad de la tasa de interés al análisis de sostenibilidad, teniendo en cuenta que la prima de riesgo es una función positiva y creciente de la probabilidad de incumplimiento del gobierno.

En la misma línea encontramos algunos estudios en Colombia. Lozano y Julio (2019) adoptaron una FRF no lineal siguiendo a Ghosh et al. (2013), y utilizaron la técnica de *spline* para estimar la FRF con una prima de riesgo endógena. Esta aplicación también se extiende a varias economías emergentes. Posteriormente, Zapata y Chamorro (2022) realizaron estimaciones lineales y no lineales de FRF utilizando la técnica de mínimos cuadrados de dos etapas y el método generalizado de momentos. Aunque los autores confirman la condición de sostenibilidad de la deuda pública para Colombia para el periodo previo a la pandemia del Covid-19, identificaron algunas preocupaciones sobre los altos niveles de deuda, así como su reducido espacio fiscal, que afecta la solvencia del gobierno.

Por otra parte, la literatura reciente en materia de sostenibilidad de la deuda ha confirmado la presencia de una respuesta asimétrica por parte de gobierno frente a los incrementos de la deuda (Ghosh et al., 2013; Coccia, 2017; Cassou et al., 2017; Adeosun et al., 2021) o de diferentes regímenes fiscales sostenibles y no sostenibles (Afonso y Jalles, 2017; Aldama y Creel, 2019). Sin embargo, este análisis difiere un poco de la amplia literatura internacional que evalúa la respuesta del balance primario del gobierno frente a los cambios en la relación deuda pública/PIB basado en la FRF.

El enfoque estándar de la RFR de Bohn no permite dar cuenta de respuestas asimétricas del gobierno, ya que solo considera una respuesta uniforme de la política fiscal discrecional que define la FRF, como fue demostrado por Gosh et al. (2013), Cassou et al. (2017) y Aldama y Creel (2019), Adeosun et al. (2021), entre otros. Además, esta asimetría en la política fiscal está en línea con los resultados de Auerbach y Gorodnichenko (2012), quienes encontraron que las respuestas del gobierno difieren en los periodos de expansión y contracción de la economía. Por tanto, esta asimetría en la capacidad de respuesta del gobierno es fundamental a la hora de implementar una prueba global de sostenibilidad de la deuda pública a largo plazo.

Aldama y Creel (2019) mediante un modelo MSM para la economía estadounidense, encontraron la presencia de múltiples periodos no sostenibles. Los autores demostraron que, en un régimen no sostenible, la respuesta del gobierno es débil o incluso negativa, lo cual puede llevar a un aumento en la relación deuda/PIB y, con ello, desencadenar un resultado insostenible a largo plazo. En caso contrario, la respuesta del gobierno puede ser lo suficientemente fuerte para estabilizar la deuda a largo plazo y, por tanto, se cumple la condición de estabilización a largo plazo. Afonso et al. (2018), por su parte, usando un modelo MSM encontraron regímenes periódicos no sostenibles para la economía estadounidense y para los países europeos.

De igual forma, se encuentran algunas aplicaciones en economías emergentes, como Adeosun et al. (2021), Onatunji (2023) y Kongo et al. (2023). Por ejemplo, Adeosun et al. (2021), en su evaluación de la sostenibilidad de la deuda en Nigeria mediante un modelo NARDL, encontraron que las respuestas fiscales cambian teniendo en cuenta el nivel de la deuda pública, junto con las fases de contracción y expansión de la economía. Por tanto, la presencia de asimetrías en la política fiscal permite confirmar que el balance primario no responde uniformemente a los choques positivos y negativos de la deuda en el largo plazo.

Además, mediante modelos NARDL, también se encuentran los trabajos de Onatunji (2023) y Kongo et al. (2023) para países africanos, con resultados similares a Adeosun et al. (2021).

2.2 Enfoque teórico y metodología

La política fiscal puede afectar la actividad económica a través de la demanda agregada o de la oferta agregada. En cada caso se identifican diferentes posiciones teóricas que difieren. La teoría Keynesiana, por ejemplo, se enfoca en los efectos de la demanda agregada. Bajo este enfoque, el gobierno tiene un papel fundamental para suavizar las fluctuaciones del ciclo económico a través de las interacciones de la política fiscal, con el fin de corregir los desajustes del producto de su nivel potencial. Para ello, el gobierno dispone de dos instrumentos de política: i) los impuestos y ii) los gastos; los cuales se deben usar de forma adecuada para incentivar la demanda agregada, principalmente, en las fases de desaceleración o de crisis². Asimismo, en las fases expansivas del ciclo, la política fiscal se utiliza para corregir la presión sobre el nivel de precios.

En este ámbito, el principal objetivo de la política fiscal es el de estimular la producción a través del aumento de la demanda, ya sea mediante el aumento del gasto o mediante la reducción de los impuestos. Cabe resaltar que estas políticas generan implicaciones sobre el presupuesto público y la deuda. En un escenario de crisis, al caer la producción y el empleo, el gobierno aumenta el gasto público y/o reduce los impuestos, lo cual provoca un déficit cíclico. Sin embargo, este efecto depende del grado de ajuste en el gasto (y/o en los impuestos), y su permanencia (o duración) depende de la propensión al consumo y al ahorro futuro y del efecto multiplicador de la política fiscal. Por ejemplo, un aumento de los impuestos reduce el ingreso disponible de los hogares y afecta de forma adversa el consumo y, con ello, la demanda agregada. Además, si el efecto estabilizador de la política fiscal es limitado, el deterioro de estas variables se trasmite, a su vez, en un aumento de la incertidumbre en los mercados financieros y en mayores primas de riesgo, lo cual encarece el costo de la deuda. Esta situación implica que se deben destinar mayores

² Para Keynes, la política fiscal expansiva mediante un aumento del gasto, una reducción de impuestos, o ambas, tiene un efecto multiplicador en el corto plazo sobre la demanda agregada y, por tanto, en el producto. En su análisis, Keynes asume rigideces de precios y presencia de factores productivos desempleados.

recursos públicos para el pago del servicio de su deuda, presionando aún más al gasto público en el futuro y limitando partidas presupuestales destinadas a la inversión productiva y social.

De esta forma, la política fiscal cumple un papel fundamental en la estabilización del ciclo económico, ya que el gobierno debe adoptar una postura frente a las fases de expansión o de contracción de la actividad económica. Sin embargo, es necesario tener presente que el gobierno debe implementar sus objetivos de forma responsable y sin comprometer sus finanzas a largo plazo, es decir, debe adoptar una postura que garantice la sostenibilidad fiscal, teniendo en cuenta la relación entre impuestos, gastos y la deuda pública. De esta forma, la sostenibilidad fiscal mantiene su correspondencia con el principio de equilibrio presupuestal como lo consagra la teoría clásica de la hacienda pública³.

Por otra parte, la teoría neoclásica sugiere que los cambios en la actividad económica se deben a shocks de oferta, por tanto, la política fiscal tiene un efecto limitado sobre la producción a largo plazo. En este ámbito, el gobierno toma decisiones óptimas teniendo en cuenta la IBC, bajo la proposición de la Equivalencia Ricardiana desarrollada por Barro (1974)⁴. Esta proposición considera que, para un cierto nivel de gasto público, las decisiones de financiamiento mediante deuda pública o impuestos no afectan la tasa de interés real, el ahorro e inversión privada y el consumo. De esta forma, si el gobierno adopta una política de aumento del gasto, también deberá aumentar sus ingresos mediante impuestos o tendrá que aumentar la deuda. Si escoge la segunda alternativa, el gobierno deberá asumir un mayor pago de intereses en el futuro y, por tanto, tendrá que aumentar los impuestos a las futuras generaciones y/o disminuir su gasto.

³ Este análisis teórico no dista mucho de la definición regulatoria y constitucional, donde la sostenibilidad fiscal se define como la capacidad que tiene el gobierno para atender el pago de su deuda a largo plazo, como está consagrado en los artículos 334 y 346 de la constitución política de Colombia.

⁴ Según Barro (1974), la idea fundamental detrás de esta proposición es que el consumo de los hogares no se ve afectado por las decisiones de financiación del gobierno mediante deuda o impuestos, dado que los individuos, como agentes racionales con vida infinita y con visión a futuro (expectativas racionales), perciben el mayor endeudamiento actual como un desplazamiento de la carga tributaria a futuro. Es decir, la financiación del déficit con deuda se traduce en un aplazamiento en el pago de los impuestos.

De este desarrollo, se deriva el análisis de la distribución generacional de la carga sobre la deuda, que fue tratado posteriormente por Barro (1979) en su teoría de la “suavización de impuestos”. Este modelo de Barro (1979) incorpora un planificador social benévolo que minimiza la pérdida de bienestar asociada con impuestos distorsionadores, por tanto, debe mantener la tasa impositiva constante. Además, el nivel de impuestos está determinado por la IBC del gobierno y los déficits presupuestarios (o superávits) se utilizan como un mecanismo amortiguador cuando el gasto es temporalmente alto (o bajo) y los ingresos son temporalmente bajos (o altos), respectivamente. Aquí, la política de ajuste de impuestos es dominante en términos de bienestar ya que la distorsión causada por los impuestos aumenta proporcionalmente más que la tasa impositiva. Este desarrollo de Barro impulsó la teoría del ajuste fiscal, como afirman Neck y Sturm (2008), y representa un mecanismo por el cual la deuda pública y los déficits pueden ayudar a mejorar el bienestar.

2.2.1 Solvencia fiscal, IBC y sostenibilidad de la deuda

La deuda pública puede ser considerada sostenible cuando el gobierno es capaz de honrar sus obligaciones financieras e implementa medidas fiscales adecuadas para evitar un estado de incumplimiento, como ha sido documentado en la literatura a nivel internacional (Neck y Sturm, 2008; Mendoza y Ostry, 2008). En este sentido, la condición básica de sostenibilidad involucra el cumplimiento de la IBC del gobierno y, además, considera la dinámica futura de los ingresos y gastos del gobierno (Trehan y Walsh, 1991; Quintos, 1995), así como el efecto de otras variables fiscales y macroeconómicas (Bohn, 1998).

La IBC muestra que para el periodo t , los gastos totales del gobierno deben ser cubiertos por sus ingresos y por la deuda emitida.

$$G_t + i_t D_{t-1} = T_t + (D_t - D_{t-1}) \quad (2.1)$$

donde, G_t representa el gasto público total, D_{t-1} es el saldo de deuda del periodo anterior, sobre el cual se debe asumir los intereses i_t , T_t son los ingresos tributarios y, la diferencia $D_t - D_{t-1}$ representa la emisión de nueva deuda. Así, las necesidades de financiamiento mediante nuevas emisiones de deuda pueden estar determinadas por la diferencia entre los ingresos tributarios y el gasto total del gobierno.

Ahora, si el balance primario viene determinado por la diferencia entre ingresos tributarios y gastos, es decir, $BP_t = T_t - G_t$ y si estos términos se expresan como relaciones respecto al PIB, se tiene que $bp_t = t_t - g_t$. Además, si se asume que la economía crece a una tasa anual y_t y si los demás términos de la ecuación 2.1 se expresan como ratios respecto al PIB, entonces, al despejar d_t se obtiene:

$$d_t = \left(\frac{1+i_t}{1+y_t} \right) d_{t-1} - bp_t \quad (2.2)$$

De esta forma, en el momento t la relación deuda/PIB (d_t) depende de la dinámica del costo de la deuda que viene determinada por la tasa de interés (i_t), la tasa de crecimiento de la economía (y_t) y del balance primario (bp_t). La principal preocupación que gira en torno a la ecuación 2.2, como fue señalado por Bohn (1998), es el incremento insostenible que puede presentar la deuda: si i_t excede a y_t , entonces, d_t aumenta de forma sostenida, a menos que el pago de intereses se financie con ingresos propios. Esta situación requiere la generación de un superávit primario ($bp_t > 0$), el cual contribuye a la reducción del nivel de deuda. Si ocurre lo contrario, es decir, las nuevas emisiones de deuda exceden el pago de intereses, entonces el déficit primario ($bp_t < 0$) aumenta aún más la deuda.

De igual forma, el déficit primario debe ser compensado con superávits. Si esta condición se cumple, entonces también se cumple la siguiente condición:

$$d_t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E_t(bp_{t+n})}{(1+i_t)^n} \quad (2.3)$$

La ecuación 2.3 se conoce como la condición terminal de la IBC, la cual se satisface si y solo si se cumple la condición de transversalidad (TC, por sus siglas en inglés), que viene dada en la ecuación 2.4.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E_t(d_{t+n})}{(1+i_t)^n} = 0 \quad (2.4)$$

Donde, E_t es el operador de expectativas en el periodo t . La TC es consistente con la ausencia de juegos Ponzi, es decir, el gobierno no puede financiar sus déficits presupuestales con nuevas emisiones de deuda de forma indefinida y, por tanto, para satisfacer su solvencia debe generar superávits primarios ($pb_t > 0$) en respuesta al

aumento de la deuda. La verificación y evaluaciones de estas condiciones de sostenibilidad se abordan en las siguientes secciones.

2.2.2 Estudios empíricos basados en test de raíz unitaria y cointegración

Las condiciones de la IBC y la TC han sido probadas a nivel empírico en diferentes trabajos mediante pruebas que evalúan las propiedades de las variables fiscales como el balance primario usando pruebas de estacionariedad (Hamilton y Flavin, 1985) y de cointegración sobre estas y las variables de ingresos y gasto público (Trehan y Walsh, 1991; Hakkio y Rush, 1991; Quintos, 1995). Hamilton y Flavin (1985) proporcionaron un marco empírico para probar la IBC al evaluar la capacidad del gobierno de pagar su deuda teniendo en cuenta la suma descontada de los superávits primarios futuros. Según los autores, el cumplimiento de esta condición es suficiente para alcanzar la sostenibilidad. Así, una respuesta adecuada del gobierno puede garantizar que los niveles de deuda cumplan con la TC. Además, Trehan y Walsh (1991) mostraron que, si la deuda y el balance primario no son estacionarios y están cointegradas, la TC se satisface. Luego, Hakkio y Rush (1991) demostraron que la TC es equivalente a probar la relación de cointegración entre el gasto del gobierno (G_t) y sus ingresos (R_t), al asumir que ambos son procesos no-estacionarios integrados en orden 1, usando la siguiente relación:

$$R_t = \alpha + \beta G_t + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

De igual forma, Quintos (1995) encontró que las pruebas de sostenibilidad permiten diferenciar entre sostenibilidad débil y fuerte. El autor probó que si G_t y R_t están cointegradas y alcanzan un parámetro $\beta = 1$, entonces se alcanza un estado fuertemente sostenible, pero si $0 < \beta < 1$, entonces es débilmente sostenible. Asimismo, si $\beta \leq 0$ el déficit fiscal es insostenible a largo plazo. Además, Quintos (1995) encontró que, aunque la condición $0 < \beta < 1$ es suficiente para que el déficit fiscal sea sostenible, puede ser inconsistente con la capacidad del gobierno de manejar su deuda en el largo plazo, ya que el costo fiscal puede ser alto y, con ello, generar un alto riesgo de incumplimiento con serias implicaciones de política.

2.2.3 Estudios empíricos basados en la FRF

Bohn (1995, 1998) propuso una prueba de sostenibilidad basada en una relación entre el saldo de deuda y el balance primario a partir de la FRF, bajo la premisa que el gobierno responde de manera responsable al generar un superávit primario cuando aumenta la deuda pública. Esta relación viene dada por:

$$bp_t = \rho d_t + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

FRF de Bohn, muestra que una relación estable y estrictamente positiva entre bp_t y d_t , es decir, si $\rho > 0$, es consistente con la IBC y con la TC. Además, Bohn (2008) encontró que si la deuda es estacionaria después de un número finito m de operaciones de diferenciación, es decir, si la deuda es integrada de orden m : $D \sim I(m)$ para cualquier $m \geq 0$ finito, entonces la deuda satisface la TC y, por tanto, los ingresos y gastos del gobierno satisfacen la IBC⁵. En términos formales, esta proposición muestra que la deuda se reduce en una proporción $(1 - \rho)^n$, ya que $E_t[d_{t+n}] \approx (1 - \rho)^n \times d_t \rightarrow 0$ para cualquier $\rho > 0$. En otras palabras, el gobierno puede asegurar una trayectoria de deuda pública estable a largo plazo. Así, la FRF especifica una respuesta positiva del balance primario frente a un incremento de la deuda para confirmar la sostenibilidad de la política fiscal.

La formulación empírica de la FRF de Bohn viene descrita por:

$$bp_t = a_0 + \rho d_{t-1} + \gamma Z_t + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

Donde, Z_t es el vector de otros factores determinantes del balance primario como: la brecha del PIB, el componente cíclico del gasto público, la inflación, entre otros; mientras que ε_t es el término de error con media cero. A partir de este enfoque, Bohn (1998, 2008) confirma que, si la respuesta a la deuda rezagada es positiva, la política fiscal sigue una regla de estabilización. Por tanto, cuando la relación deuda/PIB aumenta, la política fiscal debe actuar para restaurar la igualdad de la deuda y el valor presente de los superávits primarios.

La implementación de la prueba de sostenibilidad de Bohn es de fácil aplicación y tiene ventajas notables respecto a las pruebas basadas en las condiciones de la IBC y la TC,

⁵ Bohn (2008) también denomina esta condición de sostenibilidad como sostenibilidad *ad hoc*.

como indican D'Erasmus et al. (2016)⁶. Además, este análisis también se desarrolla bajo especificaciones no lineales de la FRF, las cuales incluyen términos cuadráticos de la relación rezagada deuda/PIB. Este desarrollo de Bohn ha sido extendido al incorporar componentes no lineales en la FRF que buscan evaluar la sostenibilidad fiscal para diferentes países desarrollados (Mendoza y Ostry, 2008; Ostry et al., 2010; Eller y Urvova, 2012; Ghosh et al., 2013), así como en economías emergentes. En particular, Ghosh et al. (2013) introducen la endogeneidad de la tasa de interés al análisis de sostenibilidad, al considerar la prima de riesgo como una función positiva y creciente de la probabilidad de incumplimiento del gobierno. Los autores encontraron que cuando el nivel de deuda llega al límite, la prima de riesgo se eleva al infinito y vuelve insostenible su pago. Además, el límite de deuda (\bar{d}) es aquel nivel de deuda donde el gobierno ya no puede cumplir con sus obligaciones, mientras que la diferencia entre el límite de la deuda y la deuda actual se denomina espacio fiscal. Este nuevo desarrollado se denomina enfoque de fatiga fiscal. En este sentido, los autores proponen la FRF indicada en la ecuación 2.8.

$$bp_t = f(d) + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

Donde, el término $f(d)$ representa una función continuamente diferenciable que explica la respuesta del balance primario frente a la dinámica de la deuda. A partir de este ajuste, los autores demostraron que una condición suficiente para la sostenibilidad de la deuda es que la capacidad de respuesta del balance primario (ρ) debe ser mayor que la diferencia entre la tasa de interés (r) y la tasa de crecimiento de la economía (y), es decir: $\rho > r - y$. Bajo esta especificación, ellos encontraron evidencia empírica de esta relación no lineal, según la cual, para niveles bajos de deuda, la relación entre el balance primario y la deuda es muy pequeña o incluso negativa, pero a medida que aumenta la deuda, la relación se vuelve positiva y, para niveles de deuda excesivamente altos, la curva se aplana. Esta asimetría en la respuesta del gobierno también es identificada por Cassou et al. (2017), Afonso y Jalles (2017), Afonso et al. (2018) y Aldama y Creel (2019), como se detalla a continuación.

⁶ De acuerdo con D'Erasmus et al. (2016), la FRF solo requiere datos sobre el saldo primario, la deuda pendiente y algunas variables de control.

2.2.4 Respuestas asimétricas y regímenes fiscales

En esta sección se introducen dos enfoques econométricos para evaluar la asimetría de la respuesta del gobierno. Para ello, se utilizan los métodos de estimación mediante MSM, como fue recomendado por Cassou et al. (2017), Afonso y Jalles (2017), Afonso et al. (2018) y Aldama y Creel (2019), y NARDL que fue desarrollada por Shin et al. (2014).

a. Enfoque usando el modelo MSM

Cassou et al. (2017) encontraron que en aquellos periodos con una relación deuda/PIB baja, la respuesta es diferente a la que se presenta en aquellos periodos con una relación deuda/PIB alta. Por tanto, el nivel de deuda influye en la respuesta del gobierno frente a los incrementos de la deuda pública. Además, Aldama y Creel (2019) en su implementación de un modelo MSM para la economía estadounidense encontraron la presencia de múltiples periodos no sostenibles. Sin embargo, los autores encontraron también que la respuesta del gobierno en los periodos sostenibles puede ser lo suficientemente fuerte para estabilizar la deuda a largo plazo y, por tanto, se cumple la condición de estabilización a largo plazo, la cual puede expresarse mediante:

$$\rho_S > |\rho_{NS}| \frac{d_{NS}}{d_S} \frac{r - y}{1 + y} \frac{d_S + d_{NS}}{d_S} \quad (2.9)$$

Donde, ρ_S y ρ_{NS} corresponden a los parámetros de respuesta del balance primario en los regímenes sostenibles y no sostenibles, d_S y d_{NS} corresponden a la duración de permanecer en los regímenes sostenibles y no sostenibles, respectivamente; r y y corresponden a la tasa de interés real de la deuda y la tasa de crecimiento del PIB, respectivamente. El modelo de MSM, siguiendo a Hamilton (1989), viene determinado por el ajuste del modelo empírico básico definido en la ecuación 2.7, a partir de una variable de estado (ζ_t) no observada. De esta forma, se tiene:

$$bp_t = \alpha(\zeta_t) + \rho(\zeta_t)d_{t-1} + \gamma(\zeta_t)\mathbf{Z}_t + \varepsilon_t(\zeta_t) \quad (2.10)$$

Así, la relación indicada en la ecuación 2.10, con $\varepsilon_{\zeta_t,t} \sim n(0, \sigma^2(\zeta_t))$, y ζ_t toma valores $0, 1, \dots, k$ para k estados o regímenes diferentes. Si en el periodo de análisis se identifican dos regímenes fiscales, por ejemplo, un régimen sostenible (s) y un régimen no sostenible (ns), entonces la ecuación 2.10 puede expresarse como:

$$bp_t = a_s + \rho_s d_{t-1} + \gamma_s \mathbf{Z}_t + \varepsilon_{1,t} \quad (2.11)$$

$$bp_t = a_{ns} + \rho_{ns} d_{t-1} + \gamma_{ns} \mathbf{Z}_t + \varepsilon_{2,t} \quad (2.12)$$

y la matriz de transición de probabilidades de Markov para estos dos estados viene determinada por:

$$P(\zeta_t = j | \zeta_{t-1} = i) = \begin{bmatrix} p_{s,s} & p_{s,ns} \\ p_{ns,s} & p_{ns,ns} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Donde, p_{ij} es la probabilidad de transición del régimen i en $t - 1$ al régimen j en t . En este sentido, si $y_t = (y_1, y_2, \dots, y_t)$ representa el conjunto de observaciones y $\theta = (a_s, a_{ns}, \rho_s, \rho_{ns}, \gamma_s, \gamma_{ns}, \sigma_s, \sigma_{ns}, p_{s,s}, p_{ns,ns})$ el vector de todos los parámetros del modelo, los cuales se obtienen a partir del filtro de Hamilton (Hamilton, 1989), como indican las ecuaciones 2.14 y 2.15.

$$\xi_{jt} = P(\zeta_t = j | y_t; \theta) \quad (2.14)$$

$$\xi_{jt} = \frac{\sum_{i=0}^1 \xi_{i,t-1} p_{ij} \eta_{ij}}{f(y_t | y_{t-1}; \theta)} \quad (2.15)$$

Donde: $\xi_{i,t-1} = P(\zeta_{t-1} = i | y_{t-1}; \theta)$, η_{ij} es la función de densidad de los dos regímenes en t y $f(y_t | y_{t-1}; \theta)$ es la densidad condicional en t . De esta forma, la variable de estado Markoviana no observada genera cambios periódicos en la estructura del modelo y sus probabilidades de transición determinan la persistencia y duración de cada régimen. De esta forma, se puede estimar la respuesta asimétrica del gobierno en su balance primario frente a los aumentos en la relación deuda/PIB, así como sus probabilidades y duración.

b. Enfoque usando el modelo NARDL

Una segunda alternativa para descomponer los componentes asimétricos de la respuesta del gobierno frente a los aumentos de la deuda pública consiste en utilizar un enfoque de modelo autorregresivo no lineal de rezagos distribuidos⁷ (NARDL, por sus siglas en inglés)

⁷ Mientras que el modelo NARDL puede ser implementado de forma directa y simple en un solo paso, independientemente del orden de integración, como afirman Shin et al. (2014), otros enfoques previos como los modelos de vector autorregresivo (VAR, por sus siglas en inglés) y de vector de corrección de error (VEC, por sus siglas en inglés), desarrolladas formalmente por Engle y Granger (1987), requieren dos pasos o etapas en su estimación. Además, su implementación requiere tener variables con el mismo orden de integración y estacionariedad.

para la estimación de la FRF, como extensión del modelo autorregresivo lineal de rezagos distribuidos (ARDL, por sus siglas en inglés), siguiendo los desarrollos de Shin et al. (2014).

Para iniciar, se desarrolla en modelo de ARDL⁸, en el que se incluyen los rezagos de la variable dependiente bp y de las variables explicativas. Por ejemplo, para $p, q = 1, 2, \dots$ rezagos en las variables bp , d y Z se tiene:

$$bp_t = \alpha + \sum_{i=0}^p \eta_i bp_{t-i} + \sum_{i=0}^q \rho_i d_{t-i} + \sum_{i=0}^q \chi_i Z_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.16)$$

Donde, p y q denotan el número máximo de rezagos. Además, la formulación del modelo ARDL anterior, siguiendo a Pesaran et al. (2001), puede implementarse a partir de una prueba cointegración para probar la presencia de una relación de largo plazo entre las variables, como se indica en la ecuación 2.17.

$$\Delta bp_t = \alpha + \sum_{i=0}^p \eta_i bp_{t-i} + \sum_{i=0}^q \rho_i d_{t-i} + \sum_{i=0}^q \chi_i Z_{t-i} + \psi_1 \Delta bp_{t-1} + \psi_2 \Delta d_{t-1} + \psi_3 \Delta Z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.17)$$

Donde, Δ es el operador de diferencias, ψ_1 , ψ_2 y ψ_3 capturan las dinámicas de corto plazo de cada una de las variables del modelo, mientras que los parámetros α , η_i , ρ_i , χ_i capturan las dinámicas de largo plazo. Además, al usar un mecanismo de corrección de errores (ECM, por sus siglas en inglés), la ecuación anterior puede expresarse como:

$$bp_t = \sum_{i=0}^p \eta_i bp_{t-i} + \sum_{i=0}^q \rho_i d_{t-i} + \sum_{i=0}^q \chi_i Z_{t-i} + \psi_1 \Delta bp_{t-1} + \psi_2 \Delta d_{t-1} + \psi_3 \Delta Z_{t-1} + \kappa \zeta_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.18)$$

Donde, ζ_{t-1} es el término de corrección de error que captura la relación entre las variables y los coeficientes ψ . Una ventaja de este enfoque es que se puede utilizar independientemente de si las series son integradas de orden $I(0)$ o $I(1)$.

⁸ El modelo ARDL se utiliza para analizar datos de series de tiempo con 2 componentes: "AR" (Autoregresivo) y "DL" (Rezago distribuido). De esta forma, las variables independientes con q rezagos pueden afectar la variable dependiente y los valores rezagados de la variable dependiente también pueden afectar su valor actual. Estos modelos ARDL permiten distintos grados de integración entre las variables y asumen una relación de cointegración. Sin embargo, este enfoque asume que las relaciones de largo plazo, es decir, de cointegración, son una combinación lineal simétrica de los regresores. Ver Shin et al. (2014), para más detalles.

Ahora, siguiendo a Shin et al. (2014) el modelo NARDL, se puede formular como extensión del desarrollo anterior. Este enfoque se utiliza para descomponer las sumas parciales positivas y negativas de las variables de rezago distribuidas de largo y corto plazo. Dada una variable, por ejemplo d_t , que puede descomponerse como $d_t = d_0 + d_t^+ + d_t^-$, donde d_0 es el valor inicial, mientras que d_t^+ y d_t^- son los procesos de suma parcial de los cambios positivos y negativos en d_t , respectivamente. De esta forma, la FRF de Bohn descrita en la ecuación 2.7, puede expresarse ahora como:

$$bp_t = \alpha + \eta bp_{t-1} + \rho_1^+ d_{t-1}^+ + \rho_2^- d_{t-1}^- + \gamma_1^+ Z_t^+ + \gamma_2^- Z_t^- + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta bp_{t-i} + \sum_{i=1}^q (\psi_1^+ \Delta d_{t-i}^+ + \psi_2^- \Delta d_{t-i}^-) + \sum_{i=0}^q (\chi_1^+ \Delta Z_{t-i}^+ + \chi_2^- \Delta Z_{t-i}^-) + \varepsilon_t \quad (2.19)$$

$$\Delta bp_t = \kappa \zeta_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta bp_{t-i} + \sum_{i=1}^q (\psi_1^+ \Delta d_{t-i}^+ + \psi_2^- \Delta d_{t-i}^-) + \sum_{i=0}^q (\chi_1^+ \Delta Z_{t-i}^+ + \chi_2^- \Delta Z_{t-i}^-) + \varepsilon_t \quad (2.20)$$

La ecuación 2.20 denota el ECM y $\zeta_t = bp_t - \vartheta^+ d_t^+ + \vartheta^- d_t^- + \theta^+ Z_t^+ + \theta^- Z_t^-$ es el término de corrección de error, con $\vartheta^+ = \frac{-\rho_1^+}{\eta}$, $\vartheta^- = \frac{-\rho_2^-}{\eta}$, $\theta^+ = \frac{-\gamma_1^+}{\eta}$ y $\theta^- = \frac{-\gamma_2^-}{\eta}$, que corresponden a los parámetros asimétricos de largo plazo. Finalmente, $\sum_{i=0}^{k-1} \psi_1^+$ y $\sum_{i=0}^{k-1} \psi_2^-$, confirman los efectos positivos y negativos de corto plazo sobre el balance primario. Además, los procesos de suma parcial de los cambios positivos y negativos en d_t

$$d_{t-i}^+ = \sum_{i=0}^q \Delta d_{t-i}^+ = \sum_{i=0}^q \max(\Delta d_{t-i}, 0)$$

$$d_{t-i}^- = \sum_{i=0}^q \Delta d_{t-i}^- = \sum_{i=0}^q \max(\Delta d_{t-i}, 0)$$

De esta forma, Shin et al. (2014) incorporaron las no linealidades de corto y largo plazo a través de descomposiciones de suma parcial positiva y negativa de las variables explicativas y proporcionaron un marco dinámico que es simple y flexible, capaz de modelar asimetrías mediante la estimación del ECM.

Teniendo en cuenta esta formulación, si la variable $d_{t-i}^+ \neq d_{t-i}^-$, se encuentra que esta presenta efectos asimétricos donde los cambios positivos tienen un impacto diferente en la variable dependiente que sus contrapartes negativas. Una ventaja adicional de un modelo NARDL es que éste también proporciona multiplicadores dinámicos asimétricos. Estos multiplicadores, que son similares a las IRF de los modelos VAR, muestran

trayectorias asimétricas de ajuste de cada variable no lineal con rezago distribuido a su estado de largo plazo.

2.3 Metodología y resultados empíricos

En sección se presentan las estimaciones de la FRF usando los métodos de MSM y NARDL y sus resultados. De igual forma, se presenta una descripción de los datos utilizados en los dos modelos y se muestran los resultados de las pruebas de estacionariedad.

2.3.1 Datos

Se utilizan series anuales para el periodo 1985-2023 de las cuentas del gobierno nacional central (GNC) de Colombia que comprenden: el balance primario (bp), la deuda pública (d), los gastos sin pago de intereses (g), ingresos (t), pago de intereses de la deuda (i) en niveles (mayúsculas) y como relaciones respecto al PIB (minúsculas); así como variables macroeconómicas como: el PIB, la tasa de crecimiento del PIB (y), inflación (π), el índice de términos de intercambio (ti) y la variación de los precios del petróleo de referencia Brent (ΔOil). La tabla 2.1 presenta las estadísticas descriptivas de los datos utilizados. En el anexo A se presenta una descripción detallada de estas variables y la fuente de los datos.

Tabla 2.1: Estadísticas descriptivas de los datos

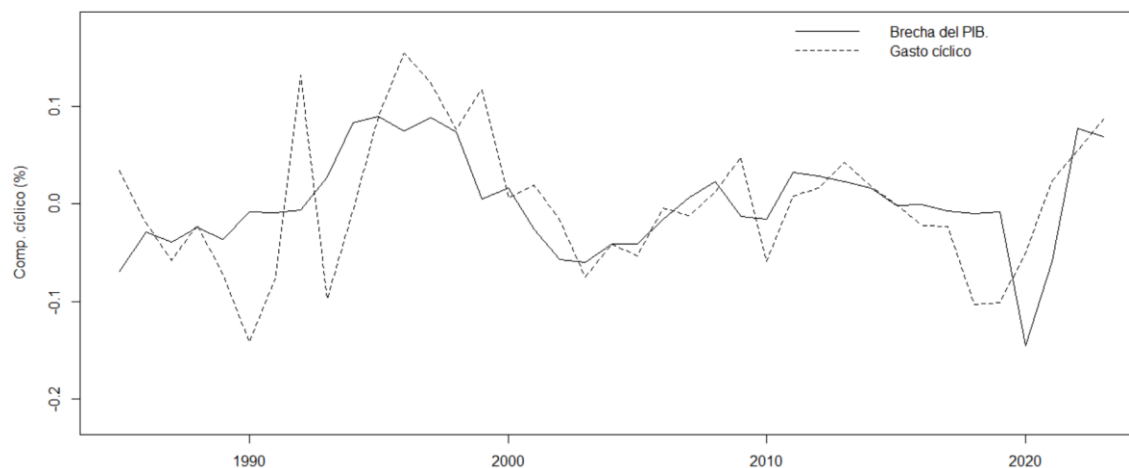
Series anuales					
Variable	Media	Mediana	Des. Est.	Mín.	Máx.
<i>VARIABLES EN NIVELES (MILES DE MILLONES DE PESOS)</i>					
BP	-4.319	-1.580	10.590	-49.427	4.752
D	203.994	129.900	234.321	2.109	865.400
G	87.313	53.665	93.984	578	363.282
T	69.201	39.952	73.860	448	296.365
I	13.792	10.516	15.419	50	63.165
<i>RELACIONES RESPECTO AL PIB</i>					
bp	-0.0082	-0.0048	0.0131	-0.0495	0.0106
d	0.3920	0.3732	0.0852	0.2558	0.6080
g	0.1585	0.1755	0.0455	0.0789	0.2338
t	0.1260	0.1307	0.0341	0.0678	0.1885
i	0.0241	0.0273	0.0109	0.0072	0.0432
<i>VARIACIONES</i>					
y	0.0359	0.0390	0.0305	-0.0760	0.1060

π	0.1202	0.0797	0.0906	0.0161	0.2914
t_i	114.71	109.27	32.20	74.35	183.77
ΔOil	0.0567	0.0392	0.2745	-0.4422	0.7170

Fuente: MHCP, BanRep, Bloomberg. Cálculos propios

La selección de las variables se hace de forma similar a la realizada en los trabajos de Bohn (1998, 2008), Mendoza y Ostry (2008), Aldama y Creel (2019), entre otros. Por otra parte, la brecha del producto (\tilde{y}_t) se calcula tomando la diferencia logarítmica del PIB (desestacionalizado y ajustado por efectos calendario) y la tendencia obtenida mediante el filtro de Hodrick-Prescott con parámetro $\lambda = 100^9$. De manera similar, el componente cíclico del gasto público (\tilde{g}_t) se calcula tomando la diferencia de la serie desestacionalizada del gasto sin intereses y su tendencia obtenida mediante el filtro de Hodrick-Prescott.

Figura 2.1: Brecha del PIB y gasto cíclico



Fuente: Elaboración propia.

La Figura 2.1 muestra el componente cíclico en ambos casos. Además, allí se observa una alta correlación entre el componente cíclico del gasto (gasto cíclico) y la brecha del PIB, lo cual puede sugerir la presencia de un comportamiento procíclico del gasto.

⁹ La elección del parámetro λ se realiza siguiendo los trabajos de Mendoza y Ostry (2008), Ostry et al. (2010) y Aldama y Creel (2019) para las series anuales y Mackiewicz-Łyziak y Łyziak (2019) para las series trimestrales.

2.3.2 Pruebas de estacionariedad

El primer paso en el análisis empírico de este trabajo es implementar pruebas de raíz unitaria para verificar la estacionariedad de las variables fiscales. Se determina la presencia o no de estacionariedad mediante las pruebas Dickey-Fuller aumentada (ADF) y Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) para las series de datos de las variables fiscales: i) relaciones respecto al PIB del balance primario, deuda, ingresos y gastos; ii) logaritmos de las variables en niveles de los ingresos, gastos y la deuda; así como iii) brecha del producto y del gasto. La Tabla 2.2 resume los resultados obtenidos.

Tabla 2.2: Pruebas de estacionariedad: ADF y KPSS

Variable	ADF			KPSS
	<i>None</i>	<i>Trend</i>	<i>Intercept</i>	
Log deuda	2.868	-1.655	-1.499	0.215
Log ingresos	2.021	-2.831	-2.637*	0.261
Log gastos	2.024	-2.264	-4.377***	0.259
Δ deuda	-3.029***	-4.209***	-4.155***	0.052
Δ ingresos	-1.610*	-2.679	-2.522	0.175**
Δ gastos	-1.310	-3.114	-2.051	0.169**
Deuda/PIB	0.519	-2.187	-3.204	0.1034
Balance primario/PIB	-2.758**	-3.611**	-3.593***	0.092*
Brecha producto	-3.105***	-3.001	-3.048**	0.076
Brecha gasto	-2.892***	-2.774**	-2.839*	0.073

Nivel de significancia estadística al: 1% (***) 5% (**) 10% (*).

El número de rezagos de la prueba ADF se hizo usando el Criterio de Información de Schwarz (BIC).

Fuente: Cálculos propios.

Los resultados de las pruebas sugieren que la relación deuda/PIB en Colombia es no estacionaria, ya que no se puede rechazar la hipótesis de raíz unitaria con las pruebas ADF y KPSS, mientras que para la razón balance primario/PIB, si hay evidencia estadística de estacionariedad con ambas pruebas. También se encuentra evidencia estadística de estacionariedad para las variables brecha del producto y del gasto en el periodo de análisis usando la prueba ADF. A pesar de cumplir la condición de estacionariedad para las variables balance primario/PIB, ingresos y gastos, preocupa la dinámica de la relación deuda/PIB. Sin embargo, teniendo en cuenta la crítica de Bohn presentada en la sección 2.2.3, se admite la posibilidad de que los resultados de las pruebas de estacionariedad no proveen información suficiente y pueden inducir a error y, por tanto, se procede a la estimación de las FRF. De esta forma, siguiendo a Bohn (2007), se debe verificar una

relación estable y estrictamente positiva entre bp_t y d_t si $\rho > 0$, lo cual es consistente con las condiciones definidas para la IBC y la TC descritas en la sección anterior.

Por otra parte, todas las pruebas sugieren la presencia de no estacionariedad en las variables de ingresos y gastos en niveles, excepto cuando se incluye el intercepto. De igual forma, las series diferenciadas (primera diferencia logarítmica) siguen siendo no estacionarias, con excepción de la deuda. Las pruebas de raíz unitaria indican que solo el balance primario alcanza un orden cero, mientras que las demás variables alcanzan un orden de integración uno (deuda), o mayor en las demás. Dado que las variables se integran en diferentes órdenes, la aplicación de pruebas de cointegración entre variables fiscales como las de Engle-Granger o de Gregory-Hansen (1996) no es viable, como afirman Bohn (2007, 2008) y Afonso y Jalles (2012). Esta metodología, a diferencia de Engle-Granger, permite incorporar cambios o rupturas estructurales determinadas endógenamente. Sin embargo, con el propósito de incorporar las asimetrías en la respuesta del gobierno frente a los cambios en el nivel de deuda, se propone implementar un modelo NARDL.

2.3.3 Estimación de la FRF de Bohn

Para una estimación de la FRF, se ajusta la ecuación 2.7 para incorporar las variables de control: brecha del producto (\tilde{y}_t) como indicador del ciclo económico, el componente cíclico (brecha) de los gastos del gobierno (\tilde{g}_t), como sugiere Bohn (1998, 2008). Además, se incorpora la inflación (π_t), los términos de intercambio, (ti_t), así como variaciones en los precios del petróleo (ΔOil_t) como variables de control. Las variables de control fueron seleccionadas siguiendo las recomendaciones de Mackiewicz-Łyziak y Łyziak (2019) y Aldama y Creel (2019), y están en línea con la literatura empírica. Además, se introduce la variación de los precios del petróleo, ya que este último corresponde a una fuente importante de ingresos para el GNC. En este ejercicio se implementan los siguientes cuatro modelos teniendo en cuenta diferentes especificaciones de la FRF:

Modelo 1:

$$pb_t = a_0 + \rho d_{t-1} + b_1 \tilde{y}_t + b_2 \tilde{g}_t + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

Modelo 2:

$$pb_t = a_0 + \rho d_{t-1} + b_1 \tilde{y}_t + b_2 \tilde{g}_t + b_3 \pi_t + b_4 ti_t + b_5 \Delta Oil_t + \varepsilon_t \quad (2.13)$$

Modelo 3:

$$pb_t = a_0 + \rho d_{t-1} + \varphi d_{t-1}^2 + \vartheta d_{t-1}^3 + b_1 \tilde{y}_t + b_2 \tilde{g}_t + \varepsilon_t \quad (2.14)$$

Modelo 4:

$$pb_t = a_0 + \rho d_{t-1} + \varphi d_{t-1}^2 + \vartheta d_{t-1}^3 + b_1 \tilde{y}_t + b_2 \tilde{g}_t + b_3 \pi_t + b_4 ti_t + b_5 \Delta Oil_t + \varepsilon_t \quad (2.15)$$

El modelo 1 solo considera los componentes cíclicos del PIB (\tilde{y}_t) y del gasto (\tilde{g}_t) junto con la relación deuda/PIB (d_{t-1}). El modelo 2 incorpora los demás componentes lineales como π_t , ti_t y ΔOil_t . El modelo 3 considera las mismas variables del modelo 1 y los componentes cuadráticos y cúbicos de la deuda (d_{t-1}^2 y d_{t-1}^3). Finalmente, el modelo 4 considera estos términos no lineales y todas las variables de control.

Además, siguiendo a Aldama y Creel (2019), se utiliza el componente residual de balance primario ajustado por los componentes cíclicos del PIB (\tilde{y}_t) y del gasto (\tilde{g}_t), dada la relación no significativa que resulta entre el balance primario y la deuda (rezagada). Para ello, se utiliza una regresión usando el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) entre el balance primario y las variables \tilde{y}_t y \tilde{g}_t . La especificación del modelo viene dada por:

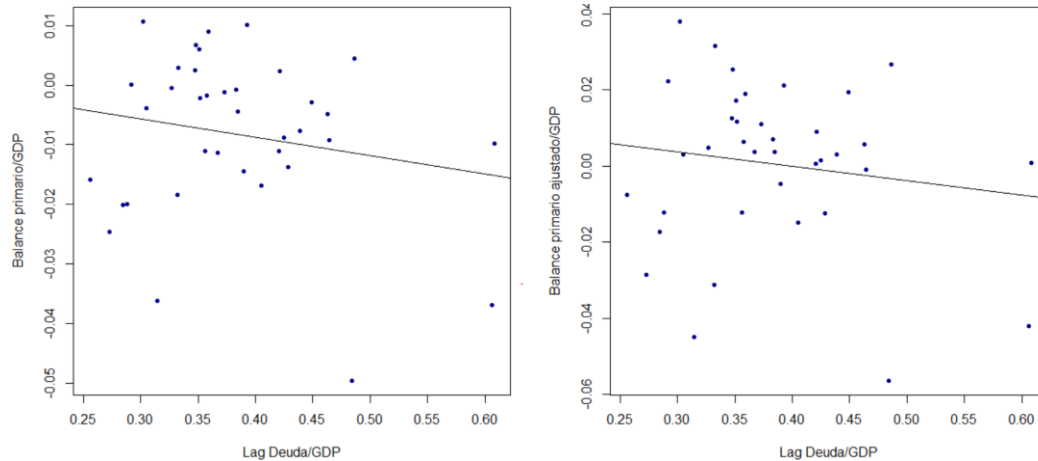
$$u_t = pb_t - \alpha_0 + \alpha_y \tilde{y}_t + \alpha_g \tilde{g}_t \quad (2.16)$$

A partir de este ajuste, se identifica una relación lineal inversa, donde un mayor nivel de deuda se asocia con un deterioro del balance fiscal. Este hallazgo resulta coherente con la dinámica fiscal típica de las economías emergentes, incluida Colombia, y se ilustra claramente en la Figura 2.2. Ahora, teniendo en cuenta las series anteriores y tomando los cuatro modelos indicados en las ecuaciones 2.12-2.15, se implementan dos métodos de estimación diferentes: i) regresión utilizando MCO junto con el método Cochrane-Orcutt para corregir la correlación serial de los errores¹⁰, como también recomiendan Aldama y

¹⁰ Este método fue desarrollado por Donald Cochrane y Guy Orcutt en 1949 y permite ajustar un modelo de regresión para corregir la correlación serial del término de error. Dado el modelo: $y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$, donde, y_t es la variable dependiente (o explicada), X_t es la variable independiente (o explicativa) y ε_t es el término de error. Si se encuentra que el término ε_t presenta correlación

Creel (2019); y ii) regresión utilizando estimadores consistentes con heterocedasticidad y autocorrelación (HAC, por sus siglas en inglés)¹¹.

Figura 2.2: Relación entre balance fiscal y la deuda



Fuente: Elaboración propia.

Este último método permite obtener estimadores robustos en presencia de innovaciones heterocedásticas o autocorrelacionadas. Según los resultados obtenidos, como se muestra en la tabla 2.3, no se encuentra evidencia significativa de sostenibilidad de la deuda en el periodo analizado, con excepción del modelo 2 para el primer método de estimación, en el que resulta significativo el coeficiente de la deuda rezagada. De igual forma, para el segundo método de estimación se encuentra evidencia para los modelos 2 y 3. Por otra parte, los resultados muestran que solo las variables \tilde{y}_t y \tilde{g}_t son significativas para todos los cuatro modelos y se encuentra significancia estadística para la deuda rezagada solo en el modelo 2. Para el segundo método también se encuentra que las variables \tilde{y}_t y \tilde{g}_t son significativas para todos los cuatro modelos, mientras que la variable ti_t para los

serial, entonces la inferencia estadística del modelo no es válida, ya que los errores se estiman con sesgo. Para corregir este problema, el método de Cochrane-Orcutt transforma el modelo original de la siguiente forma: $y_t - \rho y_{t-1} = \beta_0(1 - \rho) + \beta_1(X_t - \rho X_{t-1}) + e_t$. Donde, se asume el coeficiente de correlación $|\rho| < 1$, y el nuevo término de error, e_t , es ruido blanco, ya que el error del modelo original, ε_t , sigue un proceso autorregresivo de orden 1, tal que: $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + e_t$. Para más detalles del método Cochrane-Orcutt, ver Hansen (1990).

¹¹ Los estimadores HAC están diseñados para corregir el sesgo en el cálculo del error estándar del método de MCO y permite obtener los coeficientes sin modificarlos, pero las pruebas de su significancia se vuelven más fiables, como afirman Andrews (1991).

modelos 2 y 4 y la π_t para el modelo 4. La tabla 2.3 resume los resultados de las estimaciones de los cuatro modelos estimados.

Tabla 2.3: Resultados de las estimaciones de la FRF
(a) Estimación usando MCO y método Cochrane-Orcutt

	Modelos			
	(1)	(2)	(3)	(4)
Constante	-0.0159 (0.0136)	-0.0202 (0.0223)	-0.1652 (0.1239)	-0.1528 (0.1304)
d_{t-1}	0.0343 (0.0303)	0.0847 (0.0362)**	0.9164 (0.9919)	0.9529 (0.9711)
\tilde{y}_t	0.4011 (0.0292)***	0.4693 (0.0456)***	0.4289 (0.0308)***	0.4713 (0.0466)***
\tilde{g}_t	-0.2556 (0.0170)***	-0.2496 (0.0158)***	-0.25 (0.017)***	-0.2467 (0.0458)***
d_{t-1}^2			-1.5573 (2.0929)	-1.7635 (2.2872)
d_{t-1}^3			0.7905 (1.5796)	1.0976 (1.7386)
π_t		-0.1189 (0.0620)*		-0.0887 (0.0632)
ti_t		0.0001 (0.0001)		-0.0000 (0.0001)
ΔOil_t		-0.0045 (0.0031)		-0.0004 (0.0033)
R ²	0.9158	0.9298	0.9184	0.9284
Estad. DW	1.69	1.58	2.1423	2.006
Estad. F	131.6***	80.4***	82***	59.4***

Nivel de significancia estadística al: 1% (***) 5% (**) 10% (*).
Los errores estándar se encuentran en paréntesis

(b) Estimadores HAC.

	Modelos			
	(1)	(2)	(3)	(4)
Constante	0.0051 (0.0076)	-0.0136 (0.0112)	-0.3842 (0.1202)***	-0.2388 (0.1237)
d_{t-1}	0.0140 (0.0184)	0.0325 (0.0217)**	0.6068 (0.8764)	0.174 (0.1924)
\tilde{y}_t	0.3396 (0.0593)***	0.3071 (0.0594)***	0.3961 (0.0369)***	0.3658 (0.0356)***
\tilde{g}_t	-0.3027 (0.0294)***	-0.2905 (0.0262)***	-0.2777 (0.0232)***	-0.2487 (0.0232)***

d_{t-1}^2		-5.6456	-1.958
		(2.076)**	(2.291)
d_{t-1}^3		3.9	0.8832
		(1.5929)**	(1.788)
π_t	-0.0363		-0.0785
	(0.0234)		(0.0275)***
ti_t	0.0002		0.0002
	(0.0001)**		(0.0001)***
ΔOil_t	-0.0054		-0.0048
	(0.0048)		(0.0044)
R ²	0.7951	0.8235	0.8859
Estad. F	48.85***	29.78***	36.93***
			45.06***

Nivel de significancia estadística al: 1% (***) 5% (**) 10% (*).

Los errores estándar se encuentran en paréntesis

Fuente: Cálculos propios

Los resultados también confirman la prociclicidad de la política fiscal, dado el signo positivo del coeficiente de \tilde{y}_t . El coeficiente negativo del gasto cíclico en todos los modelos confirma la presencia de una respuesta débil del balance del gobierno, lo cual puede afectar el cumplimiento de las condiciones de sostenibilidad de la deuda en Colombia¹². También cabe resaltar que los cambios en los precios del petróleo no son significativos en los modelos estimados, mientras que la inflación solo resulta significativa en el modelo 2.

Con el propósito de realizar un análisis comparativo que aporte mayor robustez a los resultados presentados, se llevó a cabo el mismo ejercicio de estimación de los modelos utilizando datos trimestrales para el periodo 2005-2023. Los resultados obtenidos con esta nueva especificación muestran ligeras variaciones en algunos coeficientes estimados; sin embargo, las conclusiones principales se mantienen consistentes. En particular, se confirma la prociclicidad de la política fiscal, evidenciada por el signo positivo de la variable \tilde{y}_t y el signo negativo de \tilde{g}_t en todos los modelos, lo cual refleja una respuesta gubernamental débil frente a las fluctuaciones económicas. Además, estos modelos (1-4) fueron estimados utilizando las metodologías Cochrane-Orcutt y HAC, cuyos resultados se presentan en la tabla A4.1 del anexo A.4. Por otra parte, no se encuentra evidencia

¹² A diferencia de los trabajos previos de Lozano y Julio (2019) y Zapata y Chamorro (2022), este cambio se debe a la incorporación de todo el periodo de crisis de la pandemia del Covid-19 y el periodo postpandemia hasta el año 2023, periodo en el que se mantiene un fuerte deterioro de las variables fiscales y económicas.

significativa de sostenibilidad de la deuda en el periodo analizado, dado que la variable d_{t-1} presenta un coeficiente negativo en los modelos 1 y 2, mientras que en los modelos 3 y 4 resulta no significativa. Este análisis adicional refuerza la validez de las conclusiones principales, ofreciendo un enfoque más detallado y riguroso.

La presencia de resultados mixtos en la deuda rezagada sugiere la presencia de asimetrías de la relación entre el balance primario y la deuda, como sugieren Aldama y Creel (2019), y pueden originar fallas en la evaluación de la condición de transversalidad y de la estabilización de la deuda. Por este motivo, se procede a evaluar la presencia de regímenes fiscales y la respuesta asimétrica de esta relación entre el balance primario del gobierno y la deuda. Para ello, se implementa dos metodologías diferentes que se desarrollan en la siguiente sección.

2.3.4 Regímenes fiscales y respuestas asimétricas usando MSM

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, se procede a la implementación de un modelo MSM de dos estados para estimar la FRF, como se indicó en la ecuación 2.10. De esta forma, las respuestas asimétricas y los cambios de régimen en la capacidad de respuesta del balance primario frente a la deuda pública pueden evaluarse en la FRF. Para ello, se toma como modelo base la especificación dada en el modelo 1. La tabla 2.4 presenta los resultados de las estimaciones para ambos regímenes: sostenible (régimen 1) y no sostenible (régimen 2).

A diferencia de los modelos 1 a 4 de la sección anterior, ahora se identifica un régimen fiscal no sostenible (régimen 2), que confirma la respuesta negativa del balance primario frente al incremento de la deuda ($\rho_{NS} = -0.067$), mientras que en el régimen 1, que correspondería al régimen sostenible resulta con signo positivo ($\rho_S = 0.0211$), pero es no significativo, por tanto, se asume que este parámetro es cero. Para evaluar si los coeficientes estimados en los dos regímenes (ρ_S y ρ_{NS}) son significativamente diferentes, se realizó un contraste de hipótesis. La hipótesis nula plantea que los coeficientes son iguales en ambos regímenes, mientras que la alternativa establece que son diferentes. Para ello se tomó la diferencia entre los coeficientes estimados y su varianza calculada con los errores estándar reportados y se calculó el estadístico de prueba t de 2.37, el cual supera el valor crítico para un nivel de significancia del 5%. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula, concluyendo que los coeficientes son estadísticamente diferentes entre los

dos regímenes. Este resultado sugiere que el impacto de la deuda sobre el balance fiscal varía de manera significativa dependiendo del régimen fiscal considerado.

Tabla 2.4: Estimaciones de la FRF usando el modelo MSM

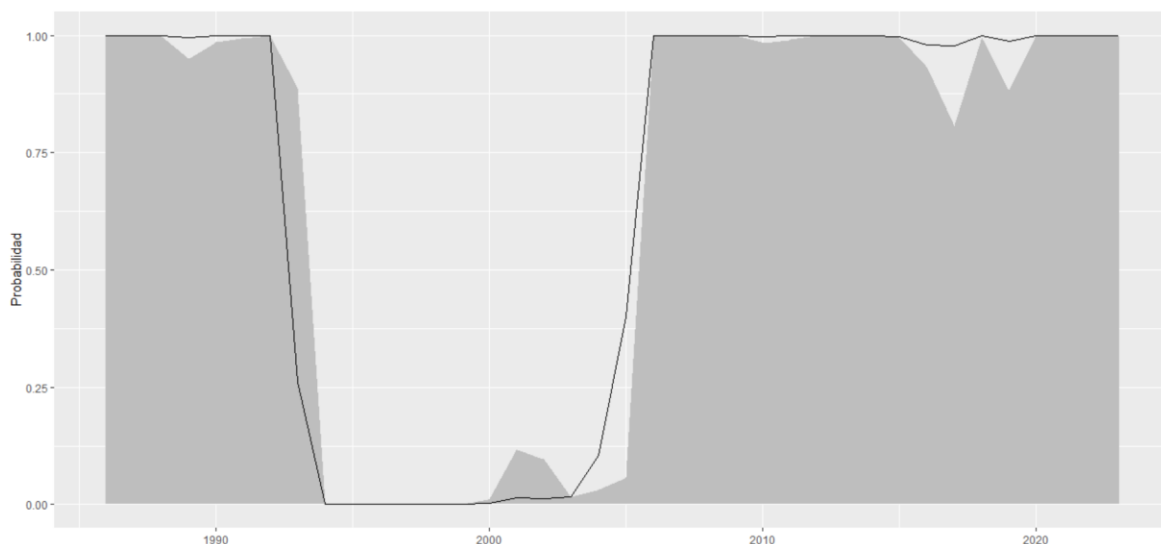
	Régimen 1 (Sostenible)	Régimen 2 (No sostenible)
Constante	-0.0115 (0.0128)	0.0304 (0.0063) ***
d_{t-1}	0.0211 (0.0339)	-0.067 (0.0151) ***
\tilde{y}_t	0.3173 (0.0408) ***	0.4211 (0.0328) ***
\tilde{g}_t	-0.3197 (0.0157) ***	-0.2451 (0.0226) ***
R^2	0.9781	0.9061
<i>Probabilidades</i>		
s=1	0.9131	0.0414
s=2	0.0869	0.9586

Nivel de significancia estadística al: 1% (***) 5% (**) 10% (*).
Los errores estándar se encuentran en paréntesis.

Fuente: Cálculos propios

Este resultado confirma la presencia de periodos en los que la relación deuda/PIB es no sostenible en función de la respuesta del balance primario (bp) y del comportamiento cíclico de las variables \tilde{y}_t y \tilde{g}_t . Este resultado implica que la capacidad de respuesta del gobierno ha mostrado persistentemente reglas fiscales insostenibles. La figura 2.3 permite identificar aquellos periodos no sostenibles al mostrar la probabilidad filtrada (línea negra) y la probabilidad suavizada (línea gris) del régimen 2 (no sostenible). Allí, se identifican 2 periodos de regímenes fiscales no sostenibles que corresponden a: 1986-1993 y 2006-2023; con una duración promedio de 13 años, para toda la ventana de tiempo analizada, mientras que la duración promedio del régimen sostenible fue de 12 años.

Estos regímenes no sostenibles coinciden con: i) los periodos del choque petrolero y la crisis de la deuda en América Latina de finales de la década de los 80s e inicios de los y 90s; y ii), el periodo comprendido previo a la crisis financiera internacional de 2008, el periodo de choques petroleros de 2014-2015 y la crisis de la pandemia del Covid-19. Dado el fuerte impacto de la reciente crisis de la pandemia del Covid-19, junto con el choque petrolero de 2014-2015, estos dos periodos presentan una mayor duración, en comparación con el periodo no sostenible de los 80s.

Figura 2.3: Probabilidades para el régimen no sostenible

Fuente: Elaboración propia.

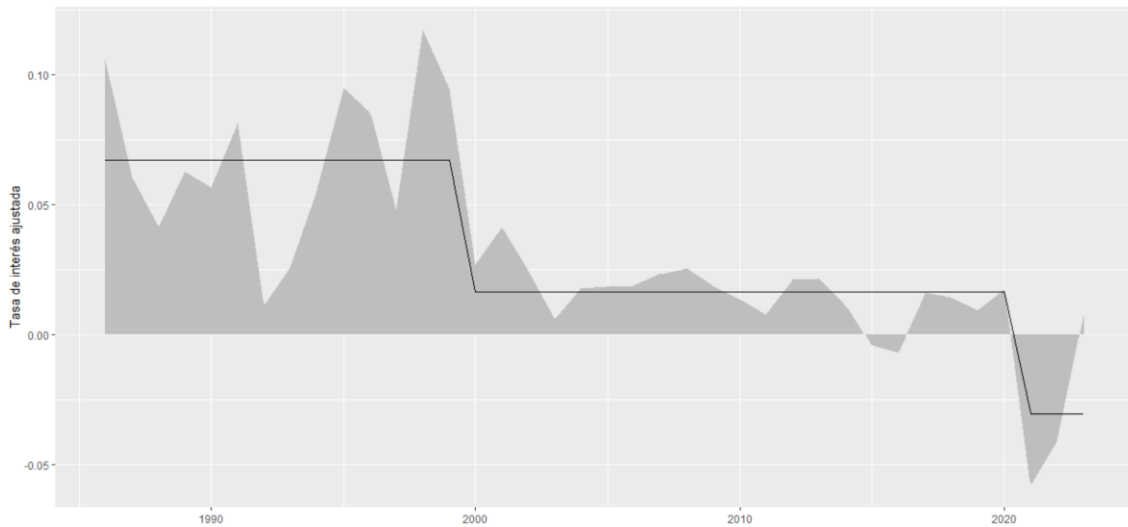
Esta persistencia de crisis y choques externos, junto con la política fiscal procíclica llevó a un último periodo insostenible prolongado y con un alto sobreendeudamiento. Ahora, dado que la TC requiere que $\rho_S > |\rho_{NS}| \frac{d_{NS}}{d_S}$, los resultados obtenidos para Colombia confirman que la TC no se cumple ya que $\rho_S = 0$ es menor que $|\rho_{NS}| \frac{d_{NS}}{d_S} = 0.0817$. La condición estricta de sostenibilidad de la deuda requiere que $\rho_S > |\rho_{NS}| \frac{d_{NS}}{d_S} \frac{r-y}{1+y} \frac{d_S + d_{NS}}{d_S}$, sin embargo, para su aplicación se recomienda el uso de la tasa de interés real promedio ajustada por las tasas de crecimiento (r_{adj}), donde $r_{adj} = \frac{r-y}{1+y}$. Para ello, se debe elegir una estimación adecuada siguiendo a Aldama y Creel (2019). De esta forma, se estima la tasa donde r_{adj} utilizando la regresión de Bai-Perron para introducir los cambios estructurales, como indica la ecuación 2.20.

$$r_t = \nu + \epsilon_t \quad (2.20)$$

Donde, ν representa su valor promedio. Esta estimación requiere regresar la tasa frente a su valor promedio ν permitiendo rupturas estructurales a través de la regresión de Bai-Perron (Aldama y Creel, 2017). Como resultado, se identifican 3 tasas diferentes para el periodo de análisis, las cuales se obtienen a partir de los cambios estructurales que se

identifican en el modelo anterior¹³. La figura 2.4 muestra el comportamiento de la tasa de interés real ajustada por crecimiento, así como su estimación promedio, usando el método de Bai-Perron, para tres subperiodos de cambio estructural: i) 1986-1998 (0.0672); ii) 1999-2020 (0.0164); y iii) 2021-2023 (-0.0265), mientras que la tasa de interés real promedio es de 0.0322.

Figura 2.4: Tasa de interés real ajustada por crecimiento



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, se presentan los resultados de la prueba para la condición de estabilización de la deuda, utilizando la tasa r_{adj} para cada periodo y su promedio para todo el periodo de análisis completo. Estas pruebas permiten concluir que la FRF estimada mediante MSM NO cumple con la condición de sostenibilidad de la deuda, como se muestra en la tabla 2.5, teniendo en cuenta que el parámetro para el régimen sostenibles es de $\rho_S = 0$.

Tabla 2.5: Prueba global para la FRF

1986-1998	1999-2020	2021-2023	Todo el periodo
0.1542	0.0546	-0.0858	0.0794

Fuente: Cálculos propios

¹³ Para este modelo se utilizaron datos de las tasas de interés de la deuda colombiana. La estimación se realizó utilizando la función “breakpoints” de la librería “strucchange” de R. Además, se encuentra que todos los coeficientes son significativos para un 99% del nivel de confianza.

Por tanto, los regímenes sostenibles en Colombia no han sido lo suficientemente fuertes y prolongados para garantizar que la deuda pública esté respaldada por el valor presente esperado de los superávits primarios y, por tanto, la política fiscal no opera dentro de los límites de un nivel de deuda de estado estacionario. Este resultado tiene unas implicaciones importantes y genera una fuerte preocupación por la orientación de la política fiscal, en especial dado su comportamiento procíclico. Por ello, surge la necesidad de que el gobierno emprenda una estrategia de consolidación y ajuste fiscal. Si bien se puede observar que la estimación a largo plazo de la relación deuda pública y balance primario es positiva, la condición más estricta de estabilización de la deuda no se cumple. Por otra parte, aunque el modelo MSM ayuda a identificar la presencia de estas asimetrías fiscales, este análisis se complementa con un modelo NARDL, como se muestra en la siguiente sección.

2.3.5 Estimación de la FRF usando el modelo NARDL

Finalmente, se aplica el método de NARDL para la estimación de parámetros de la FRF, ya que las variables se integran en diferentes órdenes, como se indicó en la sección 2.3.2. Este modelo NARDL determina la relación de largo plazo entre las variables corrigiendo el error a corto plazo en una sola ecuación, independientemente del orden de integración. Bajo este enfoque se busca capturar las asimetrías de la respuesta fiscal del gobierno, tomando como referencia, nuevamente, el modelo 1 de la ecuación 2.12.

Tabla 2.6: Estimación modelo NARDL de la FRF

<i>Efectos de largo plazo</i>			
Lag d^+	-0.0745 (0.0747)	Lag d^-	-0.3113 (0.1669)*
\tilde{y}_t^+	-0.0632 (0.1264)	\tilde{y}_t^-	0.0569 (0.0837)
\tilde{g}_t^+	-0.2573 (0.0901)**	\tilde{g}_t^-	-0.2219 (0.0952)**
<i>Efectos de corto plazo</i>			
Δ Lag d^+	0.0343 (0.0802)	Δ Lag d^-	-0.2965 (0.1980)
Δ Lag d^+	0.0028 (0.0942)	Δ Lag d^-	-0.1597 (0.1067)
$\Delta\tilde{y}_t^+$	0.0942	$\Delta\tilde{y}_t^-$	0.4123

	(0.1071)		(0.0516) ***
$\Delta \tilde{g}_t^+$	-0.2594 (0.0428) ***	$\Delta \tilde{g}_t^-$	-0.1797 (0.0452) ***
$\Delta \text{Lag } d$	0.6786 (0.2168) ***		
ECT	-1.3096 (0.3595) ***		
Const.	0.0063 (0.0071)		
R^2	0.9803	AIC	-7.21
F-Stat.	41.48	BIC	-6.36
Durbin-Watson	2.6	Hannan-Quinn	-6.92

Nivel de significancia estadística al: 1% (***) 5% (**) 10% (*)
Los errores estándar se encuentran en paréntesis.

Fuente: Cálculos propios.

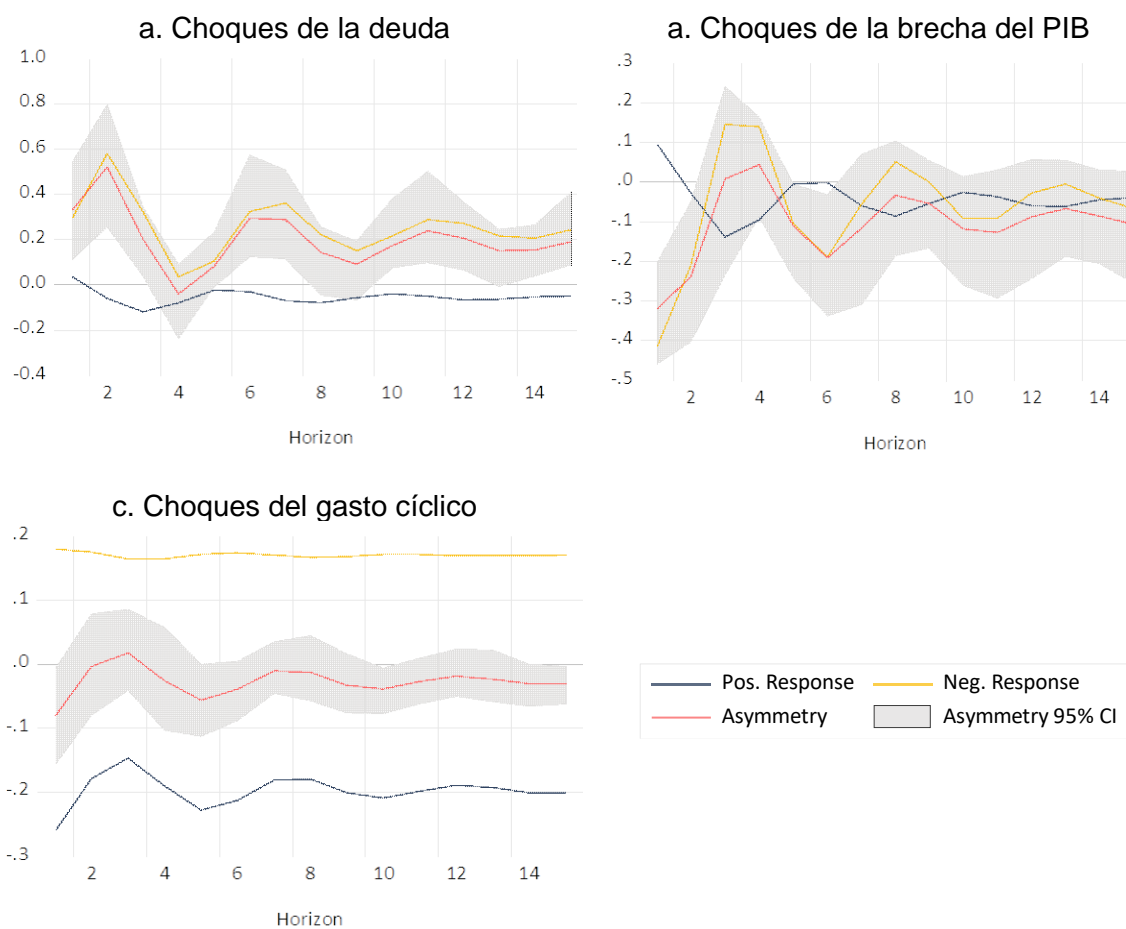
Los resultados obtenidos muestran que las asimetrías de la respuesta del gobierno son mucho más marcadas en el corto plazo para la brecha del PIB, mientras que la asimetría de largo plazo se identifica principalmente en la deuda. Estas respuestas varían según las fases de contracción o expansión del PIB y el componente cíclico del gasto, junto con una caída o aumento de la deuda, en el corto plazo. Por ejemplo, el aumento del gasto cíclico empeora el balance primario, pero una reducción de éste aumenta balance primario en el corto plazo.

Además, se encuentra que el balance primario no responde a los choques positivos y negativos de la deuda en el corto plazo, ya que no se identifica significancia estadística, mientras que a largo plazo solo responde a una reducción de la deuda. Estos resultados, junto con la no significancia estadística, confirma una respuesta débil por parte del gobierno frente a los incrementos de la deuda pública, y son consistentes con los resultados del modelo MSM, de la sección anterior.

Finalmente, estos resultados son complementados con los multiplicadores dinámicos que se muestran en la Figura 2.5. Allí se muestran las curvas de respuesta para los cambios positivos y negativos en cada variable analizada, así como la curva de respuesta para la asimetría entre los dos y, la banda del intervalo de confianza (al 95%) alrededor de la respuesta asimétrica. Por ejemplo, los resultados confirman la respuesta del balance primario a los choques positivos de la deuda (Figura 2.5a) y, a los choques positivos y negativos del gasto cíclico (Figura 2.5c), mientras que, para la brecha del PIB, estas respuestas son no significativas (Figura 2.5b). Además, la Figura 2.5c muestra que un

choque positivo de 1% del gasto cíclico reduce el balance del gobierno aproximadamente en 0.2%, con un impulso a corto plazo más débil, mientras que un choque negativo de igual magnitud lo aumentara en un 0,17%. Como lo muestra la curva de asimetría (y su intervalo de confianza del 95%), esta asimetría es significativa.

Figura 2.5: Multiplicadores dinámicos acumulados para el balance primario



Fuente: Elaboración propia.

2.4 Conclusiones y recomendaciones

En este capítulo se evaluó la condición de sostenibilidad fiscal para Colombia al ampliar el enfoque estándar de la FRF de Bohn, mediante el uso de un modelo de MSM y un modelo NARDL. Los resultados confirman la presencia de diferentes regímenes fiscales sostenibles e insostenibles a lo largo del período 1985-2023, donde encontramos respuestas asimétricas del balance primario del gobierno para enfrentar aumentos de la deuda pública, especialmente durante los periodos de crisis recientes. La ventaja de utilizar

estos dos enfoques con MSM y NARDL, es que se corrigen los problemas y limitaciones identificados en el uso de pruebas empíricas que siguen la FRF de Bohn convencional, ya que la presencia de respuestas asimétricas y regímenes fiscales periódicos puede conducir al incumplimiento de la condición de sostenibilidad fiscal.

Además, se implementó una prueba global para verificar la condición de sostenibilidad a partir de los resultados del modelo de MSM, donde la tasa de interés real se ajusta al considerar los cambios estructurales, siguiendo la formulación de Bai-Perron. El resultado más importante es que los regímenes sostenibles no son lo suficientemente fuertes como para garantizar que la deuda pública esté respaldada por una política fiscal que permita corregir los desequilibrios de largo plazo. Además, la presencia de regímenes fiscales insostenibles confirma la respuesta procíclica del gobierno colombiano frente a los aumentos de la deuda pública, que pueden desestabilizar el camino del ajuste fiscal para corregir el alto nivel de deuda actual.

Estos resultados confirman las respuestas asimétricas de la política fiscal que también se han documentado en la literatura económica (Auerbach y Gorodnichenko, 2012; Ghosh et al., 2013; Cassou et al., 2017; Aldama y Creel, 2019). Estos autores encontraron que las respuestas fiscales difieren en los periodos de expansión y contracción. Aunque los resultados confirman las preocupaciones por los efectos que pueden generar estos desequilibrios fiscales, se resalta nuevamente la limitación que presentan estos enfoques. Por ejemplo, la implementación de este tipo de pruebas usando la FRF presentan algunos desafíos que aún deben superarse para llevar a cabo un análisis completo de las condiciones sostenibilidad, como afirmaron Debrun et al. (2019), ya que estos modelos parten de la presunción de solvencia del gobierno. Asimismo, estos modelos omiten aspectos fundamentales como la modelación de la incertidumbre y su reflejo en las primas de riesgo y las tasas de interés, así como la capacidad de respuesta del mercado de deuda y del gobierno en escenarios de incumplimiento. Además, la dinámica de las variables fiscales, como ingresos, gastos y deuda pública, debe reflejar una amplia gama de choques que afectan el balance presupuestal (Eller y Urvova, 2012), tales como los precios del petróleo, las primas de riesgo, entre otros.

De igual forma, la respuesta procíclica de la política fiscal puede estar relacionada con la presencia de regímenes fiscales insostenibles, aunque no se aborda de manera específica cómo estos patrones se vinculan a contextos como las crisis económicas o los ciclos

políticos. Siguiendo esta línea, sería valioso explorar en estudios futuros cómo eventos específicos, como las reformas fiscales, los ciclos electorales o los choques económicos, han influido en el comportamiento procíclico del gasto en Colombia. Esta discusión puede ser abordada en futuras investigaciones usando modelos de panel dinámico para estudiar la interacción entre el gasto público, los ciclos económicos y los ciclos electorales. En línea con trabajos como Galí y Perotti (2003), sería interesante analizar cómo eventos históricos específicos, como reformas institucionales o períodos de consolidación fiscal, afectan la relación entre el gasto y el ciclo económico.

Finalmente, este enfoque empírico, como afirma Mendoza (2017), aunque permite probar la hipótesis de sostenibilidad y proporciona información sobre los ajustes históricos de la deuda y el balance primario, presenta limitaciones ya que no incorpora los efectos macroeconómicos y del bienestar cuando se presentan alternativas de ajuste fiscal. Por ejemplo, no se puede evaluar los efectos frente a una respuesta contractiva del gobierno: reducir el gasto público y/o aumentar impuestos. Por tanto, la FRF no aporta información para decidir sobre las estrategias de política fiscal que son más (o menos) deseables para hacer sostenible la deuda.

Como alternativa, se ha considerado el uso de modelos dinámicos de equilibrio general (DSGE), como recomiendan Christianoo et al. (2010), Erceg y Linde (2013), Takyi y León-González (2020), entre otros. De esta forma, los efectos de un programa de ajuste fiscal pueden evaluarse utilizando metodologías mucho más robustas, considerando no sólo la política fiscal, sino también su interrelación con la dinámica de la inflación y la política monetaria, bajo un marco integrado. Estos desarrollos se llevan a cabo en el siguiente capítulo de la tesis.

3. Modelo DSGE fiscal para Colombia

En este capítulo se construye e implementa un modelo fiscal de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE, por sus siglas en inglés) para una economía emergente pequeña y abierta (SOEE, por sus siglas en inglés) como Colombia. El modelo se construye como un modelo DSGE Nekeynesiano y se estima utilizando técnicas Bayesianas con datos de la economía colombiana y algunas variables externas. El modelo incorpora hogares ricardianos y no ricardianos que consumen bienes nacionales e importados; productores nacionales de bienes finales e intermedios, importadores, exportadores, así como un gobierno nacional central (GNC) que formula la política fiscal y un Banco Central (BC) que implementa la política monetaria. Además, el modelo incluye fricciones como la formación de hábitos de consumo, una tasa de uso del stock de capital y una paridad descubierta de tasas de interés (UIP, por sus siglas en inglés) ajustada por riesgo, así como rigideces en precios y salarios. Este modelo se construye teniendo en cuenta los desarrollos previos de Christiano et al. (2005), Smets y Wouters (2007), Adolfson et al. (2007), Christiano et al. (2010), Rincón et al. (2017), Albonico et al. (2019) y Cardani et al. (2022), entre otros. Sin embargo, se realizan ajustes sobre estos modelos para incorporar las características distintivas de la economía colombiana. La novedad del modelo se puede identificar en los siguientes aspectos:

Primero, el modelo considera a Colombia como una SOEE y una economía externa. La economía nacional es lo suficientemente pequeña para que sus políticas no alteren en el sector externo los precios de los bienes y activos, las tasas de interés o la inflación. Por ello, todas las variables de la economía externa se toman de forma exógena para la economía nacional y se introducen mediante una estructura autorregresiva utilizando datos de la economía estadounidense, incluida la inflación, la producción y la tasa de interés. En este ejercicio se asume una especificación simplificada de estas relaciones y su incertidumbre se introduce al modelo bajo una estimación bayesiana, con el objetivo de

crear una estimación adecuada para todas las variables, especialmente en factores externos como la producción y los términos de intercambio, los cuales influyen en los factores internos de producción, consumo e inversión, así como en el tipo de cambio real y la prima de riesgo.

En segundo lugar, se introduce una autoridad fiscal, el GNC, con un rol activo que se ve reflejado en el recaudo de impuestos distorsionadores como impuestos sobre el consumo, a los ingresos laborales y las rentas del capital; así como en la emisión de deuda pública para financiar su déficit. Además, se consideran componentes del gasto público como gastos del consumo, inversión pública, que también se introduce a la función de producción de las empresas, y transferencias para los hogares no ricardianos. Este rol activo del gobierno es esencial para un análisis cuantitativo de los efectos de la política fiscal en la economía. Para ello, incorporamos reglas de política que consideran las respuestas de los estabilizadores automáticos y las variables fiscales frente a los cambios en la brecha del PIB y la deuda pública, considerando el esfuerzo del gobierno por estabilizar el nivel de deuda.

Finalmente, el modelo incluye rigideces de precios y salarios, así como costos de ajuste del capital y hábitos en el consumo de los hogares. El modelo se estima usando el software Dynare de Matlab. Estos desarrollos del modelo se presentan en las siguientes secciones del capítulo.

3.1 Revisión de la literatura

Esta revisión aborda el análisis de las políticas de ajuste fiscal y reducción de la deuda en diversos contextos económicos, utilizando modelos DSGE Neokeynesianos. Después de Smets y Wouters (2005) y Christiano et al. (2005), el uso de modelos DSGE de mediana y gran escala ha ganado mayor relevancia. Por ejemplo, Christiano et al. (2005) proporcionaron un análisis pionero utilizando modelos DSGE para evaluar los efectos de choques específicos de política en economías desarrolladas, como la zona euro (EA) y los Estados Unidos (USA). De manera similar, Smets y Wouters (2005) utilizaron datos de las economías de EA y USA para estimar un modelo DSGE y evaluar los choques de la política monetaria. Posteriormente, Christiano et al. (2010) exploraron el papel de la inestabilidad económica y las políticas monetarias a la hora de explicar las disparidades en los ciclos económicos de ambas regiones.

En el contexto de los efectos de un ajuste fiscal, Coenen et al. (2008) modelaron la consolidación fiscal como una reducción permanente de la relación deuda-producción utilizando un modelo de economía cerrada, destacando las compensaciones entre los beneficios a corto y largo plazo, especialmente en los hogares con acceso limitado a los mercados financieros. Posteriormente, Cogan et al. (2013) implementaron un modelo DSGE Neokeynesiano con costos de ajuste. Ellos diferenciaron entre gastos de funcionamiento y transferencias del gobierno, así como la evolución de la deuda pública. Los autores encontraron que la producción aumenta en el corto plazo tras el anuncio de la implementación de la estrategia. Luego, Erceg y Lindé (2013) evaluaron los efectos de la consolidación fiscal para dos países de la eurozona, pero incorporaron agentes heterogéneos. Descubrieron que una estrategia de consolidación basada en impuestos genera costos de producción más bajos en comparación con la reducción del gasto, mientras que una estrategia mixta puede ser mucho más efectiva para reducir los costos fiscales para la economía y el bienestar.

En estos trabajos se utilizaron modelos DSGE para economías desarrolladas, aunque la mayoría de estas aplicaciones consideraron economías cerradas. Si bien estos modelos representan el marco más utilizado para el análisis de la política fiscal y sus efectos en la economía, tienen fuertes limitaciones para las economías emergentes, dadas sus características distintivas. Por ejemplo, las economías emergentes tienen una estructura fiscal mucho más débil y algunas de ellas tienen una fuerte dependencia de los ingresos generados por la explotación de recursos naturales y materias primas. Además, en estas economías es común encontrar una fracción importante de hogares que están financieramente excluidos (hogares con restricciones de crédito) y, por tanto, no pueden tomar decisiones óptimas frente a los cambios en la política monetaria o fiscal. Algunas de estas consideraciones han sido incorporadas en trabajos previos de Colombia, como se encuentra en los trabajos de González et al. (2014) y Rincón et al. (2017).

González et al. (2014) desarrollaron un modelo fiscal DSGE para Colombia en el que evalúan el efecto de los choques en el precio del petróleo en diferentes variables macroeconómicas y bajo diferentes reglas de política fiscal. En su aplicación incorporan hogares no ricardianos, rigideces de precios y salarios y, al gobierno como autoridad fiscal. Los autores encontraron que la economía colombiana se beneficia de la implementación de una regla fiscal estructural al minimizar el impacto de la volatilidad macroeconómica y el ahorro de ingresos petroleros en periodos de auge del precio del petróleo.

Por su parte, Rincón et al. (2017) implementaron un modelo DSGE Neo-Keynesiano, denominado modelo FISCO, en el que incorporan algunas características de la economía colombiana. Para ello, introducen en la modelación una economía pequeña y abierta, incorporan rigideces nominales de precios y salarios, consideran el no cumplimiento de la hipótesis de poder de paridad de compra, así como agentes ricardianos y no ricardianos, impuestos distorsionadores e introducen en el análisis una regla fiscal estructural y un bien primario como el petróleo que genera ingresos para la economía y el gobierno. En esta aplicación encuentran que el recorte en el gasto público de inversión genera un fuerte impacto en la economía, mientras que la regla fiscal ayuda a estabilizar el balance presupuestal. También encontraron que los choques de la política fiscal son contrarrestados por la política monetaria dado el margen de maniobra que tiene el gobierno.

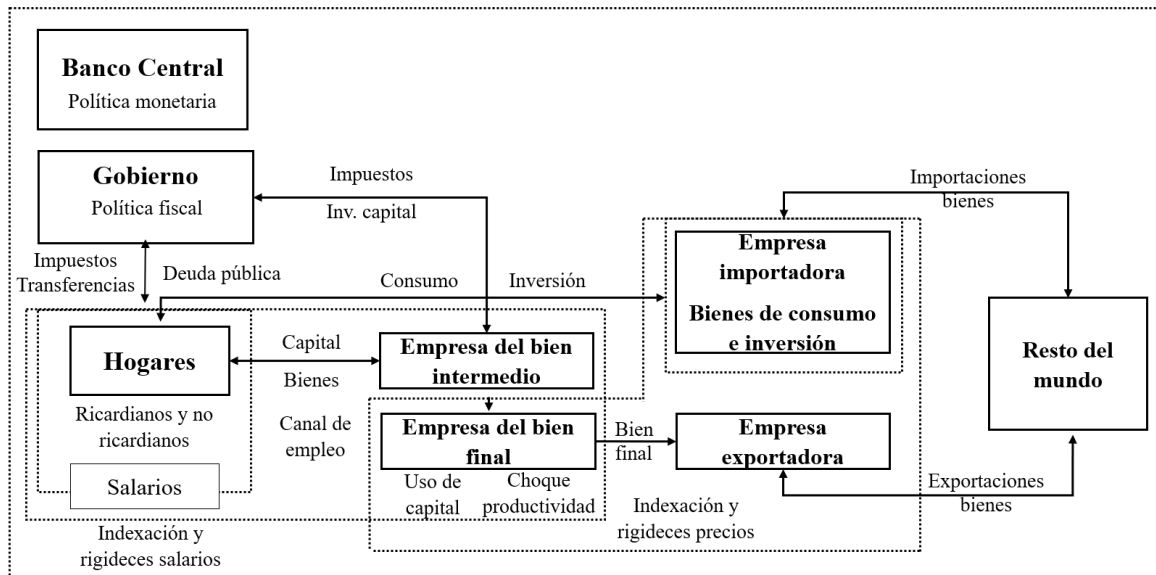
Una característica que se encuentra en estos trabajos es que han utilizado modelos DSGE para evaluar los choques de política fiscal y monetaria. Estos modelos han dominado el campo de aplicaciones macroeconómicas en las últimas décadas y representan el marco más utilizado para el análisis de la política fiscal y sus efectos, al evaluar los choques y respuestas de las estrategias de política mediante ejercicios de optimización, pronóstico y/o simulación, como afirman Gomme y Lkhagvasuren (2013) y Hommes et al. (2017). De esta forma, en este trabajo se abordan algunas de las deficiencias mencionadas anteriormente y, a partir de los desarrollos propuestos, se aportan elementos que contribuyen al debate sobre la efectividad de la política fiscal en Colombia.

3.2 Construcción del modelo DSGE fiscal

En este trabajo consideramos un modelo DSGE fiscal para Colombia. El modelo se crea como un modelo Neo-Keynesiano de mediana escala con fricciones y algunas rigideces, y se calibra y estima con datos de la economía colombiana para el periodo 2005:Q1a 2023:Q4. El modelo incorpora hogares ricardianos y no ricardianos que consumen bienes nacionales e importados, así como empresas productoras de bienes intermedios, bienes finales, importadores y exportadores. El modelo también incluye al gobierno nacional central (GNC) que formula la política fiscal y un Banco Central que dirige la política monetaria bajo un esquema de inflación objetivo. Todos los agentes según estas relaciones dentro del modelo siguen un esquema de formación de expectativas racionales que da cuenta de su comportamiento prospectivo, entre ellos los hogares ricardianos, las

empresas y las autoridades de política económica, incluyendo tanto el gobierno como el banco central. Esto implica que los agentes forman sus expectativas basándose en toda la información disponible y en la estructura del modelo económico. En contraste, los hogares no ricardianos, al no ser optimizadores inter temporales, siguen reglas de decisión más simples sin formar expectativas explícitas. La figura 3.1 muestra las principales interacciones entre todas las partes consideradas en el modelo.

Figura 3.1: Ilustración grafica del modelo e interacciones



Fuente: elaboración propia.

3.2.1 Hogares

Se asume un número continuo de hogares que consumen bienes nacionales e importados. Siguiendo a Galí et al. (2007) y Coenen et al. (2013), solo una fracción de los hogares ($1 - \omega_h$) son propietarios de las empresas y pueden acceder a los bonos de deuda del gobierno nacional, además, acumulan capital físico. Estos hogares se denominan hogares ricardianos, mientras que el resto de los hogares que corresponde a una fracción ω_h corresponde a hogares no ricardianos, los cuales solo consumen su ingreso disponible que

proviene de salarios y de las transferencias que reciben del gobierno, ya que no tienen un acceso al mercado financiero¹⁴.

a. Hogares Ricardianos

Los hogares ricardianos indexados por $r \in (0,1)$ eligen sendas óptimas de consumo, $C_{r,t}$, y de oferta laboral, $N_{r,t}$, medida en horas trabajadas, que maximizan su utilidad intertemporal. El problema de los hogares ricardianos implica maximizar la utilidad dentro de un horizonte infinito dadas sus limitaciones presupuestarias y de capital. El ingreso total disponible de estos hogares viene determinado por: i) salarios después de impuestos, $(1 - \tau_t^w)W_{r,t}N_{r,t}$, donde $W_{r,t}$ es el salario nominal por hora trabajada y τ_t^w es la tasa efectiva de impuesto; ii) rentas de capital después de impuestos, $(1 - \tau_t^k)R_t^k u_t(K_{t-1})$, donde $R_{r,t}^k$, es la tasa de rendimiento del capital físico, K_{t-1} , u_t es la tasa de uso del capital y τ_t^k es la tasa efectiva de impuesto al capital; iii) rendimientos R_{t-1} sobre las tenencias de bonos de deuda pública nacional¹⁵, $B_{r,t-1}$ y R_{t-1}^F sobre los bonos extranjeros, $B_{r,t-1}^F$ que son convertidos a moneda nacional usando la tasa de cambio nominal, ϵ_t .

Por otro lado, estos hogares deben pagar impuestos distorsionadores sobre el consumo, τ_t^c , el capital, τ_t^k , y los ingresos laborales, τ_t^w . De esta forma, los hogares ricardianos maximizan la siguiente utilidad esperada:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\zeta_t^c \frac{(C_{r,t} - \kappa C_{r,t-1})^{1-\sigma_c}}{1-\sigma_c} - \zeta_t^n \frac{N_{r,t}^{1+\sigma_n}}{1+\sigma_n} \right] \text{ sujeto a} \quad (3.1)$$

$$(1 - \tau_t^w)W_{r,t}N_{r,t} + R_{t-1}B_{t-1} + R_{t-1}^F \varphi^{risk} \epsilon_t B_{t-1}^F(a_t) + (1 - \tau_t^k)R_t^k u_t(K_{t-1}) \\ = (1 - \tau_t^c)P_t^c C_{r,t} + P_t^k I_t + \epsilon_t B_t^F + P_t^k(a(u_t)K_t)$$

Donde: β es el factor de descuento, $\sigma_c \geq 0$ denota el inverso de la elasticidad de sustitución intertemporal en el consumo, $\sigma_n \geq 0$ es el inverso de la elasticidad de la oferta de trabajo

¹⁴ Al igual que Galí et al. (2007), esta separación de hogares permite evaluar la respuesta del consumo agregado en respuesta a un aumento en el gasto público y en las transferencias.

¹⁵ Se asume que los bonos de deuda B_t representan un valor descontado al momento t teniendo en cuenta un valor de una unidad monetaria al momento de maduración en $t+1$.

o elasticidad de Frisch, κ mide el grado de formación de hábitos externos en el consumo¹⁶ que satisface $0 < \kappa < 1$. P_t^c y P_t^k son los precios de una unidad del bien de consumo y del bien de inversión. ζ_t^c y ζ_t^n son los choques en las preferencias de consumo y de la oferta de trabajo, que siguen los procesos:

$$\ln(\zeta_t^c) = \rho_c \ln(\zeta_{t-1}^c) + \xi^c \quad (3.2)$$

$$\ln(\zeta_t^n) = \rho_n \ln(\zeta_{t-1}^n) + \xi^n \quad (3.3)$$

Donde ξ^c y ξ^n son procesos i.i.d. (0,1). Siguiendo a Schmitt-Grohé y Uribe (2004) y Adolfson et al. (2007), la tenencia de activos financieros de los hogares comprende bonos nacionales, B_t , y bonos extranjeros, B_t^F . Estos bonos extranjeros se ajustan teniendo en cuenta un factor de prima de riesgo, φ^{risk} , que depende de la posición total neta de activos externos de los hogares y viene dada por:

$$\varphi^{risk} = \exp(-\varphi_a(\tilde{\varphi}_t - \varphi) - \zeta_t^\varphi) \quad (3.4)$$

Donde: $\tilde{\varphi}_t = \frac{\epsilon_t B_t^F}{P_t}$ denota la posición neta de activos, φ_a describe la relación de tenencia de bonos externos y ζ_t^φ es el shock de la prima de riesgo. Los hogares ricardianos también pueden acumular capital físico de acuerdo con la siguiente función que especifica el costo de ajuste de la inversión.

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + \zeta_t^k(1 - Y(I_t/I_{t-1}))I_t \quad (3.5)$$

donde, ζ_t^k denota el shock de eficiencia marginal de la inversión que afecta la forma en que la inversión se transforma en capital, I_t denota la inversión bruta y $\delta \in [0,1]$ es la tasa de depreciación constante. Como en Christiano et al. (2005), se asume una función cuadrática de los costos de ajuste de la inversión $Y(I_t/I_{t-1}) = \frac{\gamma_k}{2}(1 - Y(I_t/I_{t-1}))^2$, tal que $\gamma_k > 0$ y $Y(\cdot)$ es una función creciente con las siguientes propiedades en estado estacionario: $Y(1) = Y'(1) = 0$. También se asume que los hogares pueden controlar la tasa de uso del capital. Si la tasa de uso del capital u_t implica un costo de $a(u_t)K_t$ unidades, entonces se

¹⁶ En ese sentido, la utilidad marginal del consumo de los hogares se ve afectada por la cantidad de bienes consumidos en el último período.

satisface $a(u) = 0$, donde u es la tasa de uso del capital en el estado estacionario. Además, la cantidad total de capital obtenido por los hogares debe ser igual al stock total de capital no depreciado en la economía.

Al maximizar la función de utilidad de los hogares Ricardianos respecto al consumo, tenencia de bonos, inversión y uso del capital, se obtienen las condiciones de primer orden (CPO), que vienen dadas por:

$$\lambda_{r,t}^c = \frac{\zeta_t^c (C_{r,t} - \kappa C_{r,t+1})^{-\sigma_c}}{1 + \tau_t^c} \quad (3.6)$$

$$\beta E_t \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] = 1 \quad (3.7)$$

$$\beta \varphi^{risk} E_t \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \left[\frac{R_t^F}{\pi_{t+1}^F} \frac{\epsilon_t}{\epsilon_{t+1}} \right] = 1 \quad (3.8)$$

$$Q_t = \beta E_t \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} (1 - \delta) Q_{t+1} + (1 - \tau_{t+1}^k) \frac{R_{t+1}^k}{P_{t+1}^c} u_{t+1} + \left(\tau_{t+1}^k \delta (1 - \tau_{t+1}^k) \gamma_k(u_{t+1}) \right) \frac{P_{t+1}^k}{P_{t+1}^c} \quad (3.9)$$

$$Q_t \zeta_t^k \left[1 - \gamma \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - \gamma' \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} \right] \beta E_t \left[\frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} Q_{t+1} \zeta_t^k \gamma' \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{I_{t+1}^2}{I_t^2} \right] = 1 \quad (3.10)$$

$$(1 - \tau_t^k) R_t^k = \gamma_k'(u_t) P_t^k \quad (3.11)$$

Donde, Q_t es la Q de Tobin o precio sombra del capital. Además, como afirman Adolfson et al. (2007), si los hogares eligen asignaciones idénticas, entonces la combinación de las CPO con respecto a las tenencias de bonos nacionales y extranjeros genera una condición de paridad de interés descubierta (UIP, por sus siglas en inglés) ajustada al riesgo que refleja el supuesto de que el rendimiento de los bonos negociados en el extranjero está sujeto a una prima de intermediación financiera externa. Siguiendo a Schmitt-Grohé y Uribe (2004), la condición de paridad de tasas de interés descubierta (UIP), ajustada por la prima de riesgo país, viene dada por:

$$\beta E_t \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \left[\frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] = Q_t = \beta \varphi^{risk} E_t \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \left[\frac{R_t^F}{\pi_{t+1}^F} \frac{\epsilon_t}{\epsilon_{t+1}} \right] \quad (3.12)$$

b. Hogares no ricardianos

Los hogares no ricardianos indexados por $nr \in (0,1)$ se enfrentan la misma función de utilidad que los hogares ricardianos, sin embargo, estos hogares no tienen un comportamiento optimizador como ellos, dado que no pueden invertir en capital físico y no tienen acceso al mercado financiero. Se asume que estos hogares consumen todo su ingreso disponible, después de impuestos, el cual está constituido por su ingreso laboral, $W_{nr,t}$, y las transferencias de suma fija que reciben del gobierno¹⁷, $TR_{nr,t}$. Su restricción presupuestaria está dada por:

$$(1 - \tau_t^c)P_t^c C_{nr,t} = (1 - \tau_t^w)W_{nr,t}N_{nr,t} + TR_{nr,t} \quad (3.13)$$

c. Agregaciones

Al igual que Coenen et al. (2013), se asume una canasta de consumo total que se divide en consumo de bienes nacionales, C_t^H , e importados, C_t^F , donde los superíndices H y F representan la economía nacional y extranjera, respectivamente. El consumo agregado de los hogares viene dado por la siguiente función tipo CES:

$$C_t = \left((1 - \omega_c)^{1/\eta_c} C_t^H^{(\eta_c-1)/\eta_c} + \omega_c^{1/\eta_c} C_t^F^{(\eta_c-1)/\eta_c} \right)^{\eta_c/(\eta_c-1)} \quad (3.14)$$

donde, $\omega_c \in (0,1)$ es la participación de los bienes de consumo importados y η_c es la elasticidad de sustitución entre bienes de consumo nacionales e importados. La demanda de estos bienes de consumo viene dada por:

$$C_t^H = \omega_c \left(\frac{P_t^H}{P_t^c} \right)^{-\eta_c} C_t \quad \text{y} \quad C_t^F = (1 - \omega_c) \left(\frac{P_t^F}{P_t^c} \right)^{-\eta_c} C_t \quad (3.15)$$

El índice de precios del consumo agregado:

$$P_t = \left((1 - \omega_c)(P_t^H)^{1-\eta_c} + \omega_c(P_t^F)^{1-\eta_c} \right)^{1/(1-\eta_c)} \quad (3.16)$$

¹⁷ Al igual que Rincón et al (2017), la introducción de estas transferencias se asocia a la presencia de programas sociales destinados para los hogares en condición de pobreza y pobreza extrema. Por ejemplo, en Colombia se encuentran los programas de “Familias en acción”, “Jóvenes en Acción”, “Devolución del IVA” y, recientemente, el programa de “Renta Ciudadana”, que destinados a la población que vive en condiciones de pobreza y pobreza extrema. Así mismo, se encuentran los programas de protección a los adultos mayores “Colombia mayor”.

P_t^H y P_t^F representan los precios de los bienes nacionales e importados, y se pueden expresar usando la función de agregación de Dixit–Stiglitz como $P_t^H = \left[\int_0^1 (P_{i,t}^H)^{1-\eta_c} dn \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}$ y $P_t^F = \left[\int_0^1 (P_{i,t}^F)^{1-\eta_c} dn \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}$. Por tanto, el gasto total en consumo de los hogares viene dado por:

$$P_t C_t = P_t^H C_t^H + P_t^F C_t^F \quad (3.17)$$

Además, dada la separación de hogares ricardianos y no ricardianos, esta agregación requiere que:

$$C_t = \omega_h C_{nr,t} + (1 - \omega_h) C_{r,t} \quad (3.18)$$

También se asume que la inversión total sigue una función CES que agrega los bienes de inversión nacionales, I_t^H , y los bienes importados, I_t^F , en una función tipo CES:

$$I_t = \left((1 - \omega_i)^{1/\eta_i} I_t^H^{(\eta_i-1)/\eta_i} + \omega_i^{1/\eta_i} I_t^F^{(\eta_i-1)/\eta_i} \right)^{\eta_i/(\eta_i-1)} \quad (3.19)$$

donde, $\omega_i \in (0,1)$ es la participación de las importaciones en inversión y η_i la elasticidad de sustitución entre bienes de inversión. La demanda de estos bienes de inversión viene dada por:

$$I_t^H = \omega_i \left(\frac{P_t}{P_t^H} \right)^{-\eta_i} I_t \quad \text{y} \quad I_t^F = (1 - \omega_i) \left(\frac{P_t^F}{P_t} \right)^{-\eta_i} I_t \quad (3.20)$$

De forma equivalente a las ecuaciones 3.18-3.19, se pueden obtener los índices de precios de los bienes importantes y el gasto total en inversión por parte de los hogares.

3.2.2 Oferta de trabajo y fijación de salarios

Los hogares ricardianos ofrecen horas de trabajo diferenciadas, $N_{r,t}$, en un mercado de competencia monopolística. Al igual que Erceg et al. (2000), se asume la existencia de un servicio laboral agregador (una unión de trabajo) que transforma la oferta de trabajo diferenciada de los hogares, $W_{r,t}$, en una unidad de trabajo agregado que luego será usada por las empresas de bienes intermedios. La unidad de trabajo agregado se define como:

$$N_t = \left[\int_0^1 (N_{r,t})^{\frac{v-1}{v}} dn \right]^{\frac{v}{v-1}} \quad (3.21)$$

Donde $v > 0$ denota la elasticidad de sustitución del trabajo diferenciado. Asimismo, la oferta de trabajo de los hogares, $N_{h,t}$, viene dada por:

$$N_{r,t} = \left(\frac{W_{r,t}}{W_t} \right)^{-v} N_t \quad (3.22)$$

y el índice salarial agregado es:

$$W_t = \left[\int_0^1 (W_{r,t})^{1-v} dw \right]^{\frac{1}{1-v}} \quad (3.23)$$

Seguindo a Erceg et al. (2006), se asume un mecanismo de precios escalonados à la Calvo (1983) en el que una fracción de hogares $(1 - \omega_w)$ pueden reajustar sus salarios con probabilidad $(1 - q_w)$. Los hogares que no pueden ajustar sus salarios lo indexan usando la siguiente regla de precios que considera la tasa de inflación, π_t^H .

$$W_{r,t} = (\pi_{t-1}^H)^{\chi_w} W_{r,t-1} \quad (3.24)$$

Los hogares que pueden reajustar su salario eligen la misma tasa salarial \tilde{W}_t . De esta forma, el índice salarial de los hogares puede ser expresado como:

$$W_t = \left((1 - \omega_w) \tilde{W}_t^{1-v} + \omega_w ((\pi_{t-1}^H)^{\chi_w} W_{h,t-1})^{1-v} \right)^{1/1-v} \quad (3.25)$$

Finalmente, por simplicidad se asume que cada hogar no ricardiano fija su salario igual al salario promedio de los hogares ricardianos, por tanto, se tiene $W_t = W_{r,t} = W_{nr,t}$ y $N_t = N_{r,t} = N_{nr,t}$.

3.2.3 Empresas

El modelo considera cuatros tipos de empresas. Hay empresas nacionales de bienes finales, de bienes intermedios, importadores y exportadores.

a. Empresa nacional del bien final

La empresa nacional del bien final compra las cantidades del bien producido por las empresas de bienes intermedios, $Y_{j,t}^H$, para agregarlas en un bien final bajo una función tipo

CES. Este bien agregado se vende a los hogares y al gobierno (consumo privado y público), así como a exportadores.

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\phi_d-1}{\phi_d}} dj \right)^{\frac{\phi_d}{\phi_d-1}} \quad (3.26)$$

Donde, ϕ_d es la elasticidad de sustitución entre bienes intermedios diferenciados. Además, dado el precio del bien final, P_t , y el precio del bien intermedio nacional, $P_{j,t}^H$, su demanda,

$$Y_{j,t}^H, \text{ viene dada por } Y_{j,t}^H = Y_t \left(\frac{P_{j,t}^H}{P_t} \right)^{\phi_d}.$$

b. Empresa nacional de bienes intermedios

La empresa nacional de bienes intermedios indexada como $j \in [0,1]$ produce un bien diferenciado $Y_{j,t}^H$ en un mercado de competencia monopolística. Estas empresas seleccionan las cantidades óptimas de insumos como mano de obra y capital, sujetas a una restricción tecnológica y a los costos fijos, CF , que se restan de la función de producción para generar ganancias cero en estado estacionario, como sugieren Christiano et al. (2010).

$$Y_{j,t}^H = z_t (\tilde{K}_{j,t})^\alpha (N_{j,t})^{1-\alpha} (K_t^g)^\alpha - CF \quad (3.27)$$

Donde, z_t representa el shock de productividad total que sigue un proceso autorregresivo de orden 1.

$$\ln(z_t) = \rho_z \ln(z_{t-1}) + \zeta_t^z \quad (3.28)$$

y ζ_t^z es un proceso i.i.d (0,1), z_t representa el choque de productividad total y ρ_z denota la persistencia del choque. Además, se supone que el uso del stock de capital es variable y depende de la tasa de uso efectivo del stock de capital privado, u_t , tal que $\tilde{K}_{j,t} = u_t(K_{j,t})$; y K_t^g es el capital público. La empresa de bienes intermedios alquila servicios de capital a la tasa, R_t^k , y remunera el servicio laboral al salario nominal, $W_{j,t}$. Al considerar el problema de minimización de costos de la empresa, se obtienen las condiciones de primer orden. que determinan las demandas de capital y trabajo, que están dadas por:

$$W_{j,t} = (1 - \alpha) z_t (\tilde{K}_{j,t})^\alpha (N_{j,t})^{-\alpha} (K_t^g)^\alpha MC_t^H \quad (3.29)$$

$$R_t^k = \alpha z_t (\tilde{K}_{j,t})^{\alpha-1} (N_{j,t})^{1-\alpha} (K_t^g)^{\alpha-1} MC_t^H \quad (3.30)$$

Donde: MC_t^H es el costo marginal de producción. Dado que todas las empresas se enfrentan a los mismos precios de insumos y tienen acceso a la misma tecnología de producción, MC_t^H es igual para todas, por lo tanto, $MC_t = MC_t^H$, con:

$$MC_t = \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^\alpha \left(\frac{1}{z_t (K_t^g)^\alpha}\right) (R_t^k)^\alpha (W_{j,t})^{1-\alpha} \quad (3.31)$$

La segunda parte del problema para las empresas de bienes intermedios consiste en seleccionar la trayectoria de precios óptima, $P_{j,t}^H$, que maximice su beneficio, Ψ_t^F .

$$\Psi_t^F = [P_{j,t}^H Y_{j,t}^H - MC_t P_t (Y_{j,t}^H - CF)] \quad (3.32)$$

Además, se asume que una fracción ω_d de las empresas de bienes intermedios pueden ajustar óptimamente los precios, $P_{j,t}^{H,e}$, a la manera de Calvo (1983) con probabilidad $(1 - q_d)$. La fracción restante $1 - \omega_d$, las que no pueden restaurar su precio de manera óptima, lo indexan siguiendo una regla de precios.

$$P_{j,t}^H = (\pi_t^H)^{\chi_H} P_{j,t-1}^H \quad (3.33)$$

Donde, χ_H denota el parámetro de indexación. De esta forma, el problema de maximización considera la regla de ajuste de precios y la demanda interna $Y_{j,t}^H$. Así, la elección del precio óptimo de estas empresas satisface:

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \omega_F)^s \lambda_{t+s} (P_{t+s}^H Y_{j,t+s}^H) \left(P_{t+s}^{H,e} - \frac{\phi_d}{1-\phi_d} MC_{t+s} \right) = 0 \quad (3.34)$$

Donde, $(\beta \omega_F)^s \lambda_{t+s}$ denota el factor de descuento de los beneficios futuros. La condición de primer orden permite definir el precio óptimo:

$$P_{t+s}^{H,e} = \left(\frac{\phi_d}{1-\phi_d} \right) E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \omega_F)^s \lambda_{t+s} MC_{t+s} \quad (3.35)$$

De esta forma, el precio agregado del bien intermedio viene dado por:

$$P_t^H = \left(\omega_d (P_{j,t}^H)^{1-\phi_d} + (1 - \omega_d) (P_{j,t}^{H,e})^{1-\phi_d} \right)^{\frac{1}{1-\phi_d}} \quad (3.36)$$

Finalmente, al tomar la aproximación log-lineal del precio óptimo, se encuentra la curva de Phillips Neo-Keynesiana para la empresa intermediaria nacional:

$$\hat{\pi}_t = \bar{\pi}^T + \frac{\beta(E_t \hat{\pi}_{t+1} - \bar{\pi}^T)}{1 + \chi_H \beta} + \frac{\chi_H(\hat{\pi}_{t-1} - \bar{\pi}^T)}{1 + \chi_H \beta} + \frac{(1 - \omega_d)(1 - \beta \omega_d)}{\omega_d(1 + \chi_H \beta)} (\widehat{m}c_t + \zeta_t^d) \quad (3.37)$$

Donde, $\bar{\pi}^T$ denota la meta de inflación objetivo.

c. Empresa importadora

Hay dos empresas importadoras indexadas por $j^m, j^i \in [0,1]$ que compran bienes homogéneos en la economía externa: bienes de consumo importados, $C_{j^m,t}^F$, y bienes de inversión, $I_{j^i,t}^F$, que venden a los hogares nacionales con precios $P_{j^c,t}^F$ y $P_{j^i,t}^F$, respectivamente. Las ecuaciones de demanda para los dos bienes son:

$$C_{j^m,t}^F = \left(\frac{P_{j^m,t}^F}{P_t^{F,m}} \right)^{\frac{-\phi_m}{\phi_m - 1}} C_t^F \quad (3.38)$$

$$I_{j^i,t}^F = \left(\frac{P_{j^i,t}^F}{P_t^{F,i}} \right)^{\frac{-\phi_i}{\phi_i - 1}} I_t^F \quad (3.39)$$

donde, $P_t^{F,m}$ y $P_t^{F,i}$ son los índices de precios externos, y ϕ_m, ϕ_i denotan las elasticidades de sustitución de los bienes importados de consumo e inversión, respectivamente. Así, el coste marginal real de las empresas importadoras viene dado por:

$$mc_t^F = \frac{e_t P_t^F}{P_{jim,t}^F}; \quad im = m, i \quad (3.40)$$

Lo que implica que el costo marginal (MC) es el mismo para las dos empresas importadoras. Al igual que las empresas nacionales, una fracción $(1 - \omega_{im})$ de importadores pueden ajustar de manera óptima su precio à la Calvo (1983) con probabilidad $(1 - q_{im})$, mientras que las otras empresas lo indexan con la siguiente regla de precios.

$$P_{jim,t}^F = (\pi_t^F)^{\chi^F} P_{jim,t-1}^F; \quad im = m, i \quad (3.41)$$

Por tanto, el precio agregado de las empresas importadoras viene dado por:

$$P_t^F = \left(\omega_{im} \left(P_{jim,t}^F \right)^{1-\phi_{im}} + (1 - \omega_{im}) \left(P_{jim,t}^{F,e} \right)^{1-\phi_{im}} \right)^{\frac{1}{1-\phi_{im}}} \quad (3.42)$$

El problema de maximización considera la regla de ajuste de precios sujeta a la demanda de bienes de consumo importados, $C_{jim,t}^F$, de la siguiente manera:

$$\max_{\{P_{jim,t}^{F,e}\}} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta q_F)^s \left(P_{jH,t+s}^{F,e} - MC_{t+s}^{im} \right) C_{jim,t}^F \quad (3.43)$$

Al igual que las empresas nacionales, se obtiene la curva de Phillips Neo-Keynesiana para bienes importados:

$$\hat{\pi}_t^F = \bar{\pi}^{T,F} + \frac{\beta(E_t \hat{\pi}_{t+1}^F - \bar{\pi}^{T,F})}{1+\chi_F \beta} + \frac{\chi_F(\hat{\pi}_{t-1}^F - \bar{\pi}^{T,F})}{1+\chi_F \beta} + \frac{(1-\omega_{im})(1-\beta\omega_{im})}{\omega_{im}(1+\chi_F \beta)} (\widehat{mc}_t^m - \zeta_t^{im}) \quad (3.44)$$

donde, la aproximación log-lineal de la ley de único precio viene dada por:

$$\widehat{mc}_t^{im} = \widehat{mc}_{t-1}^{im} + \hat{\pi}_t^F - \hat{\pi}_t^{im} + \hat{\epsilon}_t - \hat{\epsilon}_{t-1} \quad (3.45)$$

Lo que implica que, como afirman Coenen et al. (2008), la transmisión del tipo de cambio es incompleta debido a la presencia de fricciones nominales en los precios.

d. Empresa Exportadora

La empresa exportadora le compra bienes a la empresa nacional de bienes finales y los vende en la economía externa. La demanda de bienes internos de la economía externa se detalla a continuación.

$$C_{j^x,t}^X = \left(\frac{P_{j^x,t}^X}{P_t^X} \right)^{\frac{\phi_x}{\phi_x-1}} C_t^X \quad (3.46)$$

Donde: $P_{j^x,t}^X = P_{j^H,t}^H / \epsilon_t$, y ϕ_x denota el margen de los bienes exportados. El costo marginal real para todas las empresas exportadoras viene dado por:

$$mc_t^x = \frac{P_t^H}{\epsilon_t P_t^X} \quad (3.47)$$

Finalmente, suponiendo que una fracción $(1 - \omega_x)$ de empresas exportadoras pueden restablecer su precio de manera óptima à la Calvo (1983), entonces el precio agregado viene dado por:

$$P_t^X = \left(\omega_x (P_{j^x,t}^X)^{1-\phi_x} + (1 - \omega_x) (P_{j^x,t}^{X,e})^{1-\phi_x} \right)^{\frac{1}{1-\phi_x}} \quad (3.48)$$

Por tanto, el problema de maximización que considera la regla de ajuste de precios sujeto a la demanda de bienes, $C_{j^x,t}^X$, viene dada por:

$$\max_{\{P_{j^x,t}^{X,e}\}} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta q_X)^s \left(P_{j^x,t+s}^{X,e} - M C_{t+s}^X \right) C_{j^x,t}^X \quad (3.49)$$

y la curva de Phillips Neo-Keynesiana para las empresas exportadoras es:

$$\hat{\pi}_t^x = \bar{\pi}^T + \frac{\beta(E_t \hat{\pi}_{t+1}^x - \bar{\pi}^T)}{1 + \chi_x \beta} + \frac{\chi_x (\hat{\pi}_{t-1}^x - \bar{\pi}^T)}{1 + \chi_x \beta} + \frac{(1 - \omega_x)(1 - \beta \omega_x)}{\omega_x(1 + \chi_x \beta)} (\widehat{m}c_t^x - \zeta_t^x) \quad (3.50)$$

donde:

$$\widehat{m}c_t^x = \widehat{m}c_{t-1}^x + \hat{\pi}_t - \hat{\pi}_t^x - \hat{\epsilon}_t + \hat{\epsilon}_{t-1} \quad (3.51)$$

3.2.4 Banco Central y Política Monetaria

El banco central (BC) dirige la política monetaria. Se asume que el BC sigue la regla de Taylor (1993) al ajustar la tasa de interés de corto plazo, R_t^m , en respuesta a los cambios de la inflación, π_t , respecto a la meta de inflación objetivo, $\bar{\pi}^T$, y la brecha del producto, \hat{y}_t .

La regla log-lineal de política monetaria toma la forma

$$\hat{R}_t^m = \rho_i \hat{R}_{t-1}^m + (1 - \rho_i) [\bar{\pi}^T + r_\pi (\hat{\pi}_{t-1} - \bar{\pi}^T) + r_y \hat{y}_t] + \zeta_t^R \quad (3.52)$$

donde: ρ_i es un parámetro que mide el grado de suavizamiento de la tasa de interés, r_π es la respuesta a la inflación, y r_y es la respuesta a los cambios en la brecha del PIB. El término ζ_t^R es un choque de política monetaria que sigue un proceso autorregresivo de orden 1.

3.2.5 Gobierno y política fiscal

El gasto total del gobierno se divide en consumo y gasto de funcionamiento¹⁸, G_t , gasto en inversión pública, I_t^g , y transferencias de suma fija, TR_t , destinada a los hogares no ricardianos:

$$P_t^g G_t + P_t^{I^g} I_t^g + P_t TR_t \quad (3.53)$$

Al igual que Bhattarai y Trzeciakiewicz (2017), se asumen transferencias de suma fija para evaluar las respuestas de los hogares frente a los cambios la política fiscal. Por otra parte, el gasto en inversión pública, I_t^g , determina el stock de capital público, K_t^g , que viene dado por:

$$K_t^g = (1 - \delta_g)K_{t-1}^g + I_t^g \quad (3.54)$$

donde δ_g denota la tasa de depreciación del capital público. Para financiar el gasto publico total, el gobierno nacional recibe ingresos tributarios, T_t , y emite de bonos de deuda pública, B_t . Los ingresos tributarios T_t provienen de impuestos distorsionadores sobre el consumo de los hogares, τ_t^c , los ingresos laborales, τ_t^w , y sobre la renta del capital, τ_t^k , tal que:

$$T_t = \tau_t^c P_t^c C_t + \tau_t^w W_t N_t + (u_t R_t^k - \delta(u_t)) \tau_t^k K_{t-1} \quad (3.55)$$

Por otra parte, siguiendo a Ratto et al. (2009) y Leeper et al. (2010), no se asumen costos de ajuste ni tasas de uso del capital público. Así, el balance primario del gobierno, BP_t , viene dado por:

$$T_t + B_t = P_t^g G_t + P_t^{I^g} I_t^g + P_t TR_t \quad (3.56)$$

Mientras que la función de acumulación de la relación deuda pública/PIB, sigue la regla estándar:

$$b_t = (1 + R_{t-1})b_{t-1} + bp_t \quad (3.57)$$

¹⁸ Por simplicidad, se asume que el consumo del gobierno se compone únicamente de bienes de producción nacional.

Donde: $b_t = \frac{B_t}{Y_t P_t}$, y $bp_t = \frac{BP_t}{Y_t P_t}$. Esta regla de acumulación muestra que la deuda pública en cada período es resultado de los déficits fiscales durante los períodos anteriores. Finalmente, siguiendo a Leeper et al. (2017), se asume que los instrumentos de política fiscal siguen reglas discrecionales del gobierno con respecto al gasto público, \hat{g}_t^g , y los impuestos, \hat{t}_t^s :

$$\hat{g}_t^g = \rho^g \hat{g}_{t-1} - (1 - \rho^g)[\psi^g \hat{y}_t + \ell^g(\hat{b}_{t-1})] + \zeta_t^g \quad (3.58)$$

$$\hat{t}_t^s = \rho^s \hat{t}_{t-1}^s + (1 - \rho^s)[\psi^s \hat{y}_t + \ell^s(\hat{b}_{t-1})] + \zeta_t^s \quad (3.59)$$

donde: $g = G, I^g, TR$, corresponde a los gastos de consumo, inversión y transferencias del gobierno; $s = \tau^c, \tau^w, \tau^k$ son los diferentes impuestos distorsionadores¹⁹, y ζ_t^g y ζ_t^s denotan los choques de política fiscal, que vienen dados por:

$$\ln(\zeta_t^g) = \rho_g \ln(\zeta_{t-1}^g) + \xi_{g,t} \quad \text{y} \quad \ln(\zeta_{t-1}^s) = \rho_s \ln(\zeta_{t-1}^s) + \xi_t^s \quad (3.60)$$

donde, ξ_t^g y ξ_t^s son procesos i.i.d (0,1). Además, el parámetro ρ^g y ρ^s reflejan la persistencia del gasto público y de los impuestos. Siguiendo a Coenen et al. (2013), las reglas fiscales incluyen términos autorregresivos y reaccionan a las desviaciones de la deuda y de la brecha del PIB²⁰. Además, al igual que Leeper et al. (2017), se asume que los instrumentos de gasto responden de manera contracíclica a las desviaciones del producto, mientras que los impuestos responden a ellas de manera procíclica. De esta forma, los instrumentos de política fiscal desempeñan un papel de estabilizadores automáticos. En segundo lugar, los instrumentos fiscales mantienen bajo control la dinámica de la deuda para no permitir una deuda elevada en relación con el PIB.

¹⁹ Siguiendo la formulación de la FRF de Bohn (1998, 2008), y con base en los trabajos de Kemp y Hollander (2020) y Zapata y Chamorro (2022), se incorporan dos características a estas reglas de política. En primer lugar, las reglas incorporan estabilizadores automáticos al incluir una respuesta a la brecha del producto (como variable fiscal relevante). En segundo lugar, todos los instrumentos fiscales (gastos e impuestos) pueden responder a las variaciones de la deuda.

²⁰ El término asociado a la brecha del PIB puede interpretarse como un componente estabilizador automático *ad-hoc*, como afirman Coenen et al. (2013).

3.2.6 Resto del mundo

Al igual que Adolfson y Lindé (2011), se asume una estructura simplificada para modelar las variables externas: inflación externa, π_t^F , producción y_t^F , y la tasa de interés, R_t^F , las cuales están dadas exógenamente. Su especificación viene dada por:

$$y_t^F = \rho_y^F y_{t-1}^F + \xi_t^{y^F} \quad (3.61)$$

$$\pi_t^F = \rho_\pi^F \pi_{t-1}^F + \xi_t^{\pi^F} \quad (3.62)$$

$$R_t^F = \rho_R^F R_{t-1}^F + \xi_t^{R^F} \quad (3.63)$$

Donde, ρ_y^F , ρ_π^F y ρ_R^F son coeficientes, y ξ_t^{ext} con $ext = y^F, \pi^F, R^F$ son los choques externos que siguen procesos i.i.d (0,1). La inclusión del sector externo en el modelo tiene un efecto importante en la transmisión de choques internos, como afirman los autores. Ellos demostraron que la inflación interna, la prima de riesgo, así como la importación de bienes de consumo e inversión, las exportaciones y el empleo también responden a estas variaciones.

3.2.7 Condiciones de compensación del mercado

En los mercados de equilibrio se consideran las siguientes compensaciones. Primero, para el mercado interno de bienes finales, se tiene:

$$Y_t - a(u_t)K_t = C_t^H + I_t^H + C_t^F + I_t^F + G_t \quad (3.64)$$

En segundo lugar, la balanza de pagos implica que las nuevas compras de bonos externos, $\epsilon_t B_t^F$, y de importaciones $\epsilon_t P_t^F (C_t^F + I_t^F)$, tienen que ser iguales a las exportaciones, $\epsilon_t P_t^X X_t$, y las tenencias de activos externos del periodo anterior, $R_{t-1}^F \varphi^{risk} \epsilon_t B_{t-1}^F$.

$$\epsilon_t P_t^F (C_t^F + I_t^F) - \epsilon_t P_t^F X_t = \epsilon_t B_t^F - R_{t-1}^F \varphi^{risk} \epsilon_t B_{t-1}^F \quad (3.65)$$

De igual forma, como se asume que solo los hogares ricardianos pueden acumular activos financieros y capital, se tiene:

$$I_t = (1 - \omega_h) I_{r,t} \quad (3.66)$$

$$K_t = (1 - \omega_h) K_{r,t} \quad (3.67)$$

$$B_t = (1 - \omega_h) B_{r,t} \quad (3.68)$$

Una vez desarrolladas las condiciones de equilibrio del modelo en las secciones precedentes, en la siguiente se presentan las ecuaciones que se obtienen de la log-linearización de este.

3.2.8 Ecuaciones Log-linearizadas del modelo

Las variables denotadas con un “sombbrero” (\hat{x}) indican que están expresadas como una desviación logarítmica de su valor de estado estacionario, es decir:

$$\hat{x}_t = \ln(x_t) - \ln(x) \quad (3.69)$$

donde la expresión sin un subíndice de tiempo denota valores de estado estacionario. Además, todas las variables están expresadas en unidades *per-cápita* sin tendencia. La lista de las ecuaciones del modelo log-linearizado es la siguiente:

Para los hogares:

$$\hat{c}_{r,t} = \frac{E_t \hat{c}_{r,t+1}}{1+\kappa} + \frac{\kappa \hat{c}_{r,t-1}}{1+\kappa} - \frac{1}{\sigma_c} \frac{1-\kappa}{1+\kappa} E_t \left[r_t - \hat{\pi}_{t+1} + \frac{\tau^c}{1+\tau^c} (\hat{t}_t^c - E_t \hat{t}_{t+1}^c) + \hat{\zeta}_{t+1}^c - \hat{\zeta}_t^c \right] \quad (3.70)$$

$$\hat{c}_{nr,t} = \frac{(1-\tau^w)w n}{(1+\tau^c)^p c_{nr}} \left(\hat{w}_t + \hat{n}_t - \frac{\tau^w}{1-\tau^w} \hat{t}_t^w \right) + \frac{tr}{(1+\tau^c)^p c_{nr}} \hat{t}_t^r - \frac{\tau^c}{1+\tau^c} \hat{t}_t^c - \hat{p}_t^c \quad (3.71)$$

$$\hat{q}_t = -\hat{r}_t + E_t \hat{\pi}_{t+1} + \frac{1}{1-\delta+(1-\tau^k)r_k} E_t \left[(1-\delta)\hat{q}_{t+1} + r_k(1-\tau^k) \left(\hat{r}_{t+1}^k - \frac{\tau^k}{1-\tau^k} \hat{r}_{t+1}^k \right) \right] \quad (3.72)$$

$$\hat{i}_t = \frac{\hat{Q}_t - \hat{p}_t^i}{\phi(1+\beta)} + \frac{\hat{i}_{t-1}}{1+\beta} + \frac{\beta E_t \hat{l}_{t+1}}{1+\beta} + \frac{1}{1+\beta} E_t (\beta \hat{\zeta}_{t+1}^k - \hat{\zeta}_t^k) \quad (3.73)$$

$$\hat{k}_t = (1-\delta) \hat{k}_{t-1} + \delta \hat{i}_t \quad (3.74)$$

$$\hat{u}_t = \frac{1}{a} \left(\hat{r}_{t+1}^k - \frac{\tau^k}{1-\tau^k} \hat{r}_t^k \right) \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \hat{w}_t &= \frac{1}{1+\beta} E_t \beta \hat{w}_{t+1} + \frac{1}{1+\beta} \hat{w}_{t-1} + \frac{1}{1+\beta} E_t \hat{\pi}_{t+1} + \frac{1+\beta \chi_w}{1+\beta} \hat{\pi}_t + \frac{\chi_w}{1+\beta} \hat{\pi}_{t-1} - \\ &\frac{(1-\beta \omega_w)(1-\omega_w)}{\left(1 + \frac{(1+\gamma_t^e \sigma_n)}{\gamma_t^e}\right) \omega_w} \hat{w}_t - \sigma_n \hat{n}_t - \frac{1}{1-\kappa} (\hat{c}_{r,t} - \kappa \hat{c}_{r,t-1}) + \frac{\tau^w}{1+\tau^w} \hat{t}_t^w - \frac{\tau^c}{1+\tau^c} \hat{t}_t^c + \hat{\zeta}_t^w \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\widehat{emp}_t = \frac{\beta}{1+\beta} \widehat{emp}_{t+1} + \frac{1}{1+\beta} \widehat{emp}_{t-1} + \frac{1+\beta \chi_w}{1+\beta} (\hat{n}_t - \widehat{emp}_t) \quad (3.77)$$

$$E_t \hat{e}_{t+1} - \hat{e}_t = (\hat{R}_t - E_t \hat{\pi}_{t+1}) + (\hat{R}_t^F - E_t \hat{\pi}_{t+1}^F) \hat{\pi}_t^x - \tilde{\varphi}_a \hat{a}_t + \hat{\zeta}_t^e \quad (3.78)$$

$$\hat{c}_t = (1-\omega_d) c_r \hat{c}_{r,t} + \omega_d c_{nr} \hat{c}_{nr,t} \quad (3.79)$$

Para las empresas, exportadores, importadores y curvas de Phillips:

$$\hat{y}_t = \varphi_y [\hat{z}_t + \alpha \hat{k}_{t-1} + \alpha \hat{u}_t + (1-\alpha) \hat{n}_t + \alpha_g \hat{k}_{t-1}^g] \quad (3.80)$$

$$\hat{n}_t = \hat{u}_t + \hat{r}_t + \hat{k}_{t-1} - \hat{w}_t \quad (3.81)$$

$$\widehat{m}c_t = (1 - \alpha)\widehat{w}_t + \alpha\widehat{r}_t - \alpha_g\widehat{k}_{t-1}^g - \widehat{z}_t \quad (3.82)$$

$$\widehat{\pi}_t - \overline{\pi}^T = \frac{\beta(E_t\widehat{\pi}_{t+1} - \overline{\pi}^T)}{1 + \chi_H\beta} + \frac{\chi_H(\widehat{\pi}_{t-1} - \overline{\pi}^T)}{1 + \chi_H\beta} + \frac{(1 - \omega_d)(1 - \beta\omega_d)}{\omega_d(1 + \chi_H\beta)} (\widehat{m}c_t^H + \widehat{\zeta}_t^d) \quad (3.83)$$

$$\widehat{\pi}_t^x - \overline{\pi}^T = \frac{\beta(E_t\widehat{\pi}_{t+1}^x - \overline{\pi}^T)}{1 + \chi_X\beta} + \frac{\chi_X(\widehat{\pi}_{t-1}^x - \overline{\pi}^T)}{1 + \chi_X\beta} + \frac{(1 - \omega_x)(1 - \beta\omega_x)}{\omega_x(1 + \chi_X\beta)} (\widehat{m}c_t^x + \widehat{\zeta}_t^x) \quad (3.84)$$

$$\widehat{m}c_t^x = \widehat{m}c_{t-1}^x + \widehat{\pi}_t - \widehat{\pi}_t^x - \widehat{\epsilon}_t + \widehat{\epsilon}_{t-1} \quad (3.85)$$

$$\widehat{\pi}_t^F - \overline{\pi}^{T,F} = \frac{\beta(E_t\widehat{\pi}_{t+1}^F - \overline{\pi}^{T,F})}{1 + \chi_F\beta} + \frac{\chi_F(\widehat{\pi}_{t-1}^F - \overline{\pi}^{T,F})}{1 + \chi_F\beta} + \frac{(1 - \omega_{im})(1 - \beta\omega_{im})}{\omega_{im}(1 + \chi_F\beta)} (\widehat{m}c_t^m + \widehat{\zeta}_t^{im}) \quad (3.86)$$

$$\widehat{m}c_t^{im} = \widehat{m}c_{t-1}^{im} + \widehat{\pi}_t^F - \widehat{\pi}_t + \widehat{\epsilon}_t - \widehat{\epsilon}_{t-1} \quad \forall im = c, i \quad (3.87)$$

Para el Gobierno:

$$\widehat{t}_t = \frac{\tau^c p_c c}{Y} (\widehat{t}_t^c + \widehat{p}_t^c + \widehat{c}_t) + \frac{\tau^w WN}{Y} (\widehat{t}_t^w + \widehat{w}_t + \widehat{n}_t) + \frac{\tau^k K}{Y} (\widehat{t}_t^k + \widehat{r}_t^k + \widehat{u}_t + \widehat{k}_{t-1}) \quad (3.88)$$

$$\widehat{t}_t = \frac{r^b}{Y} (\widehat{k}_{t-1} - \widehat{\pi}_t + \widehat{b}_{t-1}) - \frac{b}{Y} \widehat{b}_t + \frac{G}{Y} \widehat{g}_t + \frac{l^g}{Y} \widehat{i}_t^g + \frac{TR}{Y} \widehat{t}_t \quad (3.89)$$

$$k_t^g = (1 - \delta_g)k_{t-1}^g + \delta_g \widehat{i}_t^g \quad (3.90)$$

$$\widehat{g}_t^g = \rho^g \widehat{g}_{t-1} - (1 - \rho^g)[\psi^g \widehat{y}_t + \ell^g(\widehat{b}_{t-1})] + \widehat{\zeta}_t^g \quad (3.91)$$

$$\widehat{t}_t^s = \rho^s \widehat{t}_{t-1}^s + (1 - \rho^s)[\psi^s \widehat{y}_t + \ell^s(\widehat{b}_{t-1})] + \widehat{\zeta}_t^s \quad (3.92)$$

Agregaciones, demandas y compensaciones:

$$\widehat{a}_t = R\widehat{a}_{t-1} + \frac{x}{y}\widehat{m}c_{x,t} - (1 - \omega_c) \left(\frac{p_{c,m}}{p_c}\right)^{-\eta_c} \frac{c}{y} (-\widehat{m}c_{x,t} - \widehat{p}_{x,t}) - (1 - \omega_{im}) \left(\frac{p_{i,m}}{p_i}\right)^{-\eta_i} \frac{im}{y} (-\widehat{m}c_{x,t} - \widehat{p}_{x,t}) \quad (3.93)$$

$$\widehat{y}_t = \frac{c}{y}\widehat{c}_t + \frac{i}{y}\widehat{i}_t + \frac{l^g}{y}\widehat{i}_t^g + \frac{g}{y}\widehat{g}_t + (1 - \tau^k)\frac{k}{y}r_k\widehat{u}_t \quad (3.94)$$

$$c_{d,t} = \omega_d \widehat{p}_t^c + \widehat{c}_t \quad (3.95)$$

$$i_{d,t} = \omega_d \widehat{p}_t^c + \widehat{i}_t \quad (3.96)$$

$$\widehat{n}x_t = \widehat{y}_t - \omega_x \widehat{\epsilon}_t - \widehat{c}_t - \widehat{g}_t \quad (3.97)$$

3.3 Calibración y estimación Bayesiana del modelo

El modelo log-linealizado alrededor de su estado estacionario se estima mediante un enfoque estándar de dos etapas:

- i) Se calibra un conjunto de parámetros del modelo para que coincidan con las propiedades implícitas a largo plazo, como recomiendan Smets y Wouters (2005), Adolfson et al. (2007) y Christiano et al. (2010).

- ii) El resto de los parámetros se estiman mediante técnicas bayesianas. Para este paso, se usó Dynare 5.4 para resolver y estimar el modelo linealizado de la sección anterior.

A continuación, se detallan estos dos pasos. A partir de esta implementación, se analizan los choques de política usando 6 instrumentos como se muestra en la sección 3.5. Así mismo, se analizan los efectos de un cambio en la tasa de interés de política monetaria.

3.3.1 Datos y calibración de parámetros

Los parámetros del modelo se calibran siguiendo las recomendaciones de la literatura existente (Smets y Wouters, 2005; Adolfson et al., 2007; Cristiano et al., 2010; Coenen et al., 2013) y algunos se fijan teniendo en cuenta relaciones implícitas de largo plazo y recomendaciones de la literatura internacional. Para estimar las relaciones implícitas de largo plazo, se utilizan datos anuales tomados de las cuentas nacionales para el período 1985-2023 proporcionadas por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), cuentas fiscales del Ministerio de Hacienda y Crédito Público (MinHacienda), y agregados macroeconómicos del Banco de la República de Colombia (BanRep). Estos parámetros se mantienen fijos durante todo el procedimiento de estimación. En el anexo A.1 se presenta una descripción de las variables y datos usados.

Las tablas 3.1 y 3.2 muestran los parámetros calibrados junto con los valores implícitos de largo plazo.

Tabla 3.1: Parámetros calibrados

	Parámetro	Valor
Factor de descuento	β	0.9922
Fracción de hogares no ricardianos	ω_h	0.3
Elast. de sustitución intertemp. consumo	σ_c	1.2
Inv. Elast de Frish o desutil. oferta laboral	σ_l	1.0
Participación del capital en la producción	α	0.3
Elast. del producto al capital publico	α_g	0.01
Tasa de depreciación del capital	δ	0.025
Tasa de depreciación del capital público	δ_g	0.015
Costo de uso del capital	$a(u)$	0.049
Costo de ajuste de la inversión	γ_k	6.4
Margen salarial	$v - 1/v$	1.05
Part. bienes de inversión importados	ω_i	0.55
Part. bienes de consumo importados	ω_c	0.31

Persistencia de la tasa de interés ρ_i 0.87

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3.2: Relaciones implícitas de largo plazo

	Parámetro	Valor
Meta de inflación objetivo (%)	$\bar{\pi}^T$	3.0
Tasa de interés real (%)	r	3.2
Relación consumo/PIB	C/Y	0.66
Relación inversión/PIB	I/Y	0.2
Relación deuda/PIB	B/Y	0.39
Relación gasto consumo/PIB	G/Y	0.16
Relación gasto inversión/PIB	I^g/Y	0.02
Impuesto sobre la renta del capital	τ^k	0.186
Impuesto sobre la renta del trabajo	τ^w	0.154
Impuesto al consumo	τ^c	0.107

Fuente: elaboración propia.

El factor de descuento se fija $\beta = 0.9922$ para igualar la tasa de interés real promedio de la muestra ($r = 0.032$). La proporción de hogares no ricardianos asciende al 0.3. Esta fracción es similar a literatura internacional para países emergentes y está en línea con la fracción de hogares en condición de pobreza monetaria en Colombia.

La participación del capital en la función de producción (α) se calibra en 0.3, lo que da como resultado una participación en estado estacionario del ingreso laboral en la producción total del 70 por ciento. Siguiendo a Stahler y Thomas (2012), la calibración de α , junto con el valor de la tasa del impuesto al capital (τ^k) y la tasa de depreciación del capital privado $\delta = 0.025$, fija la proporción del gasto de inversión privada respecto al PIB de 0.2, la cual es similar al valor promedio encontrado para Colombia (19.8%), mientras que la tasa de depreciación anual es del 10 por ciento. Similar a Christiano et al. (2005), se fija la elasticidad de sustitución de consumo en 1.2, el inverso de la elasticidad de la oferta de trabajo o elasticidad de Frisch en 1. La tasa de depreciación del capital público (δ_g) se fija en 0,015, lo que da como resultado una tasa de depreciación anual del capital público del 6 por ciento. La elasticidad del producto al capital público (α_g) se fija en 0.01 al igual que Stahler y Thomas (2012). El parámetro de margen salarial ($\nu - 1/\nu$) se fija en 1.05 como en Christiano et al. (2005) y Adolfson et al. (2007). Al igual que Adolfson et al. (2007) se fijan los parámetros del costo de uso del capital en 0.049 y el costo de ajuste

(Y_k) en 6.4 y la participación de bienes de consumo y de inversión importados se fijan en $\omega_c = 0,3$ y $\omega_i = 0,5$, respectivamente.

La inflación en estado estacionario es igual a la meta de inflación objetivo, definida por la autoridad monetaria (BanRep) que es 3%. Así mismo, los coeficientes de la regla de política monetaria utilizan valores estándar siguiendo a Christiano et al. (2010), la persistencia de la tasa de interés (ρ_i) se fija en 0.87, mientras que las sensibilidades a la brecha de inflación (r_π) y al crecimiento del PIB (r_y) se estiman mediante métodos Bayesianos en la siguiente sección.

Por otra parte, a partir de la información histórica para las diferentes variables, se calibran las relaciones implícitas de largo plazo. La relación entre el consumo privado y el PIB es de 0.66, la inversión privada como proporción del PIB alcanza el 0.2, la proporción del gasto público de consumo e inversión respecto al PIB se calibran en 0.16 y 0.02, respectivamente, mientras que la deuda pública en promedio es de 0.39.

Finalmente, las tasas impositivas se toman de Rincón y Delgado (2018), quienes estimaron las tasas efectivas de tributación en Colombia para las últimas tres décadas. Los autores encontraron las siguientes tasas para: el impuesto al consumo (τ^c) de 0.107, el impuesto a los ingresos laborales (τ^w) de 0.154 y al capital (τ^k) de 0.186. Estas tasas impositivas efectivas se escogen como tasas de largo plazo para el modelo.

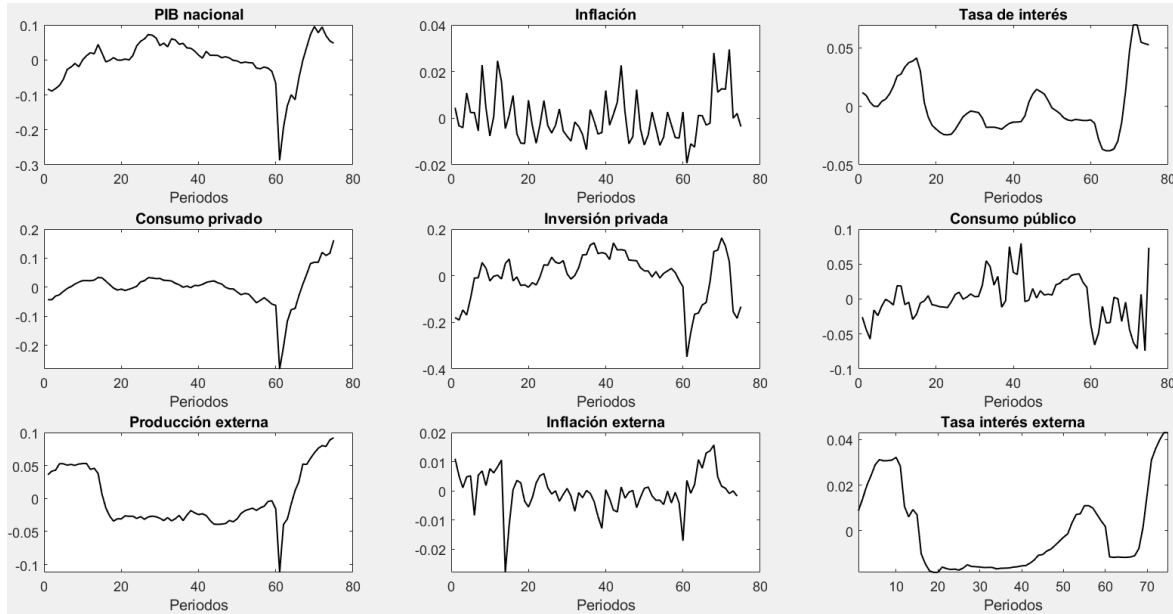
3.3.2 Distribuciones previas y estimación de parámetros

Los parámetros restantes del modelo se estiman usando técnicas bayesianas. Para ello, se utilizan datos trimestrales de nueve variables para el período 2005:Q1 a 2023:Q4 de la economía colombiana y externa, de las cuales 6 son variables nacionales y tres variables corresponden a la economía estadounidense. Estas variables son: el producto interno bruto (PIB), Y_t , el índice de precios al consumidor (IPC), P_t^c , la tasa de interés de la deuda nacional, R_t , el consumo agregado, C_t^H , la inversión privada, I_t^H , el gasto de consumo del gobierno, G_t , la producción extranjera, Y_t^F , inflación extranjera, π_t^F y tasa de interés extranjera, R_t^F . Al igual que Adolfson et al. (2019) y Albonico et al. (2019), incluimos las variables externas en la estimación, ya que estas variables son informativas sobre la propagación de los impulsos externos a la economía nacional, especialmente en los canales de empleo y tasa de cambio, así como en la cuenta corriente de la balanza de

pagos. Todas las variables se miden en unidades *per cápita* al dividir cada una en la población total en edad de trabajar (PET)²¹, excepto las tasas de interés y de inflación.

Los detalles de las variables y la fuente de datos se presentan en el anexo A.1. Las series históricas de estas variables se muestran en la Figura 3.2.

Figura 3.2: Datos históricos de las variables macroeconomicas



Fuente: elaboración propia.

Para hacer que todas las variables sean estacionarias, se calcula y resta los valores medios de las series de datos, lo que da como resultados variables sin tendencia con media cero. Los datos y calculos realizados son suministrados en el anexo de Matlab "datacol.m". Además, todas las series de datos trimestrales están desestacionalizadas. El vector de las variables observadas es el siguiente.

$$\theta = [\Delta \ln(Y_t) \quad \pi_t^c \quad \Delta \ln(C_t^H) \quad \Delta \ln(I_t^H) \quad \Delta \ln(G_t) \quad R_t \quad \Delta \ln(Y_t^F) \quad \pi_t^F \quad R_t^F] \quad (3.98)$$

²¹ En Colombia, la PET corresponde a la población mayor de 12 años en las zonas urbanas y 10 años en las zonas rurales. Además, para la transformación de estas variables se utiliza $x = \ln(X/pob)$, donde X representa cada una de las variables seleccionadas y pob representa la PET.

La distribución posterior conjunta $p(\theta|\Phi_t)$ de todos los parámetros se construyó aplicando el método de cadenas de Markov de Monte Carlo (MCMC, por sus siglas en inglés) con el algoritmo Metropolis-Hastings usando cuatro cadenas de longitud 100.000, teniendo en cuenta que la distribución posterior conjunta no se puede muestrear directamente. Mediante teorema de Bayes se encuentra que distribución posterior conjunta $p(\theta|\Phi_t)$ es proporcional (\propto) al producto de la distribución previa $p(\theta)$ y la función de verosimilitud $p(\Phi_t|\theta)$, donde, Φ_t representa el espacio de observaciones, es decir:

$$p(\theta|\Phi_t) \propto p(\theta)p(\Phi_t|\theta) \quad (3.99)$$

Los resultados obtenidos se evalúan teniendo en cuenta la tasa de aceptación, la cual es de aproximadamente 0.21, lo que está en línea con el rango de índices propuestos en la literatura (ver Gelman et al., 1997; Adjemian et al., 2011). La tasa de aceptación (ta) se obtiene mediante:

$$ta = \frac{\text{No. de trayectorias aceptadas}}{\text{No. total de trayectorias}} \quad (3.100)$$

Luego se aplica una prueba de diagnóstico de convergencia siguiendo el método de Geweke (1991). De igual forma, en este ejercicio se verifica la condición de estabilidad de Blanchard-Kahn. Este procedimiento se realiza usando Dynare Toolbox 5.4 en Matlab, siguiendo a Adjemian et al. (2011). En el anexo C se presentan los resultados de las distribuciones posteriores de los parámetros y la convergencia obtenida en todas las variables.

Siguiendo las recomendaciones de Adolfson et al. (2007), Coenen et al. (2013) y Adolfson et al. (2019), se utilizan distribuciones previas poco informativas para todos los parámetros estimados en el modelo. Para su estimación se usan la distribución normal, beta y gamma inversa. La distribución beta se aplica a los parámetros que se encuentran entre 0 y 1, la distribución normal se utiliza para los parámetros que van de $-\infty$ a $+\infty$, mientras que la distribución la gamma inversa describe parámetros de valor positivo. En primer lugar, se utiliza una distribución beta para los parámetros de persistencia de las reglas de política fiscal y de política monetaria con media en 0.8 y desviaciones estándar en 0.1. Esta misma selección se aplica para las variables externas. Para los choques de salarios, inflación interna y externa, prima de riesgo y para la producción petrolera se fija una media en 0.7 y desviaciones estándar en 0.1. La media previa de los parámetros de indexación de precios

y salarios y de los parámetros de rigidez de precios y salarios de Calvo se fija en 0.5 con una desviación estándar de 0.1, en ambos casos.

Para los parámetros de respuesta de la política fiscal respecto a la producción y la deuda se usa una distribución normal. Los parámetros de respuesta de estos instrumentos tienen medias fijadas en 0.5 y desviaciones estándar en 0.2, mientras que los parámetros de aversión a la deuda tienen medias previas fijadas en 0.2 y desviaciones estándar en 0.1. Los coeficientes de la regla de Taylor de política monetaria también siguen una distribución normal con medias previas de 1.5 y 0.125 y con desviaciones de 0.125 y 0.05, respectivamente, sobre las variables de inflación y producción, como en Smets y Wouters (2005). El parámetro de formación de hábitos de consumo tiene una media previa de 0.65 y una desviación de 0.1. Las elasticidades de sustitución entre bienes de consumo e inversión se fijan con una media previa de 1 y una desviación de 0.1. Se usa una distribución normal para el parámetro de uso del capital de 0.8 y una desviación estándar de 0.2. Finalmente, para todas las desviaciones estándar de los choques se utiliza una distribución gamma inversa con media previa de 0.0125. La tabla 3.3 muestra los supuestos para la distribución previa de estos parámetros, así como los resultados de las distribuciones posteriores (se encuentran en las últimas tres columnas de la tabla) para algunos parámetros seleccionados.

Tabla 3.3: Distribuciones previa y posterior para los parámetros

Parámetro	Distribución previa			Distribución Posterior		
	Type	Mean	SD	Mean	Interval 90%	
Impuesto al consumo	ρ_{τ^c} Beta	0.8	0.1	0.530	0.312	0.754
Impuesto sobre el capital	ρ_{τ^k} Beta	0.8	0.1	0.739	0.564	0.916
Impuesto ingresos laborales	ρ_{τ^w} Beta	0.8	0.1	0.746	0.588	0.911
Gasto público	ρ_g Beta	0.8	0.1	0.674	0.500	0.856
Inversión pública	ρ_{Ig} Beta	0.8	0.1	0.763	0.606	0.934
Transferencias públicas	ρ_{tr} Beta	0.8	0.1	0.770	0.610	0.931
Prima de riesgo	$\rho_{\tilde{\varphi}}$ Beta	0.8	0.1	0.697	0.526	0.871
Tasa de interés	ρ_R Beta	0.8	0.1	0.744	0.683	0.807
Inflación externa	ρ_{π^F} Beta	0.8	0.1	0.674	0.485	0.870
Tasa de interés	ρ_{R^F} Beta	0.8	0.1	0.700	0.541	0.857
Producción externa	ρ_{y^F} Beta	0.8	0.1	0.950	0.919	0.982
Salarios de Calvo	q_W Beta	0.5	0.1	0.542	0.476	0.614
Precios prod. nacional de Calvo	q_H Beta	0.5	0.1	0.484	0.408	0.558
Precios bienes import. de Calvo	q_F Beta	0.5	0.1	0.515	0.433	0.599
Precios bienes export. de Calvo	q_x Beta	0.5	0.1	0.499	0.417	0.580
Indexación de salarios	χ_w Beta	0.5	0.1	0.495	0.416	0.580

Index. precios bienes nacional	χ_H	Beta	0.5	0.1	0.478	0.396	0.559
Index. precios bienes importad.	χ_F	Beta	0.5	0.1	0.488	0.408	0.571
Index. precios bienes exportad.	χ_x	Beta	0.5	0.1	0.501	0.421	0.585
Respuesta inflación regla Taylor	r_π	Normal	1.5	0.1	1.569	1.409	1.726
Respuesta producción	r_y	Normal	0.12	0.0	0.149	0.075	0.225
Formación de hábitos consumo	κ	Normal	0.65	0.1	0.710	0.606	0.823
Sust. bienes consumo	η_c	Normal	1.2	0.1	1.200	1.038	1.365
Sust. bienes inversión	η_i	Normal	1.2	0.1	1.201	1.037	1.361
Sust. bienes externos	η_x	Normal	1.2	0.1	1.200	1.042	1.369
Margen consumo importado	ϕ^c	Normal	1.2	0.1	1.195	1.036	1.370
Margen de inversión importada	ϕ^i	Normal	1.2	0.1	1.200	1.038	1.373
d.e choque tecnológico	σ_z	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.010	0.003	0.017
d.e choque prefer. consumo	σ_{ξ^c}	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.012	0.003	0.027
d.e choque de oferta laboral	σ_{ξ^w}	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.011	0.003	0.022
d.e choque de prima de riesgo	$\sigma_{\tilde{\varphi}}$	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.011	0.004	0.020
d.e choque política monetaria	σ_R	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.009	0.007	0.011
d.e choque inflación externa	σ_{π^F}	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.010	0.003	0.017
d.e choque gasto gobierno	σ_G	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.008	0.007	0.009
d.e choque inversión gobierno	σ_{I^g}	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.069	0.026	0.124
d.e choque transfers. gobierno	σ_{tr}	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.025	0.021	0.029
d.e choque impuesto consumo	σ_{τ^c}	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.010	0.003	0.018
d.e choque impuesto capital	σ_{τ^k}	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.014	0.003	0.033
d.e choque imp. ingres. laboral	σ_{τ^w}	Inv. Gamma	0.0125	Inf	0.157	0.130	0.183

Fuente: elaboración propia.

En la siguiente sección utilizamos el modelo calibrado y estas estimaciones para evaluar choques de política fiscal en las diferentes variables de interés. Los resultados muestran que los choques de política fiscal más persistentes son los choques de transferencias y de los impuestos al capital e ingresos laborales. Los choques fiscales de menor persistencia son el de gasto de consumo y el impuesto al consumo. Además, se encuentra que el impuesto a la renta del capital y los ingresos laborales pueden desempeñar un papel importante en el control de la deuda pública y que las tasas del impuesto al consumo y la inversión del gobierno pueden ayudar a controlar mejor las fluctuaciones del PIB. Sin embargo, la eficacia de estos instrumentos requiere también de la cuantificación de los multiplicadores fiscales, como será tratado en el capítulo 4.

3.4 Análisis de los choques de política fiscal

En esta sección se evalúa el impacto de diferentes choques que explican algunas de las variables más importantes para la economía colombiana usando reglas fiscales

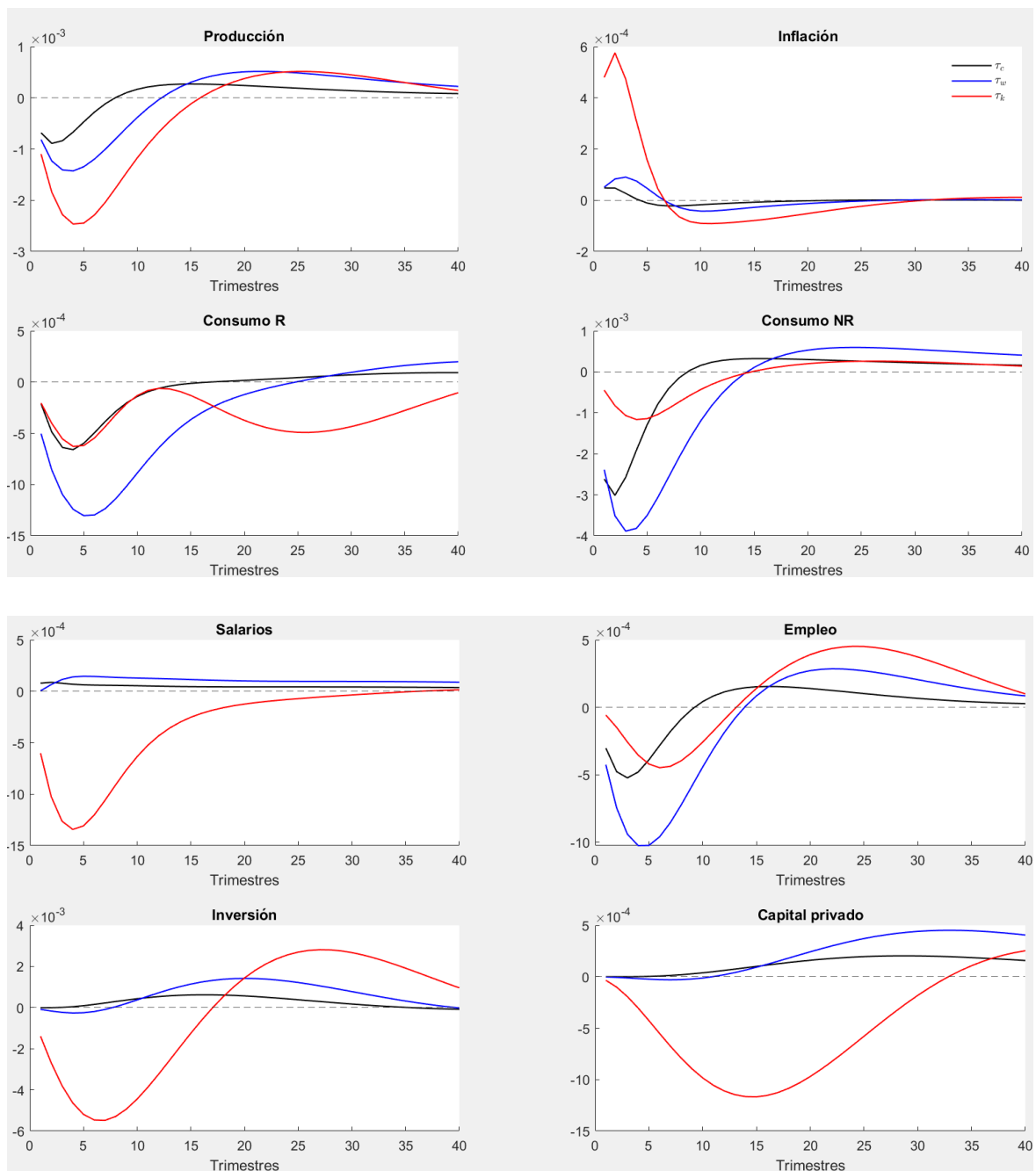
discrecionales, así como la presencia de una regla de política monetaria. Las características específicas de esta economía y las que surgen del sector externo, así como de sus diferentes canales, son esenciales para comprender el mecanismo de transmisión de los choques. En este ejercicio se evalúan los efectos de los ajustes en los impuestos al consumo, al capital y a los ingresos laborales, así como de un aumento en el gasto público de consumo, inversión y transferencias, equivalentes al uno (1) por ciento del PIB en estado estacionario. Finalmente, se revisan los efectos de un aumento en la tasa de interés de política monetaria.

El propósito de este ejercicio es evaluar las respuestas macroeconómicas al ajustar los instrumentos fiscales en ocho variables de interés: PIB, tasas de interés, inflación, consumo de hogares ricardianos y no ricardianos, inversión privada, stock de capital, salarios y empleo. En cada gráfico se presenta las funciones Impulso-Respuesta (IRF, por sus siglas en inglés), el eje horizontal indica el tiempo en trimestres y el eje vertical indica la desviación de su valor de estado estacionario.

3.4.1 Efectos del aumento de los impuestos

Esta simulación analiza el efecto del aumento de las tasas impositivas sobre el capital, el consumo y los ingresos laborales (salarios). La figura 3.3 muestra los resultados de las IRF. En primer lugar, se destaca el efecto negativo que genera un aumento de impuestos en las variables, excepto sobre la inflación en los primeros dos años. Asimismo, el impuesto al capital tiene un efecto mucho más prolongado que los demás impuestos sobre las variables de producción, salarios, inversión y capital privado; mientras que el efecto de los impuestos a los ingresos laborales tiende a ser mayor sobre el consumo y el empleo.

Figura 3.3: IRF del aumento en los impuestos



Nota: Línea negra: impuesto al consumo; línea azul: impuesto a los ingresos laborales; línea roja: impuesto al capital

Fuente: elaboración propia.

De igual forma, el impuesto al consumo crea un efecto negativo fuerte sobre las variables producción, consumo, empleo, inversión y capital privado, en los primeros dos años, pero luego se vuelve positivo, con excepción de los salarios, la inversión y el capital privado,

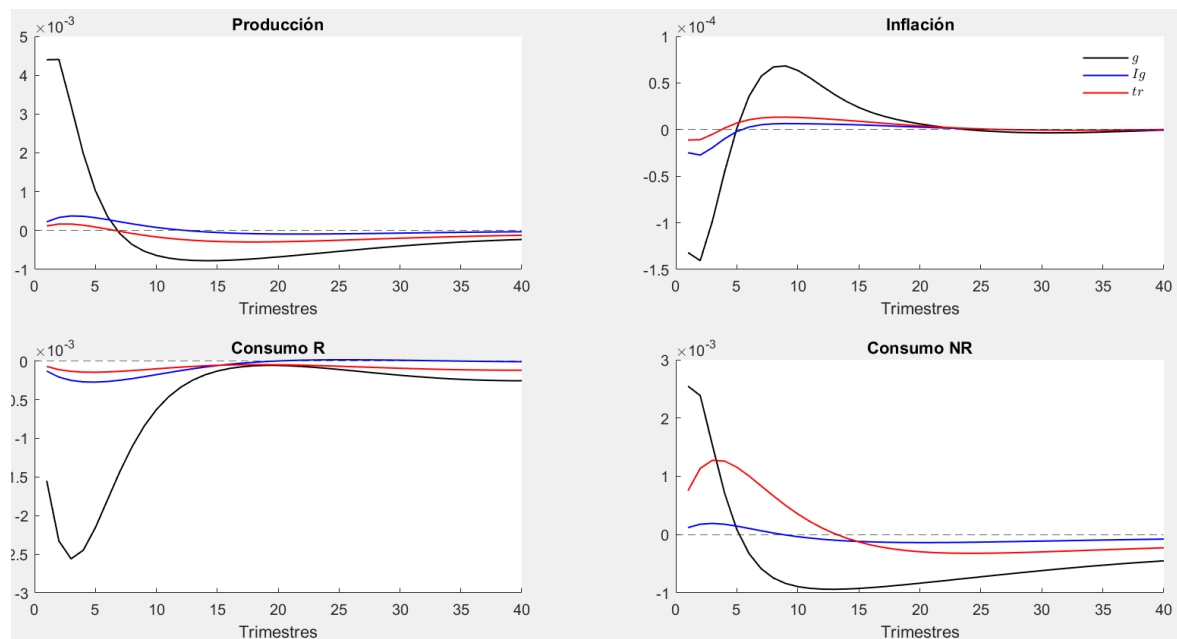
donde este es positivo, aunque leve. Esto se produce, en especial, porque un impuesto al consumo más alto aumenta el costo relativo de los bienes y reduce el ingreso disponible de los hogares y, por lo tanto, la demanda agregada, lo que explica la caída de la producción. Además, el elevado impuesto salarial desalienta la oferta de mano de obra de los hogares no ricardianos, tanto a través del efecto sustitución como del efecto ingreso. Esto también se transmite en los patrones de consumo de estos hogares.

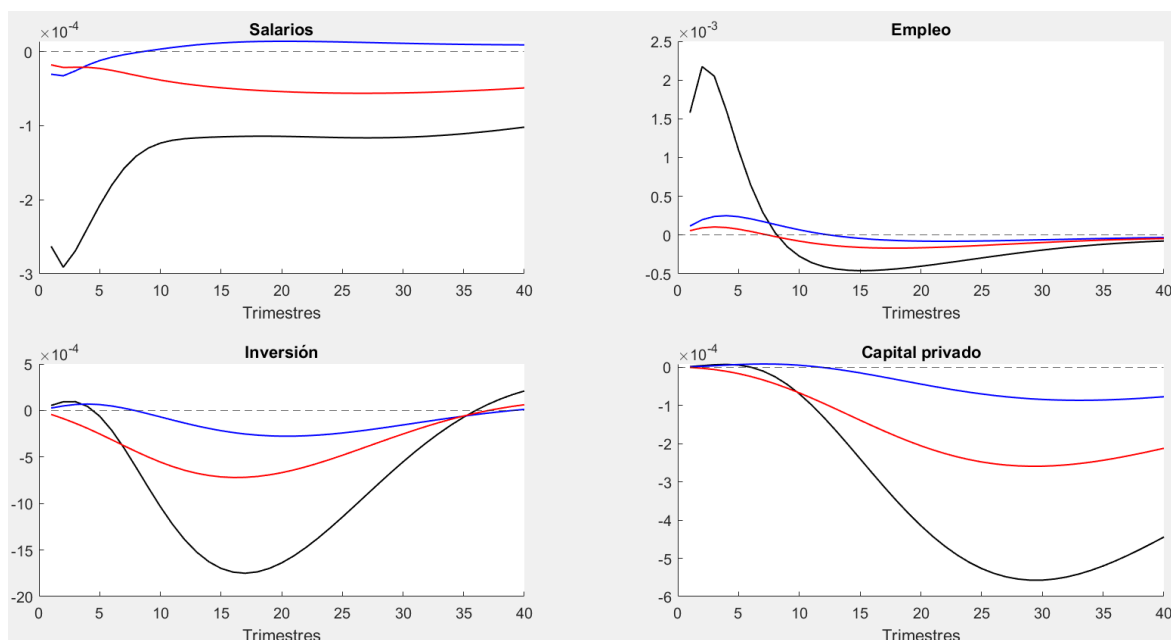
Por otra parte, aunque se identifica inicialmente un efecto positivo de los tres impuestos sobre la inflación, este tiende a desaparecer después del segundo año y en el caso del impuesto al capital es negativo hasta el séptimo año. El efecto de los impuestos al consumo y los salarios sobre la inversión y la acumulación de capital es positivo y tiende de durar todo el periodo de análisis. Este último se explica, principalmente, por la reasignación de factores de producción del trabajo al capital. En el caso del impuesto al capital, es negativo y fuerte durante los primeros cuatro años, pero luego su efecto se corrige.

3.4.2 Efectos del aumento en el gasto público

La figura 3.4 muestra el efecto del aumento del gasto público en sus tres componentes analizados: el gasto de consumo público, el gasto en inversión pública y las transferencias.

Figura 3.4: IRF del aumento en el gasto público





Nota: Línea negra: gastos de consumo; línea azul: inversión pública; línea roja: transferencias.

Fuente: elaboración propia.

En primer lugar, un mayor gasto de consumo favorece la producción agregada, y reduce la inflación, aunque su efecto se corrige luego del segundo año y luego persiste de forma permanente. Además, se identifica una ligera caída en el producto, el consumo de los hogares no ricardianos después del primer año y en el empleo después del cuarto año. El aumento de la demanda de bienes conduce a una mayor inversión privada, aunque levemente y a un aumento de la demanda de empleo, aunque este último se corrige después del tercer año. De igual forma, la corrección es bastante fuerte en la inversión y en el capital luego del primer año, con fuertes implicaciones sobre estos componentes a mediano y largo plazo.

Los gastos de inversión pública y transferencias presentan un efecto similar, pero de menor magnitud, y también persisten a lo largo del tiempo en el caso de la inversión privada y el capital. La inversión pública contribuye a la producción y la generación de empleo, pero este efecto se erosiona después del tercer año. Las transferencias también tienen un efecto positivo sobre la producción y contribuyen a un aumento del consumo de los hogares no ricardianos y, con él, de la demanda agregada. Sin embargo, su magnitud es mucho menor y genera un efecto inflacionario hasta el quinto año. Finalmente, se identifica

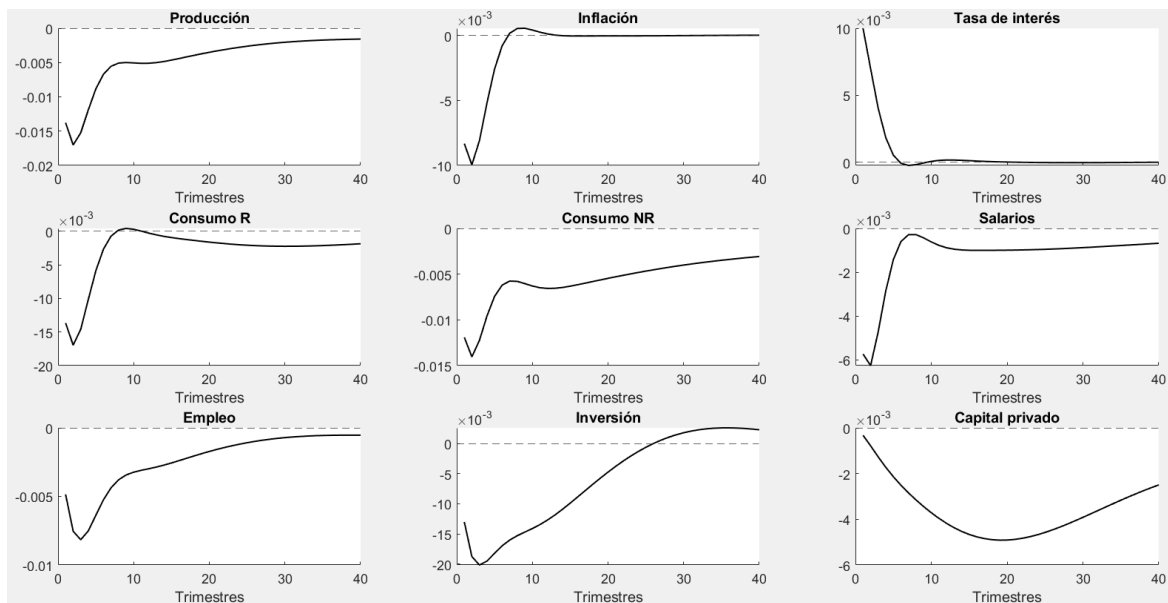
un efecto negativo de los tres tipos de gasto sobre el consumo de los hogares ricardianos y en los salarios.

3.5 Análisis de los choques de política monetaria

La figura 3.5 muestra el efecto de un choque temporal de la tasa de interés nominal. El aumento de la tasa de interés de política crea un mayor costo relativo de los recursos en el mercado, por lo que restringe las posibilidades de financiamiento de la inversión y el consumo privado, y la actividad económica se contrae. Este efecto también se identifica en la caída de los salarios y la generación del empleo. Asimismo, una tasa de interés de política más alta tiene el objetivo fundamental de reducir la inflación, propósito que se cumple de forma inmediata hasta terminar el segundo año.

Por otra parte, es importante señalar que el aumento de la tasa de interés encarece el endeudamiento público y, por tanto, contribuye al deterioro del balance fiscal. En primer lugar, una tasa de interés mayor hace bajar el precio de los bonos de deuda emitidos por el gobierno y, genera un primer efecto temporal que incentiva la demanda de los bonos por parte de los hogares ricardianos, lo cual genera un aumento de la relación deuda/PIB en cerca de 3 pp, como se observa en la figura 3.6.

Figura 3.5: IRF del aumento de la tasa de interés sobre variables económicas

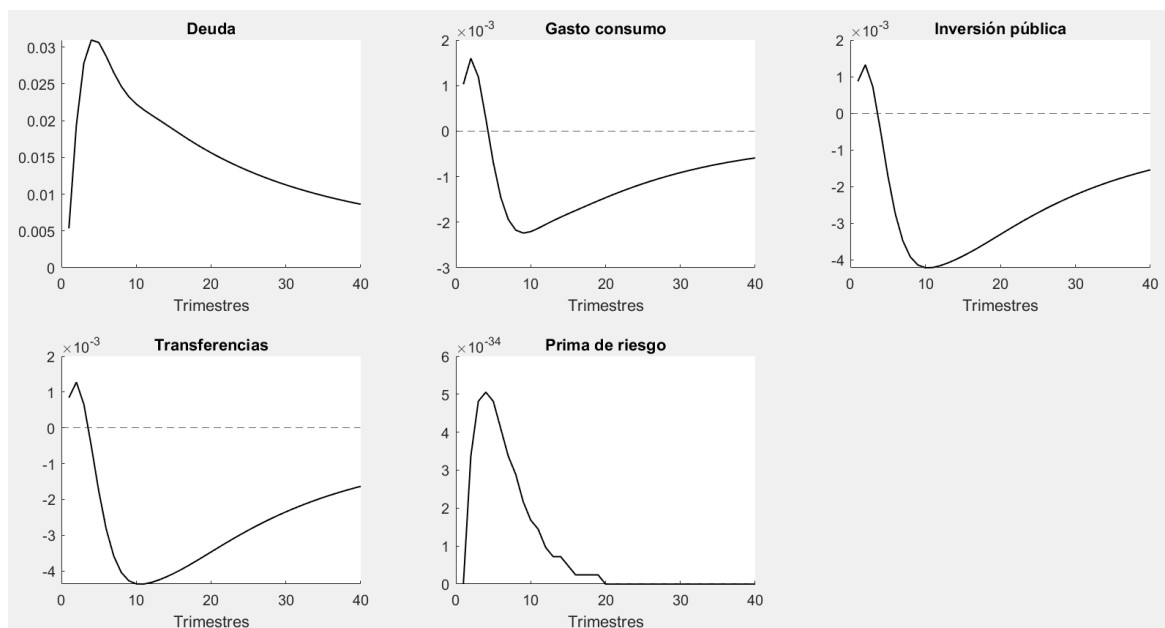


Fuente: elaboración propia.

Además, esta mayor demanda de bonos del gobierno genera a un ajuste del balance presupuestal, ya que aumenta la disponibilidad de recursos para los gastos de consumo e inversión pública. Sin embargo, este efecto solo dura el primer año y su corrección obedece a varios aspectos, entre ellos, a los problemas que genera el mayor endeudamiento del gobierno, el cual va acompañado de una mayor prima de riesgo.

En segundo lugar, la mayor emisión de bonos por parte del gobierno aumenta durante el primer año la disponibilidad de recursos para cubrir sus gastos de consumo, inversión y transferencias, como se observa en la figura 3.6. Sin embargo, su efecto se corrige después del primer año y se mantiene por un periodo de tiempo largo, ya que el mayor costo del servicio de deuda reduce la disponibilidad de recursos para cubrir estos gastos. De igual forma, dada la mayor inflexibilidad que tiene el componente de gasto de consumo, su corrección es más rápida que en los demás. A medida que se corrigen los gastos del gobierno, la prima de riesgo también se va ajustando rápidamente, para reflejar la corrección del gobierno en su balance presupuestal. Luego de 5 años, este efecto de la prima de riesgo se ha corregido completamente.

Figura 3.6: IRF del aumento tasa de interés de política



Fuente: elaboración propia.

Estos resultados confirman que la política monetaria puede cambiar el valor de la deuda en moneda local, pero aumenta los incentivos para desviarse de una regla de política

monetaria. Esto requiere una coordinación adecuada entre la política monetaria y fiscal, a fin de lograr una credibilidad completa de un programa de consolidación fiscal.

3.6 Conclusiones e implicaciones de política

En este capítulo se estimó e implementó un modelo DSGE fiscal para Colombia, con choques que han sido específicos en modelos de mediana escala para una economía emergente pequeña y abierta. El modelo consideró fricciones y rigideces que generalmente no se incorporan en los ejercicios de análisis de política. El modelo fue calibrado y estimado utilizando datos de variables de la economía colombiana y se adoptó un enfoque de modelación que introduce el efecto de variables externas como producción, inflación y tasas de interés, que también se incluyeron en la estimación del modelo.

El análisis del impacto de choques fiscales y de política monetaria en la economía colombiana destaca que los impuestos al capital y a los ingresos laborales pueden ser efectivos para controlar la deuda pública a largo plazo, aunque afectan negativamente la inversión y el capital privado. El impuesto al consumo, aunque inicialmente es perjudicial para la producción, el consumo y el empleo, tiene efectos negativos de corta duración. En cuanto al gasto público, el consumo del gobierno estimula la demanda a corto plazo, pero su impacto a largo plazo es limitado. La inversión pública y las transferencias aumentan la producción y el empleo, aunque sus efectos positivos disminuyen con el tiempo y pueden generar inflación.

El aumento de la tasa de interés de política es una herramienta eficaz para controlar la inflación a corto plazo, pero restringe la inversión y el consumo privado, afectando la actividad económica, los salarios y el empleo. Además, encarece el endeudamiento público, deteriorando el balance fiscal. Inicialmente, aumenta la demanda de bonos gubernamentales, incrementando la relación deuda/PIB, pero este efecto es temporal y se corrige después del primer año, debido al mayor costo del servicio de la deuda. De esta forma, las autoridades monetaria y fiscal deben considerar los efectos a corto y largo plazo de cada instrumento para tomar decisiones informadas que propendan por el bienestar económico del país. De igual forma, la coordinación entre las políticas fiscal y monetaria, aunque reconocida como fundamental, no se aborda de manera explícita en este análisis. Futuras investigaciones podrían beneficiarse de un enfoque que integre información adicional sobre las decisiones de ambas autoridades y un marco metodológico que permita

evaluar el grado de sincronización entre estas políticas. Adicionalmente, sería relevante considerar cómo el marco institucional y el grado de independencia del Banco Central de Colombia condicionan su capacidad para implementar políticas autónomas y coordinadas.

Finalmente, los efectos de los choques fiscales observados a partir del modelo DSGE fiscal para Colombia, están alineados con la mayoría de los resultados de la literatura existente. Si bien las simulaciones ayudan a comprender las respuestas de política fiscal, se deben considerar elementos importantes que forman parte de la evaluación, por ejemplo, la interacción de las políticas fiscal y monetaria. Por tanto, se requiere de una adecuada coordinación de las políticas fiscal y monetaria, lo cual es esencial para lograr estabilidad macroeconómica, controlar la deuda pública y fomentar un crecimiento a largo plazo. Sin embargo, es necesario un análisis mucho más profundo de esta evaluación. En el siguiente capítulo se introducen los multiplicadores fiscales y se contrastan los resultados de las medidas de ajuste fiscal considerando cambios en la regla de política monetaria. De igual forma, se evalúan algunos efectos sobre el bienestar.

4. Consolidación fiscal y multiplicadores²²

En este capítulo se analizan los efectos que genera sobre la economía la implementación de un programa de ajuste fiscal con diferentes instrumentos fiscales que buscan reducir el alto nivel de deuda pública en Colombia. Para ello, se utiliza el modelo DSGE de política fiscal calibrado y estimado en el capítulo anterior, y se analizan las implicaciones macroeconómicas de implementar el programa de ajuste al aumentar los impuestos o reducir los gastos. Además, se analizan los multiplicadores fiscales de cada instrumento, los cuales confirman la magnitud de respuesta del ajuste fiscal sobre variables como la producción, el consumo, la inversión, entre otros. De esta forma, se evalúa el efecto de los componentes del gasto público (consumo, inversión pública y transferencias) y los diferentes impuestos (consumo, ingresos laborales y capital) utilizando el modelo DSGE fiscal. Además, se estiman los multiplicadores fiscales siguiendo la metodología de Mountford y Uhlig (2009) y Zubairy (2014). Esta propuesta nace de las preocupaciones latentes sobre el desequilibrio fiscal que actualmente tiene Colombia, como fue señalado en los capítulos anteriores.

Los efectos de estas medidas de ajuste fiscal sobre la economía han generado debates entre economistas y los responsables de política, además, de que persiste la falta de consenso sobre el efecto de estas medidas de austeridad. La literatura existente sobre el efecto de las estrategias de consolidación se ha concentrado en la estimación de los multiplicadores fiscales utilizando modelos VAR, especialmente en economías desarrolladas, como se identifica en Blanchard y Perotti (2002), Mountford y Uhlig (2009),

²² El modelo DSGE fiscal presentado en el capítulo anterior y los resultados de este capítulo fueron presentados en el siguiente artículo que ya se encuentra publicado:
Zapata-Quimbayo, C. A., & Chamorro-Narváez, R. A. (2025). Fiscal Asymmetries under a Debt Consolidation Strategy: Evidence from Colombia. *The Journal of Economic Asymmetries*, 31(1), 1-23. DOI: 10.1016/j.jeca.2025.e00405

Ramey (2011), Auerbach y Gorodnichenko (2012), Alesina y Ardagna (2012), Blanchard y Leigh (2013), entre otros. Sin embargo, este tipo de modelos no permiten identificar una respuesta clara sobre cuáles son los factores que determinan el éxito de una estrategia de consolidación, como afirman Ramey y Zubairy (2018) y Albonico et al (2021). Además, no permiten distinguir los efectos de los diferentes instrumentos fiscales. Si bien, la especificación del modelo VAR es útil para aplicaciones empíricas y permite el análisis de los choques, tanto endógenos como exógenos, como afirman Ramey y Zubairy (2018), no permite identificar las medidas de política fiscal que conducen a cambios permanentes en la relación deuda/PIB.

De igual forma, el grado de respuesta de las medidas de ajuste fiscal suele ser diferente en economías emergentes, como Colombia, dado que el tamaño de los multiplicadores fiscales suele ser muy pequeño, como fue señalado por Ilzetzki et al. (2013)²³ y Sheremirov y Spirovska (2022). Por este motivo surge la necesidad de cuantificar los efectos de la implementación de un programa de consolidación fiscal sobre la economía colombiana, teniendo en cuenta la composición de las medidas de austeridad sobre la producción, el consumo y la inversión, así como la interacción entre las políticas monetaria y fiscal.

Los resultados muestran que el gasto de inversión pública, las transferencias y la tasa del impuesto al consumo, como instrumentos de política fiscal, presentan un menor efecto recesivo sobre la producción. De igual forma, los impuestos generan contracciones inmediatas, pero se transforman en expansiones a largo plazo en la producción y el consumo agregado. Sin embargo, los multiplicadores fiscales y tributarios para Colombia indican que el impacto de estas políticas puede ser relativamente pequeño, reflejando una estructura de gasto público concentrada en aspectos de corto plazo y sin efectos duraderos significativos. Además, un aumento en la tasa de interés debido a un choque en la prima de riesgo genera efectos macroeconómicos negativos de gran magnitud, especialmente en economías pequeñas y abiertas como la nuestra.

²³ Ilzetzki et al. (2013) estimaron los multiplicadores fiscales para una muestra de 44 países y encontraron que los multiplicadores fiscales son más bajos en las economías emergentes. Estos autores encontraron que estos multiplicadores tienden a ser más bajos debido a factores como: la ineficiencia del gasto y su inflexibilidad.

4.1 Revisión de la literatura

A nivel internacional existe una amplia literatura sobre los efectos de una consolidación fiscal, principalmente, en países desarrollados. Por ejemplo, Coenen et al. (2008) modelaron la consolidación fiscal como una reducción permanente de la relación deuda/PIB utilizando un modelo DSGE de economía cerrada, destacando las compensaciones entre los beneficios a corto y largo plazo, especialmente en los hogares con acceso limitado a los mercados financieros. Luego, Cogan et al. (2013) implementaron un modelo DSGE Neo-Keynesiano con costos de ajuste. A partir de una diferenciación entre gastos de funcionamiento y transferencias, así como la evolución de la deuda pública, ellos encontraron que la producción aumenta en el corto plazo tras el anuncio de la implementación de la estrategia. Además, Erceg y Linde (2013), al igual que Coenen et al. (2008), examinaron los efectos de la consolidación fiscal para dos países de la zona euro, y encontraron que la consolidación basada en impuestos genera menores costos sobre la producción en comparación con la reducción del gasto, mientras que una estrategia mixta puede ser mucho más efectiva con menores costos sobre la economía y el bienestar.

Por otra parte, Alesina et al. (2015) utilizaron una estructura mucho más sólida para modelar la consolidación fiscal que tiene en cuenta los efectos anticipados sobre el crecimiento económico. Ellos encontraron que una estrategia de consolidación basada en el gasto es menos costosa en términos de producción. De manera similar, Hommes et al. (2017) formularon un modelo de consolidación con agentes heterogéneos como Alesina et al. (2015), aunque ajustaron algunos detalles en el modelo. Además, estimaron el efecto de la consolidación basándose en creencias erróneas de los agentes, es decir, si tienen una visión correcta o no del programa de consolidación. Forni y Pisani (2018) también analizaron el impacto de la reestructuración de la deuda en los países de la zona euro y encontraron que esta política tiene impactos significativos y persistentes en la reducción del producto, en especial, si la deuda pública se concentra internamente.

Cantore et al. (2019) también implementaron un modelo DSGE para determinar la velocidad óptima de consolidación fiscal en un modelo de mediana escala para una economía cerrada y concluyeron que una consolidación rápida de la deuda es factible, principalmente en contextos de alto endeudamiento público y falta de acceso a rescates del gobierno. De manera similar, Cardani et al. (2020) utilizaron un enfoque de política óptima de Ramsey para la zona euro, junto con una combinación de impuestos sobre los

ingresos laborales, el gasto público y metas de inflación para lograr la consolidación fiscal, y encontraron que la política óptima requiere aumentos de impuestos y de inflación. Finalmente, Albonico et al. (2021) evaluaron los efectos sobre la actividad económica de un cambio temporal de la deuda pública y la relación entre el nivel de deuda y el multiplicador de deuda para la economía estadounidense. Según los autores, este tipo de políticas fiscales cobra bastante relevancia en las condiciones actuales que se presentan a nivel mundial, en especial luego de los efectos de la pandemia del Covid-19. Frente a este tipo de escenarios, los bancos centrales han reaccionado bajando las tasas de interés de política, al tiempo que los gobiernos implementaron medidas de alivios fiscales y aplazaron impuestos.

Una característica de estos trabajos es que utilizan modelos de tipo DSGE Neo-Keynesianos y algunos incorporan las interacciones entre las políticas fiscal y monetaria. Además, en estos trabajos se evalúa el efecto de las estrategias de consolidación fiscal a través de políticas fiscales contractivas que buscan una reducción del gasto público o un aumento de los impuestos, siguiendo los desarrollos previos de Giavazzi y Pagano (1996), Alesina y Perotti (1995, 1997), Alesina y Ardagna (2010, 2012), entre otros. Estos autores encontraron evidencia en los países de la zona euro de los efectos expansivos al implementar una política fiscal contractiva y encontraron que una estrategia de ajuste fiscal orientada a la reducción del gasto público se traduce en una reducción de los impuestos en el futuro, junto con un aumento del consumo actual y futuro de los hogares, pero contribuyen a corregir el déficit fiscal y, con ello, se logra una reducción de la deuda.

En este contexto, las políticas discrecionales contractivas ayudan a garantizar la estabilidad macroeconómica a largo plazo. Sin embargo, la respuesta expansionista de este tipo de políticas debe considerar las características propias de cada economía, así como su efecto multiplicador sobre los diferentes agregados macroeconómicos, como fue señalado por Ramey (2011) y Ramey y Zubairy (2018). Además, los multiplicadores fiscales son factores clave que determinan la efectividad del ajuste fiscal para corregir la relación deuda/PIB y, por tanto, una evaluación de este tipo de políticas debe considerar también la combinación de instrumentos fiscales, la proporción de hogares no ricardianos (con restricciones crediticias) y el uso de impuestos distorsionadores.

La literatura sobre multiplicadores fiscales ha crecido significativamente en los últimos años. A nivel internacional, se encuentran los trabajos de Mountford y Uhlig (2009),

Auerbach y Gorodnichenko (2012), Alesina y Ardagna (2012), Ramey (2011), Blanchard y Leigh (2013), Zubairy (2014), Ramey y Zubairy (2018), entre muchos otros, los cuales se han concentrado en economías desarrolladas. Estos trabajos empíricos parten de los desarrollos de Blanchard y Perotti (2002), quienes a través de un modelo VAR con restricciones de signo, estimaron los efectos de los cambios exógenos de las variables fiscales sobre la producción, el consumo privado y la inversión, para la economía de Estados Unidos. En esta misma línea, Mountford y Uhlig (2009), Ramey (2011), Zubairy (2014) y Ramey y Zubairy (2018) implementaron un modelo SVAR para la estimación de las IRF, con el propósito de comparar las estimaciones de los multiplicadores fiscales. Por otra parte, la literatura sobre la relación entre los multiplicadores fiscales y la deuda es escasa y solo existen aplicaciones para economías desarrolladas, como en Vranceanu y Besancenot (2013), Albonico et al (2021) y Broner et al. (2022).

En economías emergentes se encuentran los trabajos de Ilzetzki et al. (2013) y Hory (2016), y para Colombia se identifica el trabajo de Ojeda y Guzmán (2022), quienes utilizaron modelos SVAR para estimar los multiplicadores de gasto e impuestos. Ilzetzki et al. (2013) y Hory (2016) encontraron que los multiplicadores fiscales no son significativos (o son nulos) en la mayoría de las economías emergentes, mientras que Ojeda y Guzmán (2022) encontraron multiplicadores del gasto e impuestos muy pequeños para Colombia, que están en línea con los trabajos anteriores. Sin embargo, cabe señalar que este tipo de modelos empíricos no proporcionan una respuesta clara sobre cuáles son los factores que determinan el éxito de una estrategia de consolidación como se señaló atrás y, en especial, sobre cómo las medidas de política conducen a cambios permanentes en la relación deuda/PIB. Además, solo algunos incorporan las interacciones entre las políticas monetaria y fiscal. Estos elementos se tienen en cuenta en el desarrollo del presente capítulo de la tesis.

4.2 Ajuste fiscal y efectos sobre la economía

Las medidas de ajuste fiscal que buscan una reducción permanente de los déficits fiscales y de los niveles de endeudamiento se implementan mediante la reducción del gasto público o mediante el aumento de los impuestos, los cuales se transmiten a través de diferentes canales sobre la demanda agregada y afectan la producción nacional, el consumo y la inversión, entre otros. Este efecto depende del grado de ajuste en el gasto y/o en los

impuestos, y su permanencia o duración depende de su efecto multiplicador en la economía. Para llevar a cabo este ejercicio se tienen en cuenta tanto el diseño de los instrumentos de política fiscal, que buscan una reducción del nivel de deuda pública, así como sus efectos sobre el bienestar. Cada uno de estos elementos se abordan a continuación.

4.2.1 Instrumentos de política fiscal

Al diseñar un programa de ajuste o consolidación fiscal, un gobierno puede elegir entre diferentes instrumentos fiscales. Entre las diferentes alternativas, siguiendo a Coenen et al. (2008) y Cogan et al. (2013), un gobierno puede adoptar por:

- i) un aumento de los impuestos al consumo, al capital y a los ingresos laborales;
- ii) una reducción del gasto público, como recortes en sus gastos de consumo, de las transferencias públicas y una reducción en la inversión pública;
- iii) una combinación de las dos mediante el aumento de algunos o todos los impuestos y el recorte en sus gastos.

La elección de una medida, o de una combinación de ellas, requiere comprender los efectos específicos que estas tienen sobre la economía, al tiempo que se cumple el objetivo de reducir el déficit presupuestal y el nivel de deuda de forma permanente.

Teniendo en cuenta lo anterior, la estrategia de consolidación fiscal propuesta se implementa a partir del modelo DSGE fiscal desarrollado en el capítulo anterior. Además, siguiendo los trabajos anteriores y el de Leeper et al. (2017), se tiene que los instrumentos de política fiscal siguen reglas discrecionales del gobierno con respecto al gasto público, \hat{g}_t^g , y los impuestos, $\hat{\tau}_t^s$, como fue indicado atrás y, que vienen dadas por:

$$\hat{g}_t^g = \rho^g \hat{g}_{t-1} - (1 - \rho^g)[\psi^g \hat{y}_t + \ell^g(\hat{b}_{t-1})] + \zeta_t^g \quad (4.1)$$

$$\hat{\tau}_t^s = \rho^s \hat{\tau}_{t-1}^s + (1 - \rho^s)[\psi^s \hat{y}_t + \ell^s(\hat{b}_{t-1})] + \zeta_t^s \quad (4.2)$$

donde: b_t corresponde a la relación deuda/PIB, $g = \{G, I^g, TR\}$ corresponde a los gastos de consumo (G), inversión (I^g) y transferencias del gobierno (TR); $s = \{\tau^c, \tau^w, \tau^k\}$ son los diferentes impuestos distorsionadores sobre el consumo, los ingresos laborales y el

capital²⁴; y ζ_t^g y ζ_t^s denotan los choques de política fiscal. Estos seis instrumentos de política fiscal están orientados a lograr una reducción permanente del nivel de deuda pública al tiempo que se alcanza un equilibrio presupuestal.

En todos los casos el tamaño del ajuste se normaliza para corresponder al 1 por ciento del PIB en estado estacionario en el período cero y, el efecto de cada tipo de ajuste se analiza para lograr una reducción gradual de la relación deuda/PIB con déficit fiscal cero. Este ajuste del 1 por ciento en los instrumentos fiscales está en línea con las metas trazadas en Marco Fiscal de Mediano Plazo (MFMP) de Colombia de los años 2023 y 2024²⁵. Los resultados se analizan de forma separada para la reducción de los tres componentes del gasto y un aumento de los tres impuestos para generar una reducción en la relación deuda/PIB, según las reglas de política fiscal definidas. Para evaluar las respuestas de las diferentes variables sobre los ajustes en los componentes del gasto y en los impuestos, se toman las estimaciones realizadas para el modelo DSGE fiscal para Colombia, como se muestra en la tabla 4.1. Allí se observa que la respuesta a las desviaciones del PIB es mayor en el impuesto al consumo y al capital, y en los componentes de gasto en transferencias e inversión pública; mientras que la respuesta a las desviaciones de la deuda es mayor en el impuesto a los ingresos laborales y a las transferencias del gobierno.

Tabla 4.1: Parámetros de respuesta a las variaciones respecto del PIB y la deuda

Instrumento fiscal	Término autorregresivo	PIB	Deuda
Impuesto al consumo	$\rho_{\tau^c} = 0.5297$	$\psi_{\tau^c} = 0.5276$	$\ell_{\tau^c} = 0.2125$
Impuesto al capital	$\rho_{\tau^k} = 0.7393$	$\psi_{\tau^k} = 0.5076$	$\ell_{\tau^k} = 0.2072$
Impuesto a los ingresos laborales	$\rho_{\tau^w} = 0.7463$	$\psi_{\tau^w} = 0.4942$	$\ell_{\tau^w} = 0.2249$
Gasto de consumo	$\rho_g = 0.6742$	$\psi_g = 0.4305$	$\ell_g = 0.1029$
Inversión pública	$\rho_{I_g} = 0.7634$	$\psi_{I_g} = 0.5075$	$\ell_{I_g} = 0.2041$

²⁴ Siguiendo la formulación de la FRF de Bohn (1998, 2008), y con base en los trabajos de Kemp y Hollander (2020) y Zapata y Chamorro (2022), se incorporan dos características a estas reglas de política. En primer lugar, las reglas incorporan estabilizadores automáticos al incluir una respuesta a la brecha del producto. En segundo lugar, todos los instrumentos fiscales (gastos e impuestos) pueden responder a las variaciones de la deuda.

²⁵ Según MinHacienda, se espera que las medidas implementadas por el GNC permitan obtener una reducción de \$20 billones de pesos del presupuesto nacional, lo cual equivale a 1 pp del PIB. De igual forma, la senda de ajuste de deuda pública contempla un escenario base de reducción de aproximadamente 10 pp del PIB.

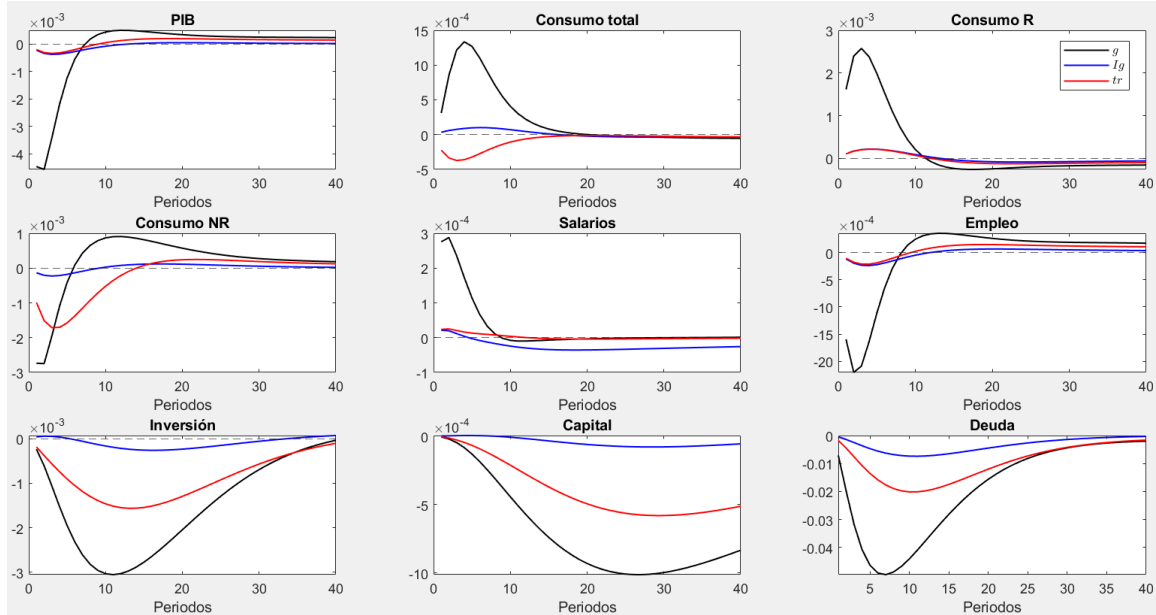
Transferencias públicas $\rho_{tr} = 0.7699$ $\psi_{tr} = 0.5050$ $\ell_{tr} = 0.2126$

Fuente: calculos propios.

4.2.2 Efectos de una reducción en los gastos

En esta sección se cuantifica el efecto de la reducción del gasto público en sus tres componentes: gastos de consumo, inversión pública y transferencias, sobre las variables de producción, consumo, salarios, empleo, inversión, el capital y deuda pública. En el corto plazo, el recorte del gasto tiene un impacto negativo sobre la producción, el empleo y el consumo en los hogares no ricardianos, y un impacto positivo sobre el consumo en los hogares ricardianos, quienes prevén una mejora en el balance presupuestal del gobierno y una reducción de la deuda, así como en los salarios, como se observa en la figura 4.1. De los tres componentes del gasto, el gasto de consumo es el de mayor incidencia. Además, la reducción en las transferencias, que representan una fuente importante de recursos de los hogares no ricardianos, incide fuertemente en la caída del consumo en este tipo de hogares.

Figura 4.1: Efecto de una reducción de los gastos



Nota: Línea negra: gasto de consumo; línea azul: inversión pública; línea roja: transferencias

Fuente: elaboración propia.

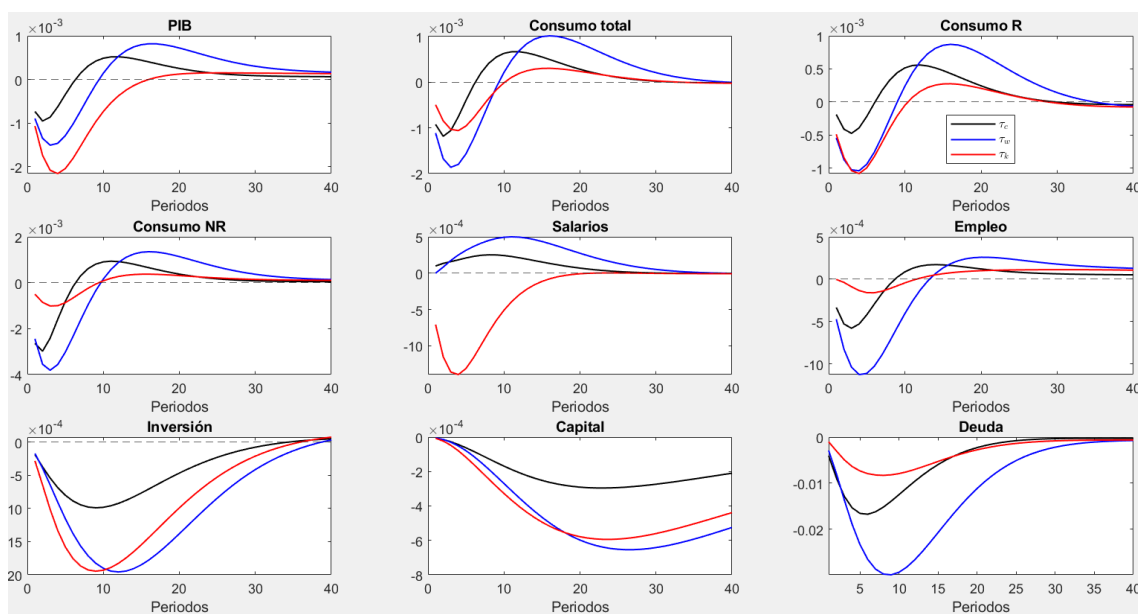
El impacto recesivo de la estabilización de la deuda basada en el gasto se prolonga a lo largo de todo el periodo de tiempo, con una fuerte reducción en los primeros dos años, y

presenta mayor intensidad en los gastos de consumo y transferencias. Lo mismo sucede con el impacto recesivo de la inversión y el capital, que llegan a su punto más bajo luego de 3 y 9 años, respectivamente. Esta caída de la inversión genera un efecto sustitución de los factores de producción y encarece los salarios. Estos resultados difieren de los trabajos previos de Alesina et al. (2012) y Cogan et al. (2013), quienes mostraron efectos recesivos más leves y de corta duración de la consolidación basada en el gasto, incluso con respuestas positivas en la inversión privada.

4.2.3 Efectos de un aumento en los impuestos

De forma análoga al análisis anterior de los instrumentos del gasto, se cuantifica el efecto de un aumento de 1 pp en los tres impuestos sobre las variables de producción, consumo, salarios, empleo, inversión, capital y deuda pública. En primer lugar, se encuentra un efecto recesivo en los primeros 2 a 3 años sobre la producción, el consumo, y el empleo; y un efecto persistente y negativo sobre la inversión y el capital, como muestra la figura 4.2.

Figura 4.2: Efecto de un aumento de los impuestos



Nota: Línea negra: impuesto al consumo; línea azul: impuesto a los ingresos laborales; línea roja: impuesto al capital

Fuente: elaboración propia.

Aunque se identifica una reducción importante en la producción y el consumo a corto plazo, con un efecto mayor en los impuestos sobre el trabajo y el capital, también se encuentra

una recuperación a mediano plazo. Además, la caída inicial es fuerte, se presenta una rápida recuperación que es mayor en el caso de un aumento del impuesto a los ingresos laborales. El impacto recesivo de los impuestos también es grande, pero su efecto sobre la relación deuda/PIB se erosiona mucho más rápido, en comparación con el efecto recesivo que genera la reducción del gasto. Las diferencias de la pérdida de producción a corto plazo son diferentes para los instrumentos fiscales. Se encuentra que entre más negativo sea el efecto de un instrumento, mayor es el ajuste necesario en ese instrumento para asegurar una disminución en la relación deuda/PIB para compensar la contracción de la producción.

El análisis de la consolidación fiscal en presencia de hogares no ricardianos también tiene importantes consecuencias distributivas que deben señalarse. Por ejemplo, el consumo de estos hogares cae fuertemente el primer año, ya que su restricción presupuestal se afecta al recibir menos recursos de transferencias, por el aumento en los impuestos laborales y al consumo, y por la pérdida de empleo dada la caída en la producción. En el caso de los hogares ricardianos, su consumo responde de forma positiva frente a la reducción del gasto y la pérdida es inferior para el incremento en los tres impuestos. Además, su recuperación se da de forma mucho más rápida. A largo plazo, el incremento en el consumo para estos hogares es marginal y las ganancias generadas por el mayor recaudo tributario termina beneficiando más a los hogares ricardianos

Por otra parte, la dinámica de la relación deuda/PIB responde de forma diferente frente a cada instrumento. En el caso de la reducción en el gasto de consumo y el aumento en el impuesto a ingresos laborales, la relación deuda/PIB responde en mayor magnitud y alcanza una mayor reducción en estos dos casos. La reducción del gasto en consumo del gobierno, la deuda alcanza la mayor reducción. Lo mismo sucede con el impuesto a los ingresos laborales. Sin embargo, aunque esta última medida puede representar un instrumento muy útil para alcanzar una rápida reducción de la deuda en Colombia, no sucede lo mismo con el gasto en consumo. Por lo tanto, su utilidad como instrumento de política fiscal puede ser cuestionable. En este caso en concreto se resalta la poca flexibilidad que presenta este componente del gasto público, como ha sido señalado en la literatura para Colombia (Lozano y Julio, 2019; Lozano et al., 2019), debido a los diferentes compromisos fiscales que recaen sobre el presupuesto nacional por las diferentes reformas constitucionales que se han realizado en el país desde la década de los 90s.

Además, siguiendo a Alesina y Ardagna (2010), la elección de los instrumentos para implementar una estrategia de consolidación fiscal debe tener en cuenta su aporte al crecimiento, además de contribuir a la reducción de la relación deuda/PIB. En este sentido, la estabilización de la deuda basada en el gasto tiene un impacto más desfavorable sobre la producción en comparación con las medidas de estabilización de la deuda basadas en impuestos. Estas últimas no solo generan una menor caída de la producción, sino que además a mediano plazo generan un resultado positivo sobre la producción y el consumo. Este análisis de los efectos de los diferentes instrumentos fiscales se complementa con el cálculo de los multiplicadores, como se presenta en la siguiente sección. Los multiplicadores fiscales permiten cuantificar el efecto de cada instrumento fiscal sobre las diferentes variables analizadas.

4.3 Multiplicadores fiscales

En la literatura empírica, así como en los debates teóricos y políticos sobre los programas de consolidación fiscal, también se han considerado la importancia de los multiplicadores fiscales, teniendo en cuenta que el efecto multiplicador de cada instrumento fiscal sobre las diferentes variables y agregados de la economía es diferente. Estos multiplicadores miden los efectos de las medidas de política fiscal sobre la producción, la inversión y el consumo, como afirman Mountford y Uhlig (2009) y Zubairy (2014). Siguiendo a estos autores, los multiplicadores se especifican como la relación entre la variación de la producción, de la inversión y el consumo, y una variación discrecional de los componentes del gasto y/o de los impuestos.

Estos multiplicadores fiscales pueden obtenerse mediante dos metodologías diferentes de medición:

- i) el multiplicador de impacto que se calcula en el momento en que sucede el choque (o impulso) de política; y
- ii) el multiplicador acumulado que se obtiene con la relación del valor presente de un cambio o variación acumulada en la variable de respuesta y el cambio acumulado de la variable fiscal (gastos o impuestos).

Los multiplicadores fiscales se obtienen, siguiendo a Mountford y Uhlig (2009), bajo la metodología del multiplicador acumulado como sigue:

$$VP_t \text{ del rezago } k = \frac{\sum_{i=0}^k (\prod_{i=0}^k R_{t+i}^{-1}) \Delta Y_{t+i}}{\sum_{i=0}^k (\prod_{i=0}^k R_{t+i}^{-1}) \Delta f_{t+i}} \quad (4.3)$$

Donde $f_t = \{G_t, I_t^g, TR_t, \tau_t^c, \tau_t^w, \tau_t^k\}$. De esta forma, los multiplicadores fiscales se calculan para los trimestres 4 (1 año), 8 (2 años), 12 (3 años), 20 (5 años) y 40 (10 años). De igual forma, se calcula el multiplicador promedio (Prom.) en cada caso. Las tablas 4.2 y 4.3 muestra los resultados de los multiplicadores fiscales en los componentes del gasto y los impuestos.

4.3.1 Multiplicadores del gasto

Los resultados muestran que el impacto de un aumento de 1 pp en los gastos en consumo del gobierno aumenta la producción nacional en 0.1514; mientras que un aumento similar de la inversión pública o en las transferencias apenas lo aumenta en 0.015 y 0.0048, respectivamente, como se observa en la tabla 4.2. El efecto promedio del gasto en consumo sobre la inversión privada es mayor y alcanza un 0.3751. Sin embargo, se debe resaltar que su efecto es relativamente alto a largo plazo, cuando alcanza un efecto multiplicador del 0.89.

Tabla 4.2: Multiplicadores del gasto del gobierno

	Trim. 4	Trim. 8	Trim. 12	Trim. 20	Máx.	Prom.
<i>Gasto público de consumo (G_t)</i>						
PIB	0.1671	0.1556	0.1546	0.1581	0.1218	0.1514
Consumo	-0.042	-0.0719	-0.094	-0.1266	-0.1421	-0.0953
Inversión privada	0.0388	0.1218	0.2535	0.5721	0.889	0.3751
<i>Inversión pública (I_t^g)</i>						
PIB	0.0193	0.0172	0.0154	0.0128	0.0103	0.015
Consumo	-0.0038	-0.0048	-0.0053	-0.0049	-0.0019	-0.0041
Inversión privada	-0.0025	0	0.004	0.0136	0.0198	0.007
<i>Transferencias (TR_t)</i>						
PIB	0.0153	0.0128	0.0093	0.0017	-0.0153	0.0048

Consumo	0.0167	0.0157	0.0153	0.0163	0.0209	0.017
Inversión privada	-0.0156	-0.0543	-0.1133	-0.2581	-0.4487	-0.178

Fuente: Cálculos propios

Además, este componente del gasto tiene un efecto negativo promedio -0.0953 sobre el consumo, que se explica por el efecto desplazamiento del consumo privado por el consumo público, principalmente, en los hogares ricardianos. Este efecto se va incrementando a medida que pasa el tiempo. El efecto multiplicador negativo sobre el consumo privado, también se identifica en el componente de gasto en inversión pública, mientras que las transferencias presentan un efecto multiplicador positivo sobre el consumo, pero es muy reducido. Por otra parte, los gastos en inversión pública a corto plazo, y las transferencias tienen un efecto negativo sobre la inversión privada. Este último alcanza un multiplicador del -0.4487 a largo plazo.

Estos resultados están en línea con los trabajos de Mountford y Uhlig (2009) y Ramey (2011), quienes encontraron que los gastos del gobierno tienden a desplazar el consumo privado y la inversión, pero a diferencia de estos trabajos, el efecto multiplicador que se identifica para Colombia es mucho más pequeño y, en el caso del componente de inversión pública su efecto es casi insignificante.

A nivel internacional se ha encontrado evidencia similar sobre el tamaño de los multiplicadores en economías emergentes o en desarrollo. Por ejemplo, los trabajos de Ilzetzki et al. (2013) y Sheremirov y Spirovska (2022) demostraron que los multiplicadores fiscales son muy pequeños, o casi cero en economías emergentes. Esto tiene unas implicaciones importantes en materia de política fiscal en estas economías, ya que su capacidad de dar respuesta en momentos de recesión o crisis es bastante limitada. Lo mismo sucede con su capacidad de emprender programas de ajuste fiscal, ya que se requieren grandes esfuerzos para lograr cambios significativos en el balance presupuestal o en el nivel de deuda, como se mostró en la sección 4.3. Una vez estimados los efectos de reducciones en diferentes tipos de gasto del gobierno, en la siguiente sección se hace algo similar para el caso de aumentos en los impuestos.

4.3.2 Multiplicadores de los impuestos

En cuanto al efecto multiplicador de los impuestos, se identifica un efecto negativo sobre todas las variables de análisis (producción, consumo e inversión privada) y, se identifica

un efecto mayor de los impuestos al capital sobre la inversión y la producción y , y de los impuestos a los ingresos laborales sobre el capital. En este caso, un aumento del impuesto al capital tiene un efecto multiplicador promedio sobre la producción de -0.1195; mientras que el efecto del impuesto laboral sobre la inversión es de -0.1654. El impuesto a los ingresos laborales también tiene un efecto significativo sobre el consumo que es de -0.0515. Ahora, el efecto multiplicador del impuesto al consumo solo es significativo sobre la inversión privada, con un efecto que va aumentando considerablemente con el paso del tiempo. Además, a largo plazo, el efecto multiplicador de los tres impuestos es mayor sobre la inversión privada. Este efecto está asociado con la reasignación de factores de producción dado el mayor costo del capital, lo que resulta en una menor tasa de uso, como también fue señalado por Bhattacharya y Trzeciakiewicz (2017).

Tabla 4.3: Multiplicadores de los impuestos

	Trim 4	Trim 8	Trim 12	Trim 20	Máx.	Prom.
<i>Impuesto al consumo (τ_t^c)</i>						
PIB	-0.0375	-0.031	-0.0138	0.0159	0.0361	-0.0061
Consumo	-0.0463	-0.0371	-0.0146	0.0221	0.0328	-0.0086
Inversión privada	-0.0209	-0.0517	-0.092	-0.1554	-0.1799	-0.1
<i>Impuesto al capital (τ_t^k)</i>						
PIB	-0.1188	-0.1264	-0.1262	-0.1209	-0.1053	-0.1195
Consumo	-0.0578	-0.0564	-0.0467	-0.0295	-0.0232	-0.0427
Inversión privada	-0.055	-0.0954	-0.137	-0.2053	-0.2432	-0.1471
<i>Impuesto a los ingresos laborales (τ_t^w)</i>						
PIB	-0.0758	-0.073	-0.0604	-0.0201	0.0356	-0.0387
Consumo	-0.0937	-0.0892	-0.0726	-0.0226	0.0207	-0.0515
Inversión privada	-0.0305	-0.0658	-0.1166	-0.2442	-0.3698	-0.1654

Fuente: Cálculos propios.

Aumentos en los impuestos a los ingresos laborales y al consumo generan un efecto positivo sobre la producción y el consumo a largo plazo, aunque es bastante pequeño. Estos resultados de los multiplicadores de impuestos tienen un impacto recesivo importante, en comparación con los efectos multiplicadores de los componentes del gasto público, lo que está en línea con los trabajos de Mountford y Uhlig (2009), Alesina et al. (2012), Zubairy (2014) y Bhattacharya y Trzeciakiewicz (2017), realizados para economías

desarrolladas, sin embargo, la magnitud del efecto que se identifica en Colombia es mucho menor.

4.3.3 Comparación de multiplicadores fiscales

El propósito de esta sección es comparar los resultados obtenidos mediante el modelo DSGE fiscal con resultados previos de trabajos realizados para Colombia, como Rincón et al. (2017), Restrepo et al. (2020) y Ojeda y Guzmán (2022). Para ello, nos basamos en trabajos que hayan utilizado modelos DSGE Nekeynesianos como Rincón et al. (2017), y modelos empíricos mediante modelos VAR y SVAR como en Restrepo et al. (2020) y Ojeda y Guzmán (2022), y se toman en cuenta los resultados obtenidos de los multiplicadores acumulados a un año. Una característica de estos trabajos es que siguen la propuesta de Mountford y Uhlig (2009), lo que hace comparables los resultados. Además, se toma en cuenta el multiplicador de gasto de consumo del gobierno y el rango en el que se encuentran los tres multiplicadores de impuestos.

La tabla 4.4 muestra los resultados obtenidos en los diferentes trabajos. Las diferencias se encuentran, principalmente, en el multiplicador del gasto, para el que se identifican resultados mucho más altos en los trabajos de Rincón et al (2017) con un multiplicador de 0.43 y en Restrepo et al. (2020) con 0.75.

Tabla 4.4: Comparación de los multiplicadores fiscales

	Resultado obtenido	Rincón et al (2017)*	Restrepo et al (2020)**	Ojeda y Guzmán (2022)***
Gasto publico	0.17	0.43	0.75	0.25
Impuestos	-0.04; -0.12	-0.23	-0.1	-0.2
(*) Modelo NK-DSGE para el periodo 2000-2018. Los autores solo reportan el multiplicador promedio para el periodo 2000-2014. (**) Modelo SVAR para el periodo 2000-2018. (***) Modelo VAR con identificación de signos calculados a 1 año para el periodo 2001-2019. Los autores calculan un multiplicador suavizado descontando el efecto procíclico de la política monetaria.				

Fuente: cálculos propios.

A pesar de estas diferencias, se resalta el hecho de que estos multiplicadores, aunque son significativos, son inferiores a los resultados obtenidos en economías desarrolladas, al igual que los resultados obtenidos por Ilzetzki et al. (2013).

4.3.4 Interacción con la política monetaria

En esta sección se analiza la sensibilidad del modelo y el efecto de la política fiscal frente a cambios en los parámetros de la regla de política monetaria, teniendo en cuenta que las decisiones de política monetaria inciden en las decisiones de política fiscal y en la magnitud de los multiplicadores fiscales sobre la producción, el consumo y la inversión, como fue señalado por Rincón et al. (2017). Para ello, seguimos la formulación indicada de la regla de Taylor que fue formulada en la sección 3.3.4 y se tiene en cuenta que las respuestas de la política monetaria consideran el tamaño de los parámetros frente a los cambios de la inflación (r_π) y la brecha del PIB (r_y), como se observa en la ecuación 3.52.

Teniendo en cuenta lo anterior, nuevamente se analiza el tamaño de los multiplicadores fiscales de los componentes del gasto del gobierno (en consumo, inversión pública y transferencias) y en los impuestos (al consumo, el capital y los ingresos laborales). En este ejercicio de sensibilidad se compara el escenario base de la regla de Taylor que viene determinada por los parámetros $r_\pi = 1.5685$ y $r_y = 0.1485$, según su estimación bayesiana, frente a un escenario que considera una respuesta débil de la regla de política a estas dos variables. En el primer caso, el parámetro de respuesta a los cambios de la inflación se reduce a $r_\pi = 1.1$ y $r_y = 0.01$.

Tabla 4.5: Multiplicadores frente al respuesta de la política monetaria

	Modelo base	Respuesta débil de política monetaria	
		Inflación ($r_\pi = 1.1$)	Producción ($r_y = 0$)
<i>Gasto público de consumo (G_t)</i>			
PIB	0.1514	0.1541	0.0866
Consumo	-0.0953	-0.1373	-0.0967
Inversión privada	0.3751	0.5398	-0.1123
<i>Inversión pública (I_t^g)</i>			
PIB	0.015	0.015	0.0133
Consumo	-0.0041	-0.0098	-0.0086
Inversión privada	0.007	0.0139	-0.0059
<i>Transferencias (TR_t)</i>			
PIB	0.0048	0.0139	-0.0056
Consumo	0.017	0.0014	0.007
Inversión privada	-0.178	-0.0313	-0.0267
<i>Impuesto al consumo (τ_t^c)</i>			
PIB	-0.0061	-0.0403	-0.0189
Consumo	-0.0086	-0.0412	-0.0508

Inversión privada	-0.1	-0.1718	0.0462
<i>Impuesto al capital (τ_t^k)</i>			
PIB	-0.1195	-0.1240	-0.1304
Consumo	-0.0427	-0.0409	-0.0458
Inversión privada	-0.1471	-0.2831	-0.2703
<i>Impuesto a los ingresos laborales (τ_t^w)</i>			
PIB	-0.0387	-0.0740	-0.0509
Consumo	-0.0515	-0.0949	-0.1022
Inversión privada	-0.1654	-0.1550	-0.0502

Fuente: Cálculos propios

Los resultados señalan un cambio importante sobre los multiplicadores (promedio) del gasto de consumo sobre el consumo privado y la inversión, cuando la respuesta de la política monetaria es débil frente a los cambios de la inflación. En el primer caso, el multiplicador del gasto de consumo aumenta su impacto negativo a -0.1373 sobre el consumo de los hogares y su impacto positivo a 0.5398 sobre la inversión privada. Los demás multiplicadores presentan un cambio muy pequeño sobre las tres variables. En el caso de la respuesta débil frente a la producción, también se identifica un cambio significativo en el tamaño del multiplicador del gasto de consumo, pero esta vez sobre el PIB y la inversión privada. El multiplicador del PIB se reduce a 0.0866, y el multiplicador sobre la inversión pasa a ser negativo e igual a -0.1123.

Adicionalmente, se identifica un cambio en el tamaño de los multiplicadores de impuesto, siendo mayor el impacto recesivo en los impuestos al consumo y a los ingresos laborales, cuando la respuesta de política monetaria es débil frente a los cambios en la inflación. Para el impuesto al consumo, el multiplicador para la producción, el consumo y la inversión aumenta (en términos absolutos) a -0.0403, -0.0412 y -0.1718, respectivamente. Para el caso del impuesto a los ingresos laborales, el multiplicador aumenta para la producción y el consumo a -0.0740 y -0.0949, respectivamente. Ahora, cuando la respuesta de la política monetaria es débil frente a los cambios en la producción, el mayor cambio se identifica en el multiplicador del impuesto al capital sobre la inversión, con un resultado similar al impuesto sobre el consumo.

Los resultados obtenidos confirman nuevamente que la política fiscal debe considerar la postura de la política monetaria. Por tanto, las medidas empleadas deben estar articuladas.

Además, no se debe olvidar que las decisiones de política monetaria sobre la tasa de interés de referencia también se transmiten a la tasa de interés de la deuda y, por tanto, se pueden ver afectadas las decisiones de financiamiento del gobierno.

4.4 Efectos sobre el bienestar

Las medidas de ajuste fiscal tienen efectos importantes sobre el bienestar que suele ser diferente en cada tipo de agente heterogéneo. Por ejemplo, si la estrategia de consolidación involucra una reducción de las transferencias, estas tienen un impacto leve sobre la producción a corto plazo, ya que su reducción es pequeña, como se indicó en la sección anterior. Sin embargo, la respuesta en el consumo de los hogares no ricardianos es considerable, dada la importancia relativa de las transferencias del gobierno en su ingreso disponible, lo que conduce a una reducción significativa de su bienestar.

Siguiendo a Bhattarai y Trzeciakiewicz (2017) y Leeper et al. (2017), los objetivos de política fiscal que buscan una estabilización de la deuda pública también deben estar orientados a minimizar la pérdida de utilidad (o bienestar) de los hogares tanto ricardianos como de los no ricardianos, debido a los choques generados por todas las medidas de política fiscal. Bajo esta noción, se busca una expresión que permita evaluar los cambios permanentes en el consumo y el trabajo, respecto a sus niveles de estado estacionario cuando se experimentan choques de política fiscal. Así, con la función de utilidad de los hogares del capítulo anterior, se define una función de bienestar (W_t), que viene dada por:

$$W_t = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U(C, N) - U] \quad (4.4)$$

Donde, $U(C, N) = \frac{C_t^{1-\sigma_c}}{1-\sigma_c} - \frac{N_t^{1+\sigma_n}}{1+\sigma_n}$, con $i = (r, nr)$. Bajo esta formulación se puede implementar una política óptima de Ramsey bajo *commitment*, es decir, una función de política que genera el valor esperado descontado mínimo condicional en el momento t , de una función de pérdida *ad hoc*.

En la literatura económica se identifican diferentes trabajos que han evaluado este efecto mediante la derivación de un criterio de bienestar utilizando tanto la función de utilidad de los hogares, así como expansiones de Taylor de orden uno y dos sobre esta (Woodford, 2003; Schmitt-Grohe y Uribe, 2004). En particular, siguiendo a Schmitt-Grohe y Uribe (2004), al tomar el segundo orden de las variables endógenas (consumo y horas de

trabajo), su valor puede ser significativamente diferente de sus valores de estado estacionario no estocásticos y, por tanto, la aproximación de segundo orden puede capturar efectos importantes de la incertidumbre. De esta forma, al aplicar la aproximación de Taylor de orden sobre la función de utilidad de los hogares ($U(C, N)$), se obtiene:

$$U(C, N) \approx U_c(c_t^i - c^i) + U_n(n_t^i - n^i) + \frac{1}{2}U_{cc}(c_t^i - c^i)^2 + \frac{1}{2}U_{nn}(n_t^i - n^i)^2 \quad (4.5)$$

Donde, U_c , U_n , U_{cc} y U_{nn} corresponden a las primeras y segundas derivadas de la función de utilidad respecto al consumo y las horas de trabajo. Al aplicar esta expansión de Taylor de orden, se obtiene:

$$W_t^i = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(c_t^i + \frac{1}{2}(-\sigma_c)(c_t^i)^2 \right) - E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{1-\tau^w}{1+\tau^c} \right) \left(n_t^i + \frac{1}{2}(\sigma_n)(n_t^i)^2 \right) \quad (4.6)$$

El super índice de la ecuación anterior representa a cada tipo de hogar. Como se muestra en la tabla 4.6, las implicaciones para el bienestar de las medidas de estabilización de la deuda basadas en los ingresos y en los gastos son diferentes para los hogares heterogéneos y, afectan en mayor medida a los hogares no ricardianos. Además, los efectos sobre el bienestar son mayores para las medidas de estabilización basadas en impuestos. En primer lugar, se encuentra que el bienestar tanto de los hogares ricardianos y los no ricardianos mejora con la reducción de los gastos de consumo e inversión pública, mientras que la reducción de las transferencias reduce el bienestar de los hogares no ricardianos. El mayor bienestar se identifica en la reducción de los gastos en consumo del gobierno debido al efecto desplazamiento que favorece a todos los hogares, en especial a los ricardianos.

En caso del aumento de los impuestos, se identifica en general una pérdida del bienestar de los hogares teniendo en cuenta el efecto riqueza que generan estos impuestos sobre el ingreso disponible de los hogares, con excepción del impuesto al consumo para los hogares ricardianos, cuyo resultado es positivo. La mayor pérdida de bienestar de los hogares está asociada a los impuestos sobre el capital y los ingresos laborales, siendo su efecto mayor para los hogares no ricardianos.

Tabla 4.6: Efectos en el bienestar de los hogares

	<i>Ricardianos</i>	<i>No Ricardianos</i>	<i>Total de Hogares</i>
Gastos	<i>Consolidación basada en los gastos</i>		
Gasto consumo	0.0356	0.0202	0.0310
Inversión publica	0.0043	0.0028	0.0038
Transferencias	0.0062	-0.0051	0.0028
Impuestos	<i>Consolidación basada en los impuestos</i>		
Consumo	0.0012	-0.0048	-0.0006
Capital	-0.0011	-0.0126	-0.0045
Salarios	-0.0098	-0.0046	-0.0083

Fuente: cálculos propios.

Estos resultados son consistentes con trabajos previos, en los que se confirma que el menor bienestar suele recaer en los hogares no ricardianos. A parte de su afectación por la reducción de las trasferencias, el aumento de los impuestos genera fuertes afectaciones sobre ellos, incluso en el caso del impuesto al capital, a pesar de que no poseen capital o inversiones. Esto se debe a que el aumento del impuesto al capital genera un efecto desplazamiento de los factores de producción del capital al trabajo, lo cual reduce su tiempo de ocio y, con ello, su bienestar.

Contrario a los resultados de las secciones 4.3 y 4.4, las medidas de estabilización de la deuda basadas en el gasto para Colombia pueden parecer mucho más favorables, en comparación con las medidas basadas en un aumento de los impuestos. Este tipo de medidas pueden ser implementadas, como afirmaron Bhattarai y Trzeciakiewicz (2017), siguiendo una lógica de racionalización del gasto y buscando un aumento de su eficiencia, lo cual puede reducir las consecuencias desfavorables sobre la economía. Sin embargo, la viabilidad de implementar este tipo de políticas de recorte puede no ser factible en algunos casos, en especial dada la poca flexibilidad que se puede encontrar en algunos rubros del presupuesto, como se indicó atrás. Por tanto, esta racionalización del gasto debería ir acompañada de una reestructuración fiscal, de lo contrario es poco probable que la situación fiscal de Colombia mejore de manera considerable.

4.5 Efecto de un choque petrolero

Se propone evaluar el efecto de un choque petrolero sobre la estrategia de reducción de la deuda pública. Nuevamente, se utiliza el modelo DSGE fiscal calibrado y estimado en el capítulo 3, pero se introduce este nuevo elemento que corresponde al componente petrolero en los ingresos del gobierno. La incorporación de los ingresos petroleros se debe a la importancia que estos han tenido los ingresos petroleros en el balance presupuestal del gobierno. Aunque estos ingresos petroleros han representado cerca de 1 pp del PIB en los últimos años, en el periodo previo al choque petrolero de 2014-2015, estos llegaron a representar cerca de un 3% del PIB. Además, su eliminación genera fuertes implicaciones en el balance presupuestal del gobierno.

A diferencia de los trabajos previos que evalúan este tipo de choques, se propone evaluar el efecto un choque de producción y no en los precios internacionales del petróleo. Esta propuesta esta alineada con las medidas recientes del gobierno nacional que buscan reducir la dependencia de recursos generados por la actividad de explotación de hidrocarburos²⁶. Para la evaluación de un choque petrolero, se siguen los trabajos de Medina (2017) y Rincón et al. (2017). Para ello, la producción petrolera del país se modela siguiendo un proceso autorregresivo de orden 1, teniendo en cuenta que esta depende principalmente de las reservas de petróleo.

$$Y_t^{oil} = \rho_{oil} Y_{t-1}^{oil} + \zeta_t^{oil} \quad (4.7)$$

Donde, ζ_t^{oil} es un choque i.i.d $(0, \sigma_{oil}^2)$. De esta forma, la producción total de la economía nacional, Y_t^T , se obtiene al sumar la producción total de las empresas, Y_t , y la producción petrolera.

$$Y_t^T = Y_t + Y_t^{oil} \quad (4.8)$$

²⁶ Por ejemplo, las medidas adoptadas por el actual gobierno nacional han restringido la exploración y explotación de pozos petroleros en el país. Además, en la literatura internacional se suele utilizar un proceso autorregresivo para modelar el precio del petróleo, sin embargo, esto tiene bastantes inconvenientes en su modelación teniendo en cuenta el tipo particular de proceso estocástico que debería usarse, como también ha sido documentado. Por el contrario, en el caso de la producción si suele utilizarse un proceso autoagresivo para su modelación.

Teniendo en cuenta este ajuste, se modifica la función de producción de la economía nacional de la ecuación 3.27, para incorporar este nuevo elemento. La nueva función de producción en su forma log-linealizada, viene dada en la ecuación 4.9.

$$\hat{y}_t = \frac{c}{y} \hat{c}_t + \frac{i}{y} \hat{i}_t + \frac{i^g}{y} \hat{i}_t^g + \frac{g}{y} \hat{g}_t + (1 - \tau^k) \frac{k}{y} r_k \hat{u}_t + \frac{y^{oil}}{y} \hat{y}_{oil,t} \quad (4.9)$$

Teniendo en cuenta la información histórica para el periodo 2005-2023 de las cuentas nacionales, se encuentra que la relación de la producción petrolera respecto al PIB ($\overline{oil} = y^{oil}/y$) es del 0.072²⁷, por tanto, este parámetro se calibra en esta magnitud. Además, siguiendo a Rincón et al. (2017), los ingresos petroleros que recibe el gobierno, ψ_t^{oil} , se derivan de las exportaciones del sector²⁸. Para el cálculo de los ingresos petroleros se toma el volumen total de producción de petróleo en el país, Y_t^{oil} , el precio internacional de petróleo²⁹, P_t^{oil} , y la tasa de cambio nominal, ϵ_t , es decir:

$$\psi_t^{oil} = \epsilon_t P_t^{oil} Y_t^{oil} \quad (4.9)$$

Estos ingresos también se incorporan a la restricción presupuestaria del gobierno. Partiendo del modelo DSGE fiscal, se consideran las características específicas de la economía nacional y del sector externo, así como de sus diferentes canales, para evaluar el efecto de un choque en el sector petrolero, equivalente a un 1 pp del valor del PIB en estado estacionario. Este choque se evalúa en las variables de producción y deuda. Como se espera, un aumento permanente de la producción petrolera también aumenta el PIB de forma permanente y contribuye a una reducción significativa de la deuda pública, como se observa en la figura 4.3. Por tanto, cualquier afectación que se presente genera consecuencias importantes tanto para la economía nacional como en el balance del gobierno. Esta afectación ayuda a entender la situación presentada en los años 2014-2015

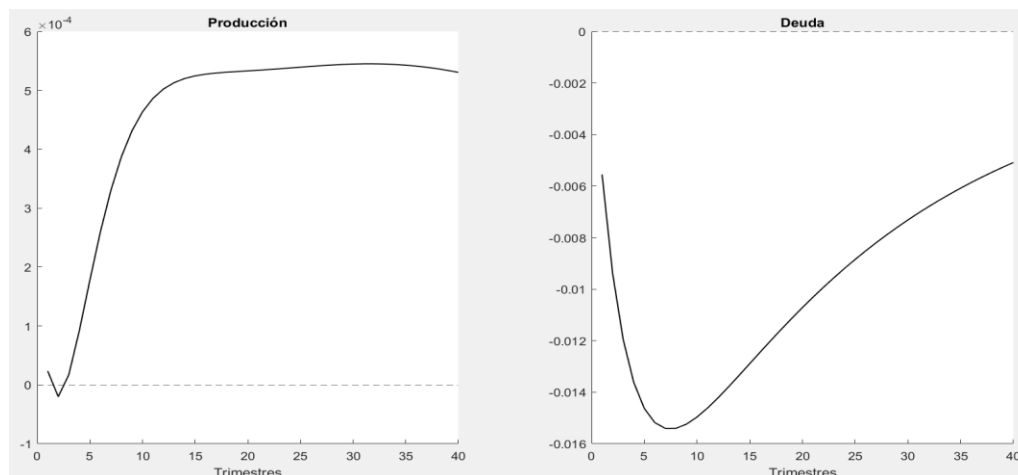
²⁷ Esta cifra está determinada por la producción minera en la economía nacional. Dado que el petróleo representa en promedio el 70% de la producción minera del país, se toma esta como variable de interés.

²⁸ Al igual que Rincón et al. (2017), se asume que toda la producción de petróleo se exporta al exterior. Por este motivo no se incorpora una función de producción propia para el sector petrolero.

²⁹ Para simplificar los cálculos el precio del petróleo P_t^{oil} se normaliza a 1. De esta forma, cualquier choque petrolero se enfoca en la producción nacional y no en los choques externos, los cuales dependen tanto de las condiciones de oferta y demanda a nivel mundial. Por otra parte, esta simplificación está en línea con las variables del sector externo.

en el país, ya que la caída de los ingresos petroleros llevó al aumento de la deuda pública para cubrir el desbalance presupuestal.

Figura 4.3: IRF de un choque petrolero sobre la producción y la deuda



Fuente: elaboración propia.

De igual forma, el efecto de un cambio en los ingresos petroleros también puede identificarse en el tamaño los multiplicadores fiscales de gastos e impuestos. Para comparar el cambio de los multiplicadores fiscales calculados en la sección 4.4, teniendo en cuenta los tres impuestos (consumo, al capital y a los ingresos laborales), así como los tres componentes del gasto público (de consumo, inversión y transferencias), se utiliza el modelo DSGE fiscal incluyendo el sector petrolero, y el efecto de estos ingresos se evalúa teniendo en cuenta la participación del sector en la producción total. Por ejemplo, se compara el tamaño de los multiplicadores cuando tiene una participación nula, que es equivalente al modelo base donde este sector no fue incorporado al análisis, con un modelo donde este sector se ha calibrado con una participación de 7.2 pp de la producción total del país, y donde los ingresos petroleros del gobierno representan en promedio 1.5 pp con respecto al PIB. La tabla 4.5 muestra las diferencias que pueden encontrarse para la mayoría de los multiplicadores.

Tabla 4.7: Multiplicadores frente a un cambio en los ingresos petroleros

	Modelo base	Con ingresos petroleros
	<i>Gasto público de consumo (G_t)</i>	
PIB	0.1514	0.1209
Consumo	-0.0953	-0.1226

Inversión privada	0.3751	0.2538
<i>Inversión pública (I_t^g)</i>		
PIB	0.015	0.0142
Consumo	-0.0041	-0.0096
Inversión privada	0.007	0.0056
<i>Transferencias (TR_t)</i>		
PIB	0.0048	0.0091
Consumo	0.017	0.0048
Inversión privada	-0.178	-0.0413
<i>Impuesto al consumo (τ_t^c)</i>		
PIB	-0.0061	-0.0323
Consumo	-0.0086	-0.0446
Inversión privada	-0.1	-0.0807
<i>Impuesto al capital (τ_t^k)</i>		
PIB	-0.1195	-0.1222
Consumo	-0.0427	-0.0419
Inversión privada	-0.1471	-0.2342
<i>Impuesto a los ingresos laborales (τ_t^w)</i>		
PIB	-0.0387	-0.0646
Consumo	-0.0515	-0.097
Inversión privada	-0.1654	-0.0766

Fuente: Cálculos propios

Los resultados confirman un cambio significativo en algunos multiplicadores, como se encuentra en el multiplicador de gasto de consumo con una caída para el multiplicador sobre la producción, el consumo y la inversión. En el caso del multiplicador del impuesto al consumo se encuentra que este pasa a ser significativo respecto a la producción y el consumo privado, donde esta toma valores de -0.0323 a -0.0446, respectivamente. También se encuentra un cambio importante en el multiplicador de los impuestos a los ingresos laborales, donde este casi se duplica para la producción y el consumo y se reduce en más de un 50% para la inversión privada.

4.6 Conclusiones e implicaciones de política

En este capítulo se analizaron los efectos de un aumento del gasto y una reducción de los impuestos, como estrategia para corregir el déficit presupuestal y reducir el nivel de deuda pública en Colombia. Estos efectos se analizaron sobre la producción, el consumo y la inversión privada. Para ello, se utilizó el modelo DSGE fiscal estimado y calibrado para Colombia del capítulo 3, buscando evaluar la efectividad de la política fiscal en presencia

de hogares heterogéneos (ricardianos y no ricardianos), y otras características de la economía colombiana, como rigideces en precios y salarios y otras fricciones. Además, se estimaron los multiplicadores del gasto y los impuestos para el periodo de análisis.

Los resultados muestran que una reducción del gasto público tiene un efecto negativo fuerte sobre la producción nacional, el consumo de los hogares no ricardianos y sobre la inversión privada, mientras que tiene un impacto positivo en el consumo de los hogares ricardianos y en los salarios debido a la mejora en el balance presupuestal y la reducción de la deuda. Entre los tres componentes del gasto público, la reducción en el gasto de consumo es la que más incidencia tiene, seguida por las transferencias, que afectan considerablemente el consumo de los hogares no ricardianos. Por tanto, la consolidación fiscal en presencia de hogares no ricardianos tiene importantes consecuencias distributivas que deben señalarse. Por ejemplo, el consumo de estos cae fuertemente ya que su restricción presupuestaria se afecta al recibir menores transferencias, por el aumento en los impuestos laborales y al consumo y por la pérdida de empleo dada la menor producción.

En el caso de los hogares ricardianos, su consumo responde de forma positiva frente a la reducción del gasto y la pérdida es inferior para el incremento en los tres impuestos. Además, su recuperación se da de forma más rápida. Por lo tanto, en el corto plazo la consolidación fiscal afecta fuertemente el consumo de los hogares no ricardianos. A largo plazo, el incremento en el consumo para estos hogares es marginal y las ganancias generadas por el mayor recaudo tributario termina beneficiando más a los hogares ricardianos. En resumen, a largo plazo, los hogares no ricardianos se ven más afectados por la consolidación fiscal.

El efecto de un aumento de impuestos también presenta resultados similares a los documentados en la literatura internacional. Se identifica un efecto negativo sobre la producción, el consumo y la inversión privada, siendo mayor en el caso de los impuestos al capital y a los salarios. Un aumento en los tres impuestos genera un efecto recesivo en los primeros 3 años sobre la producción, el consumo y el empleo, con efectos persistentes y negativos sobre la inversión y el capital. Sin embargo, aunque hay una caída significativa en la producción y el consumo a corto plazo, se observa una recuperación a mediano plazo. El impacto recesivo de un aumento en los impuestos es considerable, pero su efecto

sobre la reducción de la relación deuda/PIB se disipa más rápidamente en comparación con el efecto generado por una reducción del gasto.

Estos resultados son confirmados con los multiplicadores fiscales. En Colombia, los multiplicadores fiscales son mucho más bajos que en economías desarrolladas, similar a lo obtenido para economías emergentes en trabajos previos (Ilzetzki et al., 2013; Hory, 2016; Ojeda y Guzmán, 2022). Se obtiene un resultado similar cuando se comparan los multiplicadores con estimaciones disponibles en trabajos empíricos para Colombia usando modelos VAR y SVAR. A partir de estos resultados, se identifican importantes implicaciones de política, las cuales deben considerarse a la hora de implementar un programa de consolidación fiscal para evitar grandes efectos negativos en la economía y el bienestar. Por ejemplo, aunque la reducción de categorías del gasto del gobierno como las transferencias no tienen impactos significativos sobre la producción, si afecta el consumo de los hogares no ricardianos de forma considerable y, por tanto, afecta su bienestar, ya que su restricción presupuestaria se afecta al recibir menores transferencias, por el aumento en los impuestos laborales y al consumo y por la pérdida de empleo, dada la menor producción.

Para mitigar estas consecuencias negativas se pueden introducir gradualmente un aumento del impuesto al consumo, al tiempo que se mantienen estas transferencias para este tipo de hogares con los recursos que se liberan del menor pago de intereses de la deuda. Además, como se destaca en Coenen et al. (2013), los beneficios a largo plazo de la consolidación fiscal dependen en cierta medida de lo que se haga con los ingresos adicionales resultantes de menores pagos de intereses sobre la deuda pendiente. De igual forma, se debe tener presente que una reducción del gasto público puede generar expectativas de impuestos más bajos, compensando así el posible efecto contractivo del gasto sobre la producción. Además, este choque puede reducir la prima de riesgo soberano y, con ello, puede desencadenar una mejora en las condiciones del financiamiento del gobierno.

Para trabajos futuros, resulta de interés el análisis de los planes de consolidación fiscal sin perfecta credibilidad o previsión. Además, sería útil ampliar nuestro análisis con instrumentos adicionales. Por ejemplo, el gasto público en educación podría aumentar el capital humano y mejorar la productividad a largo plazo de la fuerza laboral. Además, la inclusión del desempleo y la informalidad pueden aportar elementos valiosos para este

análisis. En este sentido, se puede estudiar como los cambios en los subsidios por desempleo afecta la tasa natural de desempleo y el nivel de producción a largo plazo. Lo mismo sucede con los cambios en las tasas de informalidad. Finalmente, aunque el modelo utilizado incluye una proporción de hogares con restricciones crediticias (no ricardianos), la participación de estos hogares puede cambiar como producto del programa de consolidación fiscal. Por lo tanto, se puede modelar la consolidación fiscal con agentes heterogéneos y con una proporción de hogares no ricardianos que cambia de forma endógena.

5. Conclusiones generales, alcance del trabajo y recomendaciones

5.1 Conclusiones

En este trabajo se evalúa la estrategia de sostenibilidad fiscal y sus efectos sobre la actividad económica, teniendo en cuenta las características que presenta Colombia como una economía emergente pequeña y abierta. Para ello, se implementaron diferentes modelos empíricos basados en estimaciones econométricas usando modelos de MSM y NARDL que dan cuenta de las condiciones de sostenibilidad de la deuda del país a largo plazo y la presencia de respuestas asimétricas del gobierno. De igual forma, se implementó un modelo DSGE fiscal calibrado y estimado con datos de la economía colombiana. Estas metodologías fueron empleadas para analizar las dificultades fiscales que experimenta el país originadas principalmente por las diferentes crisis y choques externos. Teniendo en cuenta esta situación, el gobierno nacional requiere medidas fiscales que le permitan aumentar los ingresos y recortar sus gastos, en el marco de una estrategia de consolidación fiscal para garantizar la estabilidad macroeconómica y su solvencia a largo plazo.

En primer lugar, la evaluación de la sostenibilidad fiscal en Colombia a través de modelos de MSM y NARDL confirmó la presencia de regímenes fiscales sostenibles e insostenibles desde 1985 hasta 2023. Además, se identificaron respuestas asimétricas del balance primario del gobierno frente a los aumentos de la deuda pública, especialmente durante las crisis recientes, lo que sugiere que las respuestas procíclicas desestabilizan los esfuerzos de ajuste fiscal a largo plazo, sumado al hecho que las pruebas globales confirman un nivel de deuda insostenible a largo plazo. Por tanto, se requiere un rol activo del gobierno nacional para corregir esta situación. Dado el alcance de estas metodologías, se propuso un ejercicio mucho más completo y robusto en materia de modelación,

utilizando un modelo DSGE fiscal con agentes heterogéneos bajo varias fricciones de mercado, como la persistencia de hábitos y las rigideces de precios y salarios, así como impuestos distorsionadores y diferentes componentes del gasto como gastos de consumo, inversión pública y transferencias.

En la calibración del modelo se usaron datos anuales para el periodo 1985-2023, buscando valores implícitos de largo plazo para algunos parámetros que representan las características de la economía nacional. De igual forma, se utilizaron series de datos trimestrales de las variables fiscales de la economía colombiana y algunas variables externas para el periodo 2005-2023, para la estimación bayesiana del modelo. Teniendo en cuenta lo anterior, se evaluaron las respuestas dinámicas de las variables macroeconómicas usando reglas fiscales explícitas y se encontró que estas son más sensibles a los choques de los impuestos al capital y a los ingresos laborales y que las medidas de consolidación basadas en estos impuestos pueden ser efectivas para controlar la deuda pública a largo plazo, aunque tienen efectos negativos sobre la inversión y el capital privado. Sin embargo, estos impuestos, junto con el impuesto al consumo, generan fuertes consecuencias sobre el bienestar de los hogares, en especial de los hogares no ricardianos, los cuales son los que no pueden responder de manera óptima ante las medidas de ajuste fiscal.

En el caso de los componentes del gasto público, se encontró que el gasto de consumo estimula la demanda a corto plazo, pero tiene un impacto leve a largo plazo, mientras que la inversión pública y las transferencias aumentan la producción y el empleo temporalmente, con el riesgo de generar inflación. De igual forma, en materia de política monetaria se encontró que el aumento en la tasa de interés de política es eficaz para controlar la inflación a corto plazo, pero restringe la inversión y el consumo privado, afectando la actividad económica, los salarios y empleo. Además, encarece el endeudamiento público, deteriorando el balance fiscal inicialmente, aunque el efecto es temporal.

La combinación equilibrada de políticas fiscales y monetarias es esencial para lograr la estabilidad macroeconómica, controlar la deuda pública y fomentar el crecimiento a largo plazo. Además, las autoridades encargadas de diseñar las políticas fiscal y monetaria deben considerar los efectos a corto y largo plazo de cada instrumento sobre el bienestar, ya que estas estrategias de consolidación fiscal generan efectos distributivos. Por otra

parte, se confirma que los multiplicadores fiscales en Colombia son más bajos que en economías desarrolladas. Este hallazgo subraya la necesidad de un análisis más profundo y específico para el contexto colombiano en la implementación de políticas fiscales.

5.2 Alcance del trabajo, recomendaciones y futuras extensiones

En este trabajo se aplicaron diferentes enfoques usando modelos empíricos y teóricos que dan cuenta del estado actual del país en materia fiscal y los efectos que tienen las medidas de ajuste sobre la economía y el bienestar. Sin embargo, quedan algunos elementos por fuera del alcance de esta investigación que pueden contribuir al análisis de la deuda pública y de la política fiscal en Colombia. En primer lugar, el uso de los modelos MSM y NARDL, aunque representan un avance importante en materia de modelación econométrica para probar la condición de sostenibilidad fiscal y permite obtener información útil sobre los ajustes históricos y proyectados de la deuda y del saldo primario, también presenta limitaciones. Como se señaló atrás, estos modelos no incorporan los efectos macroeconómicos y de bienestar de diferentes estrategias de ajuste fiscal y omiten la modelación de la incertidumbre y su impacto en las primas de riesgo y tasas de interés. Por ejemplo, no permiten evaluar los efectos frente a una respuesta contractiva del gobierno: reducir el gasto público y aumentar impuestos. Además, el uso de este tipo de pruebas parte de la presunción de solvencia del gobierno.

En segundo lugar, el uso de modelos DSGE permite introducir fricciones y rigideces que generalmente no son consideradas en los análisis de política fiscal. Aunque estos elementos fueron incorporados al modelo propuesto, aún quedan algunos elementos que pueden considerarse para mejorar el alcance de los resultados. Por ejemplo, el análisis de los efectos sobre el bienestar de los hogares se implementa siguiendo un marco de perfecta previsión con credibilidad completa por parte de todos los agentes, pero esto no siempre se cumple. Por tanto, se requiere incorporar en la modelación una estrategia de ajuste que no sea totalmente creíble para todos los agentes, por lo menos, no de forma permanente.

En tercer lugar, se puede ampliar el análisis a instrumentos adicionales como el gasto público en educación para mejorar la productividad a largo plazo. Lo mismo sucede con la inclusión del desempleo y la informalidad, los cuales podrían proporcionar elementos

valiosos, sobre todo en una economía emergente como Colombia, donde el grado de informalidad ha sido históricamente elevado. De igual forma, el sector externo no fue modelado de forma explícita en el modelo propuesto. Si bien un sector externo generalmente incide en las distribuciones posteriores de los parámetros y en las variables internas, y agrega mayor incertidumbre en la estimación, como fue señalado por Adolfson et al. (2007) y Adolfson y Lindé (2011), también sería interesante en futuros trabajos analizar su incidencia en las decisiones de financiamiento externo y su efecto sobre la prima de riesgo.

De igual forma, las sensibilidades estimadas para la brecha de producción y la inflación en la regla de Taylor representan una oportunidad para evaluar si el Banco Central de Colombia ha seguido una política estabilizadora óptima, consistente con los objetivos de estabilidad macroeconómica y crecimiento sostenido. Por otro lado, la coordinación entre las políticas fiscal y monetaria, aunque reconocida como fundamental, no se aborda de manera explícita en este trabajo, al igual que el grado de credibilidad de las políticas. Futuras investigaciones podrían beneficiarse de un enfoque que integre información adicional sobre las decisiones de ambas autoridades y un marco metodológico que permita evaluar el grado de sincronización entre estas políticas. Adicionalmente, sería relevante considerar cómo el marco institucional y el grado de independencia del Banco Central de Colombia condicionan su capacidad para implementar políticas autónomas y coordinadas. Este tipo de análisis proporcionaría una perspectiva más integral sobre las interacciones entre las políticas económicas en contextos como el colombiano y su impacto en la estabilidad económica y fiscal del país.

Por otra parte, aunque este trabajo se centra en la sostenibilidad de la deuda pública, no aborda explícitamente la relevancia de la deuda privada ni su interrelación con la deuda pública, particularmente en contextos de aumentos en los tipos de interés o variaciones en la confianza de los inversionistas. Futuras investigaciones podrían incorporar estas dimensiones para realizar un análisis completo de su impacto en la sostenibilidad fiscal y la estabilidad macroeconómica. Además, este enfoque permitiría comprender mejor los cambios en el comportamiento optimizador de las empresas ante fluctuaciones de las tasas de interés y, con ello, en sus costos de financiación.

A lo largo del documento se mencionó la inflexibilidad en algunos componentes del gasto del gobierno y sus dificultades para llevar a cabo una estrategia de consolidación fiscal.

Ante esta situación se hace necesaria una cuantificación mucho más exhaustiva y coherente de la respuesta en las diferentes variables, así como de los multiplicadores fiscales. Por ejemplo, se podría tener en cuenta la fórmula de ajuste de las transferencias del Sistema General de Participaciones (SGP) para la construcción de las reglas fiscales y evaluar su incidencia en la economía.

Finalmente, un aspecto importante en este tipo de aplicaciones corresponde a las interacciones del mercado de crédito y de capitales, así como la estructura misma de la deuda pública y, cómo éstas influyen en el marco de previsión de los agentes y sus distorsiones. Estos temas representan oportunidades interesantes para investigaciones futuras, en especial por los desarrollos recientes que se han venido presentando a nivel internacional. En especial, un modelo que incluya un sector externo más robusto permitiría analizar la relación de los movimientos en el tipo de cambio con las políticas fiscal y monetaria, así como con la formación de expectativas heterogéneas y la presencia de un mercado financiero completo, brindando un marco más robusto para evaluar la sostenibilidad de la deuda en una economía emergente, pequeña y abierta, como Colombia.

6. Referencias bibliográficas

- Adeosun, O. A., Ayodele, O. S., & Jongbo, O. C. (2021). Policy asymmetries and fiscal sustainability: evidence from Nigeria. *African Journal of Economic and Management Studies*, 12(2), 302-320
- Adjemian, S., Bastani, H., Karame, F., Juillard, M., Maih, J., Mihoubi, F., Perendia, G., Pfeifer, J., Ratto, M., & Villemot, S. (2011). Dynare: Reference manual version 4. Dynare Working Papers, 1, CEPREMAP.
- Adolfson, M., Lindé, J., & Villani, M. (2007). Forecasting performance of an open economy DSGE model. *Econometric Reviews*, 26(2-4), 289-328.
- Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J., & Svensson, L. E. (2011). Optimal monetary policy in an operational medium-Sized DSGE Model. *Journal of Money, credit and Banking*, 43(7), 1287-1331.
- Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J., & Ratto, M. (2019). Identification versus misspecification in New Keynesian monetary policy models. *European Economic Review*, 113, 225-246.
- Afonso, A., & Jalles, J. T. (2012). Measuring the success of fiscal consolidations. *Applied Financial Economics*, 22(13), 1053-1061.
- Afonso, A., Baxa, J., & Slavík, M. (2018). Fiscal developments and financial stress: A threshold VAR analysis. *Empirical Economics*, 54(2), 395-423.
- Alberola, E., Kataryniuk, I., Melguizo, Á., & Orozco, R. (2018). Fiscal policy and the cycle in Latin America: The role of financing conditions and fiscal rules. *Ensayos sobre Política Económica*, 36(85), 101-116.
- Albonico, A., Calais, L., Cardani, R., Croitorov, O., Ferroni, F., Giovannini, M., Hohberger, S., Pataracchia, B., Pericoli, F., Pfeiffer, P., Raciborski, R., Ratto, M., Roeger, W., & Vogel, L. (2019). The Global Multi-Country Model (GM): An Estimated DSGE Model for Euro Area Countries. *European Economy Discussion Papers 102*, DG Economic and Financial Affairs, European Commission.
- Albonico, A., Ascari, G., & Gobbi, A. (2021). The public debt multiplier. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 132, 104204.
- Aldama, R., & Creel, J. (2019). Fiscal policy in the US: Sustainable after all? *Economic Modelling*, 81, 471-479.

- Alesina, A., Ardagna, S., Perotti, R., & Schiantarelli, F. (2002). Fiscal policy, profits, and investment. *American Economic Review*, 92(3), 571-589.
- Alesina, A., & Ardagna, S. (2010). Large changes in fiscal policy: Tax versus spending. In J. R. Brown (Ed.), *Tax policy and the economy*, vol. 24, pp. 35-68. University of Chicago Press.
- Alesina, A., & Ardagna, S. (2012). The design of fiscal adjustments. NBER Working Paper, No. 8423. National Bureau of Economic Research.
- Alesina, A., Favero, C., & Giavazzi, F. (2015). The output effect of fiscal consolidation plans. *Journal of International Economics*, 96(1), 19-42.
- Alesina, A., & Perotti, R. (1995). Fiscal expansions and fiscal adjustments in OECD countries. NBER Working Paper, No. 5214. National Bureau of Economic Research.
- Alesina, A., & Perotti, R. (1997). Fiscal adjustments in OECD countries: Composition and macroeconomic effects. *IMF Staff Papers*, 44(2), 210-248.
- Andrews, D. (1991). Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation. *Econometrica*, 59(1), 817-858.
- Ardagna, S. (2004). Fiscal stabilizations: When do they work and why? *European Economic Review*, 48(5), 1047-1074.
- Auerbach, A. J., & Gorodnichenko, Y. (2012). Measuring the output responses to fiscal policy. *American Economic Journal: Economic Policy*, 4(2), 1-27.
- Barro, R. (1974). Are government bonds net wealth? *Journal of political economy*, 82(6), 1095-1117.
- Barro, R. (1979). On the determination of the public debt. *Journal of Political Economy* 87,940-971.
- Baxter, M., & King, R. (1993). Fiscal policy in general equilibrium. *The American Economic Review*, 83(3), 315-334.
- Bhattarai, K., & Trzeciakiewicz, D. (2017). Macroeconomic impacts of fiscal policy shocks in the UK: A DSGE analysis. *Economic Modelling*, 61, 321-338.
- Bi, H., & Leeper, E. (2012). Analyzing fiscal sustainability. Working Paper.
- Blanchard, O. (2019). Public Debt and Low Interest Rates. *American Economic Review*, 109(4), 1197-1229.
- Blanchard, O. J., & Kahn, C. M. (1980). The solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica*, 48(5), 1305-1311.

-
- Blanchard, O. J., & Perotti, R. (2002). An empirical characterization of the dynamic effects of changes in government spending and taxes on output. *The Quarterly Journal of Economics*, 117(4), 1329-1368.
- Blanchard, O. J., & Leigh, D. (2013). Growth forecast errors and fiscal multipliers. *American Economic Review*, 103(3), 117-120.
- Bohn, H. (1995). The sustainability of budget deficits in a stochastic economy. *Journal of Money, Credit and Banking*, 27(1), 257-271.
- Bohn, H. (1998). The behavior of U.S. public debt and deficits. *The Quarterly Journal of Economics*, 113(3), 949-963.
- Bohn, H. (2007). Are stationarity and cointegration restrictions really necessary for the intertemporal budget constraint? *Journal of Monetary Economics*, 54(7), 1837-1847.
- Bohn, H. (2008). The sustainability of fiscal policy in the United States. In R. Neck & J. E. Sturm (Eds.), *Sustainability of public debt* (pp. 15-49). MIT Press.
- Botero, J., Franco, H., Hurtado, Á., & Mesa, M. (2013). Choques exógenos y política fiscal en un modelo de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE): Una aplicación para una economía emergente. *Revista de Economía del Rosario*, 16(1), 1-24.
- Broner, F., Clancy, D., Erce, A., & Martin, A. (2022). Fiscal multipliers and foreign holdings of public debt. *The Review of Economic Studies*, 89(3), 1155-1204.
- Burger, P., Stuart, I., Jooste, C., & Cuevas, A. (2012). Fiscal sustainability and the fiscal reaction function for South Africa: Assessment of the past and future policy applications. *South African Journal of Economics*, 80(2), 209-227.
- Calvo, G. A. (1983). Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, 12, 383-398.
- Cantore, C., Levine, P., Melina, G., & Pearlman, J. (2019). Optimal fiscal and monetary policy, debt crisis, and management. *Macroeconomic Dynamics*, 23(3), 1166-1204.
- Cardani, R., Menna, L., & Tirelli, P. (2020). The optimal policy mix to achieve public debt consolidation. *Macroeconomic Dynamics*, 24(1), 113-129.
- Cardani, R., Croitorov, O., Giovannini, M., Pfeiffer, P., Ratto, M., & Vogel, L. (2022). The Euro Area's pandemic recession: A DSGE-based interpretation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 104, 512
- Cassou, S., Shadmani, H., & Vázquez, J. (2017). Fiscal policy asymmetries and the sustainability of US government debt revisited. *Empirical Economics*, 53(3), 1193-1215.

- Chibi, A., Chekouri, S. M., & Benbouziane, M. (2019). The dynamics of fiscal policy in Algeria: sustainability and structural change. *Journal of Economic Structures*, 8(1), 28.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M., & Evans, C. L. (1999). Monetary policy shocks: What have we learned and to what end? In J. B. Taylor & M. Woodford (Eds.), *Handbook of Macroeconomics* (Vol. 1, pp. 65-148). Elsevier.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M., & Evans, C. (2005). Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, 113(1), 1–45.
- Christiano, L. J., Trabandt, M., & Walentin, K. (2010). DSGE models for monetary policy analysis. In *Handbook of monetary economics*, Vol. 3, 285-367. Elsevier.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M., & Rebelo, S. (2011). When is the government spending multiplier large? *Journal of Political Economy*, 119(1), 78-121.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M. S., & Trabandt, M. (2018). On DSGE models. *Journal of Economic Perspectives*, 32(3), 113-140.
- Coenen, G., Mohr, M., & Straub, R. (2008). Fiscal consolidation in the Euro Area: Long-run benefits and short-run costs. *Economic Modelling*, 25(5), 912-932.
- Cogan, J., Taylor, J., Wieland, V., & Wolters, M. (2013). Fiscal consolidation strategy. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37(2), 404-421.
- Coccia, M. (2017). Asymmetric paths of public debts and of general government deficits across countries within and outside the European monetary unification and economic policy of debt dissolution. *The Journal of Economic Asymmetries*, 15, 17-31.
- D’Erasmus, P., Mendoza, E., y Zhang, J. (2016). What is a sustainable public debt? En *Handbook of Macroeconomics*, Taylor, J. y Uhlig, H. (Eds), 2, 2493-97. Elsevier.
- Debrun, X., Ostry, J., Willems, T., y Wyplosz, C. (2019). Public debt sustainability. En *Sovereign Debt: A Guide for Economists and Practitioners*, Eds. Abbas, A. Pienkowski, and Rogoff, K. Oxford University Press.
- Eller, M., & Urvová, J. (2012). How sustainable are public debt levels in emerging Europe? *Focus on European Economic Integration*, (4), 48-79.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 251-276.
- Erceg, C. J., Henderson, D. W., & Levin, A. T. (2000). Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts. *Journal of Monetary Economics*, 46(2), 281-313.
- Erceg, C. J., Guerrieri, L., & Gust, C. (2006). Expansionary fiscal shocks and the US trade deficit. *International Finance*, 8(3), 363-397.

-
- Erceg, C., & Lindé, J. (2013). Fiscal consolidation in a currency union: Spending cuts vs. tax hikes. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37(2), 422-445.
- Fatás, A., & Mihov, I. (2001). The effects of fiscal policy on consumption and employment: Theory and evidence. Centre for Economic Policy Research Discussion Paper, No. 2760.
- Favero, C., & Giavazzi, F. (2007). Debt and the effects of fiscal policy. NBER Working Paper, No. 12822.
- Forni, L., & Pisani, M. (2018). Sovereign restructuring vs. fiscal adjustment in a monetary union: Macroeconomic effects from model-based simulations. *Macroeconomic Dynamics*, 22(2), 470-500.
- Fournier, J. M., & Fall, F. (2017). Limits to government debt sustainability in OECD countries. *Economic Modelling*, 66, 30-41.
- Galí, J., & Perotti, R. (2003). Fiscal policy and monetary integration in Europe. *Economic policy*, 18(37), 533-572.
- Galí, J., López-Salido, D., & Vallés, J. (2004). Rule-of-thumb consumers and the design of interest rate rules. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 36(4), 739-763.
- Galí, J., López-Salido, D., & Vallés, J. (2007). Understanding the effects of government spending on consumption. *Journal of the European Economic Association*, 5(1), 227-270.
- Gelman, A., Gilks, W. R., & Roberts, G. O. (1997). Weak convergence and optimal scaling of random walk Metropolis algorithms. *The Annals of Applied Probability*, 7(1), 110-120.
- Geweke, J. (1991). Generic, algorithmic approaches to Monte Carlo integration in Bayesian inference. *Contemporary Mathematics*, 115, 117-135.
- Ghosh, A., Kim, J., Mendoza, E., Ostry, J., & Qureshi, M. (2013). Fiscal fatigue, fiscal space and debt sustainability in advanced economies. *The Economic Journal*, 123(566), 4-30.
- Giavazzi, F., & Pagano, M. (1990). Can severe fiscal contractions be expansionary? Tales of two small European countries. *NBER Macroeconomics Annual*, 5, 75-122.
- Giavazzi, F., & Pagano, M. (1996). Non-Keynesian effects of fiscal policy changes: International evidence and Swedish evidence. *Swedish Economic Policy Review*, 3(1), 67-103.

- Gomme, P., & Lkhagvasuren, D. (2013). Calibration and simulation of DSGE models. En Hashimzade y Thornton (eds), *Handbook of Research Methods and Applications in Empirical Macroeconomics*. Edward Elgar Publishing.
- González, A., López, M., Rodríguez, N., & Téllez, S. (2014). Fiscal policy in a small open economy with oil sector and non-Ricardian agents. *Revista Desarrollo y Sociedad*, 73, 33-69.
- Hakkio, C., & Rush, M. (1991). Is the budget deficit “too large”? *Economic Inquiry*, 29(3), 429-445.
- Hamilton, J., & Flavin, M. (1985). On the limitations of government borrowing: A framework for empirical testing. National Bureau of Economic Research (NBER), No. w1632.
- Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, 57(1), 357–384.
- Hansen, B. (1990). A powerful, simple test for cointegration using Cochrane-Orcutt. Rochester Center for Economic Research, University of Rochester.
- Hommel, C., Lustenhouwer, J., & Mavromatis, K. (2018). Fiscal consolidations and heterogeneous expectations. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 87, 173-205.
- Hory, M. P. (2016). Fiscal multipliers in emerging market economies: Can we learn something from advanced economies experiences? *International Economics*, 147, 53-71.
- Ilzetzki, E., Mendoza, E. G., & Végh, C. A. (2013). How big (small?) are fiscal multipliers?. *Journal of monetary economics*, 60(2), 239-254.
- Kemp, J. H., & Hollander, H. (2020). A medium-sized, open-economy, fiscal DSGE model of South Africa (No. 2020/92). WIDER Working Paper.
- Kongo, Y., Kimani, E., Ogada, J., & Omboto, P. I. (2023). Is Kenya’s Public Debt Sustainable? An NARDL Approach. *Eastern Africa Journal of Contemporary Research*, 3(2), 33-46.
- Leeper, E. M. (2010). Monetary science, fiscal alchemy. *Proceedings - Economic Policy Symposium - Jackson Hole*, 361-434.
- Leeper, E. M., Traum, N., & Walker, T. B. (2017). Clearing up the fiscal multiplier morass. *American Economic Review*, 107(8), 2409-2454.
- Lindé, J., & Trabandt, M. (2018). Should we use linearized models to calculate fiscal multipliers? *Journal of Applied Econometrics*, 33(7), 937-965.

-
- Lozano, I., & Julio, J. (2019). Límite de la deuda pública y espacio fiscal: Análisis para Colombia y otros mercados emergentes. Borradores de Economía, No. 1076, Banco de la República.
- Lozano, I., Arias, F., González, A., Bejarano, J., Granger, C., Hamann, F., & Ramos, J. (2019). La política fiscal y la estabilización macroeconómica en Colombia. *Ensayos sobre Política Económica*, 37(90), 4-60.
- Lucas, R. E., Jr., & Stokey, N. (1983). Optimal fiscal and monetary policy in an economy without capital. *Journal of Monetary Economics*, 12, 55-94.
- Mackiewicz-Łyziak, J., & Łyziak, T. (2019). A new test for fiscal sustainability with endogenous sovereign bond yields: Evidence for EU economies. *Economic Modelling*, 82, 136-151.
- Mendoza, E., & Ostry, J. (2008). International evidence on fiscal solvency: Is fiscal policy “responsible”? *Journal of Monetary Economics*, 55(6), 1081-1093.
- Mendoza, E. (2017). The public debt crisis of the United States. *The Manchester School*, 85(S1), 1-32.
- Mountfort, A., & Uhlig, H. (2009). What are the effects of fiscal policy shocks? *Journal of Applied Econometrics*, 24(6), 960-992.
- Neck, R., & Sturm, J. (2008). Sustainability of public debt: Introduction and overview. In R. Neck & J. E. Sturm (Eds.), *Sustainability of public debt* (pp. 1-12). MIT Press.
- Ojeda Joya, J. N., & Guzmán, Ó. (2022). Fiscal multipliers and monetary policy in Colombia. A counterfactual analysis. *Cuadernos de Economía*, 41(87), 609-650.
- Onatunji, O. G. (2023). Sustainability of current account deficits in Nigeria: evidence from the asymmetric NARDL approach. *SN Business & Economics*, 3(10), 186.
- Ostry, J. D., Ghosh, A. R., Kim, J. I., & Qureshi, M. S. (2010). Fiscal Space. IMF Staff Position Notes, SPN 10/11.
- Perotti, R. (2005). Estimating the effects of fiscal policy in OECD countries. Centre for Economic Policy Research Discussion Paper, No. 4842.
- Pesaran, M. H., Shin, Y., & Smith, R. J. (2001). Bounds testing approaches to the analysis of level relationships. *Journal of Applied Econometrics*, 16(3), 289-326.
- Quintos, C. (1995). Sustainability of the deficit process with structural shifts. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(4), 409-417.
- Ramey, V. A. (2011). Identifying government spending shocks: It's all in the timing. *The Quarterly Journal of Economics*, 126(1), 1-50.

- Ramey, V. A., & Zubairy, S. (2018). Government spending multipliers in good times and in bad: Evidence from US historical data. *Journal of Political Economy*, 126(2), 850-901.
- Ratto, M., Roeger, W., & in't Veld, J. (2009). QUEST III: An estimated open-economy DSGE model of the euro area with fiscal and monetary policy. *Economic Modelling*, 26(1), 222-233.
- Restrepo-Ángel, S., Rincón-Castro, H., & Ospina-Tejeiro, J. (2020). Multiplicadores de los impuestos y del gasto público en Colombia: aproximaciones SVAR y proyecciones locales. Borradores de Economía No. 1114. Banco de la República de Colombia.
- Rincón, H., Rodríguez, D., Toro, J., & Téllez, S. (2017). FISCO: Modelo fiscal para Colombia. *Ensayos sobre Política Económica*, 35, 161-187.
- Sarmiento, M. (2006). La sostenibilidad fiscal en Colombia: Un enfoque desde las reglas fiscales. *Planeación y Desarrollo*, 37(2), 77-109.
- Schmitt-Grohé, S., & Uribe, M. (2004). Solving dynamic general equilibrium models using a second-order approximation to the policy function. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(4), 755-775.
- Shin, Y., Yu, B., & Greenwood-Nimmo, M. (2014). Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework. In R. Sickles & W. Horrace (Eds.), *Festschrift in honour of Peter Schmidt: Econometric methods and applications* (pp. 281-314). Springer.
- Sheremirov, V., & Spirovska, S. (2022). Fiscal multipliers in advanced and developing countries: Evidence from military spending. *Journal of Public Economics*, 208, 104631.
- Smets, F., & Wouters, R. (2003). An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the Euro area. *Journal of the European Economic Association*, 1(5), 1123-1175.
- Smets, F., & Wouters, R. (2005). Comparing shocks and frictions in US and euro area business cycles: a Bayesian DSGE approach. *Journal of Applied Econometrics*, 20(2), 161-183.
- Smets, F., & Wouters, R. (2007). Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach. *American Economic Review*, 97(3), 586-606.
- Stähler, N., & Thomas, C. (2012). FiMod - A DSGE model for fiscal policy simulations. *Economic modelling*, 29(2), 239-261.

-
- Takyi, P. O., & Leon-Gonzalez, R. (2020). Macroeconomic impact of fiscal policy in Ghana: Analysis of an estimated DSGE model with financial exclusion. *Economic Analysis and Policy*, 67, 239-260.
- Taylor, J. (1993). Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39(1), 195–214.
- Trehan, B., & Walsh, C. (1991). Testing intertemporal budget constraints: Theory and applications to U.S. federal budget and current account deficits. *Journal of Money, Credit and Banking*, 23(2), 206-223.
- Vranceanu, R., & Besancenot, D. (2013). The spending multiplier in a time of massive public debt: The Euro-area case. *Applied Economics Letters*, 20(8), 758-762.
- Weichenrieder, A. J., & Zimmer, J. (2014). Euro membership and fiscal reaction functions. *International Tax and Public Finance*, 21, 598-613.
- Woodford, M. (2003). Optimal interest-rate smoothing. *The Review of Economic Studies*, 70(4), 861-886.
- Woodford, M. (2011). Simple analytics of the government expenditure multiplier. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 3(1), 1-35.
- Zapata-Quimbayo, C. A., & Chamorro-Narváez, R. A. (2022). Deuda pública y sostenibilidad fiscal en Colombia: análisis mediante funciones de reacción fiscal. *Ensayos de Economía*, 32(61), 35-58. 8.
- Zapata-Quimbayo, C. A., & Chamorro-Narváez, R. A. (2024). Fiscal regimes and debt sustainability in Colombia. *Journal of Applied Economics*, 27(1), 2336706.
- Zubairy, S. (2014). On fiscal multipliers: Estimates from a medium-scale DSGE model. *International Economic Review*, 55(1), 169-195.

Anexos

A. Datos y fuentes usadas

A.1 Descripción de los datos trimestrales y de las fuentes

Para estimar el modelo DSGE se utilizan las siguientes series de datos: PIB, inflación, tasa de interés, consumo privado, inversión, gasto de consumo público y las variables externas de producción, inflación y tasas de interés. Los datos de las variables de la economía nacional cubren el periodo comprendido entre 2005:Q1 y 2023:Q4. La información nacional es tomada de las cuentas nacionales de Colombia del Banco de la República de Colombia (BanRep) y del Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE). Para Colombia se tienen las siguientes series de datos:

- **PIB.** Producto interno bruto de Colombia. Serie trimestral ajustada por efectos estacionales y calendario. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de actividad económica. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **IPC.** Índice de precios al consumidor. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de precios e inflación. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Consumo Hogares.** Gasto de consumo privado. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de actividad económica. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Consumo gobierno.** Gasto de consumo del gobierno. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de actividad económica. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Inversión.** Serie de formación bruta total de capital. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de actividad económica. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Ingresos del gobierno.** Valor total de los ingresos del gobierno. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de sector público y deuda pública. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Gastos del gobierno.** Valor total del gasto público sin incluir el pago de intereses. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de sector público y deuda pública. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>

- **Pago intereses de la deuda.** Valor total de los intereses pagados por el gobierno nacional. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de sector público y deuda pública. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Tasa de interés deuda.** Tasa de interés de los títulos del tesoro (TES) de Colombia. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de tasas de interés y sector financiero. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Población en edad de trabajar (PET).** Fuente DANE, Gran Encuesta Integrada de Hogares, 2023. <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/mercado-laboral/empleo-y-desempleo/geih-historicos>

Además, para las variables externas de producción, inflación y tasa de interés, se utiliza la información de los datos económicos de la Reserva Federal de Estados Unidos (Federal Reserve Economic Data - FRED).

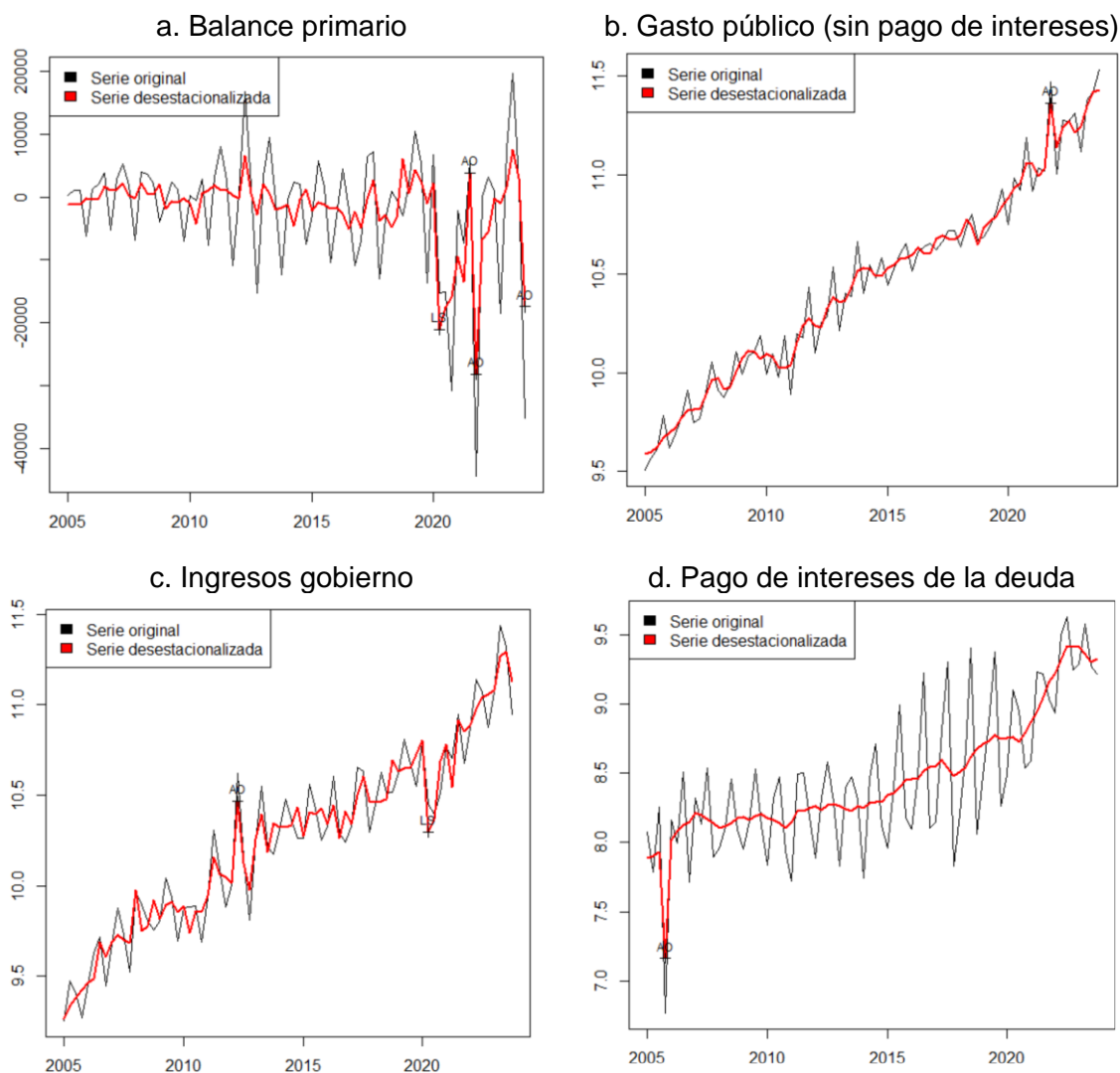
- **Producción.** Producto interno bruto de Estados Unidos. Serie trimestral ajustada por efectos estacionales y de calendario. Fuente FRED, Gross Domestic Product (GDP). <https://fred.stlouisfed.org/categories/32267>
- **Inflación.** Índice de precios al consumidor de Estados Unidos. Fuente FRED, Inflation, consumer prices for the United States. <https://fred.stlouisfed.org/categories/32267>
- **Tasa de interés deuda.** Tasa de interés de los títulos del tesoro de Estados Unidos. Fuente FRED, Interest Rates, Short-Term Government Bond Yields, 1-Year. <https://fred.stlouisfed.org/categories/32267>
- **Población en edad de trabajar.** Fuente FRED, Working age population (WAP). <https://fred.stlouisfed.org/categories/32267>

A.2 Series desestacionalizadas y transformaciones de los datos

Siguiendo a Adolfson et al. (2007) y Bhattarai y Trzeciakiewicz (2017), todas las variables económicas y fiscales son expresadas en unidades *per-cápita*, mediante $x = X/\text{pet}$, donde X corresponde a las variables de producción, consumo, inversión y las cuentas del balance fiscal del gobierno; y pet es la población en edad de trabajar. Además, las series de datos fiscales se desestacionalizan utilizando la metodología X-13 ARIMA-SETS, y para hacer que todas las variables sean estacionarias, se calcula y resta los valores medios de las series de datos, lo que da como resultados variables sin tendencia con media cero. A continuación, se presentan las series desestacionalizadas.

El ajuste estacional de los datos se implementa con la metodología X-13ARIMA-SEATS que está disponible en la librería seas (Seasonal Adjustment with X-13ARIMA-SEATS) de R. Los resultados se obtienen en el anexo “codigo1.R”.

Grafica A.1 Series trimestrales desestacionalizadas – Logaritmo de las series



A.3 Series de datos anuales

también se utilizaron series datos anuales para el periodo comprendido entre 1985 y 2023. La información de las variables es tomada de las cuentas nacionales de Colombia del Banco de la República de Colombia (BanRep) y del Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas (DANE). Las variables fiscales corresponden a las cuentas del gobierno nacional central (GNC) de Colombia.

- **PIB.** Producto interno bruto de Colombia. Serie nominal. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de actividad económica. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>

- **Tasa de crecimiento PIB.** Serie a precios constantes de 2015. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de actividad económica. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Inflación.** Variación anual total del índice de precios al consumidor. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de precios e inflación. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Ingresos del gobierno.** Valor total de los ingresos del gobierno. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de sector público y deuda pública. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Gastos del gobierno.** Valor total del gasto público sin incluir el pago de intereses. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de sector público y deuda pública. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Deuda pública.** Valor total de la deuda pública neta del GNC. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de sector público y deuda pública. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Balance primario.** Diferencia entre ingresos y gastos del GNC (sin incluir pago de intereses). Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de sector público y deuda pública. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Pago intereses de la deuda.** Valor total de los intereses pagados por el GNC. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de sector público y deuda pública. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Tasa de interés de la deuda.** Tasa de interés cero cupón de los títulos del tesoro (TES) de Colombia. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas de tasas de interés y sector financiero. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Índice de términos de intercambio.** Índice de términos de intercambio de bienes calculado como la relación entre el precio de las exportaciones de un país y el precio de sus importaciones. Fuente BanRep, catálogo de series estadísticas del Sector externo. <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas>
- **Variación de los precios del petróleo.** Precio internacional del petróleo de la referencia Brent. Fuente Bloomberg.

A.4 Resultados de la FRF usando series trimestrales

De forma similar a los modelos 1-4 estimados para la FRF (con datos anuales) en la sección 2.3.3, se lleva a cabo la estimación de estos usando series de datos trimestrales. Para ello, se utilizan las series descritas en la sección A.2 para el balance primario, gasto público (sin pago de intereses), ingresos del gobierno, así como de la deuda pública (incluyendo sus componentes cuadráticos y cúbicos). Además, se utilizan las series de datos trimestrales para las variables π_t , t_t y $\Delta O_i|_t$. Los modelos 1-4 también se estiman utilizando la metodología Cochrane-Orcutt y HAC. La tabla A4.1 resume los resultados de las estimaciones de los cuatro modelos estimados.

Tabla A4.1: Estimaciones de la FRF usando datos trimestrales

(a) Estimación usando MCO y método Cochrane-Orcutt

	Modelos			
	(1)	(2)	(3)	(4)
Constante	0.0412 (0.0088) ***	-0.0563 (0.0172) **	0.0459 (0.0756)	0.6315 (0.5051)
d_{t-1}	-0.0988 (0.0208) ***	-0.1043 (0.0238) ***	-0.0989 (0.2577)	-3.4984 (3.2743)
\tilde{y}_t	0.6961 (0.0435) ***	0.6758 (0.0622) ***	0.6967 (0.0443) ***	0.7513 (0.0763) ***
\tilde{g}_t	-0.3819 (0.0336) ***	-0.3824 (0.0331) ***	-0.3835 (0.0345) ***	-0.4032 (0.0346) ***
d_{t-1}^2			-0.0738 (2.7782)	6.8475 (7.1608)
d_{t-1}^3			0.1068 (1.2322)	-4.4625 (5.1193)
π_t		0.0419 (0.0438)		-0.0067 (0.0921)
ti_t		0.0001 (0.0001)		-0.0003 (0.0001) *
ΔOil_t		-0.0152 (0.0119)		-0.0057 (0.0132)
R ²	0.8503	0.8572	0.846	0.8591
Estad. DW	2.02	2.01	2.021	2.008
Estad. F	139.2 ***	74 ***	82 ***	56.6 ***

Nivel de significancia estadística al: 1% (***) 5% (**) 10% (*).
Los errores estándar se encuentran en paréntesis

(b) Estimadores HAC.

	Modelos			
	(1)	(2)	(3)	(4)
Constante	0.0405 (0.0098) ***	0.0577 (0.0194) ***	0.1011 (0.4101)	0.0807 (0.0548)
d_{t-1}	-0.0976 (0.0233) ***	-0.1018 (0.0269) ***	-0.4698 (0.8136)	-0.0461 (0.3562)
\tilde{y}_t	0.7039 (0.0474) ***	0.6905 (0.0687) ***	0.7040 (0.0482) ***	0.7771 (0.0822) ***
\tilde{g}_t	-0.3898 (0.0354) ***	-0.3914 (0.0352) ***	-0.3919 (0.0364) ***	-0.4115 (0.0363) ***
d_{t-1}^2			0.7313 (0.3075)	0.0924 (0.780)

d_{t-1}^3			-0.4609 (0.6201)	-0.0614 (0.5579)
π_t	0.0283 (0.094)			-0.0328 (0.0219)
ti_t	-0.0001 (0.0001)			0.0003 (0.0001) **
ΔOil_t	-0.0114 (0.0121)			-0.0033 (0.0133)
R ²	0.8304	0.8235	0.8859	0.8382
Estad. F	121.8***	29.78***	36.93***	48.93***

Nivel de significancia estadística al: 1% (***) 5% (**) 10% (*).

Los errores estándar se encuentran en paréntesis

Fuente: Cálculos propios

Los resultados también confirman la prociclicidad de la política fiscal, como se indicó en la sección 2.3.3 dado el signo positivo de \tilde{y}_t , así como la presencia de una respuesta débil del balance del gobierno. También cabe resaltar que los cambios en los precios del petróleo y la inflación no son significativos en ninguno de los modelos, mientras que la variable de términos de intercambio solo es significativa en el modelo 4. Además, la presencia de resultados mixtos en la deuda rezagada en todos los modelos sugiere la presencia de asimetrías de la relación entre el balance primario y la deuda.

B. Modelo autorregresivo no lineal de rezagos distribuidos (NARDL)

Shin et al. (2014) construyeron un enfoque simple para modelar la cointegración asimétrica basada en descomposiciones de suma parcial. Para ello, consideran un modelo de regresión a largo plazo de la forma:

$$y_t = \beta^+ x_t + \beta^- x_t + e_t \quad (\text{A2.3})$$

$$\Delta x_t = v_t \quad (\text{A2.4})$$

Donde, x_t se descompone en $x_t = x_0 + x_t^+ + x_t^-$, y x_t^+ y x_t^- son procesos de suma parcial de cambios positivos y negativos en x_t , tal que:

$$x_t^+ = \sum_{i=1}^t \Delta x_i^+ = \sum_{i=1}^t \max(\Delta x_i, 0) \quad (\text{A2.5})$$

$$x_t^- = \sum_{i=1}^t \Delta x_i^- = \sum_{i=1}^t \min(\Delta x_i, 0) \quad (\text{A2.6})$$

Bajo esta idea, Shin et al. (2014) formularon un modelo NARDL

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^t \phi_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^t (\theta_i^+ x_{t-i}^+ + \theta_i^- x_{t-i}^-) + e_t \quad (\text{A2.7})$$

Donde, ϕ_i es el parámetro autorregresivo, θ_i^+ y θ_i^- corresponden a los parámetros de los rezagos distribuidos asimétricamente, e_t es un proceso i.i.d con media cero y varianza constante. Además, x_t puede descomponerse en x_t^+ y x_t^- alrededor de cero para diferencias lo cambios positivos y negativos de x_t . Por tanto, siguiendo a Pesaran et al. (2001), la ecuación A2.7 puede escribirse en la forma de corrección de error

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \theta^+ x_{t-1}^+ + \theta^- x_{t-1}^- + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i \Delta y_{t-i} + \quad (\text{A2.8})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{q-1} (\varphi_i^+ \Delta x_{t-i}^+ + \varphi_i^- \Delta x_{t-i}^-) + e_t \\ & = \rho \zeta_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{q-1} (\varphi_i^+ \Delta x_{t-i}^+ + \varphi_i^- \Delta x_{t-i}^-) + e_t \end{aligned}$$

Donde: $\rho = \sum_{i=1}^p \phi_i - 1$, $\gamma_i = -\sum_{j=i+1}^p \phi_j$ para $i = 1, 2, \dots, p-1$, $\theta^+ = \sum_{i=0}^q \theta_i^+$, $\theta^- = \sum_{i=0}^q \theta_i^-$, $\varphi_i^+ = -\sum_{j=i+1}^q \theta_j^+$, $\varphi_i^- = -\sum_{j=i+1}^q \theta_j^-$ y $\zeta_t = y_t - \beta^+ x_{t-1}^+ + \beta^- x_{t-1}^-$ es el termino de corrección de error, donde $\beta^+ = \theta^+ / \rho$ y $\beta^- = \theta^- / \rho$ son los parámetros asimétricos de largo plazo.

Además, con el propósito de lidiar con la correlación serial entre los regresores y el termino de error, los autores proponen un proceso de generación de datos de forma reducida para Δx_t :

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{q-1} \Lambda_i \Delta x_{t-i} + v_t \quad (\text{A2.9})$$

Y, dado que buscan una estimación condicional, ellos expresan e_t en términos v_t :

$$e_t = \omega' v_t + u_t = \omega' (\Delta x_t - \sum_{i=1}^{q-1} \Lambda_i \Delta x_{t-i}) + u_t \quad (\text{A2.10})$$

Donde, u_t es un término de error no correlacionado con v_t . Al reemplazar A2.10 en A2.8, se obtiene

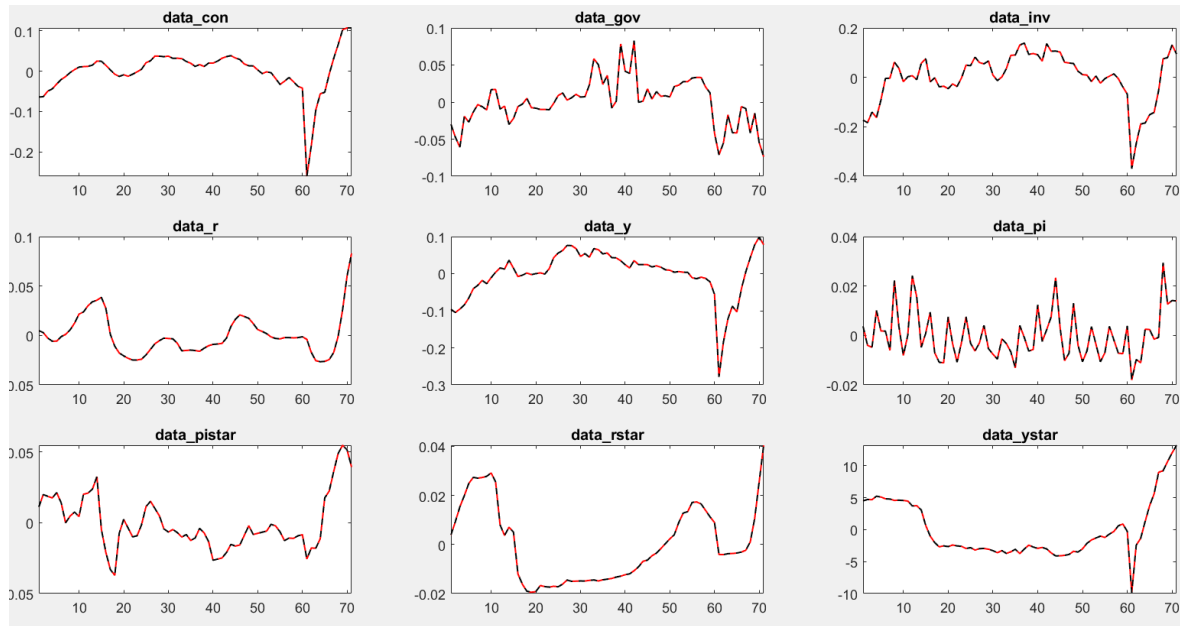
$$\Delta y_t = \rho \zeta_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^{q-1} (\vartheta_i^+ \Delta x_{t-i}^+ + \vartheta_i^- \Delta x_{t-i}^-) + e_t \quad (\text{A2.8})$$

=

con $\vartheta_i^+ = \varphi_i^+ - \omega \Lambda_i$ y $\vartheta_i^- = \varphi_i^- - \omega \Lambda_i$.

C. Resultados de la estimación del modelo

Figura A.2 Convergencia de las variables



Fuente: calculos propios.

Figura A.3 Distribuciones previas y posteriores

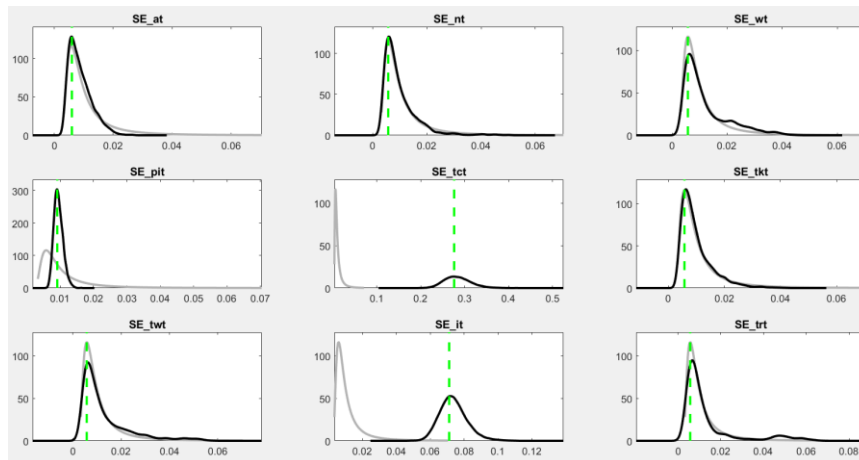


Figura A.3 Distribuciones previas y posteriores (cont.)

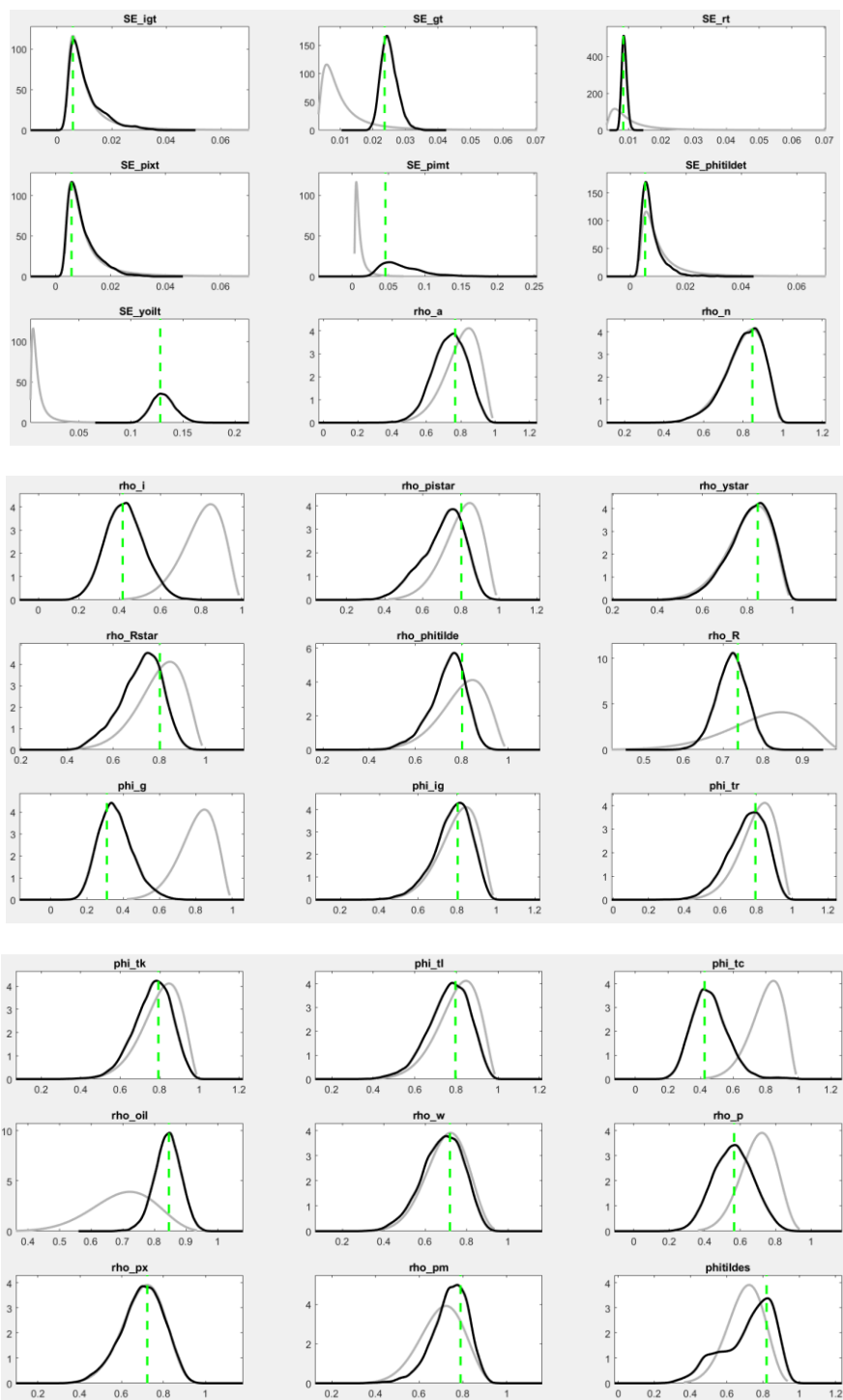


Figura A.3 Distribuciones previas y posteriores (cont.)

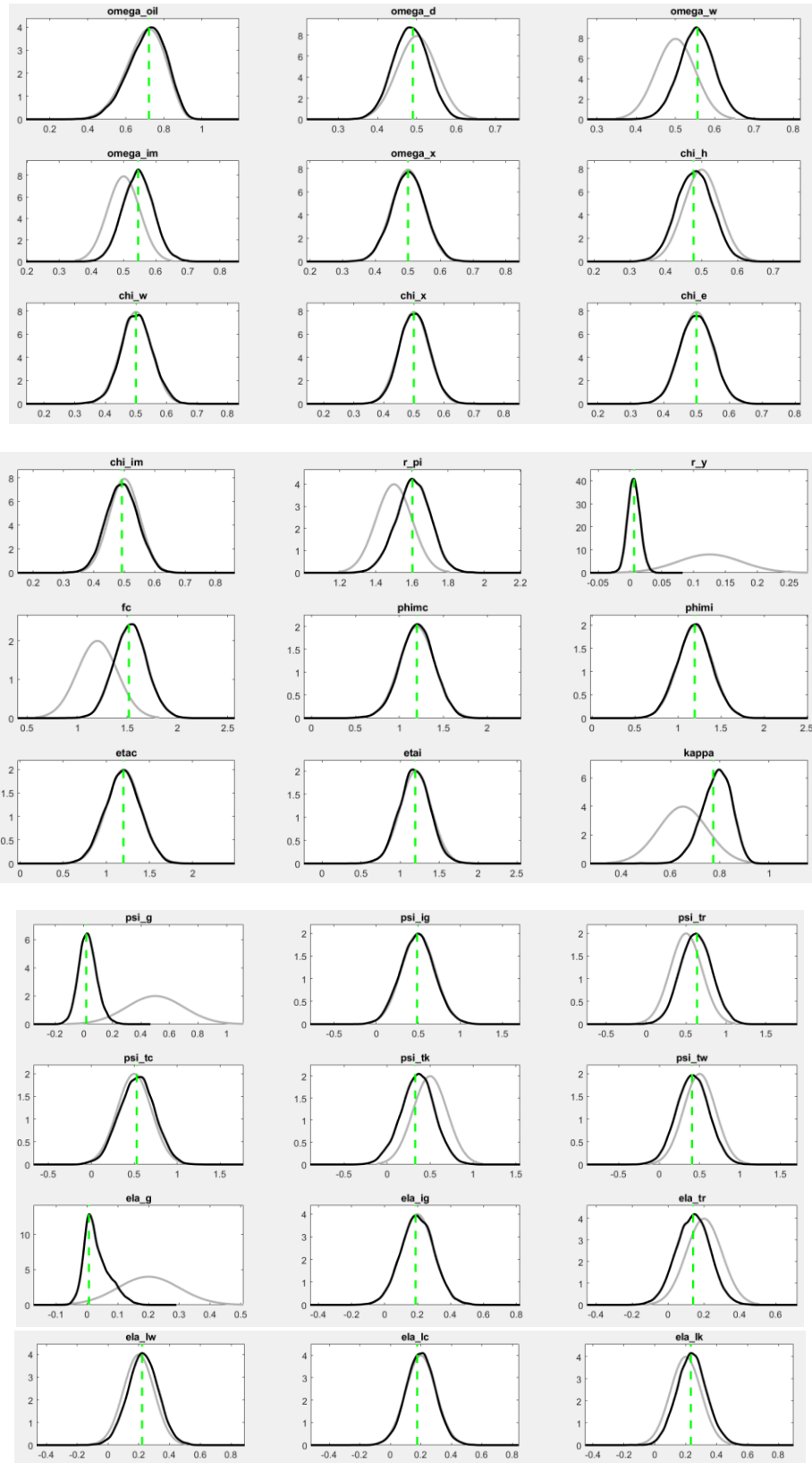


Figura A.4 Diagnostico de convergencia (Brooks y Gelman, 1998)

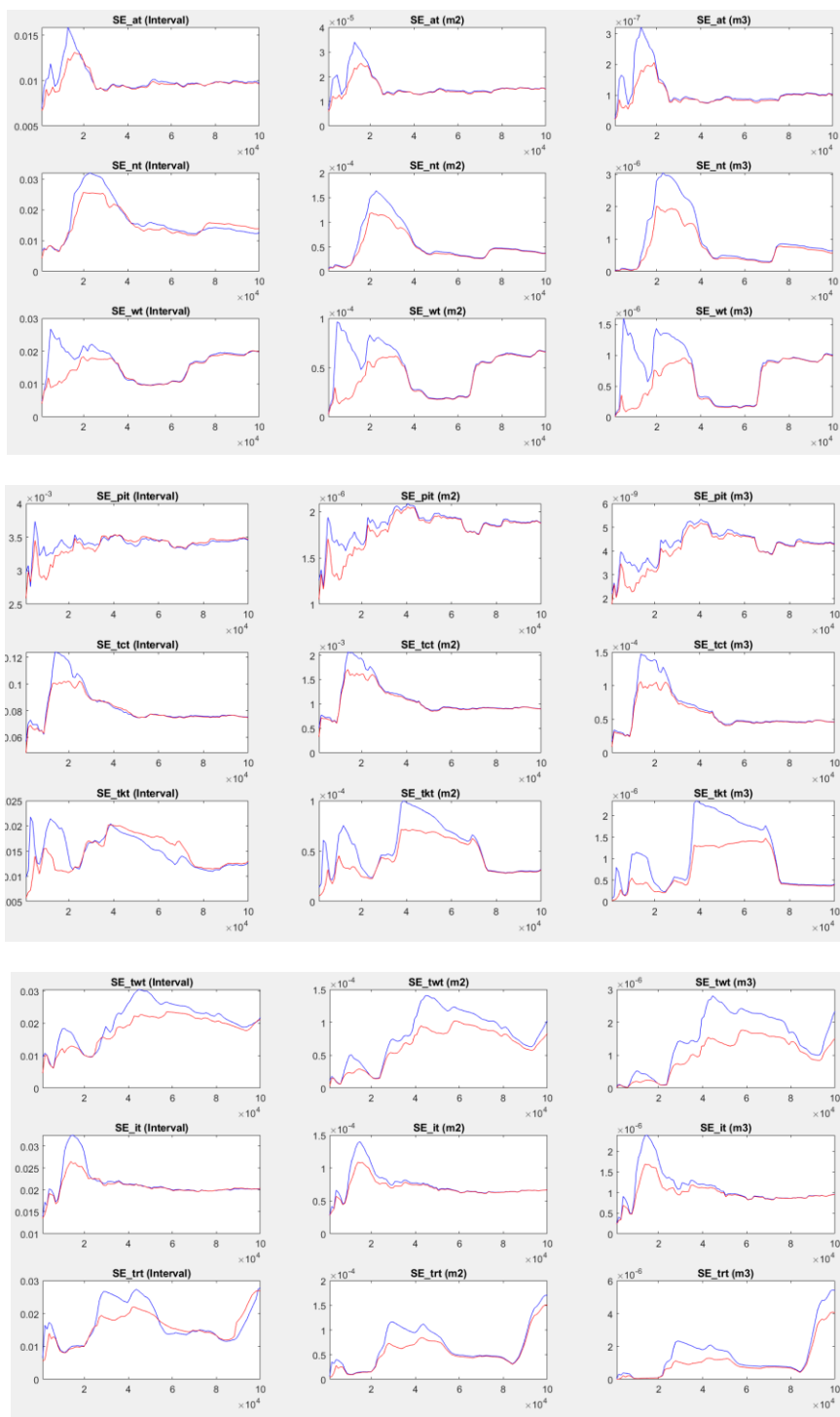


Figura A.4 Diagnostico de convergencia (Brooks y Gelman, 1998) (cont.)

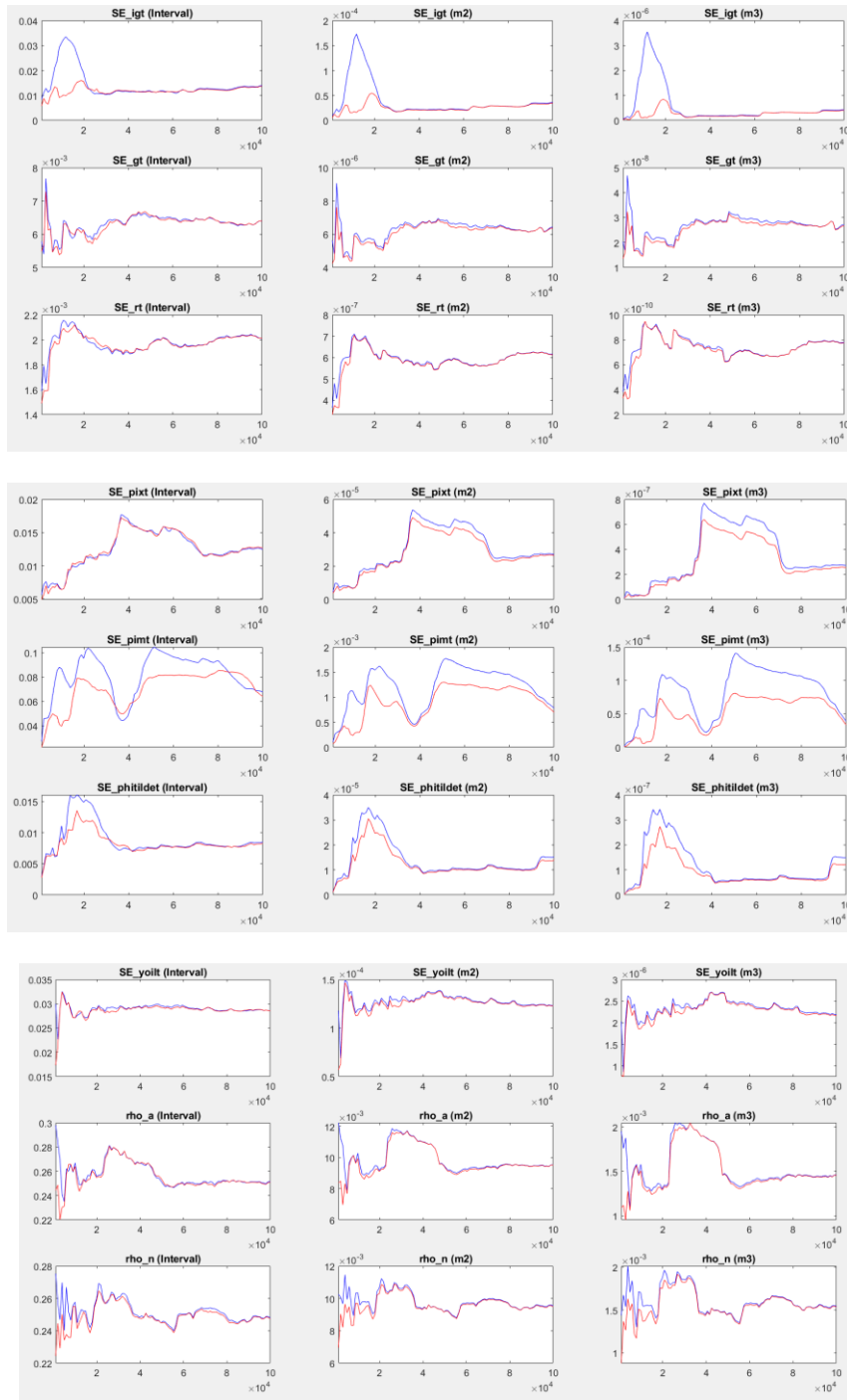


Figura A.5 Diagnostico de convergencia (Brooks y Gelman, 1998) (cont.)

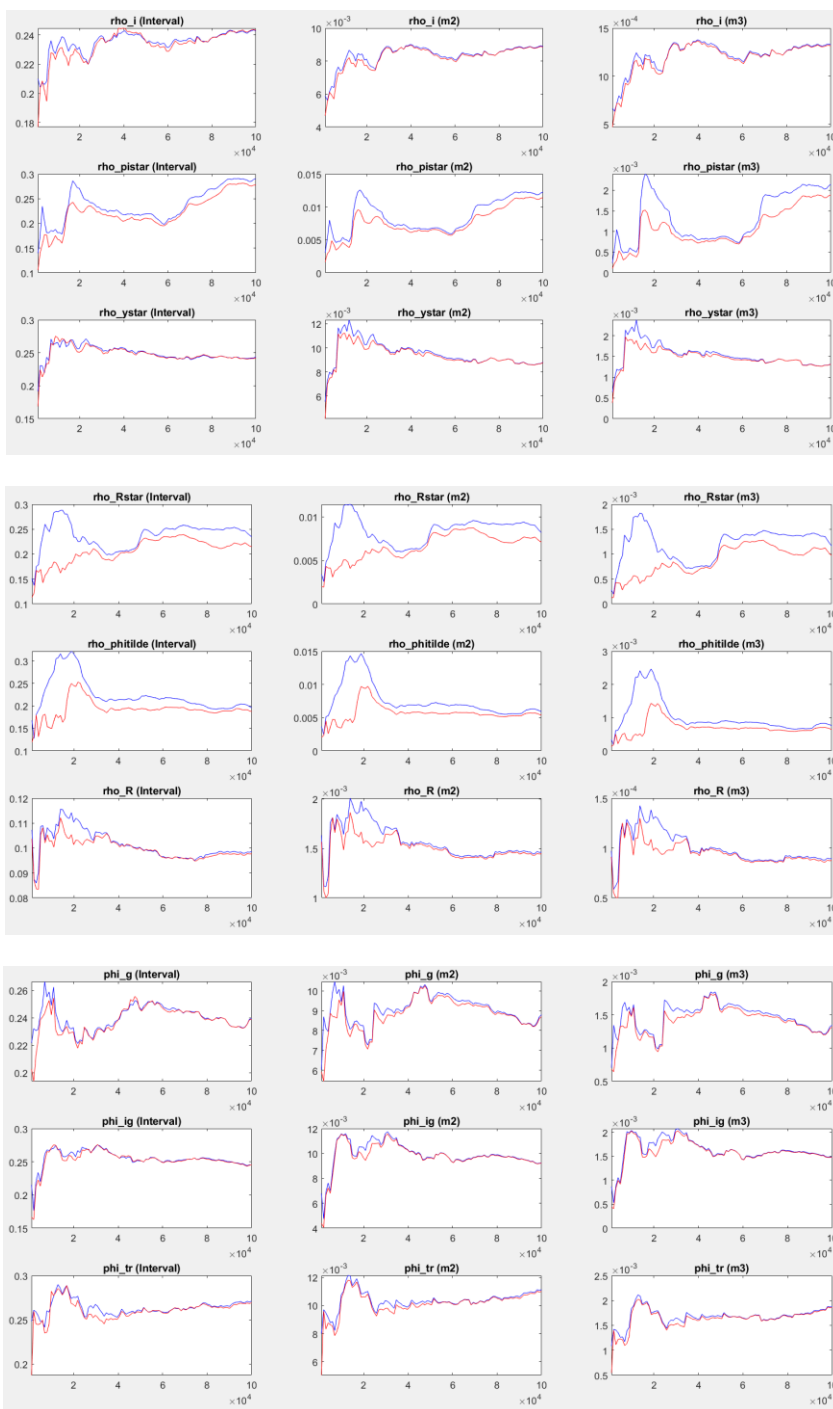


Figura A.4 Diagnostico de convergencia (Brooks y Gelman, 1998) (cont.)

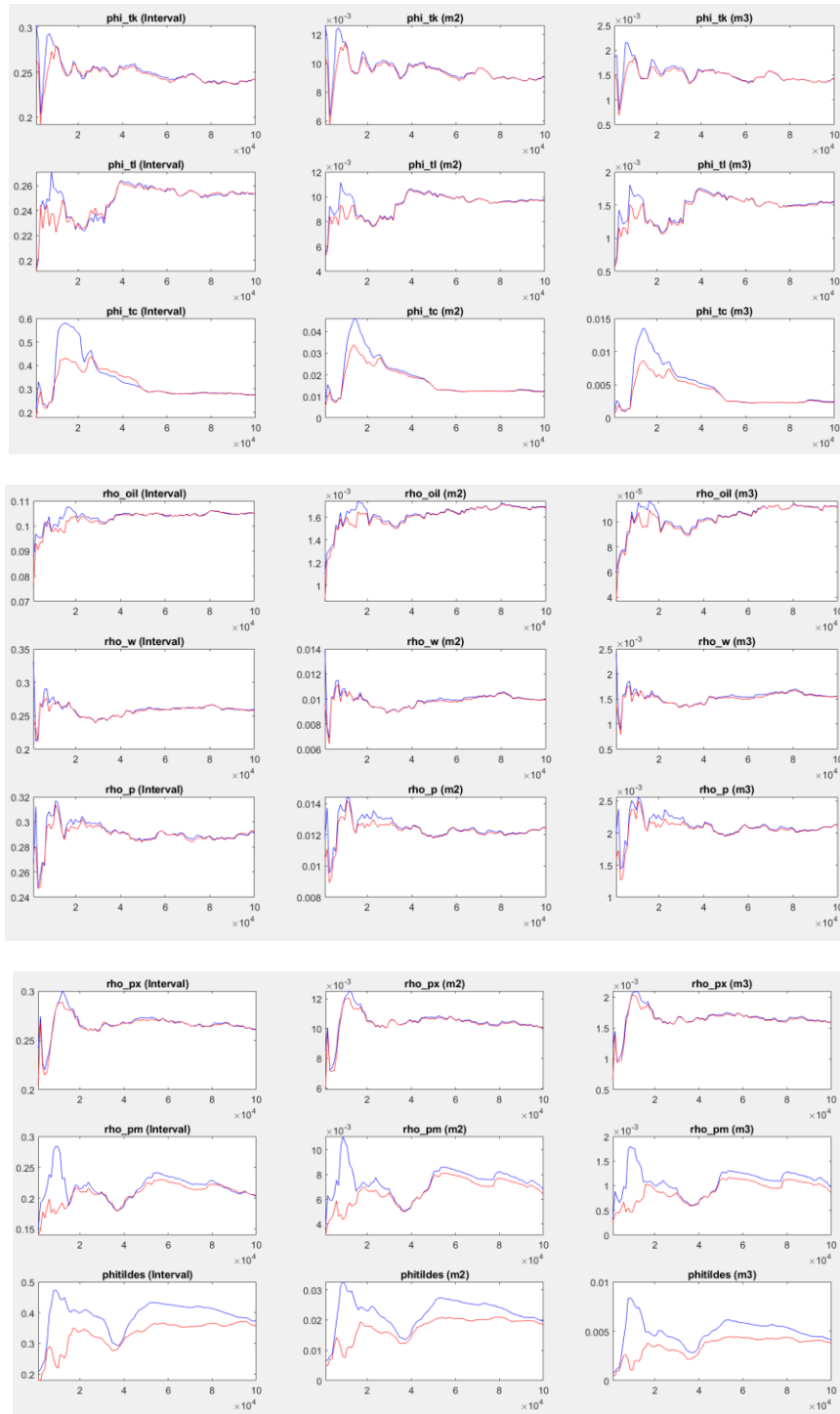


Figura A.4 Diagnostico de convergencia (Brooks y Gelman, 1998) (cont.)

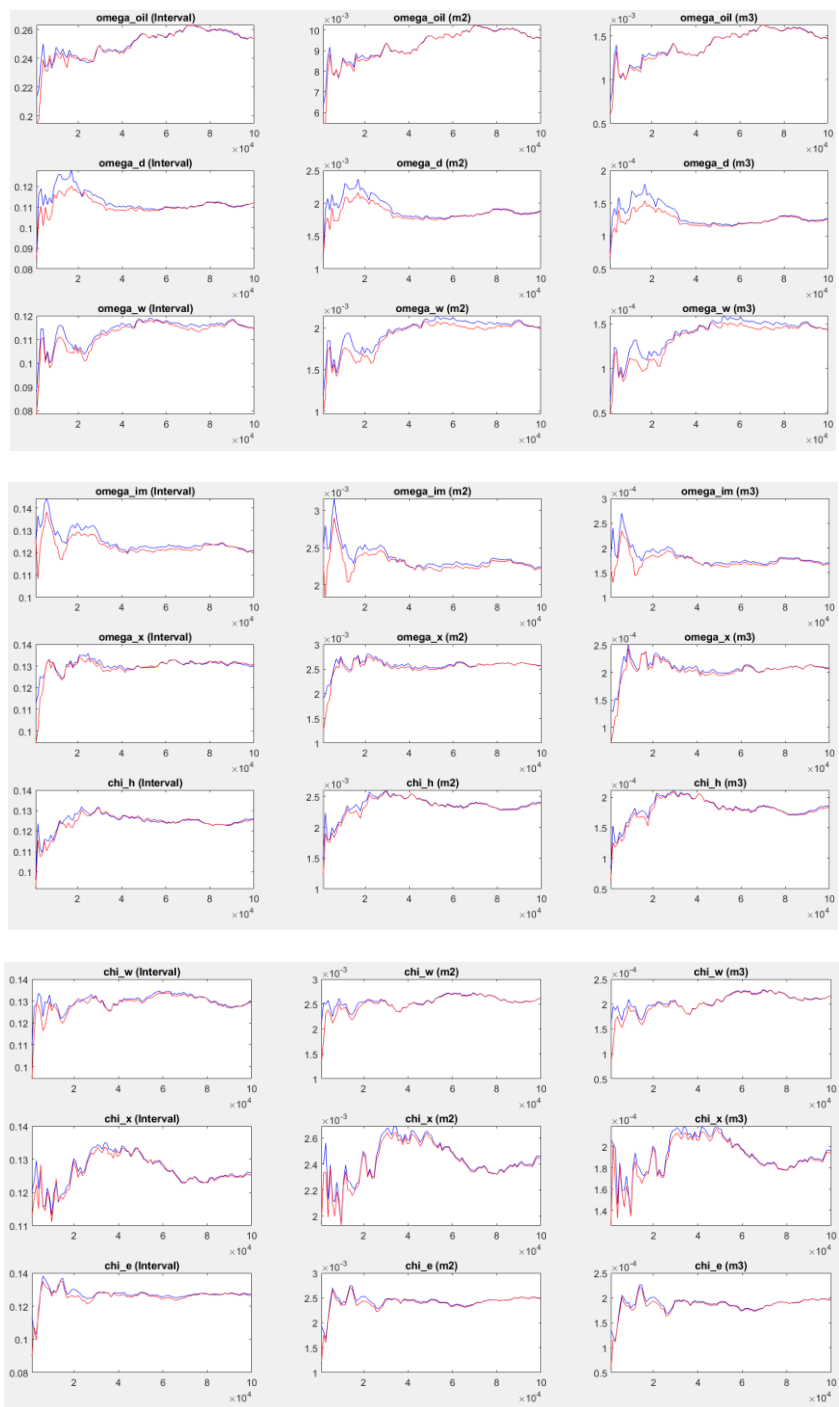


Figura A.4 Diagnostico de convergencia (Brooks y Gelman, 1998) (cont.)

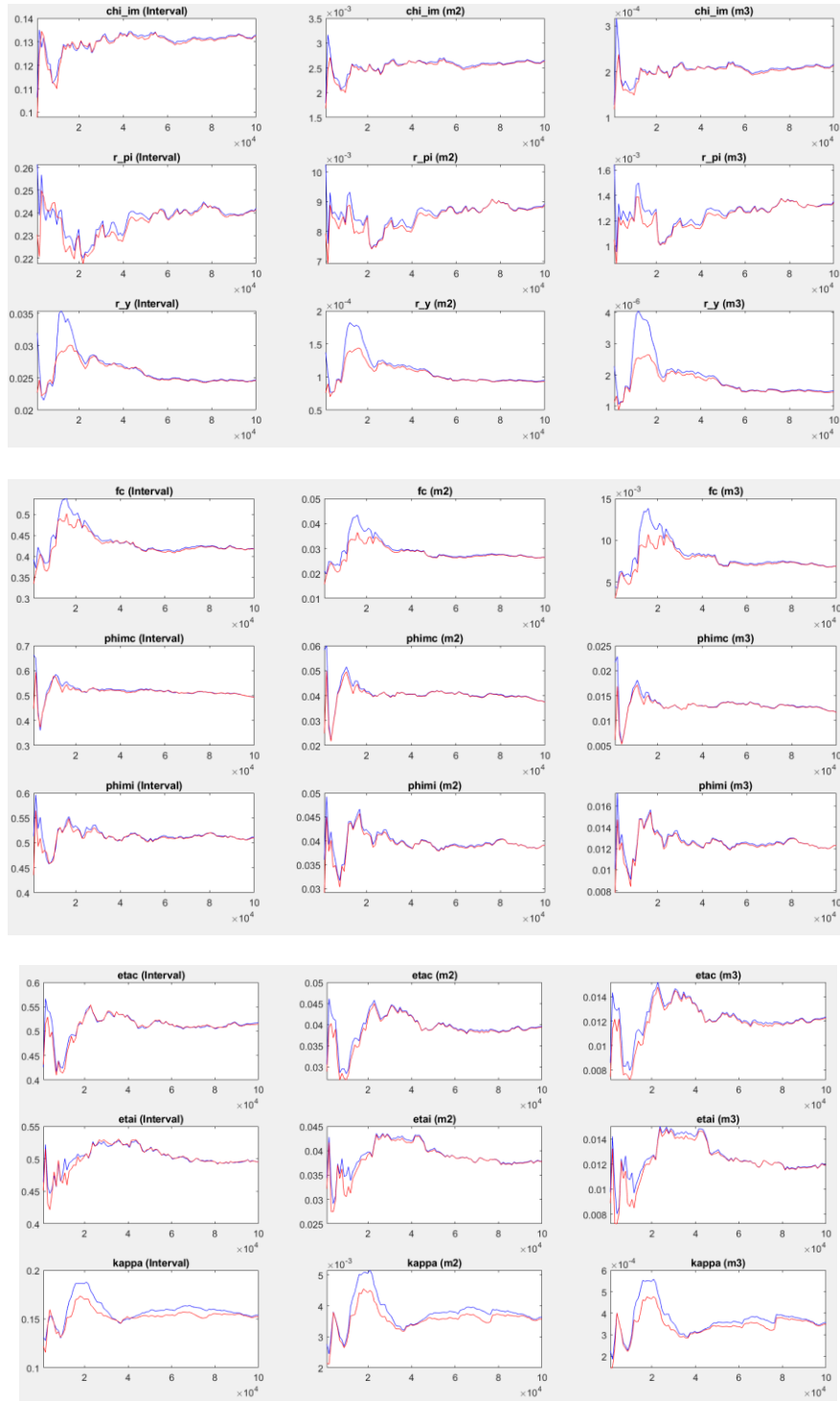


Figura A.4 Diagnostico de convergencia (Brooks y Gelman, 1998) (cont.)

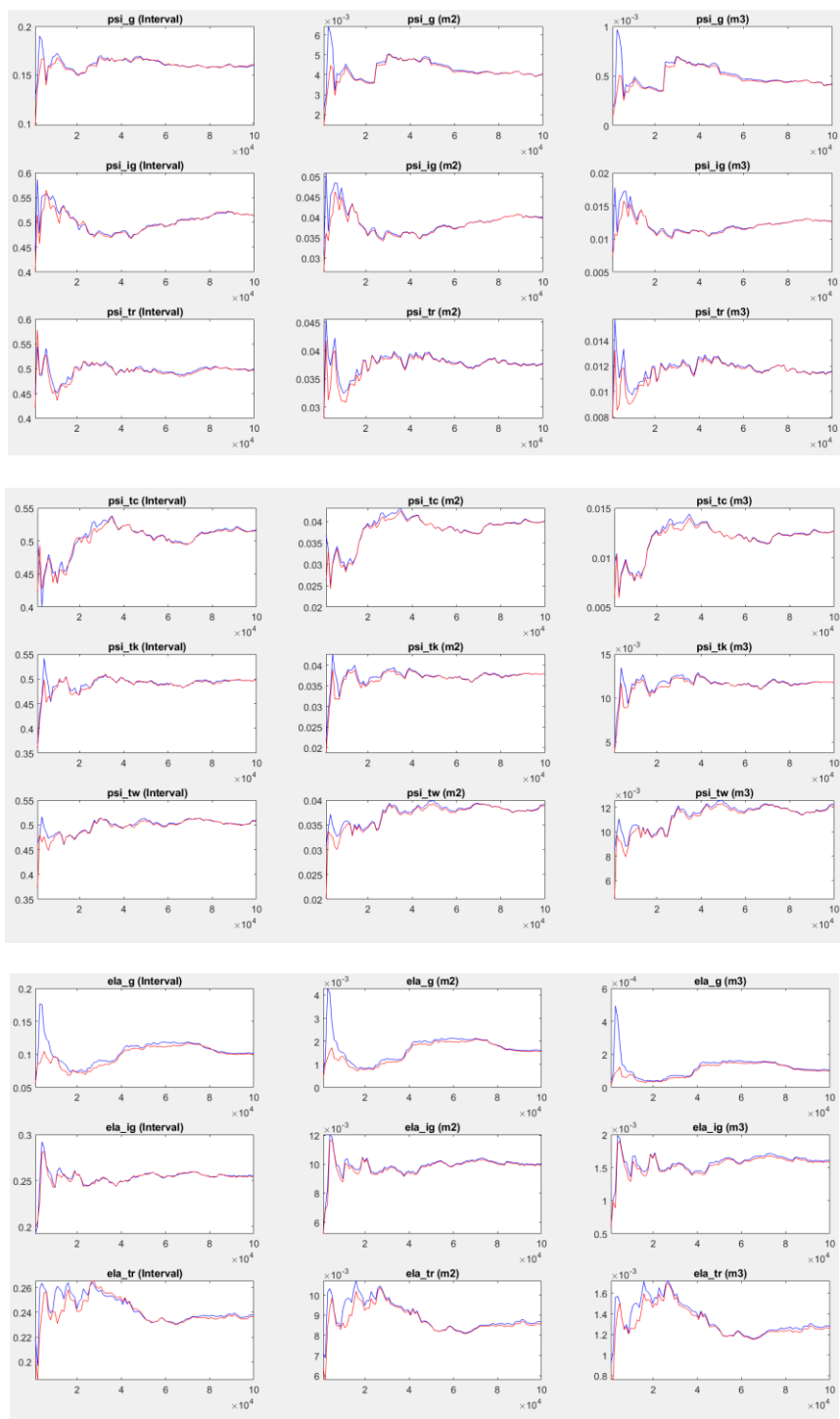
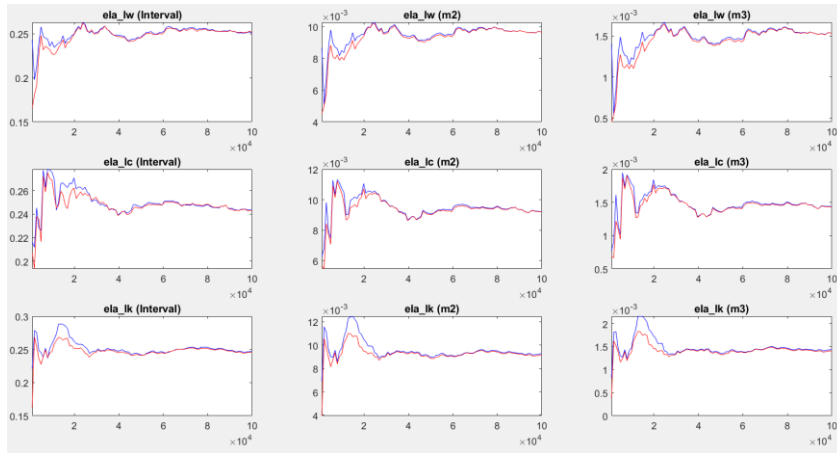


Figura A.4 Diagnostico de convergencia (Brooks y Gelman, 1998) (cont.)



D. Descomposición de los choques

Figura A.5 Producción

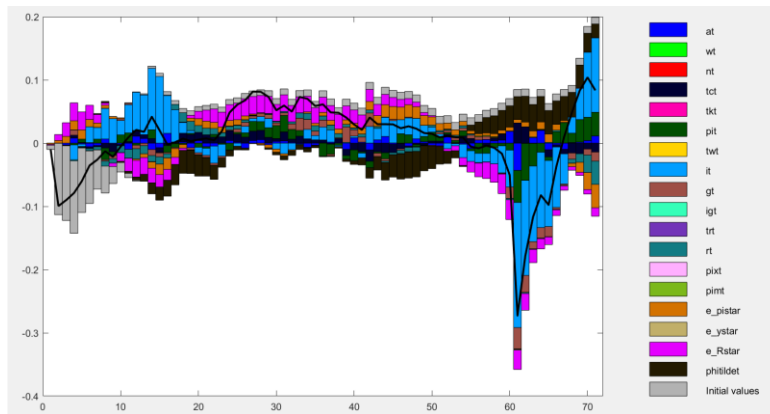


Figura A.6 Inflación

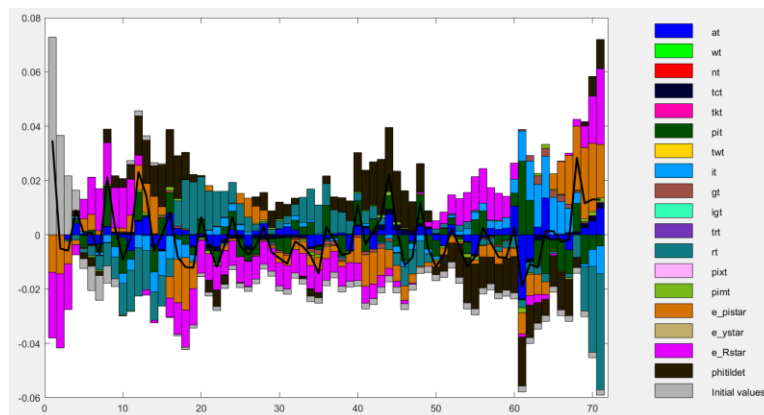


Figura A.7 Consumo

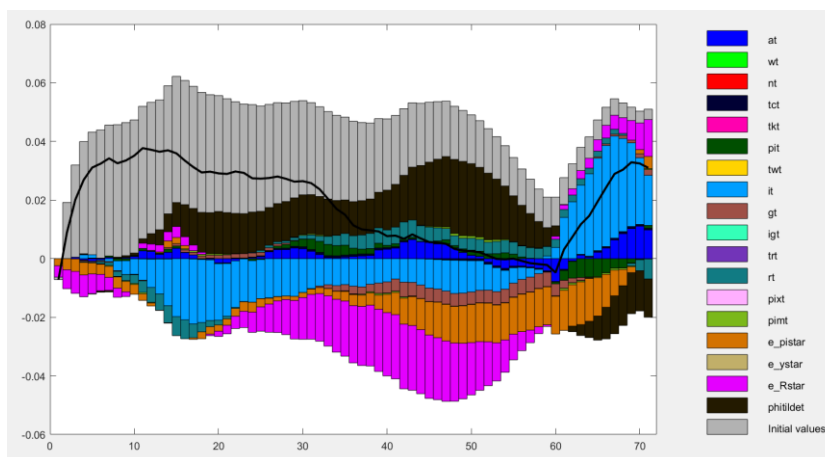


Figura A.8 Inversión

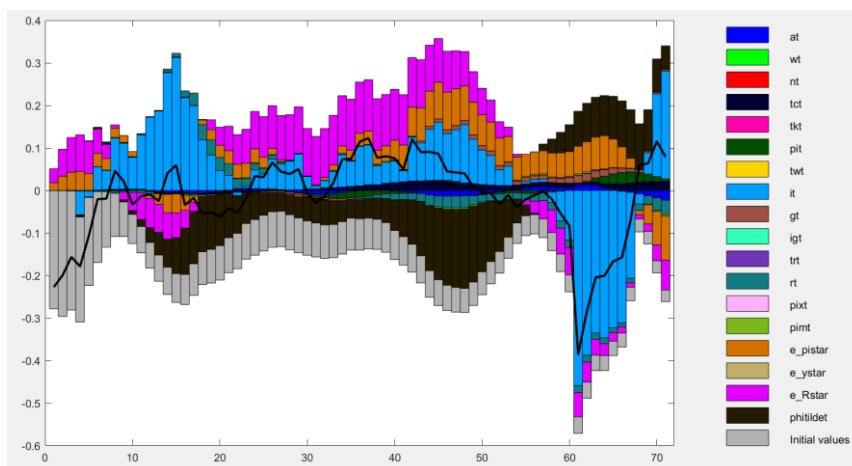


Figura A.9 Capital

