PROPUESTAS ALTERNATIVAS PARA MANEJO DE CONGESTIÓN EN EL MERCADO DE ENERGÍA ELÉCTRICA COLOMBIANO

JESÚS MARÍA LÓPEZ LEZAMA

Ingeniero Electricista

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MANIZALES

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y COMPUTACIÓN

MANIZALES 2006

PROPUESTAS ALTERNATIVAS PARA MANEJO DE CONGESTIÓN EN EL MERCADO DE ENERGÍA ELÉCTRICA COLOMBIANO

JESÚS MARÍA LÓPEZ LEZAMA

Ingeniero Electricista

Trabajo final para optar al título de

Magíster en Ingeniería Eléctrica

Director

M.P.E. JORGE FERNANDO GUTIÉRREZ GÓMEZ

Co-Directores

Ph.D CARLOS EDMUNDO MURILLO SÁNCHEZ

M.Sc LUIS JULIÁN ZULUAGA LÓPEZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MANIZALES
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y COMPUTACIÓN
MANIZALES 2006

A mis padres y a mi hermana Magnolia
que siempre me han brindado su apoyo
y son el motivo para seguir adelante.
Que Dios me de la oportunidad de
recompensarlos

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer al profesor Jorge Fernando Gutiérrez Gómez por su colaboración y acompañamiento durante todo este proceso, también al profesor Carlos Edmundo Murillo-Sánchez por sus valiosos aportes con los modelos de optimización, sin los cuales no hubiera sido posible la culminación del proyecto, al ingeniero Luís Julián Zuluaga López y a los ingenieros Carlos Mario Posada y Mauricio Carreño del CND por sus recomendaciones y por suministrarme los datos necesarios para probar los modelos de optimización. A todos ellos mis mas sinceros agradecimientos.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN **1**

Motivación **1**

Objetivos **2**

Metodología **2**

Estructura de la tesis **3**

1 EL PROBLEMA DE LA CONGESTIÓN EN SISTEMAS DE POTENCIA **5**

1.1 Introducción **5**

1.2 Definición de congestión **5**

1.3 Volatilidad de los precios debido a la congestión **6**

1.3.1 Congestión en una red radial 6

1.3.2 Congestión en una red mallada 8

1.4 Tipos de congestión **10**

1.4.1 Congestión por esquema de transacciones 11

1.4.2 Congestión debido al sistema de potencia y a la regulación de sus normas de operación 11

1.5 Recursos técnicos para el manejo de la congestión **12**

1.6 Instancias para el manejo de la congestión **13**

1.6.1 Planeación de la expansión del sistema de potencia 13

1.6.2 Planeación de la operación del sistema de potencia 14

1.6.3 Operación del sistema de potencia 14

1.7 Tipos de manejo de congestión **14**

1.8 Cálculo del despacho de generación en el mercado de energía eléctrica colombiano **15**

1.8.1 Datos necesarios para la elaboración del despacho 15

1.8.2 Metodología de despacho 18

1.8.3 Formulación matemática del problema de despacho 20

2 MODELO DE OPTIMIZACIÓN BASADO EN FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO CON RESTRICCIONES DE SEGURIDAD **26**

2.1 Introducción **26**

2.2 Flujo de Potencia Óptimo **26**

2.3 Formulación matemática de Flujo de Potencia Óptimo DC con Restricciones de Seguridad (SCDCOPF) **28**

2.3.1 Función objetivo 29

2.3.2 Restricciones de igualdad 30

2.3.3 Restricciones de desigualdad 32

3 PROPUESTAS ALTERNATIVAS AL MODELO DE OPTIMIZACIÓN INICIAL 38

3.1 Introducción 38

3.2 Modelo 1 38

3.2.1 Función objetivo 40

3.2.2 Restricciones de igualdad 40

3.2.3 Restricciones de desigualdad 42

3.2.4 Número de restricciones 47

3.3 Modelo 2 49

3.4 Modelo 3 51

3.5 Modelo 4 53

3.6 Manejo de la variable h como un parámetro fijo 54

4 COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE OPTIMIZACIÓN APLICADOS AL CÁLCULO DEL DESPACHO HORARIO 56

4.1 Descripción del sistema de prueba 56

4.2 Resultados usando el Modelo 1 58

4.3 Resultados usando el modelo 2 61

4.4 Resultados usando el modelo 3 64

4.5 Resultados usando el modelo 4 66

4.6 Aplicación de los modelos en un sistema prototipo representativo del sistema colombiano. 67

4.6.1 Resultados usando el Modelo 1 70

4.6.2 Resultados usando el Modelo 2 72

4.6.3 Resultados usando el Modelo 3 74

4.6.4 Resultados usando el Modelo 4 76

CONCLUSIONES 79

BIBLIOGRAFIA 82

ANEXO I 84

ANEXO II 92

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Costo de generación de seguridad al despachar por orden de mérito 11

Tabla 2. Recursos utilizados para el manejo de la congestión [Marín A 2000] 13

Tabla 3. Dimensiones del sistema equivalente usando un modelo por islas 50

Tabla 4. Dimensiones del sistema equivalente usando un modelo por islas considerando solo la mitad de las contingencias 51

Tabla 5. Modelos aplicados al cálculo del despacho 53

Tabla 6. Datos de Líneas para el sistema de 6 barras de la Figura 13 57

Tabla 7. Datos de generadores para el sistema de la Figura 13 58

Tabla 8. Despachos al variar el costo de la variable *h* usando el modelo 1 59

Tabla 9. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 1 61

Tabla 10. Variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 1 ..61

Tabla 11. Despachos al variar el costo de la variable *h* usando el modelo 2 62

Tabla 12. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 2 63

Tabla 13. Variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 2 ..63

Tabla 14. Despachos al variar el costo de la variable *h* usando el modelo 3 65

Tabla 15. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 3 65

Tabla 16. Variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 3 ..65

Tabla 17. Despachos al variar el costo de la variable *h* usando el modelo 4 66

Tabla 18. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 4 66

Tabla 19. Variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 4 ..67

Tabla 20. Datos de generadores para el sistema de la Figura 18 70

Tabla 21. Variación del esquema de despacho cuando se incrementa el costo asociado a la variable *h* en el Modelo 1 71

Tabla 22. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 1 71

Tabla 23. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 2 73

Tabla 24. Variación del esquema de despacho cuando se incrementa el costo asociado a la variable *h* en el Modelo 3 74

Tabla 25. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 3 74

Tabla 26. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el modelo 4 76

Tabla 27. Datos de ramas del sistema prototipo representativo del sistema colombiano..... 92

Tabla 28 Datos de demanda para el sistema prototipo representativo del sistema colombiano 93

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Sistemas de potencia de dos nodos sin pérdidas 6

Figura 2. Ofertas de generación en un sistema radial [Alvarado 1998] 7

Figura 3. Precios nodales en un sistema radial en ausencia de pérdidas y congestión [Alvarado 1998] 7

Figura 4. Diferenciación de precios en un sistema radial debido a la presencia de congestión [Alvarado 1998] 8

Figura 5. Ofertas de generación en un sistema mallado [Alvarado 1998] 9

Figura 6. Precios nodales en un sistema mallado en ausencia de pérdidas y congestión [Alvarado 1998]. 9

Figura 7. Cálculo del precio en la barra 9 para el sistema mallado de la Figura 2.5 [Alvarado 1998].10

Figura 8. Diferenciación de precios en un sistema mallado debido a la presencia de congestión [Alvarado 1998] 10

Figura 9. Sistema de potencia de 3 barras 39

Figura 10. Sistema equivalente por islas para el sistema de la Figura 9 39

Figura 11. Estructura de la matriz de restricciones de igualdad para el sistema de la Figura 10 49

Figura 12. Estructura de la matriz de restricciones de desigualdad para el sistema de la Figura 10 49

Figura 13 Sistema de potencia de dos barras 55

Figura 14. Sistema de prueba de 6 barras y 5 generadores 57

Figura 15. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 1 61

Figura 16. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 2 63

Figura 17. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 3 65

Figura 18. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 4 67

Figura 19. Sistema prototipo del sistema colombiano.....69

Figura 20. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 1 72

Figura 21. Variación de los VERPC al incrementar el costo asociado a la variable *h* usando el Modelo 1 (solo se han considerado los tres primeros datos de la Tabla 22).....72

Figura 22. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 2 73

Figura 23. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 3 75

Figura 24 Variación de los VERPC usando valores pequeños asociados al costo de *h* en el Modelo 3 76

Figura 25. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 4 77

Figura 26 Curva de costo marginal usando h como una variable 78

Figura 27 Curva de costo marginal usando h como un parámetro 78

INTRODUCCIÓN

Motivación

La presencia de factores como la evolución de los mercados de energía, la indisponibilidad de la red de transmisión por atentados terroristas, las restricciones ambientales y económicas que no hacen viable la construcción de nuevas líneas, han dado lugar a que los sistemas de potencia operen en condiciones de líneas altamente cargadas, con otros corredores mucho menos cargados, con altas restricciones operativas tanto en estado estacionario como dinámico y en la mayoría de los casos, con generación obligatoria por seguridad eléctrica de recursos más costosos que otros disponibles.

Estos factores tienen un alto impacto económico sobre la operación del sistema de potencia, lo cual se refleja en sobrecostos operativos que se trasladan a la tarifa final, y además en un uso inadecuado de la infraestructura existente, llevándola a un desgaste acelerado y a un mantenimiento adicional.

En esta operación altamente restrictiva de los sistemas eléctricos de potencia, surgen diversas situaciones problemáticas que la literatura ha abordado con una amplia variedad de metodologías para tratarlas, una de estas es la presencia de congestión en los sistemas de potencia.

En una red sin pérdidas ni congestión, el generador marginal puede enviar potencia a cualquier nodo, esto hace que los precios nodales de la red sean iguales. Por el contrario, cuando se presenta congestión, el generador marginal no está en capacidad de enviar potencia a cualquier nodo, y por lo tanto, la red presenta diferentes precios nodales.

La congestión en un sistema de potencia, ya sea vertical u horizontalmente organizado, no debe ser tolerada, ya que además de interferir con la operación económica del sistema de potencia, puede llevar a fallas en cascada y deslastre de carga no programado.

Bajo el esquema de competencia adoptado en el sistema de potencia colombiano, y debido a la debilidad del mismo, las redes deben operar cerca de sus límites, dadas estas condiciones, es evidente la necesidad de explorar alternativas para el manejo de la congestión en el mercado de energía eléctrica colombiano, partiendo de un modelo que refleje de forma adecuada las restricciones de seguridad y confiabilidad del sistema.

En Colombia, el Operador de Red (OR) es el Centro Nacional de Despacho (CND), esta empresa es la encargada de calcular el despacho de generación y velar por un uso eficiente de la red. En la elaboración del despacho de generación, el CND sigue los lineamientos de la Comisión Reguladora de Energía y Gas (CREG). La CREG establece que el cálculo del despacho debe hacerse en cuatro etapas. El principal inconveniente de resolver el problema de despacho usando este tipo de metodología, es que no se obtienen precios nodales confiables. En este trabajo se presentan diferentes alternativas para el cálculo

del despacho de generación. Las propuestas alternativas se basan en un Flujo de Potencia Óptimo con Restricciones de Seguridad (SCOPF) en donde se han considerado restricciones lineales adicionales para tener en cuenta criterios de confiabilidad específicos al caso colombiano. Las propuestas que se presentan pretenden ser una primera aproximación a la solución del despacho de generación que idealmente debe hacerse en una sola etapa.

Objetivos

Este proyecto de investigación busca analizar el problema de congestión en sistemas de potencia, haciendo énfasis en el caso colombiano, con los siguientes objetivos:

Objetivo General

- Comparar propuestas alternativas para el manejo de la congestión en el mercado de energía eléctrica colombiano con consideración de restricciones técnicas y económicas.

Objetivos Específicos

- Aplicar al despacho horario, un modelo de optimización continua que considere modelos de las restricciones físicas y criterios de seguridad expresados como restricciones lineales para un sistema prototipo representativo del sistema colombiano y por lo tanto, permita obtener señales de mercado apropiadas para el manejo de la congestión.
- Definir al menos dos modelos alternativos, ya sea simplificaciones directas del primer modelo o métodos usados actualmente por ISA que puedan ser comparados con el primer modelo.
- Comparar los modelos alternativos con el primer modelo con el fin de obtener conclusiones respecto a su confiabilidad y aplicabilidad en el sector eléctrico.

Metodología

Para el cálculo del despacho de generación se implementó un Flujo de Potencia Óptimo DC con Restricciones de Seguridad (SCDCOPF). La metodología utilizada combina la formulación de Flujo de Potencia Óptimo mediante flujos post-contingencia acoplados con restricciones lineales adicionales que representan el criterio de Valor Esperado de Racionamiento Programado Condicionado (VERPC).

En el cálculo del despacho de generación que realiza el CND, se consideran contingencias simples en cada uno de los Subsistemas Eléctricos[1]. Para tener en cuenta todas las contingencias al mismo tiempo y

[1] La Resolución CREG 062 de 2000 define un Subsistema Eléctrico como el conjunto de activos de conexión y/o activos de uso conectados físicamente entre si con disponibilidades interdependientes.

realizar el cálculo del despacho en una sola etapa se implementó un modelo por islas. En dicho modelo se construye un sistema único compuesto por el caso base (sistema inicial sin contingencias) y el mismo caso tras cada una de las contingencias. Las cargas se modelan como inyecciones de potencia negativa y los flujos en cada una de las islas se acoplan mediante restricciones de velocidad de toma de carga y restricciones lineales adicionales que representan los valores esperados de racionamiento relativos en cada una de las subáreas[2] del sistema.

El modelo inicial contempla todas las contingencias simples y pondera por igual los costos en la función objetivo para el caso base y cada una de las contingencias. Posteriormente se modifica este modelo para tener en cuenta solamente las contingencias más probables. Otra forma de resolver el problema es considerar la función objetivo como el valor esperado del costo total como se plantea en [Chen and Thorp 2003]. Este enfoque también se consideró, teniendo en cuenta todas las contingencias y posteriormente sólo las contingencias más probables.

En la programación de los modelos de optimización se utilizó el software Matpower desarrollado por Ray D. Zimmerman, Carlos E. Murillo Sánchez y Deqiang (David) Gan, el cual es un paquete de simulación de sistemas de potencia desarrollado en Matlab® que permite hacer un manejo apropiado de matrices ralas (sparse matrixes).

Estructura de la tesis

En el capítulo 1 se define el problema de la congestión, los tipos de congestión, los recursos para el manejo de la congestión y se presenta una visión global de los enfoques que se han considerado hasta el momento para el manejo de la congestión en los sistemas de potencia. Adicionalmente, se expone la metodología que utiliza el Centro Nacional de Despacho (CND) en Colombia para realizar el cálculo del despacho de generación.

En el capítulo 2 se expone la formulación matemática de un modelo de optimización para el cálculo del despacho de generación, esta formulación está basada en un Flujo de Potencia Optimo con Restricciones de Seguridad, e incluye la nivelación y minimización de los valores esperados de racionamiento relativos en las diferentes subáreas operativas del sistema de potencia.

---

[2] La Resolución CREG 062 de 2000 define subárea Operativa como el conjunto de Activos de Uso, Activos de Conexión, recursos de generación y/o demanda, que para asegurar niveles de calidad y seguridad regional, presentan alguna restricción, que exige generaciones forzadas en la subárea y/o limita los intercambios con el resto del SIN.

En el capítulo 3 se definen modelos alternativos al primer modelo basados en simplificaciones directas del primer modelo.

En el capítulo 4 se aplican los diferentes modelos en un sistema de 6 barras y posteriormente se presentan los resultados obtenidos en un sistema prototipo representativo del sistema colombiano.

Finalmente, se presentan las conclusiones basadas en un análisis comparativo de las diferentes metodologías utilizadas para el cálculo del despacho.

1 El PROBLEMA DE LA CONGESTIÓN EN SISTEMAS DE POTENCIA

1.1 Introducción

Desde la década de los 80's se ha venido dando un creciente cambio en la estructura de mercado de los sistemas eléctricos de potencia. Un factor común a estos cambios es la búsqueda de mayores niveles de competencia en los sectores de generación y comercialización, con el fin de aumentar la eficiencia en la producción y distribución de la energía eléctrica, estos cambios han traído como consecuencia un uso intensivo de la red de transmisión, bajo estas circunstancias el manejo de la congestión en sistemas de potencia ha cobrado una importancia vital para asegurar el servicio con un alto nivel de confiabilidad [Pérez 2001].

La congestión es un problema inherente a los sistemas de potencia. Si se considera un sistema de potencia real, siempre existirá la posibilidad de que se presente la congestión, ya que la red no es infinita, tiene limitaciones físicas, son precisamente estas limitaciones y las imperfecciones del esquema de mercado, las que dan origen a la congestión.

El problema de congestión en sistemas de potencia envuelve tanto aspectos técnicos como económicos, es por eso que cuando se habla de "manejo de congestión" se hace con referencia a un esquema de mercado existente para el sistema de potencia, sin embargo, las condiciones físicas de la red son independientes del esquema de mercado, y los flujos de potencia no obedecen a esquemas de transacciones sino a leyes físicas, es por eso que es común encontrar en la literatura el manejo de la congestión bajo dos perspectivas diferentes: una dependiente del esquema de mercado, y una independiente de dicho esquema (manejo técnico de la congestión).

En este capítulo se define el problema de la congestión, los tipos de congestión, los recursos para el manejo de la congestión y se presenta una visión global de los enfoques que se han considerado hasta el momento para el manejo de la congestión en los sistemas de potencia.

1.2 Definición de congestión

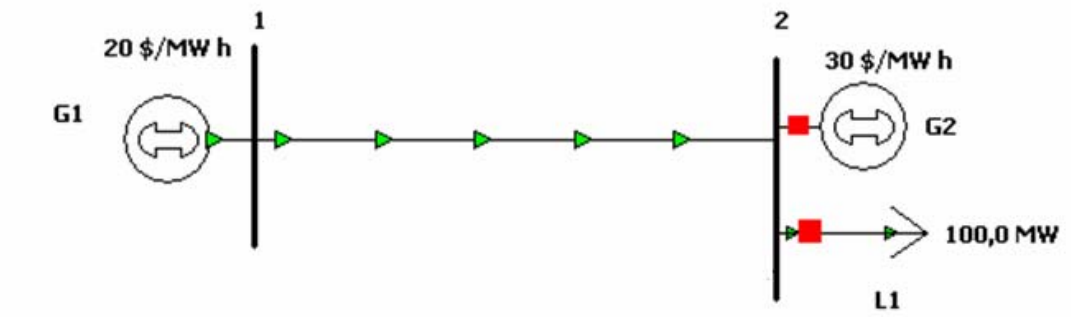
En un sistema sin congestión las condiciones operativas son tales que el generador marginal está en capacidad de suministrar potencia adicional a cualquier nodo de la red, sin embargo, cuando se presenta la congestión, el sistema no puede transportar la potencia adicional inyectada a este por el generador marginal, obligando al operador del sistema a usar generación fuera de mérito, bajo estas condiciones se encarece el funcionamiento del sistema.

La congestión entonces se puede definir como un estado de operación del sistema de potencia en uno o

más de sus límites de transferencia [Marín A. 2003].

Esta situación se puede ilustrar mediante un ejemplo: en la Figura 1 se muestra un sistema de dos nodos y dos generadores, la demanda total del sistema es de 100 MW, la capacidad máxima de cada generador es mayor a la demanda total del sistema y se han despreciado las pérdidas en la línea de transmisión. Si se considera un esquema de mercado donde el despacho de generación se hace por orden de mérito, en ausencia de congestión, toda la demanda será suplida por el generador 1, por lo tanto los precios en ambos nodos serán iguales a 20 $/MW ya que si se requiere de 1MW adicional, este lo podrá suministrar el generador 1 a un precio igual a su precio de oferta. Bajo las circunstancias anteriores, la línea de transmisión deberá tener una capacidad mínima de 100 MW, ahora bien, si se supone que la línea tiene una capacidad de 90 MW entonces se presenta el problema de congestión, ya que toda la demanda no podrá ser suplida por el generador 1 y el operador del sistema se verá obligado a usar generación fuera de mérito (generador 2) para cubrir la demanda faltante, en este caso los precios en el nodo 1 y 2 serán de 20 y 30 $/MWh respectivamente.

Figura 1. Sistemas de potencia de dos nodos sin pérdidas



1.3 Volatilidad de los precios debido a la congestión

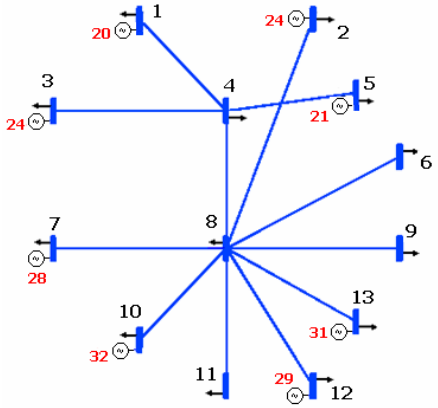
Como se mencionó en el ejemplo anterior, una de las consecuencias de la congestión en los sistemas de potencia es la volatilidad de los precios en las barras del sistema, el comportamiento de estos precios depende entre otros factores de la topología del sistema. A continuación se ilustra el efecto de la congestión en redes radiales y malladas.

1.3.1 Congestión en una red radial

En la Figura 2 se presenta una red radial, en todas las barras hay demanda, y solo en algunas barras hay generación, las ofertas de los generadores se han indicado en color rojo y el número de las barras en negro. Se puede observar que los precios de oferta de los generadores localizados en la parte superior de

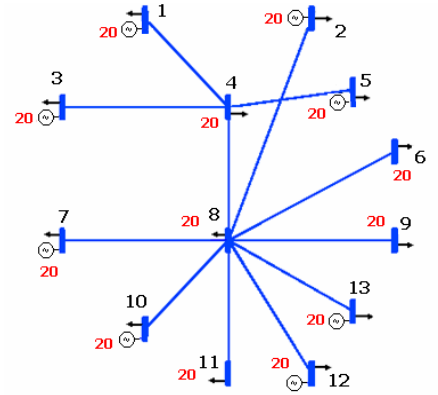
la gráfica son ligeramente menores a los precios de oferta de los generadores en la parte inferior de la gráfica.

Figura 2. Ofertas de generación en un sistema radial [Alvarado 1998]



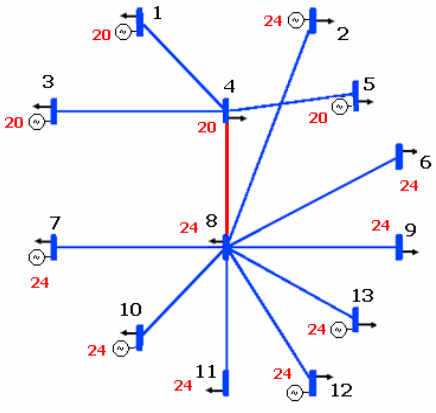
Inicialmente se supone que el generador marginal está ubicado en la barra 1 con un precio de oferta de 20 $/MWh. Cuando la red no presenta pérdidas ni congestión, una demanda incremental de potencia en cualquiera de las barras podrá ser suplida por el generador de la barra 1. En este caso, los precios en todas las barras serán iguales al precio de oferta del generador marginal como se ilustra en la Figura 3

Figura 3. Precios nodales en un sistema radial en ausencia de pérdidas y congestión [Alvarado 1998]



La Figura 4 muestra el efecto de la congestión, cuando se presenta congestión en la línea que une las barras 4 y 8 (línea en color rojo), el generador marginal solo podrá suplir demanda adicional a los nodos 1, 3, 4 y 5, por lo tanto, será necesario poner en línea el generador de la barra 2 con una oferta de 24 $/MWh, en estas circunstancias, el sistema se habrá divido en dos zonas con precios en las barras de 20 y 24 $/MWh como se ilustra en la Figura 4. En este caso se podría aliviar la congestión aumentando la capacidad de la línea que une los nodos 4 y 8.

Figura 4. Diferenciación de precios en un sistema radial debido a la presencia de congestión [Alvarado 1998]



En la red de la Figura 4 hay dos generadores marginales (nodos 1 y 2), si se requiere potencia adicional en los nodos 1, 3, 4 o 5, el generador de la barra 1 podrá suplir esta demanda, en contraste, cuando se requiera potencia adicional en cualquiera de los otros nodos de la red, el generador de la barra 2 será el que supla esta demanda. Se puede concluir entonces, que para una red radial, cuando exista una línea congestionada habrá dos generadores marginales y en consecuencia, dos zonas con precios nodales diferentes. Esta conclusión se puede generalizar afirmando que en una red radial, cuando se presente congestión en k líneas, habrá k+1 generadores marginales y por lo tanto, k+1 áreas con precios nodales diferentes [Alvarado 1998].

1.3.2 Congestión en una red mallada

En la Figura 5 se ilustra una red mallada, el número de las barras se indica en color negro y las ofertas de los generadores en color rojo. Se supone inicialmente que el generador marginal se encuentra en la barra 1 con un precio de oferta de 20 $/MWh, en ausencia de pérdidas y congestión no hay diferencia entre una red radial y una red mallada, todos los precios en las barras serán iguales al precio de oferta del generador marginal como se ilustra en la Figura 6

Figura 5. Ofertas de generación en un sistema mallado [Alvarado 1998]

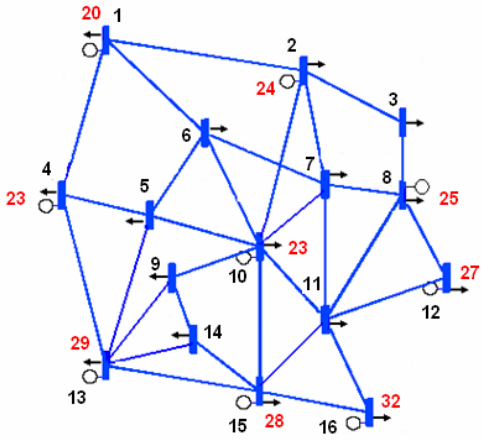
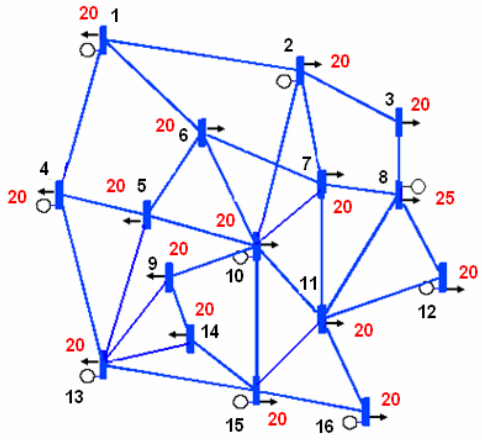
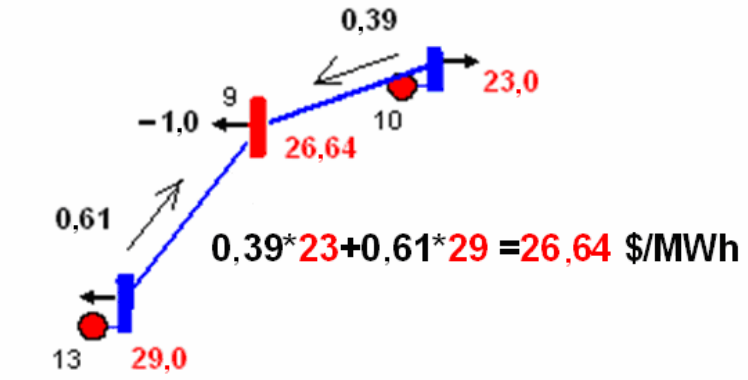


Figura 6. Precios nodales en un sistema mallado en ausencia de pérdidas y congestión [Alvarado 1998]



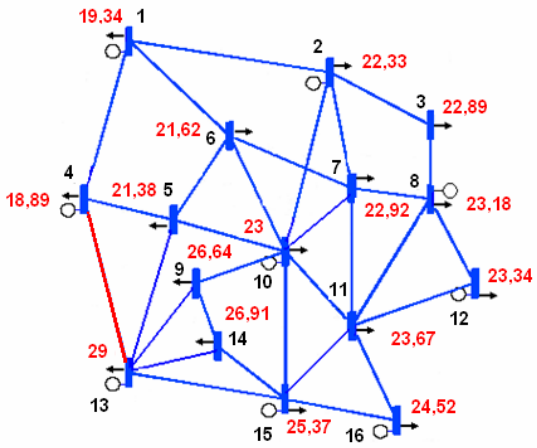
Cuando se presenta congestión en la línea que une los nodos 4 y 13, los precios cambian de forma drástica, a diferencia del sistema radial, los nuevos precios no se pueden definir de manera intuitiva ya que los flujos de potencia toman diferentes rutas que solo se pueden determinar usando las ecuaciones de flujo de la red. En la Figura 7 se puede ver que para extraer 1 MW en la barra 9 se necesitan 0,61 MW de la barra 13 y 0,39 MW de la barra 10, en este caso, el precio en la barra 9 estará dado por: 0,39*23+0,61*29 = 26,64 $/MWh.

Figura 7. Cálculo del precio en la barra 9 para el sistema mallado de la Figura 2.5 [Alvarado 1998]



En una red mallada, la presencia de congestión en una sola línea tiene impacto en todo el sistema, incluso en los nodos mas alejados. En la Figura 8 se ilustran los precios en las diferentes barras cuando se presenta congestión en la línea 4-13 (línea dibujada en color rojo). A diferencia del caso radial no se puede afirmar con certeza que el problema de congestión se pueda solucionar aumentando la capacidad de la línea, pues en algunos casos esto significa ofrecer un camino de menor impedancia para los flujos y en consecuencia se empeoraría el problema de congestión. La congestión se podría aliviar cambiando el esquema de generación de forma que se produzcan contra flujos que reduzcan el flujo en la línea 4-13.

Figura 8. Diferenciación de precios en un sistema mallado debido a la presencia de congestión [Alvarado 1998]



1.4 Tipos de congestión

En general se puede hablar de dos tipos de congestión: una ligada al esquema de transacciones que también es llamada congestión económica y que se debe a imperfecciones del esquema de mercado; y una debida a las limitaciones físicas del sistema de potencia y a la regulación de sus normas de operación. Ambos tipos de congestión se exponen a continuación.

1.4.1 Congestión por esquema de transacciones

Se puede decir que este tipo de congestión es económica. Se parte del supuesto de un mercado en el que el despacho de los recursos de generación se hace por orden de mérito. Sea un período horario en el que dos generadores no entraron al despacho. Sin embargo, debido a condiciones operativas se requiere de uno de los dos para aportar potencia reactiva. Si se ignoran los límites técnicos requeridos por los generadores para estar en línea, es posible que se incurra en sobrecostos. En la Tabla 1 se muestra el sobrecosto de tener uno de los dos generadores en línea.

Tabla 1. Costo de generación de seguridad al despachar por orden de mérito

Generador	Precio de oferta ($/MWh)	Mínimo Técnico (MW)	Costo de generación
1	40	5	200
2	30	10	300

Como podrá observarse, no necesariamente la oferta más baja resulta en la operación más económica, pues el generador dos posee un precio menor de oferta, pero por su mínimo técnico, el tenerlo en línea una hora, costará más que tener en línea al generador de la oferta mayor. En este sentido es como si se tuviese energía más económica (operar el generador uno) pero no se pudiera usar debido a una "restricción" que en este caso es la regulación del sistema de transacciones. Este esquema opera en algunas partes del mundo, y puede resultar en un sobrecosto operativo adicional.

1.4.2 Congestión debido al sistema de potencia y a la regulación de sus normas de operación

El sistema de potencia posee limitaciones físicas propias, tales como los límites térmicos, los cuales se establecen tanto para operación normal como para operación bajo contingencia.

Además de los límites térmicos existen límites para otras variables en estado estacionario. Los límites en estado estacionario no son los mismos para todos los sistemas, pues mientras en algunos países el rango operativo admisible para tensiones mayores o iguales a 230 kV es de 0,9 a 1,1 pu, en otros es de 0,95 a 1,05 pu. Para un mismo sistema, ambos rangos de voltaje darán unos requerimientos de potencia reactiva muy diferentes, y por lo tanto, niveles de congestión muy distintos. En Colombia, las tensiones nominales y el rango operativo admisible para los sistemas de energía eléctrica están establecidos en la norma ICONTEC 1340 de 1989.

Además de los límites de estado estacionario, existen también límites dinámicos que disminuyen la capacidad de transmisión. Estos están relacionados con la estabilidad de estado estacionario, la estabilidad dinámica, el colapso de voltaje, etc.

Entonces la congestión a este nivel aparece por el deber del operador del sistema de cumplir con las políticas de operación establecidas, y no dependen directamente del esquema de transacciones del mercado. Tales requerimientos pueden ser entre otros:

- Límites máximos y mínimos de voltajes permitidos en los diferentes niveles de tensión.
- Límites máximos de carga de los elementos del sistema de potencia permitidos en estado normal.
- Límites máximos de sobrecarga en elementos del sistema de potencia durante contingencias y su duración temporal permitida.
- Políticas de cubrimiento de la demanda como valores esperados de racionamiento y las generaciones mínimas o reserva rodante para cubrirlos.
- Valores máximos y/o mínimos de tensión transitoria y su duración durante perturbaciones.
- Inflexibilidades operativas tales como unidades de generación obligatorias en línea para amortiguamiento de oscilaciones en eventos de estabilidad de pequeña señal.
- Normas regulatorias para la determinación de límites de importación-exportación o de cargabilidad máxima de la red.
- Políticas de seguridad establecidas sobre la estabilidad de voltaje y manejo de sobrecargas.

Como consecuencia de lo expuesto anteriormente, un sistema de potencia puede presentar diferentes niveles de congestión dependiendo de la regulación de sus normas de operación.

1.5 Recursos técnicos para el manejo de la congestión

El control de la operación del sistema de potencia dentro de sus límites operativos, es en última instancia un manejo de la congestión. Para mantener la operación dentro de dichos límites, el operador del sistema puede contar con recursos técnicos como: dispositivos FACTS, enlaces HVDC, bancos de condensadores para compensación de reactivos, transformadores con cambio de tomas bajo carga, etc. En la Tabla 2 se relacionan los recursos técnicos más utilizados para el manejo de congestión en sistemas de potencia.

Tabla 2. Recursos utilizados para el manejo de la congestión [Marín A 2000]

PROBLEMA / RECURSO	Control de flujo	Control de voltaje	Estabilidad transitoria	Amortiguamiento de oscilaciones
Soporte reactivo con generadores		X	X	
Maniobras de apertura y/o cierre de líneas	X	X	X	X
Maniobras de inductores y capacitares		X	X	
Movimiento de tomas de transformadores	X	X		
Desconexión de carga	X	X	X	
Redespacho de generación	X			X
Estabilizadores de SEP (PSS)				X
Disparo de generación	X		X	
Dispositivos FACTS	X	X	X	X
Enlaces HVDC	X	X	X	X

1.6 Instancias para el manejo de la congestión

Cada uno de los recursos mencionados en la sección anterior tienen una eficacia diferente para cada problema, y cada uno de estos puede utilizase en tres instancias diferentes: planeación de la expansión del sistema de potencia, planeación de la operación del sistema de potencia, y operación del sistema de potencia.

1.6.1 Planeación de la expansión del sistema de potencia

Una forma de aliviar la congestión es mediante una planeación adecuada de la expansión del sistema de potencia. Dado un escenario de generación – demanda y una topología inicial, se pueden identificar mediante estudios de estado estacionario y dinámico que problemas de congestión existen y así plantear obras que reduzcan la congestión. Estas obras pueden incluir:

- Ubicación óptima de dispositivos FACTS para las diversas aplicaciones en que ellos se utilizan
- Ubicación óptima de enlaces HVDC
- Cambio de conductores en líneas de transmisión existentes

- Ubicación óptima de dispositivos de compensación reactiva
- Construcción de nuevas líneas de transmisión

Mediante el uso de técnicas de optimización se pueden calcular proyectos en dimensión y ubicación que solucionen o disminuyan diversos problemas de congestión y que al mismo tiempo satisfagan las condiciones operativas del sistema.

1.6.2 Planeación de la operación del sistema de potencia

Antes de la ejecución de un despacho de generación o un cambio de topología del sistema, se evalúa la operación del sistema y se establece si dado el pronóstico de demanda y la topología del sistema, el despacho cumple con las normas de operación. En esta instancia se pueden establecer modificaciones al despacho inicial para cumplir con condiciones de seguridad y confiabilidad, también se puede establecer la coordinación de parámetros de dispositivos FACTS, posiciones de tomas de transformadores, conexión – desconexión de bancos de condensadores, etc.

El operador del sistema es el encargado de calcular el despacho de generación y la coordinación de parámetros de los dispositivos de la red para un pronóstico de demanda y una topología dada. La práctica común para realizar esta tarea es utilizar técnicas de optimización y Flujo de Potencia Óptimo con el fin de lograr un compromiso entre seguridad y economía.

1.6.3 Operación del sistema de potencia

La operación del sistema de potencia posee los mismos inconvenientes que la planeación de la operación, pero en esta instancia se tiene menos tiempo para la toma de decisiones, en este caso, es común que se sacrifique la economía por la seguridad de la operación.

Para manejar la congestión en operación en tiempo real, normalmente se adopta cualquiera de los siguientes métodos:

- Uso de recursos de manejo de congestión como dispositivos FACTS, redespacho de generación, apertura de líneas, etc.
- Dar información a los agentes del mercado acerca de la probabilidad de tener una línea o un corredor congestionado y crear incentivos económicos a los usuarios del sistema para que ajusten sus requerimientos de potencia y así evitar o aliviar la congestión.
- Deslastrar carga.

1.7 Tipos de manejo de congestión

El problema de congestión en sistemas de potencia involucra tanto aspectos técnicos como económicos, básicamente el manejo de la congestión se puede llevar a cabo desde dos perspectivas: una dependiente

del esquema de mercado, y una independiente de dicho esquema (manejo técnico de la congestión) [Christie and Wollenberg 2000].

Cuando se habla de una perspectiva dependiente del esquema de mercado, las acciones que se toman para el alivio de la congestión influyen en los costos marginales del sistema. Estas acciones incluyen la reprogramación de la generación, la apertura de líneas y el deslastre de carga.

El manejo de congestión desde una perspectiva independiente del esquema de merado está relacionado con acciones que no influyen en los costos marginales como el uso de dispositivos FACTS, transformadores con cambio de tomas bajo carga y cambiadores de fase. Si bien estos dispositivos requieren un alto costo de inversión, el costo marginal de usar estos dispositivos es despreciable [Baldick and Kahn 1996] [Bacher and Glavitsch 1988].

En este proyecto, el estudio se centró en los métodos que involucran reprogramación de la generación mediante un OPF bajo el supuesto que ya se han tomado otro tipo de medidas como el uso de FACTS y transformadores con cambio de tomas bajo carga.

1.8 Cálculo del despacho de generación en el mercado de energía eléctrica colombiano

El manejo de congestión para minimizar las restricciones de la red de transmisión en los mercados competitivos se ha vuelto una actividad de gran importancia para el operador de red, en Colombia el Centro Nacional de Despacho (CND-ISA) es el organismo encargado de realizar esta labor, para ello utiliza un software llamado Despacho y Redespacho Programado (DRP), el cual permite encontrar la solución al despacho de generación teniendo en cuenta las restricciones de la red y la regulación vigente. A continuación se describe de forma general el proceso del cálculo de despacho en el mercado de energía eléctrica colombiano, el cual se realiza siguiendo los lineamientos de la Resolución 062 de 2000 de la CREG.

1.8.1 Datos necesarios para la elaboración del despacho

Para elaborar un despacho de generación usando de manera óptima los recursos de generación y la red de transmisión, la Dirección de Despacho de Energía del CND necesita datos provenientes de los agentes del mercado y de otras direcciones del CND. Estos datos se describen a continuación:

Recursos de generación

En Colombia existen dos tipos de plantas de generación: hidráulicas y térmicas. Los datos que necesita el CND dependen del tipo de planta. Los datos necesarios de las unidades hidráulicas son:

- Mínimo y Máximo técnico de potencia activa y reactiva

- Mínimo para realizar AGC (Automatic Generation Control)
- Zonas prohibidas de generación
- Nivel de los embalses

Cuando una planta ofrece servicio de AGC su mínimo técnico debe aumentarse y su máximo técnico disminuirse, ya que debe estar en capacidad de aumentar o disminuir generación de forma rápida para mantener la frecuencia en rangos aceptables según la regulación vigente.

Los datos necesarios para las unidades térmicas son:

- Mínimo y máximo técnico de potencia activa y reactiva
- Zonas prohibidas de generación
- Tiempo mínimo en operación
- Tiempo mínimo fuera de operación
- Número máximo de arranques por día
- Parámetros de rampas de aumento y disminución de carga
- Tiempo mínimo en carga estable

Las plantas hidráulicas no requieren declarar valores de rampas de aumento y disminución de carga, debido a que en general, responden más rápido a las variaciones de carga que las plantas térmicas.

Límites en corredores de líneas (cortes)

En Colombia se maneja el concepto de cortes, un corte es un conjunto de dos o más equipos del sistema de potencia (transformadores o líneas de transmisión). En ocasiones es necesario restringir el flujo de los cortes para mantener niveles de importación y exportación de energía entre subáreas y/o cumplir con restricciones de confiabilidad.

Unidades de generación requeridas y zonas de seguridad

En algunas áreas del Sistema Interconectado Nacional (SIN), es necesario contar un mínimo de unidades de generación para tener en cuenta condiciones de estabilidad, soporte de tensiones, confiabilidad, aspectos relacionados con Transacciones Internacionales de Energía (TIE), o Condiciones Anormales de Orden Público (CAOP). Estas áreas son determinadas según la CREG y pueden variar dependiendo del día de la semana [Correa 2004].

Topología

Para realizar el cálculo del despacho de generación es necesario conocer la topología del sistema, todos los días el CND debe verificar cambios en la topología del sistema y actualizar sus datos. Esta información es un insumo esencial para el cálculo del despacho.

Ofertas de los generadores

Todos los días en la mañana, los agentes deben realizar las ofertas de sus recursos de generación, especificando su precio de oferta y capacidad disponible. Todas las ofertas deben estar por encima de un precio mínimo conocido como Costo Equivalente de Energía (CEE) y por debajo de un precio máximo conocido como Costo de Racionamiento. En caso se presentarse precios de oferta iguales se realiza el desempate de manera aleatoria equiprobable.

Declaración de pruebas

Cuando un generador planee hacer pruebas, estas deben ser reportadas al CND. El generador debe reportar la oferta horaria y la declaración de disponibilidad por la generación que espera tener durante las pruebas. El CND debe programar la disponibilidad declarada para la prueba sin tener en cuenta el precio de oferta del generador[3]. En Colombia se han definido diferentes tipos de pruebas en las cuales se le permite a la planta desviarse de su programa de generación, algunas de estas pruebas son:

- Pruebas de vibración y/o balanceo
- Pruebas de Emisiones
- Pruebas de rechazo de carga
- Pruebas de suministro y transporte de combustible
- Factor de conversión para plantas hidráulicas
- Pruebas de Black Start

Mínimos obligatorios

En el sistema colombiano existen algunas plantas que debido a restricciones ambientales o técnicas deben ser despachadas diariamente. Estas plantas deben enviar junto con sus ofertas los valores mínimos de generación para cumplir con sus restricciones.

[3] Resolución CREG 121 de 1998

Pronóstico de demanda

El CND debe hacer un pronóstico de demanda local e internacional. El pronóstico de demanda local se hace por subáreas operativas y barras del sistema. Las Transacciones Internacionales de Energía (TIE) se realizan con Ecuador y Venezuela. Para el caso de Ecuador la transacción se basa en la diferencia de precios en que los países estén dispuestos a importar y exportar energía. En el caso Colombia-Venezuela, todos los días Venezuela envía una solicitud de importación en MW por los enlaces San Mateo-Corozo y Cuestecitas-Cuatricentenario [Correa 2004].

1.8.2 Metodología de despacho

Para el cálculo del despacho programado, el CND sigue las directrices dadas por la Resolución 062 de 2000 de la CREG, a continuación se describen los pasos establecidos por la CREG para el cálculo del despacho, los cuales han sido tomados directamente de la Resolución en mención.

Predespacho Ideal

En esta primera etapa no se tienen en cuenta las restricciones eléctricas, simplemente se cumple con la demanda pronosticada despachando los generadores en orden de mérito. En esta etapa el CND resuelve el problema de optimización que se representa mediante la ecuación 1.1

$$\begin{aligned} Minimizar \quad & \sum_i Pof_{it} * Q_{it} \\ Sujeto\ a \quad & D_t \leq \sum Q_{it} \end{aligned} \tag{1.1}$$

Donde:

Pof_{it} : precio de oferta del generador i para la hora t

Q_{it} : asignación de carga del generador i para la hora t

D_t : demanda pronosticada para la hora t

Esta primera etapa del despacho sirve como referencia para identificar los costos de las restricciones eléctricas del sistema.

Predespacho Programado

Para el cálculo del Predespacho Programado, se modifica el Predespacho Ideal con el fin de incluir las restricciones eléctricas, mantenimientos de activos, generaciones de seguridad, zonas de seguridad y restricciones de cortes. En este caso el CND resuelve el problema de optimización planteado en la ecuación 1.1 sujeto a las restricciones anteriores.

Despacho Programado Preliminar

El cálculo del Despacho Programado Preliminar incluye la consideración del VERPC (Valor Esperado de Racionamiento Programado Condicionado).

Para cada subárea se calcula el VERPC siguiendo el procedimiento que se describe a continuación:

- Se toman los Subsistemas Eléctricos y se asocia a cada Subsistema Eléctrico su probabilidad esperada de falla.

En Colombia, esta probabilidad de falla se calcula como la diferencia entre la unidad y la disponibilidad probabilística del Subsistema como se muestra en la ecuación 1.2.

$$P_f = 1 - D_0 \tag{1.2}$$

En este caso D_0 se calcula para cada Subsistema Eléctrico cuya indisponibilidad provoque racionamientos y para ello se llevan estadísticas de cada uno de los activos de los Subsistemas en donde se tienen en cuenta los eventos reportados sobre el activo respectivo para las últimas 8760 horas. Esta información se actualiza semanalmente.

- Para cada Subsistema Eléctrico se calcula el racionamiento asociado con la falla del mismo. Esto se realiza simulando las fallas para cada uno de los subsistemas e identificando los cortes de carga asociados con cada una de las fallas.
- Se calcula el VERPC en cada subárea como la sumatoria de los racionamientos esperados tras la falla de cada uno de los Subsistemas dividido entre la demanda total de la subárea como lo indica la ecuación 1.3.

$$VERPC_k = \frac{1}{d_k} \sum_{i=1}^{n} Ps(i) R_k^i \tag{1.3}$$

Donde:

$VERPC_k$: Valor Esperado de Racionamiento Programado Condicionado para la subárea k

d_k : potencia total demandada en la subárea k

i : i-ésimo Subsistema de la subárea k

n : número de Subsistemas de la subárea k

R_k^i : racionamiento en la subárea k debido a la i-ésima contingencia

$Ps(i)$: probabilidad esperada de que solamente falle el i-ésimo subsistema

- Se calcula el promedio aritmético de los valores esperados de racionamiento en cada subárea como lo indica la ecuación 1.4

$$\rho = \frac{1}{ns}\sum_{k=1}^{ns} VERPC_k \tag{1.4}$$

Donde:

ρ : promedio aritmético de los VERPC de las subáreas

ns : número total de subáreas

- Se seleccionan las subáreas que presenten un valor esperado de racionamiento superior al promedio aritmético (ρ) y se modifica el despacho con el fin de reducir esta diferencia. Para ello, el CND resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\text{Minimizar} \quad \left[Max\,(VERPC_k)\right] \tag{1.5}$$

$$\text{Sujeto a:} \quad VERPC_k > \rho$$

El problema de optimización plantado en la ecuación 1.5 busca disminuir los valores esperados de racionamiento y a su vez tratar de igualarlos al promedio aritmético, con esto se está implementando una política de igualación de riesgos (se reparten los valores esperados de racionamiento de forma equitativa entre las diferentes subáreas). El planteamiento ideal sería reducir los VERPC a cero, pero ya que esto no es técnicamente posible, entonces los VERPC se tratan de repartir entre las diferentes subáreas.

Despacho Programado

Tomando como dado el Despacho Programado Preliminar, el CND calcula el Despacho Programado, en esta instancia se debe cumplir con las inflexibilidades de las plantas y/o unidades de generación programadas y con los requerimientos de AGC según la reglamentación vigente. En esta etapa el CND también verifica condiciones de estabilidad y tensión. El primer despacho programado que se realiza se conoce como Real Nacional, ya que es el necesario para cubrir la demanda doméstica y no considera las TIE.

1.8.3 Formulación matemática del problema de despacho

A continuación se describe la formulación matemática del problema de despacho para el caso colombiano, este modelo matemático ha sido desarrollado e implementado por los ingenieros del CND, el modelo se

basa en un Flujo de Potencia Optimo DC (DCOPF) e incorpora los requerimientos regulatorios del mercado de energía eléctrico colombiano [Carreño 2004].

Función objetivo

La función objetivo a minimizar es la sumatoria de los costos de generación más los costos de racionamiento en un horizonte de 24 horas como lo muestra la ecuación (1.6).

$$\min \left[\sum_{t=1}^{24} \sum_{i=1}^{n} P_i * G_i \quad + \quad \sum_{t=1}^{24} \sum_{j=1}^{m} C_r * R_j \right] \tag{1.6}$$

Donde

P_i : precio de oferta del i-ésimo recurso de generación

G_i : generación programada del i-ésimo recurso de generación

C_r : costo de racionamiento

R_j : racionamiento asociado a la barra j

En esta función objetivo se han introducido generadores ficticios de racionamiento R_j, esto con el fin de garantizar la convergencia del problema. En el modelo utilizado por el CND se utilizan generadores ficticios en cada barra para modelar los racionamientos, y las cargas se modelan como inyecciones de potencia negativa constantes, sin embargo, las cargas también se pueden modelar como generadores que participan en el despacho pero inyectan potencia negativa al sistema (en cuyo caso no habría necesidad de generadores ficticios). El costo que se debe asignar tanto a los generadores ficticios como a las cargas modeladas como generadores debe ser igual al costo de racionamiento C_r, que en el caso colombiano es publicado cada mes por la UPME y puede ser consultado en la página www.upme.gov.co.

Restricciones de las unidades de generación

Esta restricción se encarga de garantizar que la generación asignada para cada recurso se encuentre dentro de sus límites factibles declarados por cada agente. Además se adiciona una variable binaria llamada UGON que controla el arranque de cada unidad de generación. Para los recursos de generación que son fijos, los que tienen un mínimo obligatorio diferente de cero, o los que tienen un valor de AGC diferente de cero la bandera UGON del recuso respectivo debe ser obligada a uno. Esta restricción se muestra en las ecuaciones 1.7 y 1.8

$$G_i - Mínimo_i * UGON_i \geq 0 \tag{1.7}$$

$$G_i - Disponibilidad_i * UGON_i \leq 0 \quad (1.8)$$

Donde:

$Minimo_i$: mínimo técnico de la i-ésima unidad

$Disponibilidad_i$: disponibilidad declarada de la i-ésima unidad

$UGON_i$: variable binaria encendido/apagado de la i-ésima unidad

Las expresiones para $Mínimo_i$ y $Disponibilidad_i$ están dadas por las ecuaciones 1.9 y 1.10, en este caso el término $mínimo_obligado_i$ corresponde a la generación mínima que deben tener algunas unidades debido a la realización de pruebas, generación ecológica o por restricciones de seguridad. El término $máximo_obligado_i$ corresponde a un techo de generación (menor al máximo operativo) que se debe asignar a una unidad por restricciones de seguridad.

$$Mínimo_i = \max(mínimo_técnico_i, mínimo_obligado_i) + AGC_i \quad \forall \min_oblig \neq 0 \quad (1.9)$$

$$Disponibilidad_i = \min(disponibilidad_i, máximo_obligado_i) - AGC_i \quad (1.10)$$

Donde:

AGC_i : valor de AGC del recurso G_i para el período determinado

Restricciones de unidades de generación térmicas

Para las unidades térmicas se debe tener en cuenta restricciones por Tiempo Mínimo de Generación (TMG) y Tiempo Mínimo Fuera de Línea (TMFL), estas restricciones se muestran en la ecuaciones 1.11 y 1.12

$$(UGTMON_{i,t-1} - TMG_i) * (UGON_{i,t-1} - UGON_{i,t}) \geq 0 \quad (1.11)$$

$$(UGTMOF_{i,t-1} - TMFL_i) * (UGON_{i,t} - UGON_{i,t-1}) \geq 0 \quad (1.12)$$

Donde:

$UGTMON_{i,t-1}$: variable que controla el tiempo mínimo de generación de la i-ésima unidad en el período t-1.

$UGTMOF_{i,t-1}$: variable que controla el tiempo mínimo fuera de línea de la i-ésima unidad en el período t-1.

TMG_i : tiempo mínimo de generación de la i-ésima unidad.

$TMFL_i$: tiempo mínimo fuera de línea de la i-ésima unidad.

Para las unidades térmicas también se tienen en cuenta restricciones de velocidad de toma de carga como se muestra en las ecuaciones 1.13 y 1.14.

$$G_{i,t} - G_{i,t-1} \leq ur_i \tag{1.13}$$

$$G_{i,t-1} - G_{i,t} \leq dr_i \tag{1.14}$$

Donde:

ur_i : aumento máximo de generación de la i-ésima unidad

dr_i : disminución máxima de generación de la i-ésima unidad

La ecuación 1.13 muestra que la diferencia de generación entre el instante t y el instante t-1 debe ser menor a la rampa de subida bajo el supuesto que en el instante t se tiene más generación que en el instante t-1. Análogamente, la ecuación 1.14 muestra que la diferencia de generación en el instante t-1 y el instante t debe ser menor a la rampa de bajada bajo el supuesto que se en el instante t-1 se tenía mayor generación.

Restricción debido a las ecuaciones de flujo de potencia

La ecuación para un flujo de potencia DC se puede expresar como se muestra en la ecuación 1.15 [Wood and Wolllenberg 1996].

$$X_l * F_l + \theta_{j+n} - \theta_j = 0 \tag{1.15}$$

Donde:

X_l : reactancia de la línea l expresada en por unidad

F_l : flujo de potencia por la línea l

θ_j : ángulo en la barra inicial j de la línea l

θ_{j+n} : ángulo en la barra final $j+n$ de la línea l

Restricciones por límites de flujo de potencia en las líneas

Las restricciones por límites en los flujos de potencia en las líneas se pueden expresar como se muestra en las ecuaciones 1.16 y 1.17, en este caso el signo indica la dirección del flujo.

$$-Límite_Operativo_l \leq F_l \tag{1.16}$$

$$Límite_Operativo_l \leq F_l \tag{1.17}$$

Donde:

$Límite_Operativo_l$: límite operativo de la línea l

Restricción por balance de potencia en las barras

El balance de potencia en cada barra esta dado por la ecuación 1.18

$$\sum_{l=1}^{nEntran} F_l + R_j + \sum_{i=1}^{n \in barraj} G_i - \sum_{l=1}^{nSalenj} F_l = Demanda_Barra_j \tag{1.18}$$

Donde:

$\sum_{l=1}^{nEntran} F_l$: sumatoria de los flujos de potencia que entran a la barra j

R_j : racionamiento en la barra j

$\sum_{i=1}^{n \in barraj} G_i$: sumatoria de la generación de las unidades conectadas a la barra j

$\sum_{l=1}^{nSalenj} F_l$: sumatoria de los flujos de potencia que salen de la barra j

$Demanda_Barra_j$: pronóstico de demanda en la barra j

Restricción de cortes

Los cortes permiten restringir de manera simultánea el flujo de potencia por un corredor de transporte. El modelo de cortes desarrollado por el CND permite controlar los límites de importación y exportación entre áreas del sistema operativo para tener en cuenta restricciones de confiabilidad.

$$K_q + \sum_{l=1}^{nEntran} F_l - \sum_{l=1}^{nSalen} F_l = 0 \tag{1.19}$$

Donde:

K_q : flujo de potencia por el corte q

$\sum_{l=1}^{nEntran} F_l$: sumatoria de flujos de potencia que entran al corte q

$\sum_{l=1}^{nSalen} F_l$: sumatoria de flujos de potencia que salen del corte q

Esta formulación matemática ha sido implementada por los ingenieros del CND mediante el software DRP, el cual resuelve el problema de despacho usando Programación Entera Mixta, con tiempos de ejecución de menos de un minuto [Carreño 2004].

2 MODELO DE OPTIMIZACIÓN BASADO EN FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO CON RESTRICCIONES DE SEGURIDAD

2.1 Introducción

El problema de la optimización en sistemas eléctricos de potencia surge a partir del momento en que dos o más generadores deben alimentar varias cargas obligando al operador a decidir como se reparte la carga de forma óptima entre las distintas unidades. Históricamente, los primeros esfuerzos de optimización se hicieron respecto al control de la generación, lo que se conoce hoy en día como despacho económico clásico [Xie and Song 2001]. Posteriormente, la inclusión de criterios de seguridad dentro de los objetivos de explotación complicó en gran medida el problema de optimización, obligando al desarrollo de técnicas adecuadas a la complejidad del problema. El perfeccionamiento de las técnicas computacionales, fundamentalmente la introducción de técnicas para el tratamiento eficiente de matrices ralas (sparse matrixes) y el desarrollo de algoritmos matemáticos de optimización, junto a la mayor capacidad de procesamiento de los computadores ha permitido la resolución de problemas cada vez más complejos. Esta evolución ha conducido a lo que hoy se conoce con el nombre de Flujo de Potencia Óptimo (OPF- Optimal Power Flow) [Alsac and Paris 1990].

La solución de un OPF permite conocer los precios marginales en cada una de las barras del sistema (precios nodales), los cuales pueden ser utilizados por el operador del sistema y por los agentes del mercado como señales económicas para asignar costos de transporte y manejo de congestión [Alvarado 1998].

En este capítulo se expone el problema de Flujo de Potencia Óptimo y se presenta la formulación matemática de un Flujo de Potencia Óptimo DC con Restricciones de Seguridad, en la formulación se ha incluido el criterio de VERPC mediante restricciones lineales adicionales.

2.2 Flujo de Potencia Óptimo

Históricamente el flujo de potencia óptimo (OPF) fue definido a comienzos de la década de los 60's [Carpentier 1962]. El primer método de solución propuesto para OPF fue el método de gradiente reducido o gradiente proyectado propuesto por Carpentier [Carpentier 1962]. Posteriormente, Dommel y Tinney [Dommel and Tinney 1968] abordaron el problema resolviendo las ecuaciones de Kuhn-Tucker usando una combinación del método del gradiente para un grupo conocido de variables independientes y funciones de penalización para violaciones en las restricciones dependientes. De los dos métodos del

gradiente el propuesto por Dommel y Tinney es uno de los más reconocidos en la literatura existente sobre este tema [Weber 1995].

El Flujo de Potencia Óptimo consiste en despachar una serie de generadores para satisfacer una demanda dada teniendo en cuenta las restricciones del sistema y haciéndolo al menor costo posible.
La solución general del OPF consiste en minimizar (o maximizar) la función objetivo sujeta a restricciones de igualdad y desigualdad. La función objetivo puede tomar diferentes formas dependiendo del propósito del OPF (minimizar pérdidas, costos de generación etc).
El problema de Flujo de Potencia Óptimo se puede abordar usando un modelo simplificado de la red, lo cual da origen a un Flujo de Potencia Optimo DC (DCOPF). El modelo DC de la red se obtiene ignorando las pérdidas y linealizando las ecuaciones de flujo de potencia alrededor de un "inicio plano" en donde se supone que todas las tensiones de la red tienen un valor igual a la unidad y un ángulo igual a cero. Este modelo simplificado nació a partir de los trabajos de Stott y Alsac en OPF con restricciones de seguridad.
Para resolver un DCOPF se pueden usar técnicas de Programación Lineal (LP - Linear Programming) o Programación Cuadrática (QP - Quadratic Programming).
La Programación Cuadrática es un caso especial de programación no lineal donde la función objetivo es cuadrática y las restricciones son lineales.
En el caso de Flujo de Potencia Óptimo usando LP no solo se debe tener una formulación lineal de las restricciones del sistema, sino también de la función objetivo. El Método Simplex es uno de los más conocidos para abordar este tipo de problemas.

Al considerar las tensiones de la red como variables de optimización y tener en cuenta las pérdidas, se obtiene un modelo no lineal AC de flujo de potencia. Para abordar este tipo de problemas se pueden utilizan, entre otras, las siguientes técnicas de optimización:

- Método de Newton.
- Métodos cuasi-Newton con conjunto activo de restricciones.
- Programación Lineal Secuencial con corrección por solución de flujo no lineal de potencia.
- Programación Cuadrática Secuencial con métodos interiores.

El método de Newton proporciona una rápida convergencia, aunque puede presentar problemas para manejar restricciones de desigualdad. Los métodos basados en Programación Lineal no presentan problemas para manejar restricciones de desigualdad, sin embargo, es necesaria la linealización tanto de la función objetivo como de las restricciones.

En [Momoh 1999] se presenta una revisión bibliográfica sobre el tema de Flujo de Potencia Óptimo donde se ha hecho un seguimiento de progreso en esta área durante las últimas tres décadas.

Cuando se modela un Flujo de Potencia Óptimo que no solo considera las restricciones de la red bajo funcionamiento normal, sino también bajo contingencias, se tiene un Flujo de Potencia Óptimo con Restricciones de Seguridad (SCOPF).

La consideración de factibilidad ante primeras contingencias en el cálculo del OPF aparece en la literatura por primera vez en 1974 en el trabajo desarrollado por Stott y Alsac [Alsac and Stott 1974]. Tal consideración se implementó mediante un proceso iterativo en el que: inicialmente se realizaba un despacho para un caso base sin contingencias, posteriormente, se consideraba el fallo de la línea L_{ij}, si el flujo de potencia resultante bajo esta condición hace que otros elementos del sistema se sobrecargen en más de un 50% de su capacidad nominal, entonces se asigna un límite de flujo de potencia menor en el caso base a la línea L_{ij}, de modo que al tener un flujo más pequeño por ésta, al presentarse la falla, el efecto resultante para el sistema era menor y por lo tanto, se esperaba que los elementos que bajo la condición inicial se habían sobrecargado con la contingencia, ahora no lo harían.

El principal inconveniente de esta metodología es que la introducción de contingencias y límites arbitrarios no garantiza llegar a la solución óptima matemática, pues esta puede depender del orden en que se introduzcan las contingencias y no hay forma de elegir a priori el orden de introducción que resulte en un despacho seguro de menor costo.

Para obtener un despacho seguro de menor costo, es necesario considerar todas las contingencias a la vez, lo cual es posible mediante la inclusión de flujos post contingencia acoplados en la formulación del problema (el acoplamiento entre los flujos se hace mediante restricciones que involucran el caso base y las contingencias). La idea de estos flujos aparece por primera vez en la literatura en [Thorp and Murillo 2001] en donde se propone el uso de flujos post contingencia acoplados en el contexto de Flujo de Potencia Óptimo con convocatoria de unidades y reserva distribuida segura. Esta idea fue posteriormente usada por Chen [Chen and Thorp 2003] restringiendo su aplicación al problema del flujo óptimo con reserva distribuida de energía.

2.3 Formulación matemática de Flujo de Potencia Óptimo DC con Restricciones de Seguridad (SCDCOPF)

La siguiente formulación matemática corresponde a un Flujo de Potencia Óptimo DC con Restricciones de Seguridad. En la formulación del problema se han incluido flujos post contingencia acoplados como se propone en [Thorp and Murillo 2001] además, se ha tenido en cuenta el criterio del VERPC mediante restricciones adicionales lineales.

En la formulación se construye un sistema único compuesto por islas, estas islas corresponden al sistema inicial (caso base), y al sistema tras cada una de las contingencias.

Para el caso base y cada una de las contingencias, las demandas se modelan como inyecciones variables de potencia negativa (generadores cuya potencia mínima es igual al valor de la demanda, y cuya potencia máxima es cero).

El número de barras, generadores y líneas del nuevo sistema compuesto por islas está dado por:

$$nb = nbb + nbb * nc \tag{2.1}$$

$$ng = ngb + ngb * nc \tag{2.2}$$

$$nl = nlb + (nlb - 1) * nc \tag{2.3}$$

Donde:

nb : número de barras del nuevo sistema
ng : número de generadores del nuevo sistema
nl : número de líneas de nuevo sistema
nbb : número de barras del caso base
ngb : número de generadores del caso base
nlb : número de líneas del caso base
nc : número de contingencias

2.3.1 Función objetivo

Suponiendo que la función objetivo a minimizar es el costo de la generación, esta se puede expresar como la suma de las funciones de costo de cada uno de los generadores del sistema (incluyendo las demandas modeladas como generadores cuya oferta se toma como igual al costo de racionamiento).

$$f(x) = \sum_{i=1}^{ng} f_i(Pg_i) \tag{2.4}$$

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \end{bmatrix} \tag{2 .5}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta^0 \\ \vdots \\ \theta^i \\ \vdots \\ \theta^{nc} \end{bmatrix} \qquad Pg = \begin{bmatrix} Pg^0 \\ \vdots \\ Pg^i \\ \vdots \\ Pg^{nc} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

Donde:

θ^0 : vector de ángulos para el caso base.

Pg^0 : vector de potencias entregadas por los generadores del sistema para el caso base.

Pg^i : vector de potencias entregadas por los generadores del sistema para la i-ésima contingencia

θ^i : vector de ángulos para la i-ésima contingencia

nc : número de contingencias

De acuerdo a lo expresado en la ecuación 2.6 el vector θ tendrá una dimensión igual al número de barras del sistema equivalente, el cual está dado por la ecuación 2.1, y la dimensión del vector Pg está dada por el número de generadores del sistema equivalente que se calcula mediante la expresión 2.2.
La minimización de la función objetivo está sujeta a restricciones de igualdad y desigualdad que se describen a continuación.

2.3.2 Restricciones de igualdad

Las restricciones de igualdad están dadas por las ecuaciones de flujos de potencia y los ángulos de referencia tanto en el sistema base como en cada una de las islas.

a. Ecuaciones de flujo de potencia

A pesar de que las potencias activas y reactivas son funciones no lineales de los voltajes y ángulos en cada nodo de la red, se puede obtener una relación lineal aproximada entre potencias y ángulos denominado flujo de cargas DC. En un flujo de carga DC se supone que todos los voltajes en las barras tienen un valor igual a la unidad, haciendo que los cálculos relacionados con potencia reactiva no sean necesarios.
Suponiendo que todas las tensiones de la red son iguales a la unidad e ignorando el efecto resistivo de las líneas de transmisión la potencia activa que fluye del nodo i al nodo j en un sistema de potencia se puede expresar mediante la ecuación 2.7 [Hadi Saadat 1999].

$$P_{ij} = \frac{1}{x_{ij}} sen(\theta_i - \theta_j) \tag{2.7}$$

Para diferencias angulares pequeñas $sen(\theta_i - \theta_j) \approx \theta_i - \theta_j$ y la ecuación 2.7 se convierte en:

$$P_{ij} = \frac{1}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad ; \quad (\theta_i - \theta_j) = x_{ij} P_{ij} \tag{2.8}$$

Si A representa la matriz de incidencia nodo rama, θ el vector de ángulos en las barras, X la matriz

diagonal de reactancias y P_f el vector de flujos de potencia activa, la ecuación anterior puede escribirse de forma matricial como:

$$A^T \theta = XP_f \tag{2.9}$$

$$P_f = \left[X^{-1} A^T \right] \theta \tag{2.10}$$

La relación entre las potencias inyectadas en los nodos P y los flujos de potencia activa P_f está dada mediante la expresión 2.11 [Expósito 2002].

$$P = AP_f \tag{2.11}$$

Reemplazando la ecuación 210 en la ecuación 2.11 tenemos:

$$P = \left[AX^{-1} A^T \right] \theta = B\theta \quad ; \quad P = B\theta \tag{2.12}$$

Donde B es la aproximación DC a la matriz de susceptancia nodal y el vector de inyecciones de potencia P será igual a la potencia generada menos la potencia demandada como lo indica la ecuación 2.13.

$$P = MgPg - D \tag{2.13}$$

En este caso D es el vector de demandas en cada nodo y Mg es una matriz de posicionamiento de generadores. La matriz Mg tendrá tantas columnas como generadores tenga la red, y tantas filas como barras tenga la red. Un uno en la posición $Mg(i, j)$ significa que en la barra i se encuentra el generador j [Zimmerman 2005].

Combinando las expresiones 2.12 y 2.13 se obtiene la expresión 2.14.

$$B\theta = MgPg - D \tag{2.14}$$

La ecuación 2.14 se puede escribir matricialmente como:

$$\left[B \ \vdots \ -Mg \right] \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \end{bmatrix} = -D \tag{2.15}$$

b. Ángulos de referencia

En las restricciones de igualdad se deben tener en cuenta los ángulos de referencia tanto para el sistema base como para cada una de las contingencias como lo muestra la ecuación 2.16

$$\theta_{ref}^{i} = 0 \tag{2.16}$$

La ecuación 2.16 se puede expresar matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} 0... & 1 & 0... & 0... & 0 & \vdots & 0 \\ 0... & 0... & 1 & 0... & 0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0... & 0... & 0... & 0... & 1 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

En este caso se colocan unos en las posiciones correspondientes a las barras de referencia para el caso base y cada una de las islas.

2.3.3 Restricciones de desigualdad

Las restricciones de desigualdad están dadas por los límites de generación, límites de flujo en las líneas, y límites por velocidad de toma de carga.

a. Límites de generación

Los límites de generación están dados por:

$$P\min \le Pg \le P\max \tag{2.18}$$

La ecuación 2.18 se puede escribir matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 0 \vdots & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \end{bmatrix} \le P\max \tag{2.19a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \vdots -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \end{bmatrix} \le -P\min \tag{2.19b}$$

Donde

Pg : vector de potencias generadas.

$P\min$: vector de límites de potencia mínima de los generadores.

$P\max$: vector de límite de potencia máxima de los generadores.

b. Límites de flujo de potencia en las líneas

Los límites de flujo de potencia en las líneas están dados por:

$$Límite_Operativo \leq C\theta \leq Límite_Operativo \tag{2.20}$$

En este caso la ecuación 2.20 equivale a la ecuación 1.14 en donde los flujos por las líneas están dados como la multiplicación de la matriz de susceptancias de línea C por el vector de ángulos θ.

La ecuación 2.20 se puede escribir matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} C & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \end{bmatrix} \leq Límite_Operativo \tag{2.21a}$$

$$\begin{bmatrix} -C & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \end{bmatrix} \leq -Límite_Operativo \tag{2.21b}$$

Donde:

$Limite_Operativo$: vector de límites de flujo de potencia en las líneas

C : matriz de susceptancias de línea

c. Límites por velocidad de toma de carga

Los límites por velocidad de toma de carga están dados por la ecuación 2.22

$$-\Delta \leq Pg^{i} - Pg^{0} \leq \Delta \tag{2.22}$$

Esta expresión es una simplificación de las restricciones indicadas por las ecuaciones 1.13 y 1.14, en donde se han tomado valores iguales para las rampas de subida y bajada y se han designado como delta (Δ). La ecuación 2.22 se puede expresar matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} 0 & \vdots & -I.....I.... \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg^{0} \\ \vdots \\ Pg^{i} \end{bmatrix} \leq \Delta \tag{2.23a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \vdots & I.....-I.... \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg^{0} \\ \vdots \\ Pg^{i} \end{bmatrix} \leq \Delta \tag{2.23b}$$

Donde:

Δ: vector de variaciones de carga permisibles, dadas las rampas de los generadores

Hasta el momento se han modelado las restricciones para el caso base y cada una de las contingencias. Para tener en cuenta el criterio del VERPC como lo hace el CND, se deben considerar los racionamientos causados por cada una de las contingencias.

El racionamiento en la k-ésima subárea producido por la i-ésima contingencia esta dado por:

$$Pg_k^0 - Pg_k^i = R_k^i \tag{2.24}$$

Donde:

R_k^i : racionamiento en la k-ésima Sub -Área debido a la i-ésima contingencia

Pg_k^0: vector de potencias entregadas por los generadores de la k-ésima subárea para el caso base

Pg_k^i : vector de potencias entregadas por los generadores de la k-ésima subárea cuando ocurre la i-ésima contingencia

La ecuación 2.24 se puede expresar matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 0 & \vdots & 0\,1\,0\,1.....0-1\;\;0\;\;-1... \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg^{0} \\ \vdots \\ Pg^{i} \end{bmatrix} = R_k^i \tag{2.25}$$

En este caso se han colocado unos en las posiciones del vector Pg que correspondan a cargas susceptibles de racionamiento en la k-ésima subárea.

Para calcular el VERPC es necesario conocer los valores esperados de racionamiento. El valor esperado de racionamiento en la k-ésima subárea debido a la i-ésima contingencia se define como la probabilidad de

que solamente ocurra dicha contingencia multiplicada por el racionamiento que esta produce. Esta relación se muestra en la ecuación 2.26

$$E(R_k^i) = Ps(i)R_k^i \tag{2.26}$$

Donde:

$E(R_k^i)$: valor esperado de racionamiento en la k-ésima subárea debido a la i-ésima contingencia

$Ps(i)$: probabilidad de que ocurra solamente la i-ésima contingencia

La probabilidad de que ocurra solamente la i-ésima contingencia es igual a la probabilidad de falla de la i-ésima línea por la probabilidad de no falla del resto de las líneas.

$$Ps(i) = P(i)\sum_{j=1}^{nl} \tilde{P}(j) \tag{2.27}$$

Donde:

$Ps(i)$: probabilidad de que solamente falle la i-ésima línea

$P(i)$: probabilidad de falla de la i-ésima línea

$\tilde{P}(j)$: probabilidad de no falla de la j-ésima línea

nl : número de líneas

El Valor Esperado de Racionamiento Programado Condicionado (VERPC) para la k-ésima subárea será entonces la sumatoria de los valores esperados debidos a cada una de las contingencias en dicha subárea dividido entre la demanda total de la subárea.

$$VERPC_k = \frac{1}{d_k}\sum_{i=1}^{n} E(R_k^i) \tag{2.28}$$

El promedio aritmético de los valores esperados de racionamiento de las subáreas esta dado por:

$$\rho = \frac{1}{ns}\sum_{k=1}^{ns} VERPC_k \tag{2.29}$$

Donde:

ns : número total de subáreas

ρ : promedio aritmético de los VERPC en las subáreas de sistema

Ahora bien, según el literal e) la Resolución 062 de 2000 de la CREG, se deben seleccionar las subáreas cuyo valor esperado de racionamiento esté por encima del promedio aritmético y hasta donde técnicamente sea posible, se debe tratar de acercar este al promedio.

El valor esperado de racionamiento para la k-ésima subárea se puede expresar de la siguiente manera:

$$VERPC_k \leq \rho + h \tag{2.30}$$

En este caso, se debe tratar de minimizar la variable *h*, la cual indica la diferencia entre el VERPC de la k-ésima subárea y el promedio aritmético de los VERPC de todas las subáreas. Obsérvese que esta variable es adimensional. La ecuación 2.30 se puede escribir entonces como:

$$-\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{ns} \frac{1}{ns} VERPC_j + \left(1 - \frac{1}{ns}\right) VERPC_k \leq h \tag{2.31}$$

La variable *h* se ingresa como una variable de optimización a la cual se le asociará un costo elevado (w_h) con el fin de minimizarla y de esta forma lograr que los VERPC en todas las subáreas se aproximen al promedio aritmético. El valor ideal de w_h se determina mediante ensayo y error, observando el comportamiento de los VERPC, los cuales se nivelan al incrementar w_h .

La nueva forma de la función objetivo (ecuación 2.4) será:

$$Min \quad f(y) = \sum_{i=1}^{ng} f_i(Pg_i) + \ w_h h \tag{2.32}$$

$$y = \begin{bmatrix} x \\ h \end{bmatrix}$$

Dado que se ha incluido una nueva variable de optimización, se debe agregar una columna adicional en todas las matrices de restricciones.

Finalmente la formulación de Flujo de Potencia Óptimo con Restricciones de Seguridad se puede expresar en forma compacta de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &Minimizar \quad f(y) \\ &Sujeto \quad a: \quad A*y \le b \\ &\qquad\qquad\quad Aeq*y = beq \end{aligned} \tag{2.33}$$

Donde:

y : vector de variables de optimización

A : matriz de restricciones de desigualdad

Aeq : matriz de restricciones de igualdad

b : vector de límites de restricciones de desigualdad

beq : vector de límites de restricciones de igualdad

Esta formulación se puede extender a un modelo AC considerando en el vector de variables de optimización las variables de magnitud de voltaje y las ecuaciones no lineales de flujo de potencia como restricciones de igualdad. Dicho modelo, tendría en cuenta requerimientos de potencia reactiva para mantener los niveles de tensión adecuados en las barras tras una contingencia y sería más aproximado al proceso de despacho que realiza el CND.

3 PROPUESTAS ALTERNATIVAS AL MODELO DE OPTIMIZACIÓN INICIAL

3.1 Introducción

En el capítulo 2 se presentó la formulación matemática de un Flujo de Potencia Óptimo DC con Restricciones de Seguridad que incluye el criterio de VERPC mediante restricciones adicionales lineales. En este capítulo se formulan algunas variaciones al modelo de optimización inicial. En las modificaciones se plantea una reformulación de la función objetivo en donde se ponderan las probabilidades de falla de los Subsistemas y también la modificación del modelo inicial para considerar solamente las contingencias cuya probabilidad de ocurrencia sea superior al promedio aritmético. El modelo planteado inicialmente se ha llamado Modelo 1, la combinación de las modificaciones al modelo inicial permite plantear tres modelos alternativos que se han llamado Modelo 2, Modelo 3 y Modelo 4. Adicionalmente, se plantea el manejo de la variable de optimización h como un parámetro. A continuación se describen en detalle los modelos alternativos.

3.2 Modelo 1

Este modelo de optimización es el descrito en el capítulo 2, en este modelo se consideran todas las contingencias del sistema y se construye un sistema equivalente por islas, además, en la función objetivo, se pondera por igual la operación para el caso base y cada una de las contingencias. En la Figura 9 se muestra un sistema de potencia de 3 barras, 3 líneas de transmisión y dos subáreas, si se aplica el modelo de optimización a este sistema se debe construir un sistema equivalente de 12 barras y 9 líneas compuesto por el caso base y cada una de las posibles contingencias como se muestra en la Figura 10, en este caso las cargas se han modelado como generadores que inyectan potencia negativa al sistema, de tal forma que en el sistema equivalente se tienen 16 generadores.

Figura 9. Sistema de potencia de 3 barras

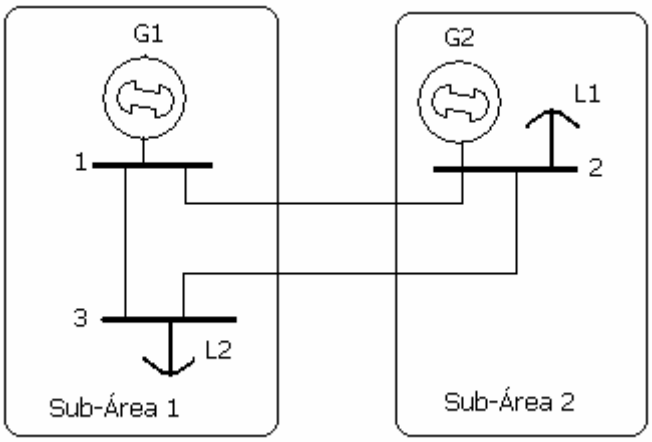
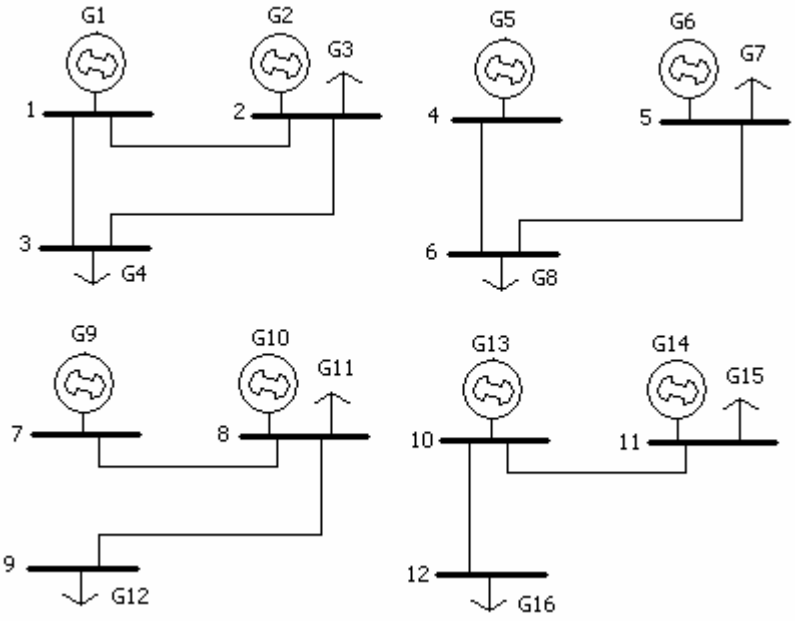


Figura 10. Sistema equivalente por islas para el sistema de la Figura 9



El vector de variables de optimización está dado por:

$$y = \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h \\ \\ \end{bmatrix} \qquad (3.1)$$

En este caso la expresión para los ángulos está dada por:

$$\theta = [\theta_1^0\ \theta_2^0\ \theta_3^0 \quad \theta_1^1\ \theta_2^1\ \theta_3^1 \quad \theta_1^2\ \theta_2^2\ \theta_3^2 \quad \theta_1^3\ \theta_2^3\ \theta_3^3]^T \tag{3.2}$$

Donde:

θ_i^j = ángulo en la barra i tras la contingencia j

La expresión para las potencias generadas está dada por:

$$Pg = [Pg_1^0\ Pg_2^0\ Pg_3^0\ Pg_4^0 \quad Pg_1^1\ Pg_2^1\ Pg_3^1\ Pg_4^1 \quad Pg_1^2\ Pg_2^2\ Pg_3^2\ Pg_4^2 \quad Pg_1^3\ Pg_2^3\ Pg_3^3\ Pg_4^3]^T \tag{3.3}$$

Donde

Pg_i^j : potencia entregada por el generador i tras la contingencia j

El número de variables de optimización estará dado por: 12 ángulos, 16 potencias generadas y la variable h , para un total de 29 variables de optimización.

3.2.1 Función objetivo

El planteamiento matricial de la función objetivo esta dado por:

$$Min\ \left\{[0....0 \vdots\ fg_1^0\ fg_2^0\ fg_3^0\ fg_4^0\ fg_1^1\ fg_2^1\ fg_3^1\ fg_4^1\ fg_1^2\ fg_2^2\ fg_3^2\ fg_4^2\ fg_1^3\ fg_2^3\ fg_3^3\ fg_4^3 \vdots w_h]^*[y]\right\} \tag{3.4}$$

Donde:

fg_i^j : función de costo del generador i para la contingencia j

En este caso las funciones de costo son las ofertas de los generadores, para las cargas que se han modelado como generadores que inyectan potencia negativa al sistema, la oferta es igual al costo de racionamiento.

3.2.2 Restricciones de igualdad

A continuación se describen las restricciones de desigualdad resultantes al aplicar el Modelo 1 al sistema de la Figura 10.

a. Ecuaciones de flujo de potencia

La restricción de flujo de potencia DC está dada por la ecuación 3.5:

$$\left[B \;\vdots\; -Mg \vdots 0\right]\begin{bmatrix}\theta\\ \cdots\\ Pg\\ \cdots\\ h\end{bmatrix}=0 \tag{3.5}$$

En este caso la matriz B está dada por:

$$B=\begin{bmatrix}B_0 & & & \\ & B_1 & & \\ & & B_2 & \\ & & & B_3\end{bmatrix} \tag{3.6}$$

Donde:

$$B_0=\begin{bmatrix}\frac{1}{x_{12}}+\frac{1}{x_{13}} & -\frac{1}{x_{12}} & -\frac{1}{x_{13}}\\ -\frac{1}{x_{12}} & \frac{1}{x_{12}}+\frac{1}{x_{23}} & -\frac{1}{x_{23}}\\ -\frac{1}{x_{13}} & -\frac{1}{x_{23}} & \frac{1}{x_{13}}+\frac{1}{x_{23}}\end{bmatrix} \tag{3.7}$$

En este caso x_{ij} corresponde a la reactancia entre la barra i y la barra j, y las matrices B_i corresponden a la actualización de la matriz B_0 tras la contingencia i.

La matriz Mg es una matriz de posicionamiento de generadores cuyas filas corresponden a los nodos y cuyas columnas corresponden al número del generador, de modo que un uno en la posición $Mg(i,j)$ significa que existe un generador j en la barra i del sistema. En este caso la matriz de posicionamiento de generadores está dada por:

$$Mg=\begin{bmatrix}Mg_0 & & & \\ & Mg_1 & & \\ & & Mg_2 & \\ & & & Mg_3\end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Donde:

$$Mg_0 = Mg_1 = Mg_2 = Mg_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Se puede observar que las matrices Mg_i son iguales ya no se ha considerado la salida de ningún generador, (solamente se han considerado contingencias en las líneas de transmisión). Si se desea considerar la falla de un generador simplemente se reemplaza por cero la posición correspondiente a dicho generador en la matriz Mg_i .

b. Ángulos de referencia

En la formulación se deben tener en cuanta los ángulos de referencia para el caso base y cada una de las contingencias, las restricciones para tener en cuenta los ángulos de referencia en el sistema de la Figura 10 están dadas por:

$$\begin{bmatrix} 100\ 000\ 000\ 000 & \ldots \\ 000\ 100\ 000\ 000 & \ldots \\ 000\ 000\ 100\ 000 & \ldots \\ 000\ 000\ 000\ 100 & \ldots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \ldots \\ Pg \\ \ldots \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

La barra de referencia en este caso es la barra 1, para la primera contingencia esta barra se convierte en la barra 4, esta misma barra para la segunda contingencia es la barra 7 y por último para la tercera contingencia es la barra 10, esto se puede ver en la Figura 10. Para considerar los ángulos de referencia, las barras 1, 4, 7 y 10 deben tener un ángulo igual a cero, lo cual se logra mediante la ecuación 3.10.

3.2.3 Restricciones de desigualdad

El planteamiento matricial de las restricciones de desigualdad para el sistema de la Figura 10 se ilustra a continuación:

a. Límites de generación

Los límites de generación están dados por las ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 0 \ldots \vdots\ I\ \vdots\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \ldots \\ Pg \\ \ldots \\ h \end{bmatrix} \leq [Pg\max] \tag{3.11}$$

$$\left[0... \vdots -I \vdots 0\right]\begin{bmatrix}\theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h\end{bmatrix} \leq [Pg\min] \tag{3.12}$$

En este caso la matriz idéntica I es de 16x16 que corresponde al número de generadores del sistema equivalente de la Figura 10. Los vectores $Pg\max$ y $Pg\min$ corresponden respectivamente a los límites de potencia máxima y mínima de los generadores.

b. Límites de flujo de potencia en las líneas

Los límites de flujo de potencia en las líneas se puede expresar matricialmente mediante las ecuaciones:

$$\left[C \vdots \ \ 0... \vdots 0\right]\begin{bmatrix}\theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h\end{bmatrix} \leq Límite_Operativo \tag{3.13}$$

$$\left[-C \vdots \ \ 0... \vdots 0\right]\begin{bmatrix}\theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h\end{bmatrix} \leq -Límite_Operativo \tag{3.14}$$

En donde C es la matriz de susceptancias de línea y viene dada por:

$$C = \begin{bmatrix} C_0 & & & \\ & C_1 & & \\ & & C_2 & \\ & & & C_3 \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{12}} & -\frac{1}{x_{12}} & 0 \\ \frac{1}{x_{13}} & 0 & -\frac{1}{x_{13}} \\ 0 & \frac{1}{x_{23}} & -\frac{1}{x_{23}} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

En este caso las matrices C_i se obtienen al eliminar la i-ésima fila de la matriz C_0.

c. Límites por velocidad de toma de carga

Las restricciones de límites por velocidad de toma de carga se pueden expresar de forma matricial mediante las ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 0 \ldots & \vdots & -I & I & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 \ldots & \vdots & -I & 0 & I & 0 & \vdots & 0 \\ 0 \ldots & \vdots & -I & 0 & 0 & I & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \ldots \\ Pg^0 \\ Pg^1 \\ Pg^2 \\ Pg^3 \\ \ldots \\ h \end{bmatrix} \leq \Delta \tag{3.17}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \ldots & \vdots & I & -I & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 \ldots & \vdots & I & 0 & -I & 0 & \vdots & 0 \\ 0 \ldots & \vdots & I & 0 & 0 & -I & \vdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \ldots \\ Pg^0 \\ Pg^1 \\ Pg^2 \\ Pg^3 \\ \ldots \\ h \end{bmatrix} \leq \Delta \tag{3.18}$$

Donde las matrices idénticas I son de 4x4 (número de generadores del caso base) y Δ es el vector de límites por velocidad de toma de carga.

d. Restricciones adicionales para incluir el criterio de VERPC

En la subárea 1 la demanda se encuentra en el nodo 3 y corresponde al generador 4 (ver Figura 10), el racionamiento producido en la subárea 1 debido a la primera contingencia, será la diferencia de generación que se tenga entre el generador 4 (nodo 3) y el generador 8 (nodo 6). Análogamente, el racionamiento en la subárea 1 debido a la segunda contingencia será la diferencia de generación entre el generador 4 y el mismo generador para la segunda contingencia (generador 12). El racionamiento en la subárea 1 debido a cada una de las contingencias se puede escribir matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} 0... \vdots\ 0001 & 000-1 & 0000 & 0000 & \vdots\ 0 \\ 0... \vdots\ 0001 & 0000 & 000-1 & 0000 & \vdots\ 0 \\ 0... \vdots\ 0001 & 0000 & 0000 & 000-1 & \vdots\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1^1 \\ R_1^2 \\ R_1^3 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

En la subárea 2 la demanda se encuentra en la barra 2 y es representada por el generador 3, (ver Figura 10). El racionamiento en la subárea 2 debido a la primera contingencia será la diferencia de generación entre el generador 3 y el generador 7, análogamente, el racionamiento en la subárea 2 debido a la segunda contingencia será la diferencia de generación entre el generador 3 y el generador 11. En la ecuación 3.20 se muestra la expresión matricial para los racionamientos en la subárea 2 debido a cada una de las contingencias.

$$\begin{bmatrix} 0... \vdots\ 0010 & 00-10 & 0000 & 0000 & \vdots\ 0 \\ 0... \vdots\ 0010 & 0000 & 00-10 & 0000 & \vdots\ 0 \\ 0... \vdots\ 0010 & 0000 & 0000 & 00-10 & \vdots\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2^1 \\ R_2^2 \\ R_2^3 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Ahora bien, para encontrar los valores esperados de racionamiento tras cada una de las contingencias ($E(R_k^i)$), se deben multiplicar los racionamientos R_k^i por la probabilidad de falla única de la línea i como se expresó en la ecuación 2.26. Para simplificar el problema se supone que la probabilidad de falla para cada una de las líneas es igual a 0,1 (lo que quiere decir que la probabilidad de no falla para cada una de las líneas es de 0,9). De esta forma, la probabilidad de falla única para cada una de las líneas está dada por:

$$Ps(i) = 0,1*(0,9*0,9) = 0,081 \quad (3.21)$$

Los valores esperados de racionamiento $E(R_k^i)$ se expresan en forma matricial en las ecuaciones 3.22 y 3.23.

$$\begin{bmatrix} 0... \vdots 000\,0,081 & 000-0,081 & 0000 & 0000 & \vdots 0 \\ 0... \vdots 000\,0,081 & 0000 & 000-0,081 & 0000 & \vdots 0 \\ 0... \vdots 000\,0,081 & 0000 & 0000 & 000-0,081 & \vdots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(R_1^1) \\ E(R_1^2) \\ E(R_1^3) \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

$$\begin{bmatrix} 0... \vdots 00\,0,081\,0 & 00-0,081\,0 & 0000 & 0000 & \vdots 0 \\ 0... \vdots 00\,0,081\,0 & 0000 & 00-0,081\,0 & 0000 & \vdots 0 \\ 0... \vdots 00\,0,081\,0 & 0000 & 0000 & 000-0,081\,0 & \vdots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(R_2^1) \\ E(R_2^2) \\ E(R_2^3) \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

Los VERPC para cada subárea están dados según la ecuación 2.28, aplicando esta ecuación y suponiendo una demanda de 100 MW en cada una de las subáreas tenemos:

$$10^{-5} * \begin{bmatrix} 0... \vdots 000\,243 & 000-81 & 000-81 & 000-81 \vdots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h \end{bmatrix} = VERPC_1 \tag{3.24}$$

$$10^{-5} * \begin{bmatrix} 0... \vdots 00\,243\,0 & 00-81\,0 & 00-81\,0 & 00-81\,0 \vdots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h \end{bmatrix} = VERPC_2 \tag{3.25}$$

Desarrollando la expresión dada por la ecuación 2.31 tenemos:

$$-\frac{1}{2}VERPC_1 + \left(1-\frac{1}{2}\right)VERPC_2 - h \le 0 \tag{3.26}$$

$$-\frac{1}{2}VERPC_2 + \left(1-\frac{1}{2}\right)VERPC_1 - h \le 0 \tag{3.27}$$

La expresión matricial de las ecuaciones 3.26 y 3.27 se muestra en la ecuación 3.28, se puede observar que las dos restricciones son idénticas ya que se han utilizado probabilidades de falla iguales en todas las líneas y demandas iguales en las dos subáreas.

$$10^{-5} * \begin{bmatrix} 0 \ldots \vdots 00 & -121,5 & -121,5 & 00 & 40,5 & 40,5 & 00 & 40,5 & 40,5 & 00 & 40,5 & 40,5 \vdots -1 \\ 0 \ldots \vdots 00 & -121,5 & -121,5 & 00 & 40,5 & 40,5 & 00 & 40,5 & 40,5 & 00 & 40,5 & 40,5 \vdots -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \ldots \\ Pg \\ \ldots \\ h \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

3.2.4 Número de restricciones

Las restricciones de igualdad son las dadas por los ángulos de referencia y las ecuaciones de flujo de carga. En este caso habrán tantas ecuaciones de flujo de carga como barras hayan en el sistema equivalente (nb), además habrán tantos ángulos de referencia como contingencias hayan (nc), y finalmente se debe sumar el ángulo de referencia para el caso base. El número de restricciones de igualdad está dado por la ecuación 3.29.

$$R_igualdad = nb + nc + 1 \quad (3.29)$$

Donde

$R_igualdad$: número de restricciones de igualdad

nb : número de barras del sistema equivalente

nc : número de contingencias

Las restricciones de desigualdad están dadas por:

- Número de líneas: hay dos restricciones por cada línea que representan los límites de flujo en ambos sentidos.
- Número de generadores: hay dos restricciones por cada generador para representar los límites mínimos y máximos de generación. Además para cada contingencia existen dos restricciones adicionales de velocidad de toma de carga que compara la generación en el caso base con la generación después de una contingencia.
- Restricciones por VERPC: existen tantas restricciones por VERPC como subáreas tenga el sistema.

El número de restricciones de desigualdad está dado por la ecuación 3.30.

$$R_desigualdad = 2 * nl + 2 * ng + 2ngb * nc + ns \quad (3.30)$$

Donde:

$R_desigualdad$: número de restricciones de desigualdad

nl : número de líneas del sistema equivalente

ng : número de generadores del sistema equivalente

ngb : número de generadores el sistema base

ns : número de subáreas

En este caso, para un sistema de 3 barras, es necesario crear un problema de optimización de 29 variables y 92 ecuaciones (restricciones de igualdad y desigualdad), la estructura de las matrices de restricciones de igualdad y desigualdad se ilustra en las Figuras 11 y 12 respectivamente. Los primeros cuatro puntos en la estructura de la matriz de restricciones de igualdad corresponden a los ángulos de referencia para el caso base y las tres contingencias. La parte inferior izquierda de la Figura 11 corresponde a la matriz B, y la parte inferior derecha corresponde a la matriz de posicionamiento de generadores Mg.

Las primeras dos líneas diagonales paralelas en la Figura 12 son matrices idénticas que representan las restricciones debido a los límites mínimos y máximos de potencia generada, dado que hay 16 generadores dichas matrices idénticas corresponden a las primeras 32 restricciones como se puede ver en el eje y de la Figura 12. Se puede observar adicionalmente que estas dos líneas en la parte superior de la Figura 12 se encuentran alineadas a la derecha, esto es porque en las variables de optimización primero se han colocado los ángulos y luego las potencias generadas. En la siguiente sección y alineadas a la izquierda, se encuentran las matrices que representan las restricciones de flujo en ambas direcciones de las líneas, debajo de estas y hacia la derecha están las restricciones por velocidad de toma de carga, y finalmente las dos líneas de puntos en la parte inferior izquierda de la Figura 12 representan las dos restricciones adicionales que consideran el criterio de VERPC.

Figura 11. Estructura de la matriz de restricciones de igualdad para el sistema de la Figura 10

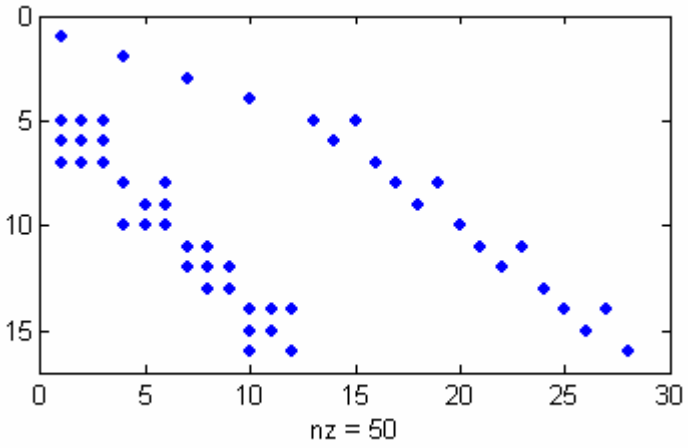
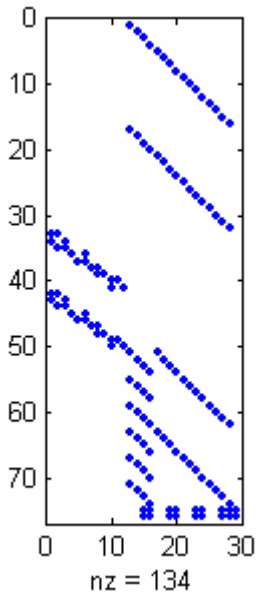


Figura 12. Estructura de la matriz de restricciones de desigualdad para el sistema de la Figura 10



3.3 Modelo 2

Uno de los inconvenientes del modelo planteado inicialmente (Modelo 1) es la dimensión del problema equivalente. En la Tabla 3 se muestran las dimensiones de los sistemas equivalentes que resultarían de aplicar el modelo en sistemas IEEE de 9, 14, 30, 57, 118 y 300 barras respectivamente. En la cuarta columna se especifica el número de ecuaciones resultantes, se puede observar que para un sistema de 300 barras el problema de optimización resultante tiene cerca de un millón de ecuaciones, este valor es aproximado ya que no se han tenido en cuenta las restricciones debidas a las subáreas del sistema. Para

tener el número exacto de ecuaciones habría que sumar una ecuación de restricción por cada subárea que se defina en el sistema.

Tabla 3. Dimensiones del sistema equivalente usando un modelo por islas

Sistema Inicial IEEE	Número de barras del sistema equivalente	Número de líneas del sistema equivalente	Número aproximado de ecuaciones
9 barras	90	81	502
14 barras	294	400	2291
30 barras	1260	1681	9704
57 barras	4560	6241	32802
118 barras	22066	34596	206637
300 barras	123300	168100	905435

La dimensión del sistema equivalente no es un inconveniente serio del modelo si se tiene un software que haga un manejo eficiente de matrices ralas como el Matpower. Adicionalmente, en los sistemas de potencia reales con frecuencia es necesario reducir el número de barras uniendo las que eléctricamente sean similares. Esta reducción es necesaria para diferenciar las variables y aborda directamente el origen de las dificultades numéricas que se pueden presentar si se consideran barras que eléctricamente sean iguales.

Una forma de reducir la dimensión del sistema equivalente, es considerar únicamente las contingencias más probables. En el Modelo 2 se tienen en cuenta solamente las contingencias cuya probabilidad de falla sea mayor al promedio, de esta forma se reduce de forma considerable la dimensión del problema a resolver. En la Tabla 4 se muestran las dimensiones de los sistemas equivalentes para los casos de 9, 14, 30, 57, 118 y 300 barras de la IEEE considerando solamente la mitad de las contingencias.

Tabla 4. Dimensiones del sistema equivalente usando un modelo por islas considerando solo la mitad de las contingencias

Sistema Inicial IEEE	Número de barras del sistema equivalente	Número de líneas del sistema equivalente	Número aproximado de ecuaciones
9 barras	54	49	290
14 barras	154	154	1173
30 barras	630	841	4793
57 barras	2337	3199	16714
118 barras IEEE	11092	17391	103564
300 barras IEEE	61800	84460	453146

3.4 Modelo 3

Una característica del Modelo 1 es que en la función objetivo se pondera por igual la operación en estado normal y la operación bajo contingencias, a pesar de que la probabilidad de operar en cada una de estas condiciones es diferente. En el Modelo 3 se formula la función objetivo como el valor esperado del costo total [Chen and Thorp 2003]. La expresión para la función objetivo se muestra en la ecuación (3.31).

$$\min\ f(y) = \sum_{i=0}^{nc} E\left\{ f(Pg_i) \right\} + w_h h \tag{3.31}$$

Aunque el problema a resolver tiene efectivamente más sentido si se consideran las probabilidades de falla en la función objetivo, éstas no fueron consideradas en los modelos 1 y 2 debido a que tampoco se tienen en cuenta al hacer el despacho en el caso colombiano. De hecho la función objetivo en el caso colombiano solo tiene en cuenta el costo de generación más el costo de racionamiento (ver ecuación 1.6).

A manera de ejemplo, si se consideran ofertas de 20 \$/kWh y 30 \$/kWh para los generadores 1 y 2 de la Figura 9 y si se considera un costo de racionamiento de 50 \$/kWh, entonces la función objetivo usando el modelo 1 sería:

$$[0....0 : 20\ 30\ 50\ 50 \quad 20\ 30\ 50\ 50 \quad 20\ 30\ 50\ 50 \quad 20\ 30\ 50\ 50 : w_h] \begin{bmatrix} \theta \\ \dots \\ Pg \\ \dots \\ h \end{bmatrix} \tag{3.32}$$

Si se consideran las probabilidades de falla en la función objetivo, es decir la probabilidad de estar operando bajo contingencias, el vector de funciones de costo para la contingencia i se debe multiplicar por la probabilidad de que esta contingencia ocurra. Si se asignan valores de probabilidad de falla iguales a 0.1 para todas las líneas, la probabilidad de falla única en todos los casos es de 0.081 como se indicó en la ecuación 3.21. Por lo tanto, las ofertas para cada una de las contingencias se deben multiplicar por este valor. Por otro lado, la probabilidad de estar operando en el caso base, es decir, sin ninguna contingencia, es igual a la unidad menos la sumatoria de las probabilidades de falla única de todas las contingencias [Chen and Thorp 2003], que en este caso sería:

$$P_base = 1 - \sum_{i=1}^{nc} Ps(i) \tag{3.33}$$

Donde:

P_base : probabilidad de estar operando en el caso base

$Ps(i)$: probabildad de que solamente ocurra la i-ésima contingencia

nc : número de contingencias

Si consideramos las probabilidades de falla en la función objetivo para el sistema de la Figura 10 tenemos:

$$[0....0 \vdots Costo(base) \quad Costo(1) \quad Costo(2) \quad Costo(3) \vdots w_h] \begin{bmatrix} \theta \\ \dots \\ Pg \\ \dots \\ h \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

Donde:

$Costo(base)$: vector de funciones de costo para el caso base aplicando la ecuación 3.33

$Costo(i)$: vector de funciones de costo para la i-ésima contingencia (multiplicando por 0.081)

$$Costo(base) = [15,14 \quad 22,71 \quad 37,85 \quad 37,85] \tag{3.35}$$

$$Costo(i) = [1,62 \quad 2,43 \quad 4,05 \quad 4,05] \tag{3.36}$$

Al comparar la función objetivo de la ecuaciones 3.32 y 3.34 es evidente que al aplicar los modelos 1 y 3 se obtendrán resultados diferentes, en el modelo 1 se sobrevaloran los costos de operación bajo contingencias (son iguales al caso base) y en el modelo 2 se ponderan según la probabilidad de operar en

una contingencia dada. Los dos últimos valores de los vectores $Costo(base)$ y $Costo(i)$ representan en el Modelo 3 el costo de racionamiento para el caso base y para la i-ésima contingencia respectivamente, se puede observar que el costo de racionamiento en el caso base es de 37,85 $/kWh mientras el costo de racionamiento para la operación bajo contingencias es de 4.05 $/kWh. Esta diferencia tan marcada de costos puede hacer que los racionamientos en este Modelo 3 sean mayores a los obtenidos en el Modelo 1 ya que en este último el costo de racionamiento se mantiene constante e igual a 50 $/kWh.

En las funciones objetivo 3.32 y 3.34 no se especificó el costo w_h debido a que no es posible conocer de antemano el costo que haga que la variable h se reduzca (y por lo tanto los VERPC se nivelen). Un valor de w_h muy pequeño puede hacer que los VERPC se mantengan muy alejados del promedio aritmético, mientras un valor muy elevado, puede conducir a un esquema de despacho donde los valores esperados de racionamiento totales sean mayores. En general el Operador de Red debe encontrar un valor aceptable para w_h que nivele pero al mismo tiempo disminuya los VERPC en las diferentes subáreas del sistema.

3.5 Modelo 4

El Modelo 4 es una combinación de las modificaciones propuestas en el Modelo 2 y Modelo 3, en este caso solamente se tienen en cuenta las contingencias cuya probabilidad de ocurrencia sea mayor al promedio aritmético y además se pondera en la función objetivo las probabilidades de falla.

En la Tabla 5 se muestra un resumen de los modelos propuestos.

Tabla 5. Modelos aplicados al cálculo del despacho

Modelo	Considera todas las contingencias	Considera solo las contingencias más probables	Considera en la F. O. las Probabilidades de falla	No considera en la F. O. las Probabilidades de falla
Modelo 1	**X**			**X**
Modelo 2		**X**		**X**
Modelo 3	**X**		**X**	
Modelo 4		**X**	**X**	

Para la construcción de las matrices de restricciones de igualdad y desigualdad se utilizaron algunas funciones del Matpower, posteriormente se utilizó la función *linprog* del Toolbox de Optimización de Matlab para dar solución a los problemas de optimización. En el Anexo I se presenta la estructura básica de programación que se utilizó para los diferentes modelos.

3.6 Manejo de la variable h como un parámetro fijo

Hasta el momento h se ha considerado como una variable de optimización a la cual se le debe asignar un costo en la función objetivo para que esta se reduzca y así los VERPC se nivelen. Sin embargo, la variable *h* también se puede manejar como un parámetro fijo, en este caso se debe adicionar una restricción de igualdad al problema de optimización de la forma como se muestra en la ecuación 3.37

$$\begin{bmatrix} 0 \ldots & \vdots 0 \ldots & \vdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \ldots \\ Pg \\ \ldots \\ h \end{bmatrix} = valor_h \tag{3.37}$$

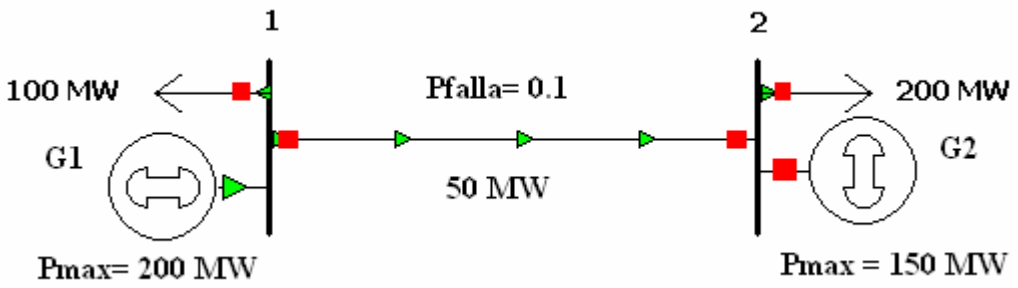
En este caso $valor_h$ es el valor deseado para la variable *h*, si se selecciona $valor_h$ =0 se obtiene un despacho donde los VERPC son iguales en todas las subáreas, lo cual no siempre será posible, en cuyo caso el problema de optimización será infactible. Si se resuelve el problema para diferentes valores de *h* y se calculan los VERPC para cada caso, se puede encontrar un despacho en donde los VERPC se minimicen e igualen, en este caso el multiplicador del lagrange asociado a la restricción de igualdad para *h* será igual al costo w_h que se debería utilizar si *h* se manejara como una variable.

El hecho de que no siempre sea posible nivelar los VERPC sin aumentar los racionamientos totales (bien sea que *h* se tome como un parámetro o como una variable) se ilustra a continuación.

En la Figura 13 se muestra un sistema de potencia compuesto por dos barras y una línea de transmisión, cada barra tiene generación y demanda, por simplicidad, cada barra representa una subárea del sistema. Los límites de generación para los generadores 1 y 2 son 200 MW y 100 MW respectivamente y las demandas en las subáreas 1 y 2 son 100 MW y 200 MW respectivamente, por simplicidad se han ignorado las velocidades de toma de carga de los generadores.

Dado que el generador 2 no puede suplir toda la demanda de la subárea 2 es necesario importar 50 MW de la subárea 1. Ahora bien, si la línea de transmisión sale fuera de servicio, habrá un racionamiento de 50 MW en la subárea 2 ya que no se tiene suficiente generación para cubrir toda la demanda, sin embargo, no habrá racionamiento en la subárea 1 ya que se tiene generación suficiente para suplir la demanda.

Figura 13 Sistema de potencia de dos barras



Si se considera una probabilidad de falla de 0.1 para la línea de transmisión, el VERPC para la subárea 2 estará dado por:

$$VERPC_2 = \frac{1}{200MW}\left[0.1*50MW\right] = 0,025 \tag{3.38}$$

Nótese que el VERPC para la subárea 1 será igual a cero, ya que en esta subárea no se presenta ningún racionamiento. El promedio aritmético de los VERPC será entonces 0,025/2 = 0,0125. Se puede observar además que técnicamente no es posible reducir el VERPC en la subárea 2 porque no se tiene suficiente generación. Si se aplica cualquiera de los modelos de optimización propuestos para este sistema y se trata de forzar la nivelación de los VERPC (ya sea asignando a *h* un costo muy elevado si se maneja como una variable, o asignado a *h* un valor igual a cero si se maneja como un parámetro), se obtendrá una solución en donde se producen racionamientos en la subárea 1 (reduciendo la generación de G1) ya que la única forma de que los VERPC se nivelen es aumentando el VERPC en la subárea 1. Obviamente esta no sería la solución óptima al problema de despacho. Cuando los VERPC se tienen que incrementar para nivelarse, significa que se ha partido de un punto de operación donde estos ya eran mínimos, para este sistema en particular, el punto de operación de partida era el punto óptimo, pues los VERPC ya eran los mínimos posibles que se podían obtener en el sistema.

4 COMPARACIÓN DE LOS MODELOS DE OPTIMIZACIÓN APLICADOS AL CÁLCULO DEL DESPACHO HORARIO

4.1 Descripción del sistema de prueba

El propósito de los diferentes modelos propuestos en el capítulo 3 es calcular un despacho donde los VERPC de las diferentes subáreas se minimicen e igualen (hasta donde técnicamente sea posible), esto con el fin de cumplir con la regulación vigente (Resolución 062 de 2000 de la CREG). En Colombia no se tienen en cuenta las contingencias de los generadores para el cálculo del despacho, por este motivo en los modelos propuestos solo se han considerado contingencias en las líneas de transmisión. En la aplicación de los modelos solo se han considerado los costos asociados a la variable h que produzcan cambios en el esquema de despacho para el caso base como se verá reflejado en los valores de h en las tablas de resultados.

Para comparar los modelos descritos en el capítulo anterior se ha usado un sistema de prueba de 6 barras y 5 generadores, dicho sistema se ilustra en la Figura 14. El sistema de prueba consta de dos subáreas y 6 Subsistemas (líneas de transmisión con sus equipos asociados). La subárea 1 comprende los nodos 2, 6 y 3 con una demanda de 300 MW, la subárea 2 comprende los nodos 1, 5 y 6 con una demanda total de 400 MW. Los datos de líneas y generadores se muestran en las Tablas 6 y 7 respectivamente. Se ha usado un costo de racionamiento de 200 $/MWh.

Figura 14. Sistema de prueba de 6 barras y 5 generadores

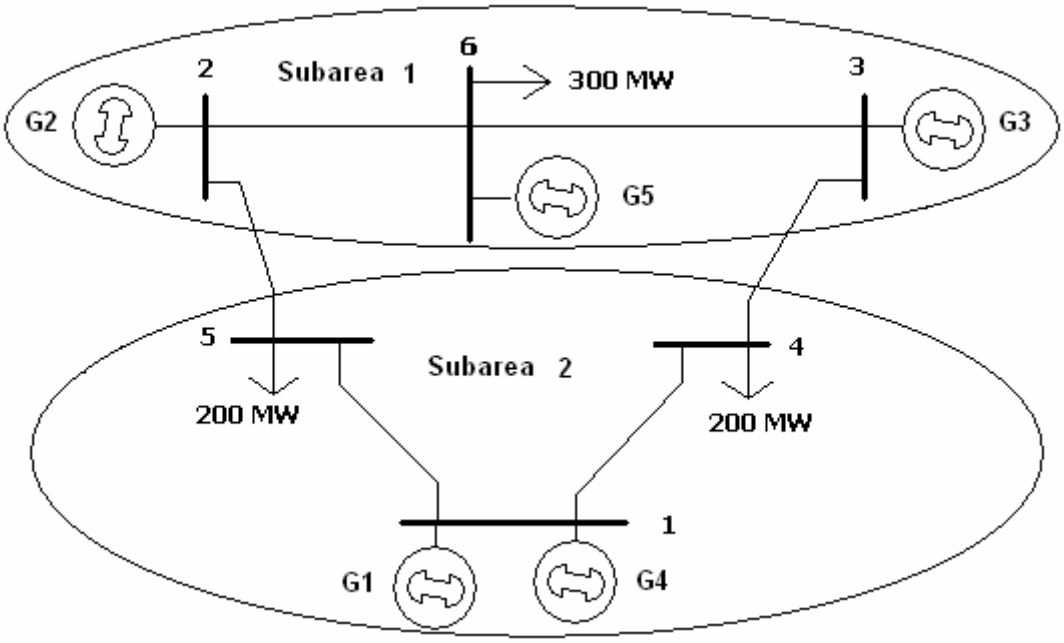


Tabla 6. Datos de Líneas para el sistema de 6 barras de la Figura 14

Línea	Reactancia	Capacidad MW	Probabilidad de falla
1 – 4	0,1	185	0,2
4 – 3	0,1	185	0,1
3 – 6	0,1	150	0,2
6 – 2	0,1	150	0,1
2 – 5	0,1	185	0,1
5 – 1	0,1	185	0,2

Tabla 7. Datos de generadores para el sistema de la Figura 14

Generador	Mínimo (MW)	Máximo (MW)	Rampa (MW/t)	Oferta ($/MWh)
G1	10	100	40	50
G2	50	300	150	20
G3	50	300	150	30
G4	5	100	30	70
G5	5	100	20	80

4.2 Resultados usando el Modelo 1

Para aplicar el Modelo 1 al sistema de la Figura 14 es necesario construir un sistema equivalente de 42 barras, 36 líneas y 56 generadores. Las variables de optimización en este caso corresponden a 42 ángulos, 56 potencias generadas y la variable *h*, de modo que la dimensión del vector y (vector de variables de optimización) es de 99x1.

La función objetivo está dada por las expresiones 4.1 y 4.2

$$\begin{bmatrix} 0 \ldots \vdots C(b) & C(1) & C(2) & C(3) & C(4) & C(5) & C(6) & \vdots w_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \ldots \\ Pg \\ \ldots \\ h \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

$$C(b) = C(i) = [50 \quad 20 \quad 30 \quad 70 \quad 80 \quad 200 \quad 200 \quad 200] \tag{4.2}$$

En este caso las funciones de costo (ofertas) para el caso base y cada una de las contingencias son iguales, obsérvese que los últimos tres generadores en todos los $C(i)$ corresponden a las cargas, y se les ha asignado un precio de oferta igual al costo de racionamiento (200 $/MWh).

La matriz de posicionamiento de generadores para el caso base Mg_0 se muestra en la expresión 4.3. Obsérvese que se tienen 8 columnas correspondientes a 8 generadores (se han incluido las demandas modeladas como generadores) y 6 filas correspondientes a 6 barras. La primera fila tiene unos en las columnas 1 y 4, indicando que los generadores 1 y 4 se encuentran en la barra 1. Las matrices Mg_i para

cada una de las contingencias son iguales a la matriz para el caso base ya que no se han considerado contingencias relacionadas con los generadores.

$$Mg_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Las restricciones de igualdad y desigualdad se obtienen de forma similar a lo explicado en el capítulo 3. En este modelo se utilizaron diferentes costos asociados a la variable *h* para ver el comportamiento de los VERPC. En la Tabla 8 se muestran los resultados de los despachos al incrementar el costo de la variable *h*.

Tabla 8. Despachos al variar el costo de la variable *h* usando el Modelo 1

Generador	$w_h = 0$	$w_h = 40000$	$w_h = 50000$
G1	60,00	60,00	60,00
G2	298,75	300,00	300,00
G3	216,25	210,00	190,00
G4	70,00	70,00	70,00
G5	55,00	60,00	80,00

En la primera columna de la Tabla 8 se puede observar que en el primer despacho (en donde se asocia un costo igual a cero para *h*) se hace un uso importante de los recursos más costosos (generadores 4 y 5). Al hacer un flujo de potencia óptimo tradicional para el sistema base (sin tener en cuenta ninguna contingencia), se encuentra que se puede suplir toda la demanda con los generadores 1, 2 y 3 entregando su potencia máxima y no es necesario utilizar los generadores 4 y 5. Sin embargo, al tener en cuenta las contingencias (inclusive con un costo asociado a la variable *h* igual a cero) se encuentra que los generadores más costosos (generadores 4 y 5) entregan una potencia cercana a su máximo operativo. Este fenómeno se da debido a que los generadores 4 y 5 están localizados en "barras estratégicas" del sistema. En el caso del generador 4, este debe dar soporte en caso de que fallen las líneas 3-4 o 2-5, de lo contrario, los racionamientos en la subárea 2 se incrementarían debido a que el generador 1 que está ubicado en la misma barra no tiene capacidad suficiente para atender toda la demanda de dicha subárea.

Por otro lado, el generador 5 debe dar soporte en caso de que fallen las líneas 2-6 o 3-6 que alimentan una carga de 300 MW en la subárea 1. Supóngase que estos generadores (que son los más costosos) se despachan en sus mínimos operativos de 5MW para cada uno (ver Tabla 7 columnas 2 y 5) dado que sus velocidades de toma de carga son muy pequeñas (ver Tabla 7 columna 4), cuando ocurra una contingencia no podrán entregar suficiente potencia y se producirán racionamientos considerables en ambas subáreas, por lo tanto, es necesario que sean despachados cerca de sus máximos operativos para reducir al mínimo los valores esperados de racionamiento (esto no pasaría si los mismos generadores estuvieran ubicados en las barras 2 y 3).

En este caso, una ubicación estratégica en el sistema de potencia les ha permitido a los generadores 4 y 5 salir despachados cerca de sus máximos operativos. Esta situación pretende ilustrar un fenómeno que se puede presentar en los sistemas de potencia con plantas térmicas (que tienen velocidades de toma de carga menor a las hidráulicas y por lo regular hacen ofertas más altas) las cuales, ha pesar de hacer una oferta fuera de mérito salen despachadas con una potencia importante por restricciones de seguridad o confiabilidad.

Es importante aclarar que en el resultado del despacho también ha jugado un papel importante la formulación de la función objetivo, pues en este caso se han ponderado por igual las ofertas para el caso base y cada una de las contingencias, haciendo que los racionamientos tiendan a minimizarse y por lo tanto, como se explicó anteriormente, el despacho será altamente dependiente de las restricciones de velocidad de toma de carga.

Si se desea nivelar los VERPC en las subáreas del sistema es necesario asignar a *h* un costo mayor al costo de racionamiento (200 $/MWh). Asignar un costo de cero a la variable *h* equivale a no considerar el criterio de VERPC, es decir, a no nivelar los racionamientos relativos de las diferentes subáreas del sistema.

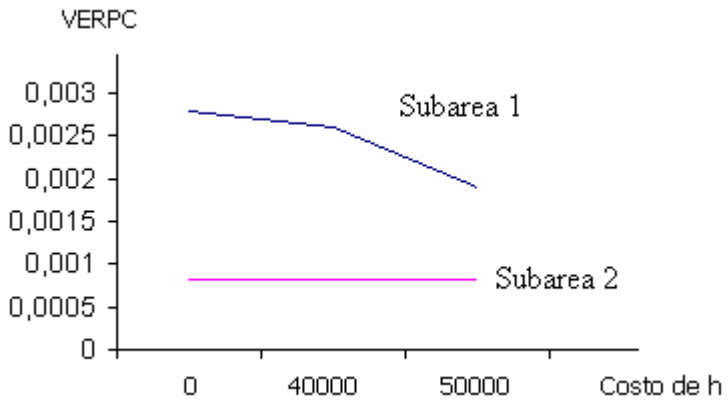
En la Tabla 9 se muestra la variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h*, se puede observar que el VERPC de la subárea 2 se mantiene constante, mientras el VERPC de la subárea 1 disminuye al incrementar el costo en la variable *h*, este comportamiento se ilustra en la Figura 15.

En la Tabla 9 solo se han incluido valores para el costo asociado a la variable h que conduzcan a cambios en el esquema de despacho.

Tabla 9. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 1

Subárea	$w_h = 0$	$w_h = 40000$	$w_h = 50000$
Subárea 1	0,00280201	0,00260102	0,00190102
Subárea 2	0,00082115	0,00082115	0,00082115

Figura 15. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 1



En la Tabla 10 se muestra el costo de operación para los esquemas de despacho resultantes de variar el costo de *h*. Se puede observar que el costo de operación aumenta a medida que se incrementa el costo de *h* y se reducen y nivelan los VERPC en las dos subáreas. En este caso el costo se incrementó porque fue necesario subir generación de un recurso más costoso (el generador 5 inicialmente entregaba 55 MW y ahora entrega 80 MW) y reducir generación de recursos más económicos (el generador 3 inicialmente entregaba 216,5 MW y ahora entrega 190 MW).

Tabla 10. Variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 1

Costo de operación	$w_h = 0$	$w_h = 40000$	$w_h = 50000$
Costo	25363	25600	26600

4.3 Resultados usando el Modelo 2

En el Modelo 2 solamente se consideran las contingencias cuya probabilidad de falla se encuentre por encima del promedio aritmético y no se tienen en cuenta las probabilidades de falla en la función objetivo.

Al considerar solamente las contingencias más probables se reducen sustancialmente los cálculos. En el Modelo 1 fue necesario construir un sistema equivalente de 42 barras y 36

líneas, en este caso solamente se considera la falla de las líneas 1-4, 3-6 y 5-1 (ver probabilidades de falla en la

Tabla 6), resultando en un sistema equivalente de 24 barras, 21 líneas y 32 generadores.

La función objetivo para este sistema será entonces:

$$\begin{bmatrix} 0 \ldots \vdots C(b) & C(1) & C(2) & C(3) & \vdots w_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \cdots \\ Pg \\ \cdots \\ h \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Donde los $C(i)$ son iguales a los indicados en la ecuación 4.2.

Las variables de optimización serán en este caso 24 ángulos, 32 potencias generadas y la variable h, entonces el vector y será de 57x1 (en el Modelo 1 era de 99x1).

La matriz de posicionamiento de generadores es igual a la indicada en 4.3 y las restricciones de igualdad y desigualdad se construyen según se explicó en el capítulo 3.

En la Tabla 11 se muestra la variación del esquema de despacho al incrementar el costo de *h*. A diferencia de lo ocurrido al usar el Modelo 1 se puede observar que a medida que aumenta el costo de *h* para nivelar los VERPC, se reduce el uso de los recursos más costosos reduciendo en consecuencia el costo de operación como lo muestra la Tabla 13. Este fenómeno ocurre porque se parte de un punto de operación donde los racionamientos son mínimos, pero los VERPC son diferentes, entonces al forzar la nivelación de los VERPC incrementando el costo de *h*, lo que se hace es modificar el esquema de despacho llevándolo a un punto de operación donde los VERPC son iguales, pero los racionamientos son mayores.

En la Figura 16 se puede observar que el VERPC de la subárea 2 permanece constante, mientras el VERPC de la subárea 1 aumenta a medida que se incrementa el costo de *h* para finalmente nivelarse con el VERPC de la subárea 2.

Tabla 11. Despachos al variar el costo de la variable *h* usando el Modelo 2

Generador	$w_h = 0$	$w_h = 500$	$w_h = 400000$	$w_h = 500000$	$w_h = 800000$

G1	33,83	40,00	70,00	80,00	80,00
G2	300,00	300,00	300,00	300,00	300,00
G3	300,00	300,00	300,00	300,00	300,00
G4	5,00	5,00	5,00	5,00	15,00
G5	61,17	55,00	25,00	15,00	5,00

Tabla 12. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 2

Subárea	$w_h=0$	$w_h=500$	$w_h=400000$	$w_h=500000$	$w_h=800000$
Subárea 1	0,0029	0,0032	0,0045	0,0049	0,0068
Subárea 2	0,0068	0,0068	0,0068	0,0068	0,0068

Figura 16. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 2

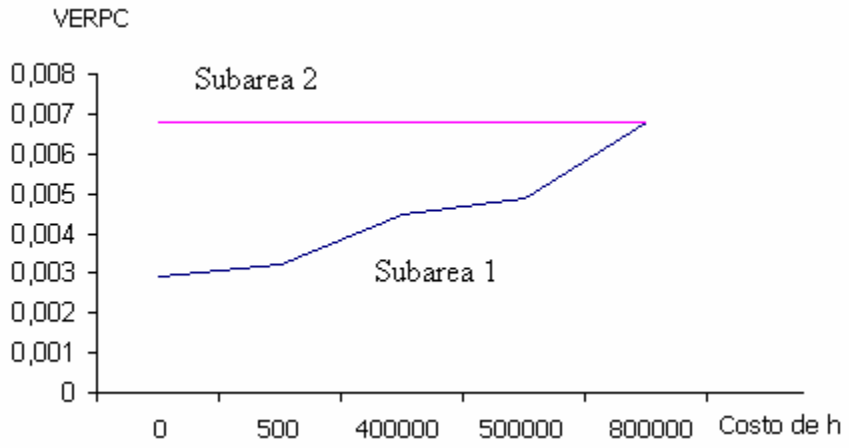


Tabla 13. Variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 2

Costo de operación	$w_h=0$	$w_h=500$	$w_h=400000$	$w_h=500000$	$w_h=800000$
Costo	21610	21425	20525	20225	19475

4.4 Resultados usando el Modelo 3

En el Modelo 3 se tienen en cuenta todas las contingencias ponderando en la función objetivo las probabilidades de falla. En este caso la función objetivo se puede expresar mediante la ecuación 4.1 en donde cada vector $C(i)$ se debe multiplicar por la probabilidad de operar en la contingencia i, y el vector de costo para el caso base se debe multiplicar por la expresión 3.33, en este caso tenemos:

$$C(b) = \begin{bmatrix} 29,785 & 11,914 & 17,871 & 41,699 & 47,65 & 119,14 & 119,14 & 119,14 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$C(1) = C(3) = C(6) = \begin{bmatrix} 4,66 & 1,86 & 2,79 & 6,53 & 7,46 & 18,66 & 18,66 & 18,66 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$C(2) = C(4) = C(5) = \begin{bmatrix} 2,07 & 0,83 & 1,24 & 2,9 & 3,32 & 8,3 & 8,3 & 8,3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

La expresión 4.7 corresponde a los costos asociados en la función objetivo para las contingencias menos probables, los últimos tres elementos del vector mostrado en 4.7 corresponden al costo de racionamiento cuando ocurren estas contingencias, en este caso el valor de racionamiento cuado ocurren las contingencias menos probables es de 8,3 $/MW. Ahora bien, supóngase que se necesita incrementar el despacho del generador 4 en 10 MW en el caso base para evitar racionamientos cuando falla la línea 2-5 (una contingencia poco probable). Supóngase también que para mantener el balance de potencias, al incrementar el despacho del generador 4 se deba reducir el despacho del generador 3 en 10 MW. El costo de modificar el caso base de esta forma está dado por:

$$\begin{aligned} Costo &= Potencia * (Costo\ G4 - Costo\ G3) \\ Costo &= 10MW * (41,699\$/MW - 17,871\$/MW) = \$\ 238,28 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ahora bien, el costo de racionar 10 MW cuando ocurra la contingencia en la línea 2-5 está dado por:

$$Costo_racionamiento = 10MW * 8,3\$/MW = \$\ 83 \quad (4.9)$$

Se puede ver que en este caso, es más económico aumentar los racionamientos esperados que modificar el caso base, esto hace que el esquema de despacho no dependa en gran medida de la velocidad de toma de carga de los generadores como puede ocurrir en el Modelo 1. En la Tabla 14 se muestra como cambia el esquema de despacho al incrementar el costo de *h*. En la Tabla 15 se muestra la variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h*, se puede observar que el VERPC de la subárea 1 aumenta en un 16,6% (pasa de 0,0042 a 0,0049), mientras el VERPC de la subárea 2 disminuye en un 5,06% (pasa de 0,0079 a 0,0074), por lo tanto, esta disminución no compensa el aumento en la subárea 1 haciendo que al incrementar el costo de la variable *h* también aumenten los racionamientos totales, este comportamiento se ilustra en la Figura 17. La Tabla 16 muestra la variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h*, se puede observar que el costo de operación disminuye.

Tabla 14. Despachos al variar el costo de la variable *h* usando el Modelo 3

Generador	$w_h = 0$	$w_h = 2000$
G1	85	100
G2	270	270
G3	270	270
G4	35	35
G5	40	25

Tabla 15. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 3

Subárea	$w_h = 0$	$w_h = 2000$
Subárea 1	0,0042	0,0049
Subárea 2	0,0079	0,0074

Figura 17. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 3

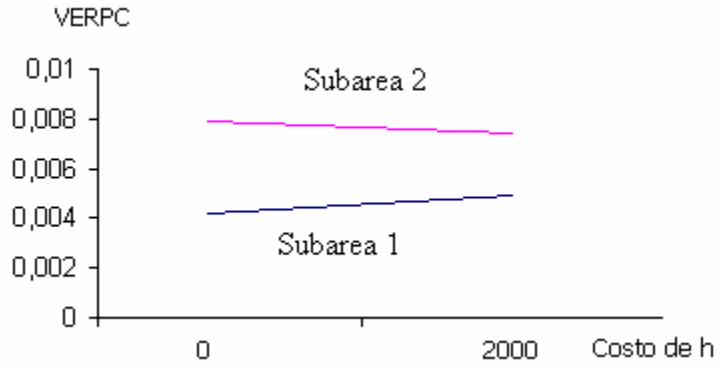


Tabla 16. Variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 3

Costo de operación	$w_h = 0$	$w_h = 2000$
Costo	23400	22950

4.5 Resultados usando el Modelo 4

En el Modelo 4 solamente se consideran las contingencias más probables y se ponderan en la función objetivo las probabilidades de falla. Nuevamente, el sistema equivalente es más pequeño y el despacho base no está determinado por las velocidades de toma de carga, esto hace que se haga menos uso de los recursos más costosos (el generador 4 siempre sale despachado en su mínimo operativo) y por lo tanto, se obtengan, en general, valores esperados de racionamiento más altos. En la Tabla 17 se muestran los despachos al variar el costo de *h*, se puede observar que a medida que aumenta el costo de *h*, el recurso más costoso (generador 5) disminuye la potencia entregada, esto hace que el costo de la operación disminuya como se muestra en la Tabla 19.

En la Tabla 18 se muestra la variación de los VERPC al incrementar el costo de *h*, se puede observar que el VERPC de la subárea 1 aumenta y el VERPC de la subárea 2 disminuye, sin embargo, esta disminución no compensa el aumento en el VERPC de la subárea 1, llevando al sistema a un esquema de despacho en donde se incrementan los racionamientos totales.

Tabla 17. Despachos al variar el costo de la variable *h* usando el Modelo 4

Generador	$w_h = 0$	$w_h = 5000$	$w_h = 40000$
G1	100,0	100,0	97,5
G2	275,0	275,0	300,0
G3	295,0	295,0	292,5
G4	5,0	5,0	5,0
G5	25,0	15,0	5,0

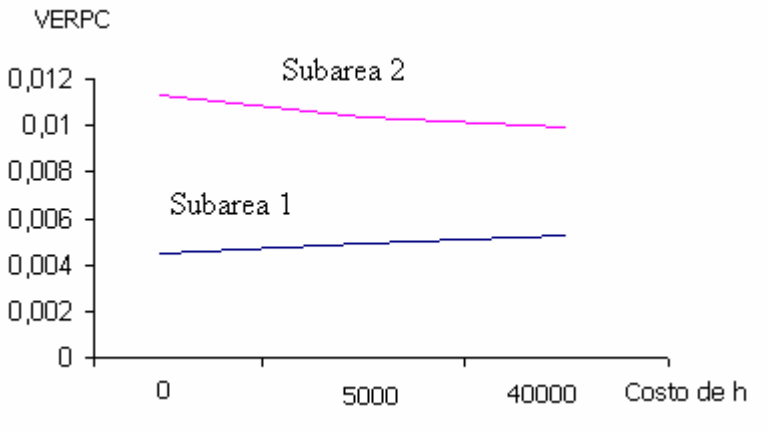
Tabla 18. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 4

Subárea	$w_h = 0$	$w_h = 5000$	$w_h = 40000$
Subárea 1	0,0045	0,0049	0,0053
Subárea 2	0,0113	0,0104	0,0099

Tabla 19. Variación del costo de operación al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 4

Costo de Operación	$w_h = 0$	$w_h = 5000$	$w_h = 40000$
Costo	21700	21100	20400

Figura 18. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 4



4.6 Aplicación de los modelos en un sistema prototipo del sistema colombiano.

En la Figura 19 se muestra un sistema prototipo del sistema colombiano, el sistema consta de 40 líneas de transmisión, 20 barras, 13 generadores, 14 cargas y ha sido dividido en 5 subáreas. El prototipo está basado en un modelo por áreas cuyos datos han sido suministrados por el CND y se presentan en el Anexo I. El sistema se ha limitado a 20 barras debido a las limitaciones computacionales que se presentan por el número de ecuaciones resultantes al construir el sistema equivalente, estas limitaciones se dan porque no se ha utilizado un algoritmo que haga un uso eficiente de matrices dispersas. Dada la simplicidad del modelo no se utilizaron técnicas sofisticadas de reducción de redes de potencia. Para obtener el sistema equivalente de 20 barras, se tomaron las barras más representativas de cada subárea uniendo las barras que eléctricamente fueran similares. Dos barras son eléctricamente similares cuando la impedancia de la línea de transmisión que las une es pequeña comparada con el resto de las impedancias del sistema. Las subáreas se describen a continuación:

Subárea 1: representa la zona caribe, comprende los nodos 1, 2, 3, 4 y 5. Todas las plantas de generación en esta subárea se han tomado como térmicas. En esta subárea se ha representado la zona compuesta por las barras: Cartagena, Bolivar, Candelaria, Ternera, Tebsa, Flores, Barranquilla, Fundación, Santa Marta, Guajira, Cuestecitas, Valledupar y Copey, pertenecientes al sistema colombiano.

Subárea 2: representa la zona noroccidental (Antioquia y chocó), comprenden los nodos 6, 7, 8. Todos los generadores en esta subárea se han tomado como hidráulicos. En esta subárea se ha representado la zona compuesta por las barras: Salto, Barbosa, Bello, La Tasajera, Occidente, Miraflores, Ancor Sur, Envigado, Oriente, Playas, Guatapé y Guadalupe, pertenecientes al sistema colombiano.

Subárea 3: representa la zona San Carlos y Magdalena Medio, comprenden los nodos 10, 11, 12 y 13. Todas las plantas de generación en esta subárea se han tomado como hidráulicas a excepción del generador ubicado en la barra 12. En esta subárea se ha representado la zona compuesta por las barras: San Carlos, Primavera, Chinú, Serromatoso, Primavera, Termocentro, Comuneros y Barranca, pertenecientes al sistema colombiano.

Subárea 4: repesenta la zona suroccidental, comprende los nodos 14, 15, 16 y 17. Todas las plantas de generación en esta subárea se han tomado como hidráulicas a excepción del generador ubicado en la barra 16. En esta subárea se ha representado la zona compuesta por las barras: Esmeralda, La Virginia, San Marcos, Cartago, La Hermosa, La Enea, Tulúa, Yumbo, Anchicayá, Pance, Salvajina, Jamondino, Paez, Juanchito, Altamira y La Hermosa, pertenecientes al sistema colombiano.

Subárea 5: representa la zona nororiental, comprende los nodos 18, 19 y 20. Todos los generadores en esta subárea se han tomado como hidráulicos. En esta subárea se ha representado la zona compuesta por las barras: Bucaramanga, Palos, Pasajero, Cúcuta, San Mateo, Paipa, Sochagota, Chivor, Guavio, Torca, Circo, Noroeste, La Sierra, Purno, Miel, Balsillas, Circo, Tunal, San Mateo, Paraíso, La Guaca, La Mesa, San Felipe, y Mirolindo, pertenecientes al sistema colombiano.

El costo de racionamiento utilizado es de 3197,81 $/kWh, publicado por la UPME para marzo de 2006. Las ofertas de los generadores se muestran en la Tabla 20.

Figura 19. Sistema prototipo del sistema colombiano

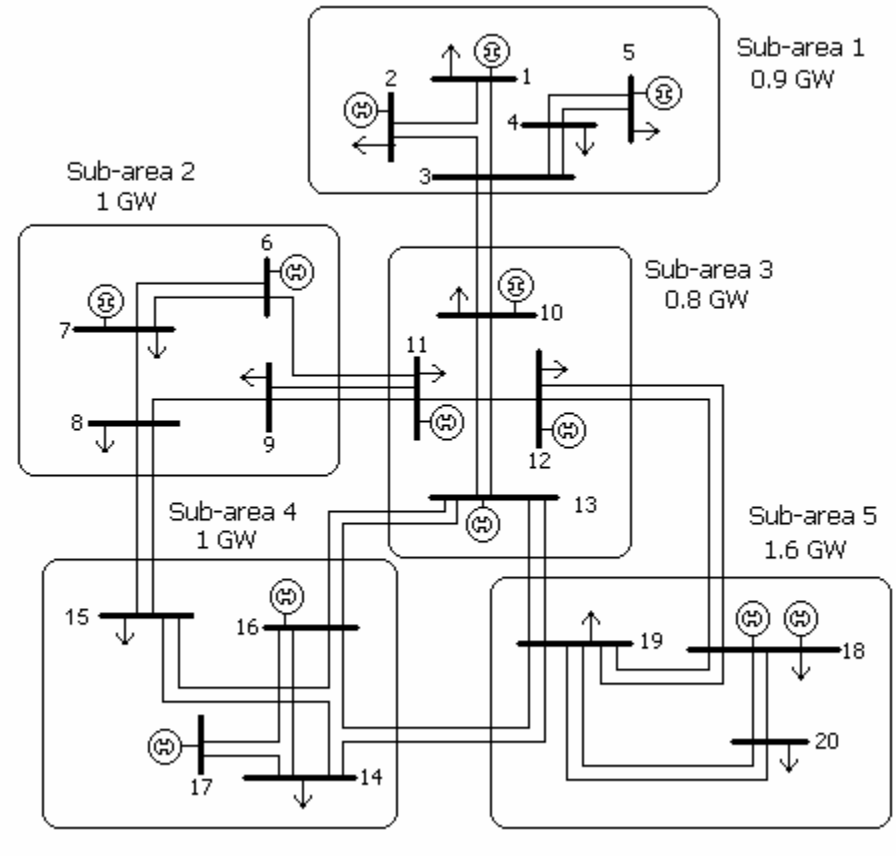


Tabla 20. Datos de generadores para el sistema de la Figura 19

Generador	Nodo	Mínimo (MW)	Máximo (MW)	Oferta ($/MW)
G1	1	20	750	180000
G2	2	10	100	170000
G3	5	10	300	160000
G4	6	100	500	60000
G5	7	50	400	50000
G6	10	50	200	80000
G7	11	100	800	90000
G8	12	20	250	185000
G9	13	100	1200	45000
G10	16	50	350	175000
G11	17	80	600	85000
G12	18	100	1000	42000
G13	18	110	1100	40000

4.6.1 Resultados usando el Modelo 1

En la Tabla 21 se muestra la variación del despacho a medida que se incrementa el costo asociado a la variable *h*. En este caso solamente se han considerado costos asociados a la variable *h* que produzcan un cambio en el esquema de despacho. Se puede observar que las variaciones en el despacho son pequeñas y corresponden principalmente a los generadores de la región caribe.

En la Tabla 22 se muestra la variación de los VERPC a medida que se incrementa el costo asociado a la variable *h*. Se puede observar una tendencia general en el aumento de estos cuando se incrementa el costo asociado a la variable *h*. Es de aclarar que el criterio que maneja el CND no consiste simplemente en nivelar los VERPC, estos se deben nivelar hasta donde técnicamente sea posible, pero sin aumentar los racionamientos esperados totales. En este caso en particular los VERPC tienden a aumentar porque se parte de un punto de operación donde los racionamientos ya son mínimos (este fenómeno se explicó en le capítulo 3).

Tabla 21. Variación del esquema de despacho cuando se incrementa el costo asociado a la variable *h* en el Modelo 1. Las generaciones están dadas en MW

Generador	$w_h=0$	$w_h=3x10^6$	$w_h=3.5x10^6$
G1	84,0	76,9	73,3
G2	80,0	80,0	80,0
G3	145,0	145,0	145,0
G4	355,2	344,0	344,0
G5	388,8	400,0	400,0
G6	200,0	200,0	183,8
G7	478,8	443,8	444,1
G8	40,0	40,0	40,0
G9	1200,0	1200,0	1200,0
G10	70,0	50,0	50,0
G11	464,0	464,0	464,0
G12	644,2	665,6	664,4
G13	950,0	1011,1	1011,4

Tabla 22. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 1

Subárea	$w_h=0$	$w_h=5x10^5$	$w_h=8x10^5$	$w_h=2x10^6$	$w_h=3x10^6$	$w_h=3.5x10^6$
Subárea 1	0	0	0,1895	0,2211	1,9307	2,1907
Subárea 2	3,8345	3,8345	3,8269	2,4284	2,3734	2,1907
Subárea 3	0	0	0,1895	0,2211	1,9307	2,1907
Subárea 4	0,2211	0,2211	0,2211	0,2211	1,9307	2,1907
Subárea 5	0,1895	0,1895	0,2211	0,2211	1,9307	2,1907

En la Figura 20 se muestra la variación de los VERPC en las diferentes Subáreas a medida que se incrementa el costo asociado a la variable *h*. Debido a la dispersión inicial de los datos, en la Figura 21 se

ilustran los datos de la tres primeras columnas de la Tabla 22 donde se puede ver claramente la variación de los VERPC en las Subáreas 1, 3, 4 y 5.

Figura 20. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 1

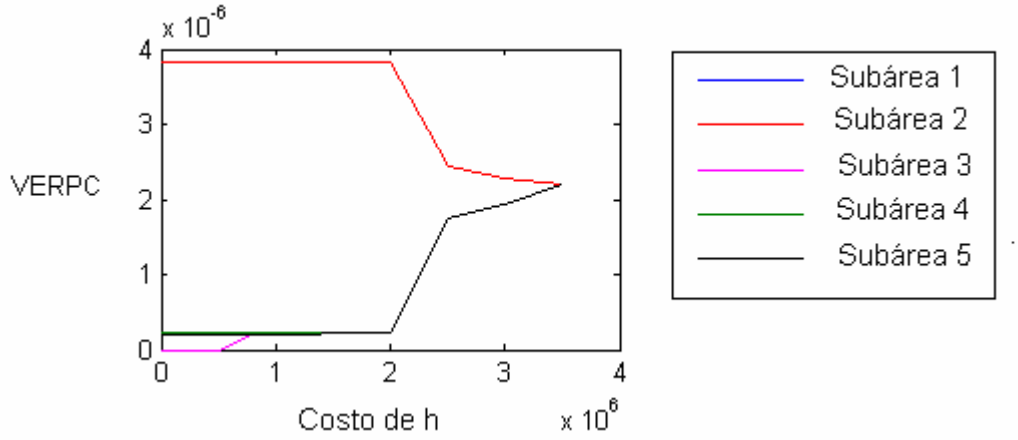
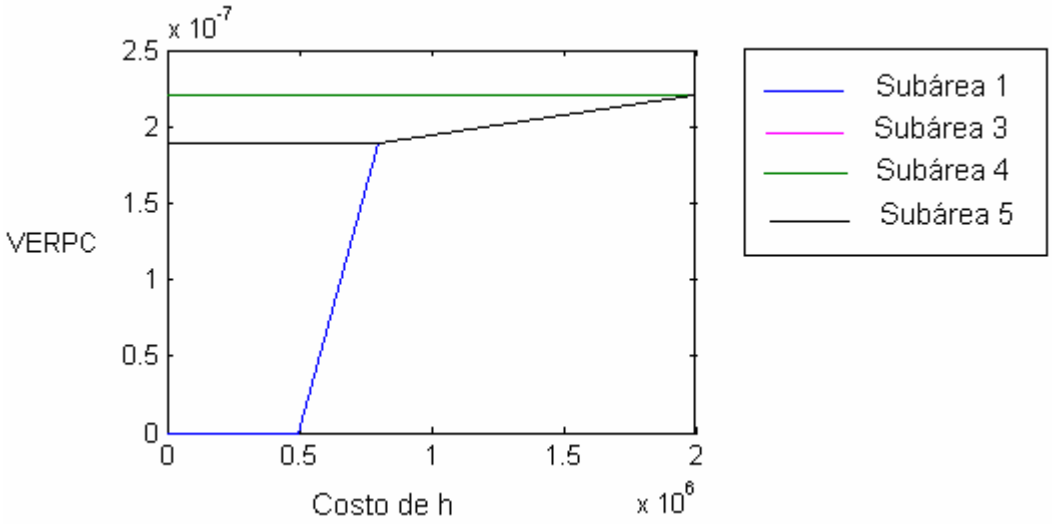


Figura 21. Variación de los VERPC al incrementar el costo asociado a la variable *h* usando el Modelo 1 (solo se han considerado los tres primeros datos de la Tabla 22)



4.6.2 Resultados usando el Modelo 2

En el Modelo 2 solamente se tienen en cuenta las contingencias cuya probabilidad de ocurrencia sea superior al promedio, en este caso, debido a la dispersión de las probabilidades de falla, solamente se consideran 17 del total de las 40 contingencias posibles, esto hace que el sistema equivalente se reduzca considerablemente. Dado que se consideran menos de la mitad de las contingencias las subáreas 1, 3 y 5

no presentan ningún valor esperado de racionamiento (ver Tabla 23). Estos resultados evidencian que cuando se reduce el número de contingencias se puede omitir información importante.

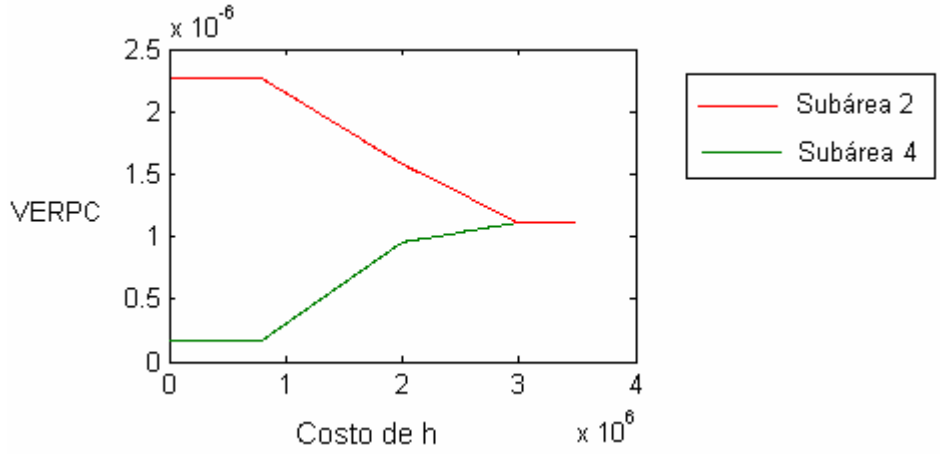
Supóngase un subsistema cuya probabilidad de falla sea ligeramente menor al promedio, pero cuyo racionamiento asociado sea mayor al de cualquier otro subsistema, en este caso, el Modelo 2 no lo tendría en cuenta, por lo tanto no parece conveniente la utilización de este modelo. Habría que replantear entonces el número de contingencias que se deben tener en cuenta para no descartar aquellas que aunque tengan una probabilidad de ocurrencia pequeña causan racionamientos importantes en el sistema.

En la Figura 23 se ilustra la variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h*, se puede observar que éstos son menores a los obtenidos con el Modelo 1 (Figura 20), esto ocurre porque solamente se tienen en cuenta los racionamientos producidos por 17 contingencias de las 40 posibles.

Tabla 23. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 2

Subárea	$w_h=0$	$w_h=5x10^5$	$w_h=8x10^5$	$w_h=2x10^6$	$w_h=3x10^6$	$w_h=3.5x10^6$
Subárea 1	0	0	0	0	0	0
Subárea 2	2,2647	2,2647	2,0230	1,5832	1,1202	1,1202
Subárea 3	0	0	0	0	0	0
Subárea 4	0,1726	0,1726	0,5453	0,956	1,1202	1,1202
Subárea 5	0	0	0	0	0	0

Figura 22. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 2



4.6.3 Resultados usando el Modelo 3

En el Modelo 3 se tienen en cuenta todas las contingencias y se ponderan las probabilidades de falla en la función objetivo. En la Tabla 24 se muestra la variación del esquema de despacho cuando se incrementa el costo asociado a la variable *h*. En este caso solamente se han considerado costos asociados a la variable *h* que produzcan un cambio en el esquema de despacho. Se puede observar que las variaciones en el despacho son pequeñas y corresponden principalmente a los generadores de la región Caribe. Además, los costos asociados a la variable *h* son mucho menores a los presentados en el Modelo 1, esto se debe a que en la función objetivo se han considerado las probabilidades de falla. Al multiplicar las ofertas de los generadores por las probabilidades de falla se obtienen ofertas mas pequeñas, por lo tanto, en este caso será mas económico mover la generación para cambiar el caso base.

Tabla 24. Variación del esquema de despacho cuando se incrementa el costo asociado a la variable *h* en el Modelo 3

Generador	$w_h=0$	$w_h=2x10^3$	$w_h=5x10^3$	$w_h=8x10^3$	$w_h=2x10^4$	$w_h=3x10^4$
G1	31,0	43,4	46,8	50,9	70,0	70,0
G2	30,0	30,0	30,0	30,0	30,0	96,0
G3	145,0	132,5	129,1	125,1	105,9	40,0
G4	344,0	344,0	344,0	344,0	344,0	344,0
G5	400,0	400,0	400,0	400,0	400,0	400,0
G6	200,0	200,0	200,0	200,0	200,0	200,0
G7	406,6	406,6	406,6	406,6	406,6	406,6
G8	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0
G9	1200,0	1200,0	1200,0	1200,0	1200,0	1200,0
G10	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0
G11	464,0	464,0	464,0	464,0	464,0	464,0
G12	709,4	709,4	709,4	709,4	709,4	709,4
G13	1100,0	1100,0	1100,0	1100,0	1100,0	1100,0

En la **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.** se muestra la variación de los VERPC en cada una de las subáreas para diferentes valores de *h*. Se puede observar que los VERPC iniciales en este caso son en general mayores a los obtenidos en el Modelo 1, esto ocurre porque al ponderar las

probabilidades de falla en la función objetivo, el costo de racionamiento se ve considerablemente reducido, (este concepto se explicó en el capítulo 3). Dado que el costo de racionamiento se reduce en la función objetivo, el modelo de optimización entrega valores esperados de racionamiento más altos para el caso base comparados con los obtenidos en el Modelo 1.

Tabla 25. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 3

Subárea	$w_h=0$	$w_h=2x10^3$	$w_h=5x10^3$	$w_h=8x10^3$	$w_h=2x10^4$	$w_h=3x10^4$
Subárea 1	0,0855	0,4256	0,467	0,5048	0,777	2,02774
Subárea 2	3,4298	3,4298	3,434	3,3975	3,1679	2,0838
Subárea 3	0	0,4256	0,467	0,5048	0,777	2,02774
Subárea 4	1,4024	0,4754	0,467	0,5048	0,777	2,02774
Subárea 5	1,0247	0,4754	0,467	0,5048	0,777	2,02774

En la Figura 23 se muestra la variación de los VERPC en las diferentes subáreas a medida que se incrementa el costo asociado a la variable *h*. Debido a la dispersión de los datos no se ve claramente la variación de los VERPC para costos pequeños de h, por lo tanto, en la Figura 24 se ilustran la variación de los VERPC cuando se utilizan valores pequeños para el costo de *h*. En este caso se puede observar que los VERPC se nivelan y a la vez se reducen.

Figura 23. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 3

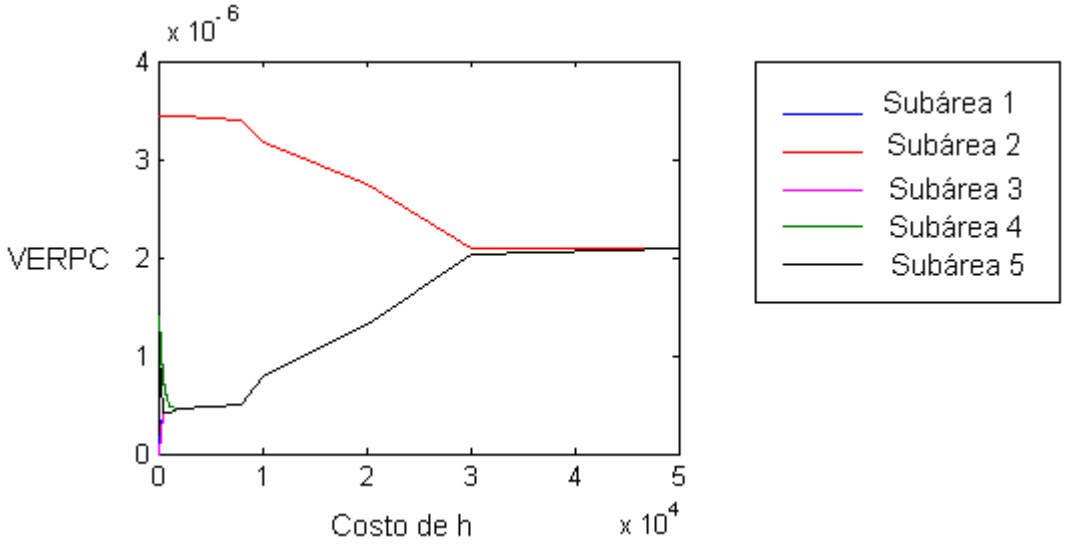
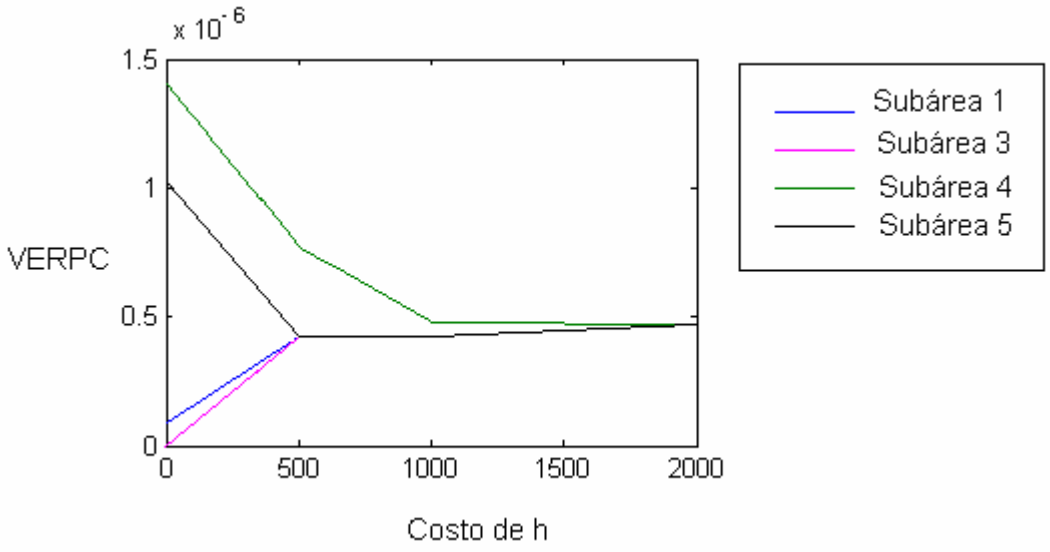


Figura 24 Variación de los VERPC usando valores pequeños asociados al costo de *h* en el Modelo 3



4.6.4 Resultados usando el Modelo 4

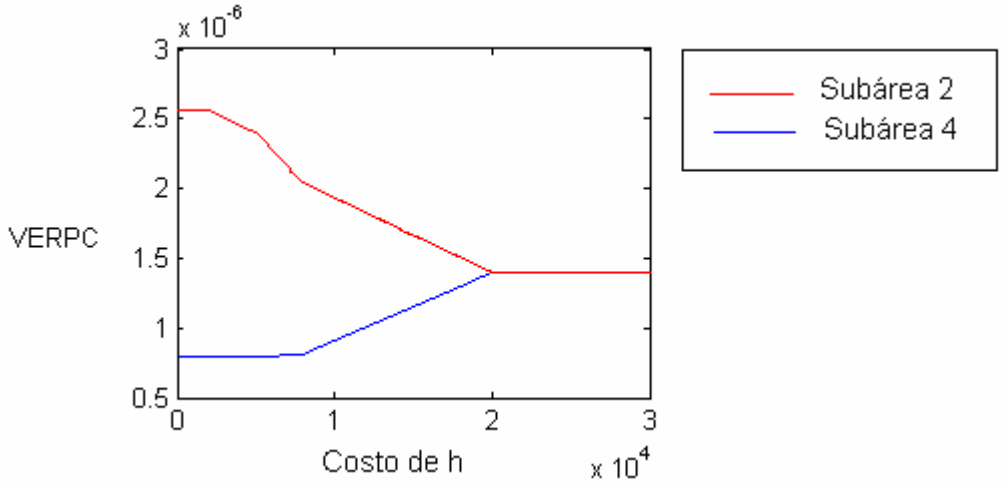
En el Modelo 4 solamente se tienen en cuenta la contingencias más probables y se ponderan las probabilidades de falla en la función objetivo, en este caso también se pierde información importante como ocurre con el Modelo 2.

Dado que se consideran menos de la mitad de las contingencias las subáreas 1, 3 y 5 no presentan ningún valor esperado de racionamiento (ver Tabla 26). Estos resultados evidencian nuevamente que cuando se reduce el número de contingencias se puede omitir información importante. En la Figura 25 se ilustra la variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h*, se puede observar que éstos son menores a los obtenidos con el Modelo 3 (Figuras 23 y 24), ya que solamente se tienen en cuenta los racionamientos producidos por 17 contingencias de las 40 posibles.

Tabla 26. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 4

Subárea	$w_h=0$	$w_h=2x10^3$	$w_h=5x10^3$	$w_h=8x10^3$	$w_h=2x10^4$	$w_h=3x10^4$
Subárea 1	0	0	0	0	0	0
Subárea 2	2,5625	2,5625	2,4020	2,0500	1,2020	1,2020
Subárea 3	0	0	0	0	0	0
Subárea 4	0,7890	0,7890	0,7890	0,8020	1,2020	1,2020
Subárea 5	0	0	0	0	0	0

Figura 25. Variación de los VERPC al incrementar el costo de la variable *h* usando el Modelo 4



4.6.5 Cálculo de la curva de costo marginal de *h*

Los resultados obtenidos aplicando los Modelos 2 y 4 muestran que es más conveniente tener en cuenta todas las contingencias, ya que de lo contrario se puede perder información importante acerca de los VERPC y por lo tanto llegar a un esquema de despacho que no cumple de forma adecuada con los criterios de confiabilidad impuestos por el organismo regulador. Por otro lado, en el Modelo 1, como ya se mencionó, se sobrevalora el costo de operación bajo contingencias, dando como resultado un despacho con racionamientos mínimos pero muy costoso, en cuyo caso no es posible nivelar los VERPC. Finalmente en el Modelo 3, la función objetivo es ponderada según las probabilidades de falla, entregando un despacho con valores esperados de racionamiento más altos pero que en general se pueden reducir y nivelar al incrementar el costo de la variable *h*. Se puede afirmar entonces que de los cuatro modelos planteados, el Modelo 3 es el que entrega señales económicas mas apropiadas, por lo cual, es el modelo que se ha seleccionado para construir la curva de costo marginal de *h*.

Para construir la curva de costo marginal de *h* se debe graficar el valor de *h* contra el costo asociado a la dicha variable que en este caso es W_h. El valor de *h* se obtiene del vector de variables de optimización al solucionar el problema. En la Figura 26 se muestra el costo marginal de h cuando esta se maneja como una variable de optimización.

Adicionalmente *h* se programó como un parámetro fijo, en cuyo caso, para obtener la curva de costo marginal se debe graficar el valor que se da al parámetro *h* respecto al multiplicador de Lagrange (λ) asociado a la restricción de igualdad de *h* en el punto de solución, el cual debe corresponder a W_h. En la Figura 27 se muestra el costo marginal de *h* cuando esta se maneja como un parámetro fijo.

En ambas gráficas se puede observar que a medida que se reduce *h* para nivelar los VERPC, el costo asociado a *h* se eleva de manera considerable.

Figura 26 Curva de costo marginal usando h como una variable

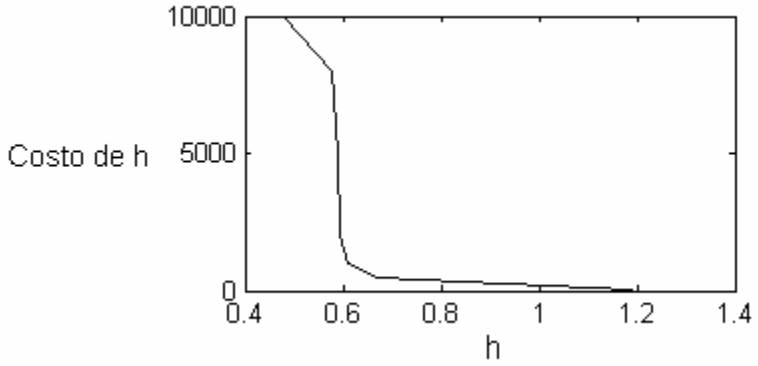
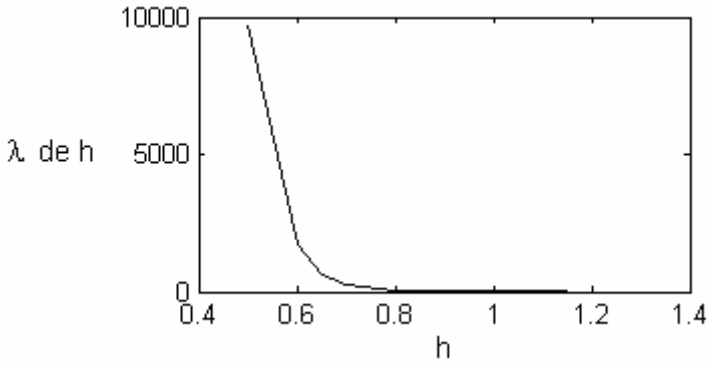


Figura 27 Curva de costo marginal usando h como un parámetro



Las diferencias entre las Figuras 26 y 27 se deben a tolerancias en el optimizador (en este caso se utilizó *linprog* de Matlab). Se puede observar que el valor de h no llega a cero, esto es porque solamente se ha tenido en cuenta el rango de variaciones de h que hace que los VERPC se nivelen y se reduzcan. Cando se tienen que aumentar los VERPC para nivelarlos, se llega a un punto de operación donde se aumentan los racionamientos totales, estos puntos de operación no se han tenido en cuenta en las gráficas de costo marginal, ya que no tienen sentido en el contexto del problema.

CONCLUSIONES

Se han presentado diferentes modelos de optimización que pueden ser utilizados para el cálculo del despacho de generación en el mercado de energía eléctrica colombiano. Estos modelos se basan en un Flujo de Potencia Optimo con Restricciones de Seguridad e incluyen flujos postcontingencia acoplados y restricciones adicionales lineales que representan criterios de confiabilidad específicos al caso colombiano. Los modelos planteados pretenden ser una primera aproximación al cálculo del despacho que idealmente debe hacerse en una sola etapa.

El trabajo presentado cumple los objetivos propuestos que eran aplicar al despacho horario un modelo de optimización continua que considerara criterios técnicos y económicos para un sistema prototipo del sistema colombiano. Posteriormente se definieron modelos alternativos (en este caso simplificaciones directas del primer modelo) que fueron comparados con el modelo inicial.

Una de las características mas importantes en el cálculo del despacho horario para el sistema de energía eléctrica colombiano es la inclusión de una política de igualación de riesgos, dado que el CND debe encontrar un esquema de despacho que minimice e iguale los valores esperados de racionamiento en las diferentes subáreas del sistema. Uno de los aportes principales de este trabajo es la obtención de la curva de costo marginal para esta política de igualación de riesgos, de la cual se pueden obtener señales económicas relacionadas con los costos por restricciones de confiabilidad.

La contribución principal de este trabajo ha sido la inclusión del criterio de VERPC dentro del proceso de optimización para el cálculo del despacho. Actualmente el CND maneja dicho criterio como algo exógeno al problema de optimización. Al incluir el criterio de VERPC dentro del proceso de optimización se puede llegar a un despacho óptimo en una sola etapa, lo cual permite obtener precios nodales confiables (en otros esquemas de mercado estos precios son utilizados como señales económicas para asignar cargos de transporte y manejo de congestión). Un inconveniente de este tipo de modelos es que, al no realizar etapas intermedias, no se tiene información directa para la identificación de los costos de seguridad y confiabilidad, los cuales se obtienen al comparar los costos de generación en el Predespacho Ideal, Predespacho Programado y Despacho Programado Preliminar.

Dado que se ha utilizado un modelo DC, no se han tenido en cuenta las pérdidas ni el despacho de potencia reactiva. Además no se han incluido variables booleanas en el modelo de optimización, lo cual hace que todos los recursos de generación se consideren en el despacho (aquellos fuera de mérito salen despachados en sus mínimos técnicos). Para obtener un modelo más apropiado habría que tener en cuenta variables booleanas y además considerar restricciones de cortes.

Para obtener un modelo AC es necesario añadir las variables de magnitud de voltaje y las ecuaciones no

lineales de flujo de potencia como restricciones de igualdad. Este modelo sería más aproximado al proceso de despacho que realiza el CND y adicionalmente consideraría requerimientos de potencia reactiva para mantener niveles de tensión adecuados en las barras tras una contingencia.

En la función objetivo del modelo planteado inicialmente (Modelo 1) se pondera por igual la operación en estado normal y la operación bajo contingencias, esto hace que el esquema de despacho sea tal que los racionamientos esperados sean muy pequeños, en este caso, el tratar de forzar la nivelación de los VERPC puede resultar en un aumento de los valores esperados de racionamiento. Si se ponderan las probabilidades de falla en la función objetivo (Modelo 3) se obtiene en general un despacho de generación con valores esperados de racionamiento mayores, en este caso, estos se pueden reducir y nivelar aumentando el costo asociado a la variable *h*. En ambos casos la posibilidad de nivelar los VERPC como lo indica la resolución 062 de 2000 de la CREG depende en gran medida del punto de operación del sistema.

Para reducir la dimensión del problema equivalente se plantearon dos alternativas en donde se consideraban solamente las contingencias cuya probabilidad de ocurrencia fuera superior al promedio aritmético, (Modelos 2 y 4), el inconveniente de esta simplificación es que si las probabilidades de falla presentan gran dispersión, es probable que se terminen considerando menos contingencias de las necesarias para encontrar un esquema de despacho que cumpla con los criterios de confiabilidad establecidos.

En el mercado de energía eléctrica colombiano se manejan costos de racionamiento iguales en todas las barras del sistema, lo cual lleva implícito un subsidio, pues el costo de la energía depende entre otros factores de las condiciones geográficas. La metodología propuesta permite manejar precios de racionamiento diferentes para las barras del sistema.

RECOMENDACIONES Y PERSPECTIVAS

Los modelos presentados son una aproximación muy simple a la solución del problema de despacho en el caso colombiano. Idealmente se debería considerar un modelo AC dado que un modelo DC no ofrece una buena aproximación en sistemas muy cargados, situación que se tiene especialmente cuando se consideran contingencias. De tal manera que Los modelos planteados pretenden ser solamente una primera aproximación al cálculo del despacho que idealmente debe hacerse en una sola etapa.

Los modelos propuestos también se pueden extender al caso de contingencias múltiples (criterio n-2, n-3, etc), en este caso la dimensión del sistema equivalente se hace todavía mayor, evidenciando la necesidad de utilizar herramientas que manejen de manera eficiente matrices dispersas, uno de estas es el paquete de archivos bpmpd de Matpower programado por Carlos Murillo-Sanchez, el cual permite resolver problemas de programación cuadrática. En este tipo de problemas la función objetivo es cuadrática y las restricciones son lineales.

Un trabajo posterior podría mejorar la metodología propuesta incluyendo contingencias para los generadores, esto se puede hacer modificando las matrices M_g para representar la pérdida de un generador, además se pueden considerar otro tipo de restricciones como diferencias angulares que pueden servir para representar criterios de seguridad.

En los modelos propuestos se han modelado las demandas como generadores que inyectan potencia negativa al sistema y participan en el despacho, sin embargo, también se podría plantear de la forma en que lo hace el CND en donde las demandas son constantes, pero se usan generadores ficticios para tener en cuenta los racionamientos.

BIBLIOGRAFIA

[1] [Chen and Thorp 2003]

Chen, J., Thorp, J., Thomas. R.J., and Mount, T.D., "Locational Pricing and Scheduling for an Integrated Energy-Reserve Market" Proceedings of the 36th Hawaii International Conference on Systems Sciences, 2003.

[2] [Pérez 2001]

Pérez Retamales J. E., "Flujo de Potencia Optimo con Programación Cuadrática Secuencial". Universidad de Chile, Octubre 2001.

[3] [Marín A 2003]

Marín A Giovanni de Jesús. "Manejo de la Congestión de Sistemas Eléctricos de Potencia en Esquemas Desregulados". San Nicolas de los Garza, NIL México Noviembre de 2003.

[4] [Alvarado 1998]

Alvarado, F. and Fritz Schulz R. R., "Location-Based Trading and Risk Management", EPRI Innovating Pricing Conference, Washington, DC, June 1998.

[5] [Christie and Wollenberg 2000]

R.D Christie, B.F Wollenberg, and J Wangensteen. "Transmisión Management in the Deregulated Environment ",Proceedings of the IEEE Vol 88 pp 170-195 Feb 2000.

[6] [Baldick and Kahn 1996]

Baldick R. and Kahn E. "Contract Paths, Phase Shifters and Efficient Electricity Trade". Preseted at the IEEE/PES Summer Meeting, Denver Colorado, USA, July 1996, paper 96 SM 495-2 PWRS

[7] [Bacher and Glavitsch 1988]

R. Bacher and H. Glavitsch "Loss Reduction by Network Switching" IEEE Transactions on Power Systems, PWRS-3(2):447-454, May 1988.

[8] [Correa 2004]

Correa Posada C .M., "Desarrollo de una Herramienta para Ejecutar el Despacho Económico Colombiano en Condiciones de Contingencia" Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, 2004.

[9] [Carreño 2004]

Carreño O. M., Urrego L., Jaramllo A. Morales J. C., "Herramienta para resolver el Problema de Despacho Económico Colombiano Usando MIP". Dirección de Despacho de Energía. Centro Nacional de Despacho CND. Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P., ISA Colombia. 2004.

[10] [Wood and Wolllenberg 1996]

Wood, Allen and Wollenberg, Bruce. Power Generation Operation and Control. New York: John Wiley. 1996. 569 p.

[11] [Xie and Song 2001]

K. Xie and Y.H. Song, "Dynamic Optimal Power Flow by Interior Point Methods". IEEE Proceedings-Generation, Transmission, Distribution, Vol.148 No. 1, Jan.2001

[12] [Alsac and Paris 1990]

Alsac J.O. and Paris B.M. “Further Developments in LP-Based Optimal Power Flow” IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No.3, August 1990.

[13] [Carpentier 1962]

Carpentier J. “Contribution a l’Étude du Dispatching Économique”, Bulletin de la Sociète Francaise des Électriciens Vol. 3, Aug. 1962, pp. 431-447.

[14] [Dommel and Tinney 1968]

Dommel H. W and Tinney W.F., Optimal Power Flow Solutions, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, October 1968.

[15] [Weber 1995]

Weber J.D “Implementation of a Newton–Based Optimal Power Flow into a Power System Simulation Environment,” University of Wisconsin, USA. 1995

[16] [Momoh 1999]

Momoh J.A., Harway M.E Adapa R. “A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1991” Transactions on Power Systems Vol 14 N 1, February 1999.

[17] [Alsac and Stott 1974]

O. Alsac and B. Stott. “Optimal Load Flow with Steady-State Security”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol 93 pp 745-751, May/June 1974

[18] [Thorp and Murillo 2001]

Thorp, J. Murillo-Sanchez, C.E and Thomas, R.J. “Time-Space Methods for Determining Locational Reserves: A Framework for Location Based Pricing and Scheduling for Reserve Markets” Report to the Department of Energy, November 2001.

[19] [Hadi Saadat 1999]

Hadi Saadat “Power Systems Analysis” McGRAW-HILL Series in Electrical and Electronic Engineering, November 1999.

[20] [Expósito 2002]

Expósito A. G “Análisis y Operación de Sitemas de Energía Eléctrica” McGRAW-HILL Series in Electrical and Electronic Engineering 2002.

[21] [Zimmerman 2005]
Zimmerman, R.D., Murillo-Sanchez, C.E. and Gan, D. “MATPOWER User’s Manual”, http://www.pserc.cornell.edu/matpower/ , 2006

ANEXO I

Estructura general de la programación de los modelos

Para la programación de los modelos de optimización se utilizó como base la función dcopf.m de Matpower desarrollada por Carlos Edmundo Murillo Sanchez. El ingreso de los datos del sistema se hace utilizando el Caseformat de Matpower, el cual se muestra a continuación:

```
CASEFORMAT    Defines the MATPOWER case file format.
  A MATPOWER case file is an M-file or MAT-file which defines the variables
  baseMVA, bus, gen, branch, areas, and gencost. With the exception of
  baseMVA, a scalar, each data variable is a matrix, where a row
corresponds
  to a single bus, branch, gen, etc. The format of the data is similar to
  the PTI format described in
      http://www.ee.washington.edu/research/pstca/formats/pti.txt
  except where noted. An item marked with (+) indicates that it is included
  in this data but is not part of the PTI format. An item marked with (-) is
  one that is in the PTI format but is not included here. The columns for
  each data matrix are given below.

  See also IDX_BUS, IDX_BRCH, IDX_GEN, IDX_AREA and IDX_COST regarding
  constants which can be used as named column indices for the data
matrices.
  Also described in the first three are additional columns that are added
  to the bus, branch and gen matrices by the power flow and OPF solvers.

  Bus Data Format
      1   bus number (1 to 29997)
      2   bus type
              PQ bus          = 1
              PV bus          = 2
              reference bus   = 3
              isolated bus    = 4
      3   Pd, real power demand (MW)
      4   Qd, reactive power demand (MVAr)
      5   Gs, shunt conductance (MW (demanded) at V = 1.0 p.u.)
      6   Bs, shunt susceptance (MVAr (injected) at V = 1.0 p.u.)
      7   area number, 1-100
      8   Vm, voltage magnitude (p.u.)
      9   Va, voltage angle (degrees)
  (-)     (bus name)
      10  baseKV, base voltage (kV)
      11  zone, loss zone (1-999)
  (+) 12  maxVm, maximum voltage magnitude (p.u.)
  (+) 13  minVm, minimum voltage magnitude (p.u.)

  Generator Data Format
```

```
      1   bus number
  (-)     (machine identifier, 0-9, A-Z)
      2   Pg, real power output (MW)
      3   Qg, reactive power output (MVAr)
      4   Qmax, maximum reactive power output (MVAr)
      5   Qmin, minimum reactive power output (MVAr)
      6   Vg, voltage magnitude setpoint (p.u.)
  (-)     (remote controlled bus index)
      7   mBase, total MVA base of this machine, defaults to baseMVA
  (-)     (machine impedance, p.u. on mBase)
  (-)     (step up transformer impedance, p.u. on mBase)
  (-)     (step up transformer off nominal turns ratio)
      8   status,  >  0 - machine in service
                   <= 0 - machine out of service
  (-)     (% of total VAr's to come from this gen in order to hold V at
              remote bus controlled by several generators)
      9   Pmax, maximum real power output (MW)
      10  Pmin, minimum real power output (MW)

  Branch Data Format
      1   f, from bus number
      2   t, to bus number
  (-)     (circuit identifier)
      3   r, resistance (p.u.)
      4   x, reactance (p.u.)
      5   b, total line charging susceptance (p.u.)
      6   rateA, MVA rating A (long term rating)
      7   rateB, MVA rating B (short term rating)
      8   rateC, MVA rating C (emergency rating)
      9   ratio, transformer off nominal turns ratio ( = 0 for lines )
          (taps at 'from' bus, impedance at 'to' bus, i.e. ratio = Vf / Vt)
      10  angle, transformer phase shift angle (degrees)
  (-)     (Gf, shunt conductance at from bus p.u.)
  (-)     (Bf, shunt susceptance at from bus p.u.)
  (-)     (Gt, shunt conductance at to bus p.u.)
  (-)     (Bt, shunt susceptance at to bus p.u.)
      11  initial branch status, 1 - in service, 0 - out of service

(+) Area Data Format
      1   i, area number
      2   price_ref_bus, reference bus for that area

(+) Generator Cost Data Format
      NOTE: If gen has n rows, then the first n rows of gencost contain
      the cost for active power produced by the corresponding generators.
      If gencost has 2*n rows then rows n+1 to 2*n contain the reactive
      power costs in the same format.
      1   model, 1 - piecewise linear, 2 - polynomial
      2   startup, startup cost in US dollars
      3   shutdown, shutdown cost in US dollars
      4   n, number of cost coefficients to follow for polynomial
          cost function, or number of data points for piecewise linear
      5 and following, cost data defining total cost function
          For polynomial cost:
                  c2, c1, c0
```

```
        where the polynomial is c0 + c1*P + c2*P^2
        For piecewise linear cost:
                x0, y0, x1, y1, x2, y2, ...
        where x0 < x1 < x2 < ... and the points (x0,y0), (x1,y1),
        (x2,y2), ... are the end- and break-points of the cost function.

  MATPOWER
  $Id: caseformat.m,v 1.5 2004/12/15 22:44:57 ray Exp $
  by Ray Zimmerman, PSERC Cornell
  Copyright (c) 1996-2004 by Power System Engineering Research Center (PSERC)
  See http://www.pserc.cornell.edu/matpower/ for more info.
```

Una vez ingresados los datos del sistema base, estos se cargan usando la función `Loadcase` de Matpower

```
[baseMVA, bus, gen, branch, areas, gencost] = loadcase('caefile');
```

Para construir un sistema equivalente compuesto por islas, se deben modificar las matrices `bus, gen, branch, gencost,` para ello se programó la función `actualizar`

```
[bus, gen, branch, gencost]=actualizar(bus, gen, branch, gencost,nbb,nlb,ngb);

% Actualización de la matriz bus para considerar las contingencias
a1=bus(:,1);
a2=bus(:,2);
busa=bus;
busa(:,1)=[];
busa(:,1)=[];
% se elimina el generador de referencia para las islas, la barra slack se
convierte
%en una barra PV (2)
f2=size(a2);
for i=1:f2(1)
    if a2(i)==3;
        a2(i)=2;
    end
end
busa=[a2 busa];
%este vector numera las barras para las islas que se sumaran a la matriz bus
for i=(nbb+1):nlb*nbb+nbb
    vector(i-nbb)=i;
end
b=vector';
% la matriz bus se repite tatas veces como contingencias hayan
aux=busa;
for i=1:nlb-1
    busa=[busa;aux];
end
busa=[b busa];
bus=[bus;busa];
```

```
bus=sparse(bus);
%-------------------------------------------------------------------------
% Actualizacion de la matriz Gen
 genab=gen;
 colgen=genab(:,9);
 colgen2=genab(:,10);
for i=1:ngb
    if colgen(i)<0
        colgen(i)=0;
    end
end
genab(:,10)=[];
genab(:,9)=[];
genab=[genab colgen colgen2];
for i=1:ngb
    sum(i)=nbb;
end
sum=sum';
%hay que reproducir la matriz bus tantas veces como contingencias hayan
%pero se debe renumerar la primera columna
g1=gen(:,1);
aux=g1;
for i=1:nlb-1
    g1=[g1;aux];
end
aux2=sum;
for i=1:(nlb-1)
    aux2=nbb+aux2;
    sum=[sum;aux2];
end
g1=(g1+sum);
gena=genab;
gena(:,1)=[];
aux3=gena;
for i=1:(nlb-1)
    gena=[gena;aux3];
end
gena=[g1 gena];
gen=[gen;gena];
gen=sparse(gen);
%-------------------------------------------------------------------------
% Actualización de la matriz Branch.
brancha=branch;
b1=brancha(:,1);
b2=brancha(:,2);
brancha(:,1)=[];
brancha(:,1)=[];
A=brancha;
C=A;
[m,n]=size(A);
for i=1:m
    aux=A;
    aux(i,:)=[];
       C=[C;aux];
end
brancha=C;
```

```
% se renumeran las columnas
A=b1;
C=A;
[m,n]=size(A);
for i=1:m
    aux=A;
    aux(i,:)=[];
    C=[C;aux];
end
bb1=C;
A=b2;
C=A;
[m,n]=size(A);
for i=1:m
    aux=A;
    aux(i,:)=[];
    C=[C;aux];
end
bb2=C;
[m,n]=size(b1);
for i=1:m
bb1(1)=[];
bb2(1)=[];
end
for i=1:(nlb-1)
    vect(i)=nbb;
end
vect=vect';
aux2=vect;
for i=1:(nlb-1)
    aux2=nbb+aux2;
    vect=[vect;aux2];
end
bb1=bb1+vect;
bb2=bb2+vect;
b1=[b1;bb1];
b2=[b2;bb2];
branch=[b1 b2 brancha];
branch=sparse(branch);
%-----------------------------------------------------------------
%Actualización de la matriz gencost
 aux=gencost;
 C=aux;
 for i=1:nlb
     C=[C;aux];
 end
 gencost=C;
 gencost=sparse(gencost);
```

Antes de construir las matrices de restricciones de igualdad y desigualdad, se definen apuntadores a las columnas de las nuevas matrices `bus`, `Branch`, `gen` y `gencost`, se filtran generadores y ramas que no estén activos, se renumeran las barras de forma consecutiva y se indexan los tipos de barras (este procedimiento se tomó del Matpower)

```
%% define named indices into data matrices
[PQ, PV, REF, NONE, BUS_I, BUS_TYPE, PD, QD, GS, BS, BUS_AREA, VM, ...
    VA, BASE_KV, ZONE, VMAX, VMIN, LAM_P, LAM_Q, MU_VMAX, MU_VMIN] = idx_bus;
[F_BUS, T_BUS, BR_R, BR_X, BR_B, RATE_A, RATE_B, ...
    RATE_C, TAP, SHIFT, BR_STATUS, PF, QF, PT, QT, MU_SF, MU_ST] = idx_brch;
[GEN_BUS, PG, QG, QMAX, QMIN, VG, MBASE, ...
    GEN_STATUS, PMAX, PMIN, MU_PMAX, MU_PMIN, MU_QMAX, MU_QMIN] = idx_gen;
[PW_LINEAR, POLYNOMIAL, MODEL, STARTUP, SHUTDOWN, N, COST] = idx_cost;

% Filter out inactive generators and branches; save original bus & branch
comgen = find(gen(:,GEN_STATUS) > 0);
offgen = find(gen(:,GEN_STATUS) <= 0);
onbranch  = find(branch(:,BR_STATUS) ~= 0);
offbranch = find(branch(:,BR_STATUS) == 0);
genorg = gen;
branchorg = branch;
ng = size(gen,1);         % original size(gen), at least temporally
gen   = gen(comgen, :);
branch = branch(onbranch, :);
if size(gencost,1) == ng
  gencost = gencost(comgen, :);
else
  gencost = gencost( [comgen; comgen+ng], :);
end

% Renumber buses consecutively
[i2e, bus, gen, branch, areas] = ext2int(bus, gen, branch, areas);

%% get bus index lists of each type of bus
[ref, pv, pq] = bustypes(bus, gen);
```

Posteriormente se construyen las restricciones de igualdad y desigualdad siguiendo el procedimiento desarrollado en dcopf.m

Para ingresar las restricciones adicionales por VERPC se programó la función `verpc`

```
[restriccion]=verpc(genBase,busBase,falla,demArea)

falla2= falla(:,2);
[f,c]=size(falla2);
aux=ones(f,c);
aux=aux-falla2;
num=1;
for i=1:f
    num=num*aux(i);
end
for i=1:f
    falla2(i)=falla2(i)*num/(aux(i));
end
falla(:,2)=falla2;
% Fin Nov 23
```

```
[nc x] = size(falla);
[filasBusBase x] = size(busBase);
[filasGenBase x] = size(genBase);
nb = (nc+1)*(filasBusBase);
ng = (nc+1)*(filasGenBase);


% PASO 2
% Calculo el numero de areas y construyo matrices de area
numAreas = max ( busBase(:,2) );
matrizArea = zeros( nc, nb+ ng, numAreas);

% PASO 3
% Busco generadores del area i. Busco los que tengan pMin<0 y los guardo
res = zeros( filasGenBase, 3 );
pos = 1;
for area = 1 : numAreas
  for i = 1 : length(busBase)
        if (busBase(i,2) == area)
            bus = busBase(i,1);
            %Busco el Generador
            for j = 1 : filasGenBase
                if (genBase(j,3) == bus)
                    if (genBase(j,2)<0)
                        res(pos) = genBase(j,1);
                        res(pos, 2) = area;
                        pos = pos + 1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

% PASO 4
% Asigno 1 y -1 en las matrices de areas de acuerdo al resultado anterior

for i = 1: filasGenBase
    pos = res(i);
    area = res (i,2);
    if area ~= 0
        for j = 1 : nc
            matrizArea( j, nb + pos  ,area)= 1;
            for k = 1 : nc
                matrizArea( k, nb + pos + filasGenBase*k ,area)= -1;
            end

        end
    end
end

% PASO 5
% Multiplico las filas de MatrizArea por probabilidades de falla

for area = 1: numAreas
```

```
        for i = 1 : nc
            f = falla(i,2);
            matrizArea( i, : ,area) = matrizArea( i, : ,area) * f;
        end
    end

%PASO 6
% sumo las columas
totales = zeros ( ng+ nb, numAreas)';
for area = 1 : numAreas
    totales(area,:) = sum (matrizArea( :, : ,area));
end

%pondero sobre la demanda de cada Area
% Nov 23
for area=1:numAreas
totales(area,:)=totales(area,:)/demArea(area);
end
% Nov 23

%PASO 7
% calculo de restricciones

restriccion = sparse(zeros( size( totales) ));
for k = 1 : numAreas
    a = zeros( 1, ng + nb);
    pos = 1;
    for j = 1: numAreas
        if j ~= k
            a = a -(1/numAreas)* totales(j, :);
        end
    end
    restriccion(k,:) = a;
end
for k = 1 : numAreas
    restriccion(k,:) = restriccion(k,:) + (1 - (1/(numAreas)))*totales(k,:);
end
restriccion=sparse(restriccion);
return;
```

Finalmente se resuelve el problema de optimización usando la función `linprog` de Matlab

```
[X,fva,exitflag,output,lambda]=linprog(c,A,b,Aeq,beq);
```

ANEXO I I

Datos del sistema prototipo representativo del sistema colombiano

Tabla 27. Datos de ramas del sistema prototipo representativo del sistema colombiano

Nodo inicio	Nodo fin	r (pu)	x (pu)	b (pu)	Capacidad (MW)	P falla (%)
1	3	0.006180	0.0421	0.061846	216	8,33
12	2	0.008346	0.0483	0.061846	288	3,74
3	3	0.004937	0.0493	0.026728	333	1,89
3	4	0.001191	0.1932	0.011879	225	13,25
3	4	0.001187	0.1845	0.008416	333	0,14
3	10	0.007224	0.0769	0.072287	1900	0,49
4	10	0.005258	0.0762	0.072938	1900	23,12
4	5	0.005896	0.1892	0.072938	225	10,47
6	5	0.012826	0.1892	0.128511	225	26,08
6	7	0.005488	0.0628	0.005474	282	23,21
6	7	0.005488	0.0562	0.005441	266	9,27
7	11	0.005488	0.0408	0.005441	315	1,839
8	8	0.009978	0.0683	0.133280	314	21,059
8	9	0.014846	0.0387	0.141715	266	1,896
8	15	0.127659	0.1258	0.154676	343	20,548
9	15	0.010383	0.1258	0.156390	343	1,893
9	11	0.013788	0.0379	0.138191	266	1,568
10	11	0.013788	0.0379	0.138191	266	5,824
10	13	0.147504	0.0465	0.147832	1900	10,423
11	13	0.147504	0.0465	0.147832	1900	12,956
12	12	0.015231	0.0891	0.152653	330	0,952
12	18	0.015231	0.0324	0.152653	330	0,952
13	18	0.018277	0.0324	0.176066	330	3,705
13	16	0.007551	0.0985	0.072743	307	0,952
13	16	0.002283	0.0945	0.254285	274	0,952
13	19	0.009400	0.0962	0.139218	332	0,952
13	19	0.009400	0.0962	0.139218	332	27,308
15	16	0.001225	0.0206	0.017740	275	13,236
15	14	0.001063	0.0212	0.014352	250	10,123
16	19	0.005102	0.1254	0.072824	250	0,952
17	16	0.000241	0.0547	0.003261	373	0,952
17	14	0.006028	0.0493	0.086210	364	5,266
14	16	0.005852	0.0477	0.080546	364	0,952
14	19	0.005910	0.1254	0.080881	250	0,952
19	18	0.003174	0.0312	0.043855	343	0,952
19	18	0.003174	0.0312	0.043855	343	0,952
19	20	0.007587	0.0326	0.104820	329	14,335
19	20	0.007587	0.0326	0.104820	350	0,952
20	18	0.010123	0.0225	0.010884	329	0,952
20	18	0.010123	0.0225	0.010884	329	2,178

Tabla 28 Datos de demanda para el sistema prototipo representativo del sistema colombiano

Nodo	Subárea	Potencia (MW)
1	1	200
2	1	200
4	1	300
5	1	100
7	2	300
8	2	350
9	2	350
10	3	500
12	3	300
14	3	500
15	4	350
18	4	300
19	5	800
20	5	500