



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN

**COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE RECURSOS
MINEROS EMPLEANDO MÉTODOS TRADICIONALES Y GEOESTADÍSTICOS
EN LA PLANEACIÓN MINERA DE PLACERES**

**MONOGRAFÍA PARA OPTAR POR EL TÍTULO
MAGISTER EN INGENIERÍA – RECURSOS MINERALES**

JULIÁN OSORIO ARTEAGA

**DIRECTOR
OSCAR JAIME RESTREPO BAENA
IMM, MSc, Ph.D.**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE MINAS
MEDELLÍN
2015**

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Oscar Jaime Restrepo, por el apoyo y la dedicación que tuvo , durante todo el proceso formativo.

A la empresa Mineros S.A por promover la investigación de nuevas alternativas, para optimizar y mejorar sus procesos

A mi esposa Cristina, por la paciencia y apoyo en este proceso.

A todos mi compañeros de maestría.

RESUMEN

Tradicionalmente en la minería de aluvión que se ha desarrollado en el aluvión profundo del valle del río Nechí, la planeación minera se ha desarrollado tomando como base una estimación de recursos minerales, empleando métodos de estimación tradicionales, como por el ejemplo el método de estimación tradicional clásico llamado, el inverso de la distancia cuadrado. Este tipo de métodos tradicionales no consideran el error asociado en la estimación y en la mayoría de las veces las conciliaciones entre los valores estimados y los valores obtenidos no coinciden. De esta manera y considerando que la planeación minera es el área de la ingeniería de minas que garantiza la mejor promesa de negocio y la cual tiene como punto de partida, estimar un modelo de bloques de recursos minerales. Se decidió realizar una comparación entre los métodos de estimación de recursos tradicionales y los métodos de estimación Geoestadísticos, donde en estos últimos se incluyen los métodos Geoestadísticos de simulación. Para unas unidades o bloques de explotación antiguos de la compañía Mineros S.A. donde las geometrías finales y los valores obtenidos ya eran conocidos. De esta manera se realizó una comparación entre los valores reales recuperados y los valores estimados, basados en el método tradicional del inverso de la distancia, el método Geoestadístico de Kriging Ordinario y el método de simulación Geoestadístico de bandas rotantes. Para realizar esta comparación se realizó todo un caso de estudio empleando el software comercial Isatis, del cual la universidad Nacional cuenta con licencia educacional. El caso de estudio incluye el estudio variográfico de la variable regionalizada tenor de oro (mg/m^3), la transformación gaussiana de estos valores, la estimación de recursos cambiando las unidades de soporte minero en el bloque RV4-PJ2 y también realizando las estimaciones, bajo unas leyes de corte definidas arbitrariamente. De los resultados obtenidos se determinó que el método que mejor concilia con los valores reales en ambos bloques, es el de estimación Geoestadística empleando la simulación por bandas rotantes.

Además de esto se concluye basado en los estudios variográfico de la variable regionalizada es de 125 metros.

ABSTRACT

Traditionally, the mine planning use in the alluvial mining developed in the deep valley of Nechí river has been based on mineral resources estimation using traditional methods, such as the inverse square law. These traditional methods do not consider the errors associated with the estimation and most times do not exist conciliations between the estimated values and the real values. Therefore, considering that mine planning is the area of mining engineering that guarantees the best business perspective and where the estimation of the mineral resources block model is one of the main points, it was decided to make a comparison between traditional and Geostatistical resources estimation methods (including some Geostatistical simulation techniques in the latter) using information from some units or blocks of old exploitation from the company Mineros S.A, where final geometry and the values obtained were already known. In consequence, a comparison between the recovered real values and estimated values were performed using the traditional method of inverse distance, the ordinary Kriging Geostatistical method and the Geostatistical simulation method of rotating bands. To make this comparison a whole case of study, the commercial software Isatis was used, in which The National University of Colombia has held an educational license for. This case study includes a variographic study of the regionalized variable of the percentage of gold (mg / m^3), the Gaussian transformation of these values, the resource estimate changing the support mining units in the RV4-PJ2 block and also making estimates using different cut-off grade defined arbitrarily. From the results, it was determined that the method that best conciliates with the actual values in both blocks, is the Geostatistical simulation estimation using rotating bands. Besides this, it is concluded based on the variographic studies that the regionalized variable is 125 meters.

Keywords

Geostatistical Simulation, Kriging, Mining planning, Block model, gold alluvial mining

CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	OBJETIVOS	6
1.1.1	Objetivo General	6
1.1.2	Objetivos Específicos	6
1.2	METODOLOGÍA	7
2	MARCO TEÓRICO	9
2.1	NOCIÓN DE SOPORTE	12
2.2	ESTUDIO EXPLORATORIO DE DATOS	13
2.3	ESTUDIO VARIOGRÁFICO	14
2.3.1	Variograma Experimental	15
2.3.2	Variograma Teórico	16
2.4	ESTIMACIÓN LOCAL	20
2.4.1	Interpolación por el vecino más cercano	20
2.4.2	Inverso de la distancia	21
2.4.3	Estimación de Kriging	22
2.5	SIMULACIÓN	26
2.5.1	Modelos de función aleatoria (Kremer F, 2008)	27
2.5.2	Método de bandas rotantes (Díaz M, González C, 2009)	28
2.5.3	Modelo multigaussiano (Zuñiga, 2009)	29
3	CASOS DE ESTUDIO	31
3.1	BLOQUE A2	32
3.1.1	Análisis exploratorio de datos	32

3.1.2	Variograma	34
3.1.3	Estimaciones	36
3.1.4	Comparación entre los métodos de estimación del bloque real explotado “BLOQUE A2”	43
3.1.5	Estimación condicionada de un tenor de corte para todo bloque A2.....	43
3.2	BLOQUE RV4 – PJ2	465
3.2.1	Análisis exploratorio de datos.....	46
3.2.2	Variograma	48
3.2.3	Estimaciones	50
3.2.4	Comparación entre los métodos de estimación del bloque real explotado.....	57
3.2.5	Estimación condicionada a un tenor de corte para todo el bloque RV4 – 60	
4	CONCLUSIONES	64
5	BIBLIOGRAFIA	67

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Variable Regionalizada Tomado de Apuntes de Geoestadística, X Emery. U. de Chile.....	11
Figura 2 Esquema de los conceptos e hipótesis que sustentan el modelo Geoestadístico.....	12
Figura 3 Representación del variograma. Tomado de Mineral Deposit evaluation.1991	16
Figura 4 Representación del modelo “pepitico”. Tomado de Apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile.	18
Figura 5 Representación del modelo esférico. Tomado de Apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile.	19
Figura 6 Representación del modelo exponencial. Tomado de Apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile	19
Figura 7 Representación gráfica de la interpolación por el vecino por más cercano.....	21
Figura 8 Representación gráfica del método inverso de la distancia. Tomado de Applied.....	22
Figura 9 Representación gráfica de una vecindad. Tomado de apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile	23
Figura 10 Representación gráfica del krigado de un bloque. Tomado de Applied Mineral Inventory Estimation	25
Figura 11 Bloque real explotado (Elaborado por el autor)	32
Figura 12 Histograma leyes de oro bloque A2.....	33
Figura 13 Histograma leyes de oro bloque A2, sin valores extremos.....	34
Figura 14 Variograma teórico y experimental para el Bloque A2.....	35
Figura 15 Cross Validation, para el Variograma del Bloque A2.....	35

Figura 16 Estimación de Oro con el método inverso de la distancia para el bloque A2	36
Figura 17 Estimación de Oro con el método inverso de la distancia para el bloque A2	36
Figura 18 Estimación de Oro con el método Kriging Ordinario para el bloque A2.....	37
Figura 19 Histograma normalizado leyes de oro bloque A2.....	38
Figura 20 Variograma variable normalizada leyes de oro bloque A2	39
Figura 21 Cross Validation, para el Variograma de la variable normalizada del Bloque A2	39
Figura 22 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (media de la estimación) para el bloque A2	40
Figura 23 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (escenario pesimista) para el bloque A2	41
Figura 24 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (escenario optimista) para el bloque A2.....	42
Figura 25 Estimación de Oro para un Cutoff de 123 mg/m3 a partir de Kriging ordinario para el bloque A2.....	44
Figura 26 Estimación de Oro para un Cutoff de 123 mg/m3 a partir de Bandas rotantes (media) para el bloque A2.....	45
Figura 27 Bloque real explotado RV4 – PJ2 (Elaboración Propia)	46
Figura 28 Histograma leyes de oro bloque RV4 – PJ2.....	47
Figura 29 Basemap, valores extremos del bloque RV4 – PJ2	48
Figura 30 Histograma leyes de oro bloque RV4 – PJ2, sin valores extremos	48
Figura 31 Variograma teórico y experimental para el Bloque RV4 – PJ2.....	49
Figura 32 Cross Validation, para el Variograma del Bloque RV4 – PJ2	50

Figura 33 Estimación de Oro con el método inverso de la distancia para el bloque RV4 – PJ2	51
Figura 34 Estimación de Oro con el método Kriging Ordinario para el bloque RV4 – PJ2	52
Figura 35 Histograma normalizado leyes de oro bloque RV4 – PJ2	53
Figura 36 Variograma variable normalizada leyes de oro bloque RV4 – PJ2.....	54
Figura 37 Cross Validation, para el Variograma de la variable normalizada del Bloque RV4 – PJ2	54
Figura 38 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (media de la estimación) para el bloque RV4 – PJ2.....	55
Figura 39 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (escenario optimista) para el bloque RV4 – PJ2	56
Figura 40 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (escenario pesimista) para el bloque RV4 – PJ2	57
Figura 41 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (media) para el bloque RV4 – PJ2, con soporte de bloques de 100 x 100 metros	60
Figura 42 Estimación de Oro para un Cutoff de 123 mg/m ³ a partir de Kriging ordinario (media) para el bloque RV4 – PJ2.....	61
Figura 43 Estimación de Oro para un Cutoff de 123 mg/m ³ a partir de Bandas rotantes (media) para el bloque RV4 – PJ2.....	61

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Comparación entre los métodos de estimación para el bloque A2.....	43
Tabla 2 Comparación entre los métodos de estimación para el bloque RV4 – PJ2	58
Tabla 3 Comparación entre los métodos de estimación para el bloque RV4 – PJ2, con cambio de soporte del bloque	59

1 INTRODUCCIÓN

La evaluación de los recursos minerales de un yacimiento se realiza a partir de una toma de muestras, utilizando técnicas tradicionales, como pueden ser la interpolación por el método de los polígonos, el método de inverso de la distancia o promedios ponderados, métodos Geoestadísticas de interpolación como el Kriging simple o el Kriging ordinario y recientemente métodos de simulación. Sin embargo, el Kriging suele dar una imagen suavizada de la realidad del yacimiento (Olea 1996, Journel

2000) y no permite apreciar la incertidumbre que existe en la cantidad de los recursos in situ. Para ello, se han desarrollado técnicas de simulación Geoestadística basadas en la teoría de campos aleatorios que buscan crear escenarios realistas que reproducen la variabilidad espacial de los atributos de interés, los cuales conforman un conjunto de escenarios aceptables de la realidad del yacimiento (Journel, 1974). Para que estos escenarios sean realistas, se impone además que las realizaciones construidas coincidan con la información conocida en los sitios de muestreo; en este caso se habla de simulación condicional para señalar que existen ciertas restricciones sobre el modelo Geoestadístico, es decir que existan perforaciones. La principal diferencia entre los métodos de estimación (Kriging) y de simulación radica en que los primeros pretenden encontrar el valor más cercano al valor real en cada localización, mientras que los segundos intentan reproducir la variabilidad espacial de los valores desconocidos, de manera de cuantificar la incertidumbre asociada a estos valores (Goovaerts, 2000). La incertidumbre en la estimación puede obtenerse mediante el uso de la varianza de kriging para considerar el efecto proporcional, pero esta práctica ha sido constantemente criticada y la tendencia actual es a evitarla, o bien mediante el uso de simulaciones que permiten obtener la varianza condicional a través de la generación de múltiples escenarios (Chilès y Delfiner,

1999). Las simulaciones condicionales son una herramienta eficaz para cuantificar riesgos. Por ejemplo, se puede ver cuál es el escenario simulado más favorable o el peor para tener una idea de la incertidumbre existente en la cantidad total de recursos. También se puede usar los modelos simulados para definir la cantidad de reservas, para la planificación minera y el control de leyes (Deraisme, 1984). El Kriging sólo requiere definir el variograma de la variable a estimar, la simulación necesita determinar cómo se distribuyen en el espacio los valores del campo aleatorio que representa la variable en estudio, es decir, se debe modelar la distribución espacial del campo aleatorio a partir de la información disponible sobre la variable. El modelo más conocido y más ampliamente utilizado en minería para representar variables continuas es el llamado modelo multigaussiano.

Tradicionalmente la planeación minera se ha desarrollado con modelos determinísticos, los cuales no tienen en cuenta la incertidumbre que se genera cuando se realiza la estimación de los recursos minerales a través de métodos tradicionales o métodos Geoestadísticos básicos, de esta manera los planes mineros clásicos tienen una baja probabilidad de concretarse según lo planeado y una de las mayores incertidumbres es la generada por la variabilidad de los atributos geológicos, así mismo es necesario incluir nuevas variables bajo un enfoque estocástico, que permitan maximizar la confiabilidad de los resultados esperados y minimizar el riesgo financiero (J benndorf y R Dimitrakopoulos, 2004)). Los métodos que tradicionalmente se emplean para generar el modelo de bloques, propagan un error en cuanto a la distribución de algún atributo geológico en particular, esto se debe a que los modelos Geoestadísticos son incapaces de representar la variabilidad in situ de un atributo particular del cuerpo mineral y esto a la larga genera una incertidumbre en los resultados que se puedan obtener al final de la vida de la mina (Dimitrakopoulos,

2007). Dado lo anterior un factor clave para minimizar el riesgo financiero de un proyecto de explotación minera, es incorporar en los planes de minado, simulaciones condicionadas o no condicionadas que permitan establecer modelos

de probabilidad en cuanto a la acertabilidad en la estimación de los recursos geológicos. Además dada la complejidad del problema es recomendable no sólo estimar los valores de ley sino también cuantificar la incertidumbre asociada a la imposibilidad de conocer exactamente las leyes reales (R Dimitrakopoulos, J Scott and D Dunn, 2007).

Es así como en la industria minera la simulación condicional de leyes se utiliza para predecir los recursos y reservas recuperables en yacimientos mineros, así como para evaluar la incertidumbre asociada a esta predicción. En este contexto, se suele utilizar el llamado “Modelo Multigaussiano” para simular las leyes a soporte puntual (a partir de los datos puntuales disponibles de sondajes), y luego generar de nuevo las simulaciones para pasar a tamaño de bloques, es decir, promediar los valores puntuales que entran en un mismo bloque (R Zúñiga, 2009).

Las decisiones que se toman bajo incertidumbre impactarán positiva o negativamente el valor presente neto de un proyecto minero, tal vez la incertidumbre geológica sea la variable que más riesgo incorpora en la toma de decisiones, sin que sean menos importantes las variables operacionales y las variables de mercado, ya que esta variable es la que realmente genera el valor de la propiedad minera y el flujo de caja. Existen en la actualidad métodos estocásticos que permiten por medio de algoritmos estimar de mejor manera la variabilidad de los atributos geológicos y así minimizar el riesgo financiero del proyecto minero.

En minería la Geoestadística, se emplea para predecir la variable de interés en sitios del espacio donde no se conoce el valor real, a partir de los datos disponibles. Una de las metodologías más utilizadas es el Kriging, que consiste en estimar valores de la variable regionalizada mediante un promedio lineal ponderado de los datos. Los 2 principales tipos de Kriging son el Kriging simple (en el cual la media de la variable se asume conocida) y el Kriging ordinario (en el cual se asume una media desconocida). Las ventajas del Kriging es que presenta una estimación

insesgada de los valores ya que establece una esperanza nula para el error de estimación y además minimiza la varianza del error de estimación. Sin embargo el Kriging presenta dos aspectos no favorables que son; los valores estimados presentan menos dispersión que los valores verdaderos y la varianza del Kriging no considera el efecto proporcional, lo cual es una distorsión a la hipótesis de estacionalidad, este efecto proporcional consiste en observar mayor variabilidad en zonas de altos valores y es porque hay mezcla de altos valores cercano a zonas de bajos valores (X, Emery, 2007).

La estimación empleando técnicas Geoestadísticas, consiste en evaluar el valor de la manera más precisa un valor que aún no ha sido medido, tomando como base los valores medidos. Una característica de la Geoestadística, no solo será determinar estimadores sino también proporcionar una medida de la precisión de la estimación de los datos por medio de herramientas probabilísticas, como la varianza y los intervalos de confianza. Existirán dos tipos de estimaciones, la estimación global y la estimación local. La estimación global busca caracterizar una zona por un valor único, por ejemplo la media de la variable. Por el contrario la estimación local se interesa en los diferentes sectores del bloque y lo que pretende es evaluar el valor en un sitio que no ha sido muestreado o el valor promedio de un bloque cuyo soporte es mayor que el soporte de los datos. En este tipo de problemas se debe considerar la continuidad espacial de la variable, las distancias entre el sector a estimar y los sitios con datos y la ubicación espacial de estos sitios, dado que con datos agrupados suelen tener valores parecidos y entonces la información se vuelve redundante.

Debido a las limitaciones del Kriging, la simulación aparece como una metodología alterna para cuantificar la incertidumbre asociada al desconocimiento de los valores reales de la variable de interés. Una simulación es un modelo numérico que busca reproducir la variabilidad real de la variable en estudio mediante la construcción de varias realizaciones que representan escenarios posibles. Para esto existen simulaciones condicionales y no condicionales.

En la actualidad se estima, que de manera teórica hay una pérdida entre el 15% y el 20% del valor neto de los proyectos mineros, como consecuencia de las decisiones tomadas con base en la planeación minera tradicional (Davis G, Newman A, 2008). Debido a esto la habilidad para manejar el capital invertido y para asegurar el retorno a los inversionistas es primordial en el éxito de una empresa y una clave para esto, es alinear la inversión con la estrategia. Bajo éste contexto, la planificación minera juega un rol fundamental (Majluf N, 2009). Y además se debe tener presente el concepto de que un yacimiento mineral es un negocio (Hustrulid y Kuchta, 2006). Teniendo en cuenta el concepto desarrollado por Harold Hotelling, en cuanto al agotamiento de los recursos minerales, donde cada vez los yacimientos minerales son de menor ley y de difícil acceso, se hace necesario que para la evaluación de nuevos proyectos de desarrollo minero, se incorporen conceptos que permitan minimizar el riesgo financiero y maximizar las utilidades (Hotelling, 1931). Al mismo tiempo, dentro de las fuentes de incertidumbre, es la del tipo geológico la que presenta un mayor efecto sobre el valor mismo del proyecto, ya que de ésta proviene el estudio sobre los tonelajes y leyes de mineral a considerar en los distintos sectores de la mina. Esta incertidumbre juega un rol importante en el contexto de la planificación minera tanto en minas subterráneas como a cielo abierto, donde en la segunda se debe principalmente a su efecto en la definición del “pit” final y la secuencia de producción. Actualmente, el secuenciamiento a considerar en la explotación de una mina a cielo abierto, en este caso una explotación aluvial es definido mediante un modelo de bloques generado a partir del análisis y estimación mediante el método tradicional de polígonos, el cual carece completamente de variabilidad, es decir, no se incorpora en el ejercicio de la planificación la incertidumbre del yacimiento en cuanto a la variabilidad de las leyes. Sin embargo, cabe destacar que esta incertidumbre dependerá del tipo de yacimiento en estudio, para el caso particular de depósitos de placer, la variabilidad es alta y por lo general las conciliaciones entre los valores esperados y los valores reales no son consecuentes, lo cual genera incertidumbre en el inversionista. Estos nuevos

conceptos emplean los métodos de simulación. Para el caso particular y según la Geoestadística, un atributo geológico es conceptualizado como una función aleatoria $Z(X_i)$, si esta función aleatoria es indexada (añadida sin importar su origen) en una malla discreta con N nodos definidos y una serie de datos condicionados al espacio, es decir de los sondeos exploratorios, se tendría un problema por resolver, que sería definir los valores del atributo geológico en cualquier lugar de ese espacio (J benndorf y R Dimitrakopoulos, 2004). Teniendo en cuenta que la planeación minera se lleva a cabo en su mayoría, mediante la simulación como técnica de muestreo estadístico controlada, para representar el desempeño de sistemas determinísticos y probabilísticos y se aplica cuando los modelos analíticos no son suficientes para explicar algo complejo, como es un yacimiento mineral, para traducirlo en expresiones matemáticas (Franco G, Branch J, Jaramillo P, 2010). Se emplean técnicas de simulación que permitan predecir el comportamiento de las variables consideradas inciertas en la planeación minera a largo plazo.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo General

Comparar los resultados que se obtienen empleando métodos de estimación tradicional, Kriging y de simulación por bandas rotantes, para dos bloques de un mismo yacimiento aluvial.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Recomendar una distancia de perforación óptima, para realizar las estimaciones futuras de una explotación en un yacimiento tipo placer.

- Determinar la influencia del tamaño de las unidades de soporte, en la estimación de recursos mineros para el Bloque RV4-PJ2.

1.2 METODOLOGÍA

Para desarrollar el trabajo, se tomará como caso base dos bloques de explotación aluvial de la empresa Mineros S.A, los cuales fueron extraídos en su totalidad por una operación minera de corte y relleno, empleando el dragado como herramienta de explotación. De los bloques se conocen los valores reales obtenidos y su geometría final de cómo fue explotado el bloque. Es importante resaltar que los bloques en estudio a pesar que se encontraban en el mismo depósito aluvial, su estratigrafía y condiciones geológicas eran diferentes, dado que el bloque A2 estaba asociado a estratos arenosos y el bloque PJ2-RV4 se asociaba a estratos gravosos.

A estos mismos bloques de explotación se les realizó un estudio de estimación de recursos minerales, empleando técnicas de estimación tradicional como lo es el método de interpolación conocido como el inverso de la distancia, empleando el Kriging ordinario como método de estimación Geoestadístico y el método de las bandas rotantes como método de simulación. Y para el Kriging y la simulación por bandas rotantes, se realizó una estimación cambiando el tamaño de las unidades de minado, pretendiendo determinar su influencia y la versatilidad que deberían tener los equipo de extracción y se realizó la estimación teniendo en cuenta una ley de corte de 123 miligramos de oro por metro cubico.

Para realizar este ejercicio se empleó el software de estimación ISATIS.

En cada uno de los ejercicios se procedió a realizar el estudio exploratorio de los datos, el desagrupamiento de los datos, realizar la estimación del variograma experimental y ajustarlo al variograma teórico que mejor se ajuste, se seleccionaron las vecindades adecuados para cada área de estudio, se realizó la

validación cruzada para establecer valides de los modelos. Para la etapa de simulación se realizó la transformación gaussiana de los valores y esta nueva variable gaussiana se le realizo todo es estudio variográfico y determinación de vecindades. A cada uno de los resultados obtenidos se le realizó un estudio estadístico bivariado, para establecer los rango intercuantiles, se realizó la estimación sobre un tenor de corte definido y se realizaron las estimaciones, empleando métodos tradicionales y Geoestadísticos bajo dos tamaños de soporte diferentes de 20 x 20 metros y de 100 x 100 metros.

Finalmente se concilian los resultados obtenidos de cada método de estimación con los valores reales obtenidos.

2 MARCO TEÓRICO

En estadística clásica, se considera los datos como realizaciones independientes de una misma variable aleatoria y se supone que las variables no tienen relación entre sí y que siguen la misma distribución de probabilidad. Donde por lo general se pretende estimar la media y la desviación estándar de los valores. Sin embargo cuando los datos están distribuidos en el espacio geográfico, las hipótesis estadísticas clásicas son poco aceptadas. En particular si bien simplifica los cálculos estadísticos, la hipótesis de independencia de las observaciones resulta poco realista en el marco espacial e intuitivamente, observaciones cercanas tienen valores cercanos mientras las más alejadas tienen menor relación entre sí. Y de esta manera no puede considerarse modelar las variables regionalizadas por medio de funciones determinísticas y tampoco se pueden asimilar los datos medidos a variables aleatorias independientes. De esta manera la Geoestadística emerge como una buena opción ya que entrega una representación intermedia, aleatoria y funcional, al basarse en el concepto de función aleatoria. (Applied Mineral Inventory Estimation)

Los modelos de incertidumbre empleados en minería, se presentan por un motivo fundamental, en los cuales la falta de conocimiento de la variable en estudio (leyes o tenores) por la ausencia de un muestreo exhaustivo de la misma variable sobre todo el campo de interés. Es por esta razón que ningún modelo numérico permite estimar la realidad sin incluir un error. Es por esto que los modelos de incertidumbre buscan caracterizar los valores desconocidos de la variable de interés no por estimaciones puntuales, sino por distribuciones de probabilidad. Existen dos tipos de modelos de incertidumbre, los modelos de incertidumbre global, que son los que pretenden describir la distribución global de la variable independiente de su ubicación en el espacio, este tipo de modelo se puede obtener a partir de los histogramas acumulados de la variable. El otro modelo de incertidumbre, consiste en un modelo de incertidumbre local, donde lo que se

busca es describir la distribución local (unidades de minado selectivo) de la variable de interés, de esta manera este último modelo es condicionado a los datos disponibles, los cuales tienen una posición y un valor definido en el espacio.

La Geoestadística es una rama de la estadística, aplicada en un contexto espacial, que busca estudiar las variables regionalizadas, que corresponden a variables numéricas que se distribuyen en el espacio y presentan cierta continuidad espacial, aunque escapan a toda representación simple debido a que varían irregularmente. Ejemplo de una variable regionalizada es la ley en un yacimiento minero. Una variable regionalizada queda caracterizada por:

- Su naturaleza, puede ser continua, discreta o categórica.
- Por las dimensiones espaciales que abarca la variable.
- El volumen o unidad de soporte sobre la cual se mide la variable, pudiendo ser puntuales o bloques.

Si bien los fenómenos naturales son determinísticos, pueden ser muy complejos. Es por esto que en el estudio de una variable regionalizada se puede considerar la aplicación de probabilidades, como por ejemplo en la ley de un metal presente en la mineralización de un macizo rocoso. En un modelo probabilístico una variable regionalizada $z(x)$ en un sitio x del dominio D en estudio, se interpreta como una realización de una variable aleatoria $Z(x)$. El conjunto de estas variables en distintos puntos del espacio constituye una función aleatoria que se expresa como:

$$Z = \{Z(x), x \in D\}$$

Ecuación 1

Una variable aleatoria Z se caracteriza por una distribución de probabilidad:

- Función de distribución: " $z \in \mathbb{R}$, $F(z) = \text{Prob}(Z \leq z)$."

- Densidad de probabilidad; correspondiente a la derivada de la función de distribución.

Una función aleatoria se caracteriza por una distribución espacial, que consta de todas las distribuciones de probabilidad de sus componentes:

- Distribución univariable: $F(z_1; \mathbf{x}_1) = \text{Prob}(Z(\mathbf{x}_1) < z_1)$
- Distribución bivariante: $F(z_1, z_2; \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \text{Prob}(Z(\mathbf{x}_1) < z_1, Z(\mathbf{x}_2) < z_2)$

Donde x_1 y x_2 representan diferentes lugares en el espacio.

Desde el punto de vista conceptual, una variable regionalizada es una función determinística. En general esta función representa dos aspectos complementarios, por una parte tiene una cierta continuidad espacial, es decir zonas con altos valores y zonas con bajos valores, pero por otro lado varía irregularmente y escapa a toda representación simple.

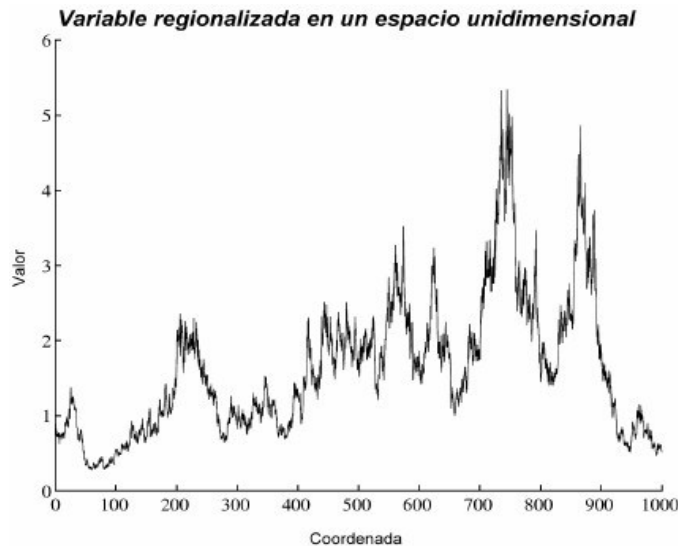


Figura 1 Variable Regionalizada Tomado de Apuntes de Geoestadística, X Emery. U. de Chile

En los estudios Geoestadísticos se asumen algunas hipótesis para simplificar, como la hipótesis de estacionariedad, que establece que la distribución que sigue la función aleatoria es invariante por traslación en el espacio. Es decir,

independiente de la ubicación en el espacio y presenta las mismas medias y varianzas.

Para realizar un estudio Geoestadístico, se debe realizar un estudio exploratorio y variográfico de los datos de interés, para nuestro caso, serían las leyes del mineral. La variable regionalizada que para nuestro caso de estudio corresponde a la ley de oro de un yacimiento aluvial, posee una extensión finita, que corresponde a un dominio limitado y que llamaremos campo de la variable. Donde este campo puede representar una unidad de minado selectivo.

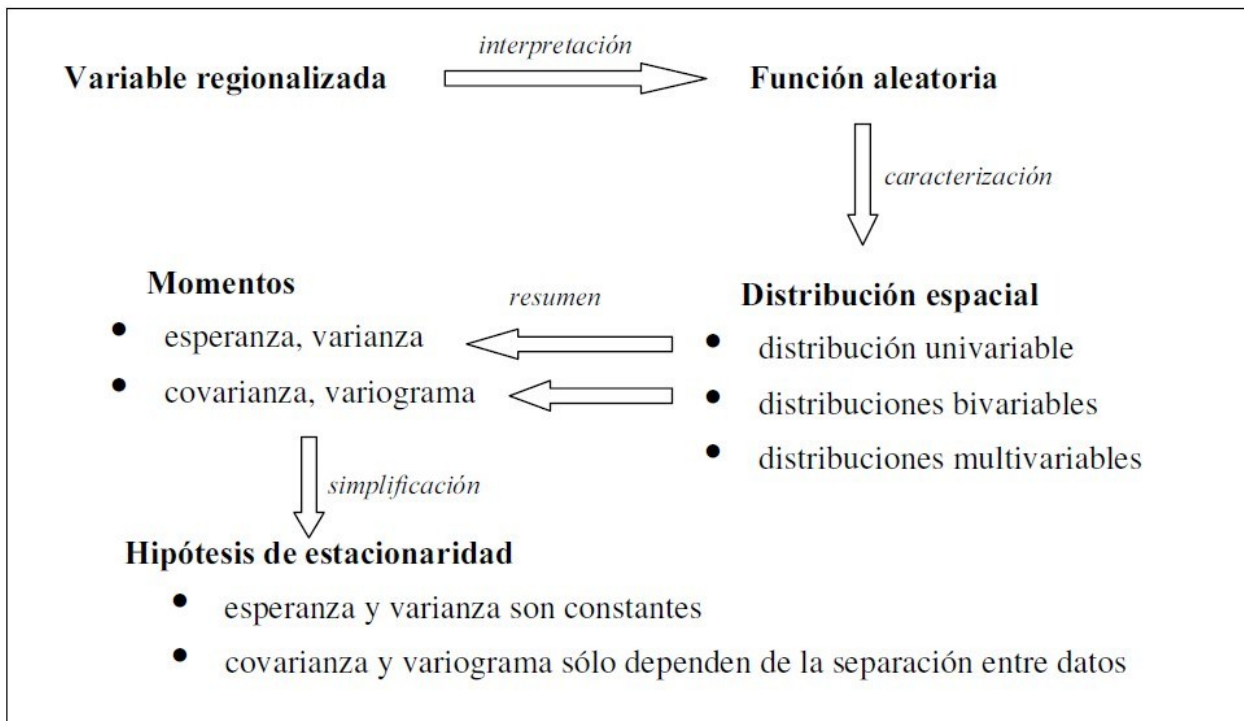


Figura 2 Esquema de los conceptos e hipótesis que sustentan el modelo Geoestadístico. Tomado de apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile

2.1 NOCIÓN DE SOPORTE

Una variable regionalizada puede definirse no solo en un punto del espacio, sino también en una superficie o volumen. Esta superficie o volumen sobre la cual se considera la variable regionalizada se conoce como soporte. En general el soporte

de las mediciones es muy pequeño, reduciéndose muchas veces a los sondeos exploratorios. Sin embargo en la práctica el que interesa es por ejemplo una unidad de minado selectivo. Esto es esencial debido a la dependencia que existe entre el soporte y la distribución estadística de los valores, que se conoce como efecto de soporte. Los soportes de mayor tamaño presentan una menor cantidad de valores extremos y una mayor cantidad de valores intermedios que los soportes puntuales y de esta manera la distribución de los valores y especial la varianza depende del soporte sobre el cual está definida la variable.

2.2 ESTUDIO EXPLORATORIO DE DATOS

El objetivo de realizar un estudio exploratorio de datos, es establecer la distribución de la variable regionalizada, para definir zonas de interés, identificar agrupamiento de valores y en general para prevenir dificultades con el manejo de las bases de datos, como podría ser la duplicidad de valores. Para el estudio, se emplearon algunas de las siguientes herramientas:

- Mapa base, para visualizar la ubicación espacial de las leyes.
- Histogramas, para determinar las distribuciones de ley en los bloques mineros y para identificar valores aberrantes.
- Estadísticas básicas, como la media y la varianza de los datos.
- Buscar duplicados en las bases de datos.
- Emplear la función de desagrupamiento, para evitar sesgos.

Desagrupamiento

Para calcular el histograma y las estadística elementales, es frecuente considerar una variable de ponderación o desagrupamiento “declaustering”, a modo de corregir los efectos provocados por las irregularidades de las mallas de muestreo.

La idea es asignar a los datos espacialmente agrupados, un ponderador más pequeño que a los datos aislados, los cuales pueden ser más representativos de una porción más extensa del campo.

Para determinar la variable de ponderación, se puede estimar un peso según la influencia de cada muestra de todo el bloque de explotación, es decir un área equidistante cuadrática según el número de muestras en todo el soporte.

2.3 ESTUDIO VARIOGRÁFICO

Su objetivo es conocer la continuidad espacial de la variable en estudio, debido a que los valores observados en distintos puntos del espacio pueden estar correlacionados.

Ya que los valores de una variable regionalizada no son independientes, en el sentido que un valor estimado en un sitio proporciona información sobre los valores de los sitios vecinos. En la interpretación probabilística de la variable regionalizada, esta noción intuitiva de dependencia está descrita por la distribución espacial de la función aleatoria, que modela la manera como se relacionan los valores en distintos sitios por una distribución de probabilidad multivariable. De este modo es importante estudiar el que tan rápido o lento se pierde esta correlación al aumentar la distancia de separación entre dos puntos. Para desarrollar este estudio se utiliza una función llamada variograma (que equivale a desarrollar la función de covarianza de los datos espaciales), que es una forma analítica de expresar la variabilidad espacial de los valores que toma la variable en estudio.

2.3.1 Variograma Experimental

El variograma experimental no es una función como tal, es una relación entre una serie de valores y solo se puede calcular para puntos no muestreados. De esta forma el variograma experimental se define como el momento de inercia de la nube de correlación diferida, que mide la distancia cuadrática promedio entre los puntos en una dirección particular.

$$\hat{\gamma}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2|N(\mathbf{h})|} \sum_{N(\mathbf{h})} [z(\mathbf{x}_\alpha) - z(\mathbf{x}_\beta)]^2$$

Ecuación 2

Donde

α : es el punto Inicial de los pares de puntos β : es el punto final de los pares de puntos

N: es el número de pares contenidos

h: es la distancia entre los pares de puntos

Si los datos están irregularmente distribuidos en el campo, el número de pares (N) que interviene en el cálculo del variograma para una distancia h particular es generalmente muy pequeño y entonces el variograma experimental tiene un aspecto muy errático y casi imposible de interpretar. Es por esta razón que existen unas tolerancias de cálculo sobre las distancias y las direcciones.

Finalmente los parámetros que se deben especificar para construir un variograma experimental son:

- Dirección de interés o puede ser omnidireccional.
- Distancia de interés, llamada paso "Lag".
- Tolerancia en la dirección; tolerancia angular y ancho de banda.
- Tolerancia en las distancias.

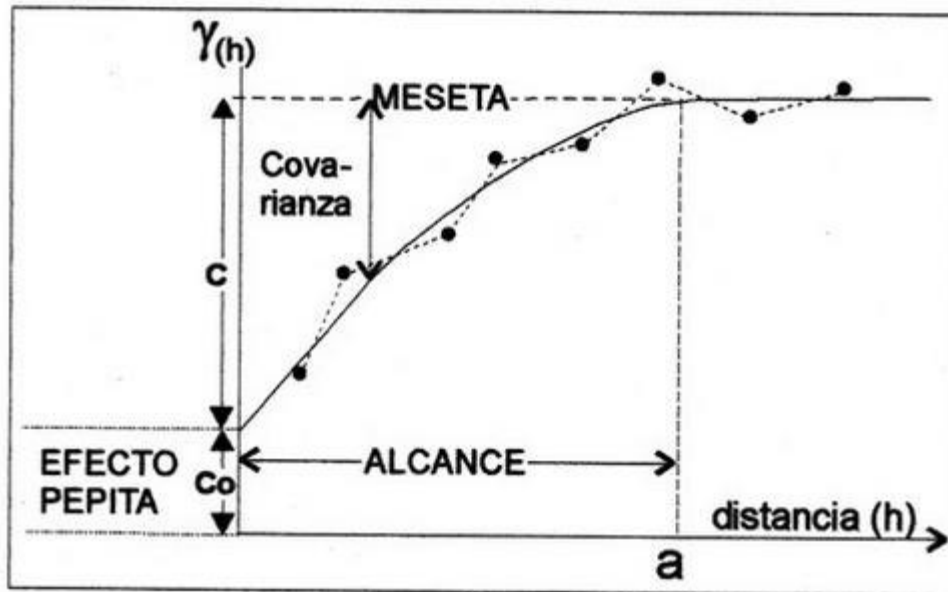


Figura 3 Representación del variograma. Tomado de Mineral Deposit evaluation.1991

Los principales factores que influyen en la construcción del variograma experimental son:

- La irregularidad o el carácter preferencial de la malla de muestreo, que puede provocar grandes fluctuaciones en el variograma, incluso a pequeñas distancias.
- El número de pares de datos, mientras más bajo mayores son las fluctuaciones.
- La presencia de datos extremos, los cuales tienen un impacto considerable en el cálculo del variograma, pues los valores se elevan al cuadrado.

2.3.2 Variograma Teórico

El variograma experimental no puede utilizarse directamente. Por una parte, solo está definido para ciertas distancias y tolerancias, por lo que es incompleto. Por otra parte está sujeto a ciertas aproximaciones, debido al número limitado de datos y a los parámetros de tolerancia empleados en el cálculo. Para remediar

esta situación, se requiere ajustar un modelo teórico de variograma al variograma experimental. Y esta etapa se constituye en la etapa fundamental de todo estudio Geoestadístico, dado que es en esta etapa donde se puede interpretar la continuidad espacial de la variable en estudio.

Según el comportamiento del variograma, se pueden interpretar algunas cosas; por ejemplo mientras más regular es la variable en el origen, más regular es la variable regionalizada en el espacio y de esta forma se pueden distinguir tres tipos de comportamiento para el variograma en el origen:

- Parabólico: Corresponde a una variable regionalizada muy regular en el espacio.
- Lineal: Corresponde a una variable regionalizada continua, pero no tan regular.
- Discontinuo: Corresponde a una variable regionalizada más errática, es decir con discontinuidades en la distribución espacial de los valores. La semejanza entre dos datos entre dos datos cercanos no es despreciable y los valores medidos varían a una escala muy pequeña y su continuidad no es perceptible. Este efecto se conoce como efecto pepita, común en depósitos de oro.

Muy frecuentemente el variograma crece a partir del origen y se estabiliza, a partir de una distancia “a” en torno a una meseta y en este caso la meseta es igual a la varianza a priori. En este caso dos variables estarán relacionadas si la longitud del vector de separación “h”, es decir la distancia entre las muestras es menor al alcance “a” y se puede interpretar como la zona de influencia.

Para que una función sea considerada un variograma válido, debe ser una función de tipo negativo condicional. Los principales modelos de variogramas teóricos que cumplen la característica anterior mencionada son:

- Modelo Efecto Pepita: en este modelo se alcanza de inmediato la meseta y hay total ausencia de correlación espacial, de este modo la Geoestadística aplica todos los conceptos de la estadística clásica.

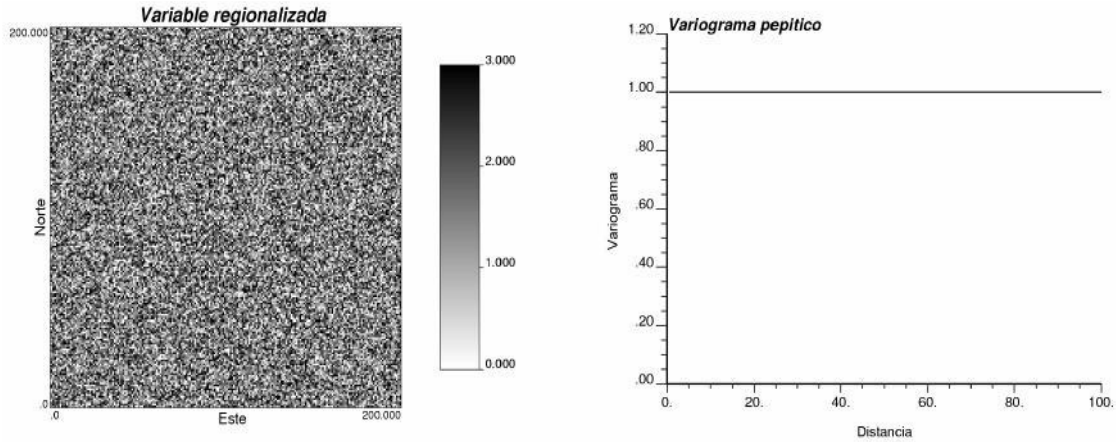


Figura 4 Representación del modelo “pepita”. Tomado de Apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile.

2.3.2.1 Modelo Esférico

El variograma esférico de alcance “a” y meseta “c” se define

$$\gamma(\mathbf{h}) = \begin{cases} C \left\{ \frac{3}{2} \frac{|\mathbf{h}|}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{|\mathbf{h}|}{a} \right)^3 \right\} & \text{si } |\mathbf{h}| \leq a \\ C & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Ecuación 3

Es un modelo que representa una variable regionalizada continua.

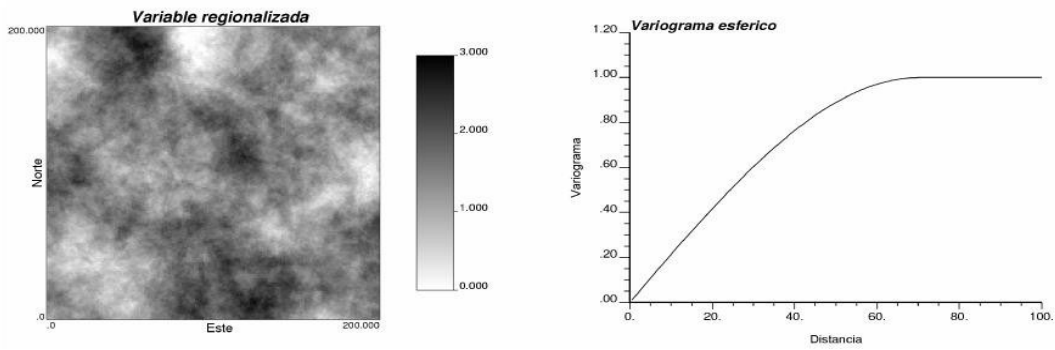


Figura 5 Representación del modelo esférico. Tomado de Apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile.

2.3.2.2 Modelo Exponencial

El variograma exponencial de alcance “a” y meseta “c” se define

$$\gamma(\mathbf{h}) = C \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{|\mathbf{h}|}{a}\right) \right\}$$

Ecuación 4

Para este modelo la meseta se alcanza asintóticamente y se puede considerar que el alcance práctico es igual a 3a.

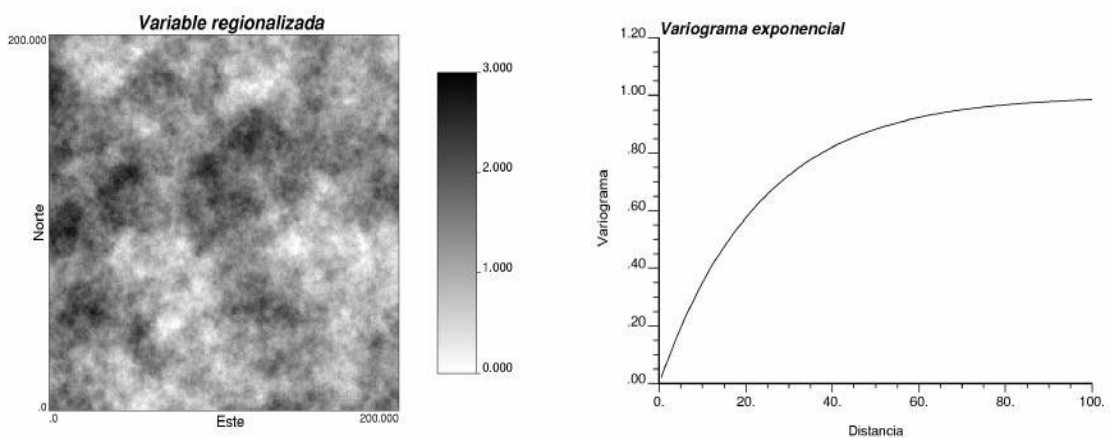


Figura 6 Representación del modelo exponencial. Tomado de Apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile

2.3.2.3 Modelos Animados

El variograma experimental mide la desemejanza promedio entre dos datos en función de su separación. A menudo presenta cambios de pendiente, lo que indica un cambio en la continuidad espacial a partir de ciertas distancias y de esta manera se pone en evidencia distintas escalas de variación de la variable de la variable regionalizada. De esta manera el variograma puede modelarse como la suma de varios variogramas.

2.4 ESTIMACIÓN LOCAL

La estimación local busca predecir o estimar el valor de una variable particular en un sector definido, a partir de los datos disponibles, lo que se convierte en un problema de interpolación espacial.

2.4.1 Interpolación por el vecino más cercano

En este método el estimador o factor de ponderación, asignara toda la ponderación al dato más cercano a la zona que se quiere estimar. Este estimador omite todos los datos a excepción del más cercano y dado esto omite gran parte de la información y por tanto carece de precisión.

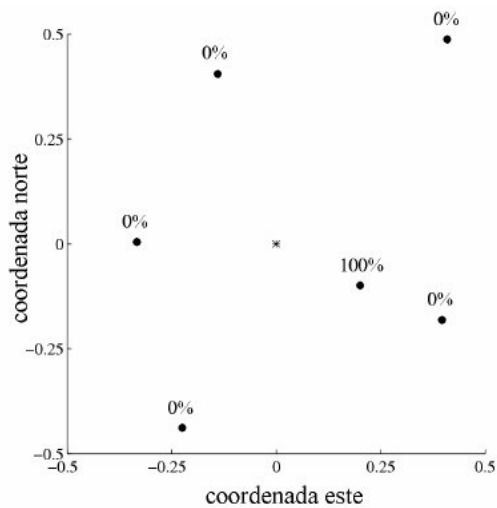


Figura 7 Representación gráfica de la interpolación por el vecino por más cercano

2.4.2 Inverso de la distancia

Este método asigna un valor inversamente proporcional de la distancia el sitio donde se desea hacer la estimación, si el valor asignado es bajo entonces la distancia elevada a esa potencia es 1 y entonces a todos los datos se les asigna el mismo valor, si por el contrario el valor asignado es muy alto, los valores elevados a esa potencia se volverán muy pequeños y el método se convertirá en el vecino más cercano. Así que se recomienda para casos de estimación de recursos mineros emplear un factor de potencia de 2.

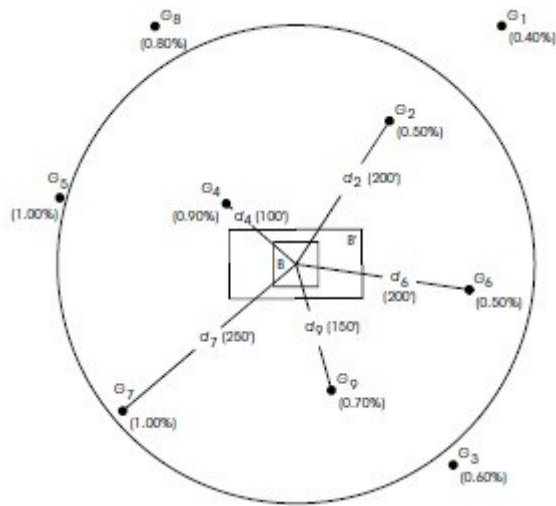


Figura 8 Representación gráfica del método inverso de la distancia. Tomado de Applied Mineral Inventory Estimation

2.4.3 Estimación de Kriging

El estimador Kriging como tal definido es una combinación de variables aleatorias y por lo tanto una cantidad aleatoria y se define así:

$$z^*(\mathbf{x}_0) = a + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} z(\mathbf{x}_{\alpha}).$$

Ecuación 5

Hay que resaltar algo importante, cuando se empleará el Kriging se hablara de vecindad cuando se conservan todos los datos, sin embargo y salvo algunos casos su influencia será muy baja, de una manera intuitiva un dato lejano no aporta demasiada información al sitio a estimar y se verá afectado por un ponderador del Kriging.

La vecindad donde se realiza la estimación Kriging se realiza sobre una vecindad móvil cuando los datos están cercanos al sitio a estimar y de manera general lo que se busca es realizar estimaciones sobre todos los nodos de la grilla que cubre el bloque y se debe definir la forma y tamaño de la vecindad que estará en función

del variograma y de los datos disponibles y la forma está en función de la anisotropía de la variable.

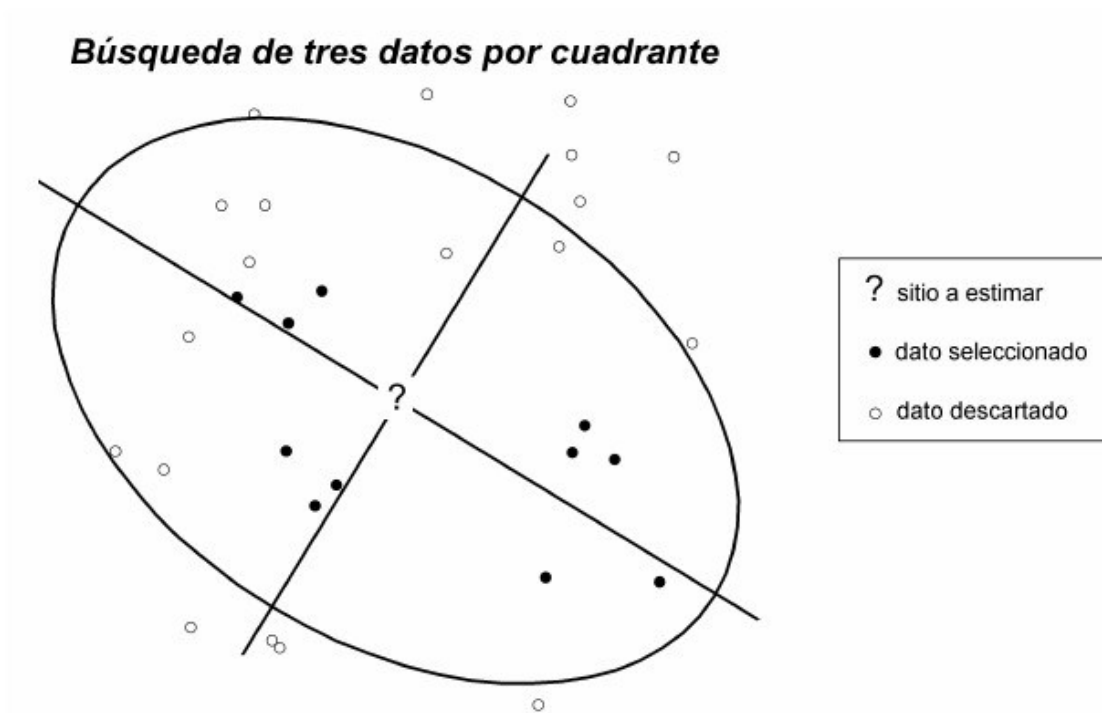


Figura 9 Representación gráfica de una vecindad. Tomado de apuntes de Geoestadística. X Emery. U de Chile

El estimador Kriging es un estimador lineal, es decir, estima el valor de la variable regionalizada a partir de una suma ponderada de los datos. A diferencia de los estimadores tradicionales, considera no solo su configuración geométrica, sino que también considera su continuidad espacial, con base en el variograma. Otro aspecto importante es que cuantifica la precisión de la estimación a partir de los que se conoce como varianza Kriging, que es la varianza del error cometido.

El estimador es una combinación lineal ponderada de los datos y, por lo tanto, el problema del Kriging se reduce a calcular los valores de los ponderadores que permitan obtener una estimación insesgada y con la mejor precisión posible.

El Kriging se realiza bajo las siguientes restricciones:

- Restricción de linealidad: el estimador es una combinación lineal ponderada de los datos ubicados en la vecindad.
- Restricción de Insesgo: el valor esperado del error cometido debe ser igual a cero.
- Restricción de optimización: el objetivo es minimizar la varianza del error cometido en la estimación.
- La dispersión de los valores estimados es menor que la de los datos verdaderos, esto se traduce en una sobreestimación o una subestimación, de la variable regionalizada en los valores de alta ley y baja ley respectivamente. Además el Kriging es incapaz de reproducir la ocurrencia de valores extremos y produce un sesgo en la estimación de funciones que involucran una ley de corte.
- Los ponderadores y la varianza Kriging no dependen del valor de los datos; esto resulta en la no consideración de la mayor variabilidad de las zonas de altos valores y es por esto que el método resta importancia a esa fuente de incertidumbre.

Existen diferentes tipos de Kriging, los cuales se definen según las hipótesis creadas por el usuario, ejemplos de esto son el Kriging simple, el Kriging ordinario, el Kriging universal. En este trabajo solo usaremos el Kriging simple.

2.4.3.1 Kriging Simple

Este método de estimación consiste en considerar que la ley media de la variable de interés es conocida. Esto implica que el valor de esta medida recibe un ponderador complementario a la ponderación acumulada de los datos utilizados para la estimación, con lo cual el valor estimado será muy cercano al valor de la media si existe poca cantidad de datos, esto es importante ya que genera un acercamiento a la ley media en los bordes del yacimiento y en las zonas donde son escasos los datos.

2.4.3.2 Kriging Ordinario

Hipótesis

- Se desconoce el valor promedio de la variable regionalizada.
- Se conoce el variograma $\gamma(h)$, el cual puede o no tener meseta.

El considerar el valor de la media como desconocido permite generalizar el estimador a situaciones donde la media no es constante a escala global; la media puede variar de un lugar a otro, siempre que sea aproximadamente constante en cada vecindad del Kriging.

El Kriging entrega una medida elemental de la precisión de la estimación, la que depende solo de la configuración geométrica de los datos y de su continuidad espacial, no considerando el valor mismo de los datos. Esto provoca que la varianza del Kriging no refleje la mayor dispersión que usualmente ocurre en las zonas de altas leyes.

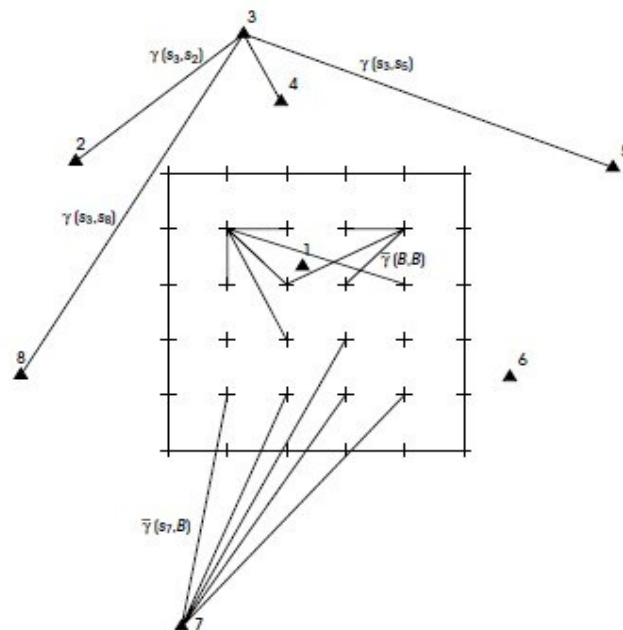


Figura 10 Representación gráfica del kriging de un bloque. Tomado de Applied Mineral Inventory Estimation

2.4.3.3 Variación Cruzada

La validación cruzada se utiliza para verificar la adecuación de los entre los datos y los parámetros adoptados, que serían el modelo del variograma y la vecindad del Kriging. El principio es estimar sucesivamente, mediante Kriging, cada dato, considerando los datos restantes. De esta manera se puede calcular el error de estimación en cada sitio con dato y realizar un análisis estadístico de los errores cometidos en todos los sitios con datos.

Para tener validez la validación cruzada debe procurar satisfacer por los menos dos de los siguientes criterios:

- Las medias de los errores y los errores estandarizados deben ser cercanos a cero.
- La varianza de los errores, que mide la precisión del estimador debe ser mínima.
- La varianza de los errores estandarizados debe ser cercana a 1.
- El coeficiente de correlación entre los valores estimados y los valores de los datos debe ser lo más cercano posible a 1.
- El número de datos mal estimados debe ser lo menor posible, para fijar las ideas, este número se puede considerar satisfactorio si representa menos del 5% del total de los datos.

2.5 SIMULACIÓN

La simulación consiste en reproducir la variabilidad real de la variable regionalizada, la idea se basa en la generación de una serie de repeticiones de una misma función aleatoria, partiendo de la lógica de que la variable regionalizada es una realización de esta función. Cada una de estas repeticiones o realizaciones es un escenario posible y permite obtener una imagen cercana a la realidad.

Las técnicas de simulación tienen las siguientes propiedades:

- Interpolación exacta cuando la simulación es condicional.
- Una función de la variable regionalizada puede ser estimada sin sesgo por la misma función aplicada a los valores simulados.
- La dispersión de los valores simulados es la misma que la de los valores verdaderos, de esta manera no suaviza.
- El error entre el valor real y el valor simulado no tiene una varianza mínima.

Además de estimar el valor en zonas no muestreadas, la simulación permite por medio del obtener el promedio de varias simulaciones, realizar análisis de sensibilidad, respecto a escenarios optimistas o pesimistas.

Existen dos tipos de simulaciones:

- La simulación no condicionada; que consiste en reproducir la variabilidad de la variable regionalizada sin tener en cuenta el valor de los datos cercanos.

2.5.1 Modelos de función aleatoria (Kremer F, 2008)

A grandes rasgos, pueden identificarse dos tipos de enfoque para simular funciones aleatorias. El primero es el de los llamados modelos paramétricos, el segundo corresponde a los modelos no paramétricos.

Los modelos no paramétricos buscan crear imágenes cuyas propiedades se asemejan a aquellas observadas con los datos disponibles (histograma, variograma, variogramas de indicadores, etc.), sin especificar completamente la función aleatoria. Un ejemplo es el algoritmo secuencial de indicadores. Por otro lado, en algunas situaciones, estos pueden presentar inconsistencias matemáticas, ya que las propiedades de las realizaciones dependen de factores externos, como son el número total de sitios simulados, la configuración geométrica de los datos, y el volumen del dominio en estudio. En cuanto a los modelos paramétricos, la

función aleatoria queda determinada por un modelo definido por un número pequeño de parámetros, de aquí su nombre. El modelo más conocido y que se utiliza con mayor frecuencia es el modelo multigaussiano. En éste, la distribución espacial que caracteriza a la función aleatoria queda determinada completamente a partir de la media de los datos y de su función de covarianza o su variograma. Este modelo multigaussiano es el punto de partida para realizar la estimación por medio de simulaciones.

El modelo multigaussiano requiere que todos los datos originales se transformen en datos que tengan un histograma gaussiano estándar, es decir que tengan una media igual a cero y una varianza igual a uno. Esta transformación se conoce como función de anamorfosis gaussiana.

2.5.2 Método de bandas rotantes (Díaz M, González C, 2009)

La originalidad del método se debe a G. Matheron, el cual consiste en reducir el problema de obtener una simulación en tres dimensiones, a varias simulaciones independientes en una dimensión, a lo largo de ciertas líneas rotadas uniformemente en el espacio tridimensional. Este método produce simulaciones n-dimensionales a costos de cómputo razonables, equivalente de hecho al costo de las simulaciones unidimensionales. La simulación en un punto arbitrario resulta de la suma de las proyecciones de este punto sobre las líneas.

La simulación condicional de leyes nos permite honrar la data primaria, conservando la media, histograma y variograma de esta al total del yacimiento simulado. Además de calcular la probabilidad de que un bloque tenga una ley mayor que el “cut off” o tenor de corte establecido.

Se requiere simular una serie de funciones aleatorias unidimensionales, luego se deben simular líneas de direcciones uniformes o regulares en el espacio. El valor del nodo simulado se obtiene en función de la proyección del nodo en las líneas, el valor de las funciones unidimensionales y el número de líneas.

2.5.3 Modelo multigaussiano (Zuñiga, 2009)

Es un modelo de incertidumbre, que requiere que los datos originales sean transformados, mediante una función de transformación llamada anamorfosis, esta función transforma el histograma de los datos originales, en un histograma con una función de densidad de probabilidad Gaussiana, es decir con media igual a 0 y varianza igual a 1. Este modelo caracteriza la incertidumbre en cada punto del espacio por separado. Sin embargo la distribución local de la variable transformada, es una variable Gaussiana no estándar, ya que la media es igual a la media del Kriging simple y la varianza es igual a la varianza del Kriging simple. Para establecer este modelo Multigaussiano se deben probar las siguientes hipótesis:

- Nubes de correlación diferida; en las cuales se grafican pares de datos Gaussianos separados a una cierta distancia. Estas nubes deben presentar una forma elipsoidal para distancias de separación menores, y una forma circular para distancias mayores.
- Variogramas de indicadores; existe una relación entre el variograma de un indicador y el variograma de los datos Gaussianos. Entonces se puede estimar el variograma de indicador teóricamente, y luego comparar con el variograma experimental de indicador.
- Comparación de Madograma con variograma: siendo el Madograma el variograma de orden 1, se tiene una razón de proporcionalidad entre ellos que puede ser verificada.

Transformación Gaussiana (Anamorfosis)

Dado que es poco probable que la variable considerada presente una distribución normal, se hace necesario transformar todos los valores reales, por medio de una función llamada anamorfosis. Esta función consiste en deformar el histograma de los valores reales y convertirlos en un histograma gaussiano. Y la función de

anamorfosis no es más que una función que relaciona los valores gaussianos con los valores originales. Matemáticamente la función se describe:

$$\phi = F^{-1} \circ G$$

Ecuación 6

3 CASOS DE ESTUDIO

El caso de estudio se desarrolla a partir de dos unidades de minado que fueron explotadas en su totalidad, empleando una combinación entre Dragas de succión para remover el estéril y Dragas de cucharas para extraer los estratos gravosos profundos donde se concentra el ciento por ciento de los tenores de Oro. La planeación minera inicialmente establece rutas de dragado en función de los tenores de oro, pero no tiene en cuenta la variabilidad in situ del depósito, por esta razón la geometría del bloque planeado inicialmente difiere de la geometría del bloque finalmente explotado. Para el caso de estudio se corresponde a geometrías finales de explotación, lo cual nos permitirá realizar una conciliación entre el valor real obtenido de estos bloques y el valor estimado para estas mismas geometrías finales. Para el bloque A2 la explotación se desarrolló entre el año 2007 y el año 2011, entre tanto la explotación del bloque PJ2-RV4 se desarrolló entre el año 2001 y el año 2010.

Para cada una de las estimaciones de presenta una porción del modelo de bloques que resulta y sus tenores asociados.

También se realiza un estudio para el bloque PJ2-RV4, realizando un cambio en el tamaño de las unidades de soporte, al pasar de realizar la estimación para unidades de minado de 20 x 20 metros, a unidades de minado de 100 x 100 metros. Donde la nueva estimación solo varía un 0.6% con respecto a las estimaciones iniciales.

3.1 BLOQUE A2

A continuación se presenta el área definida como bloque A2.

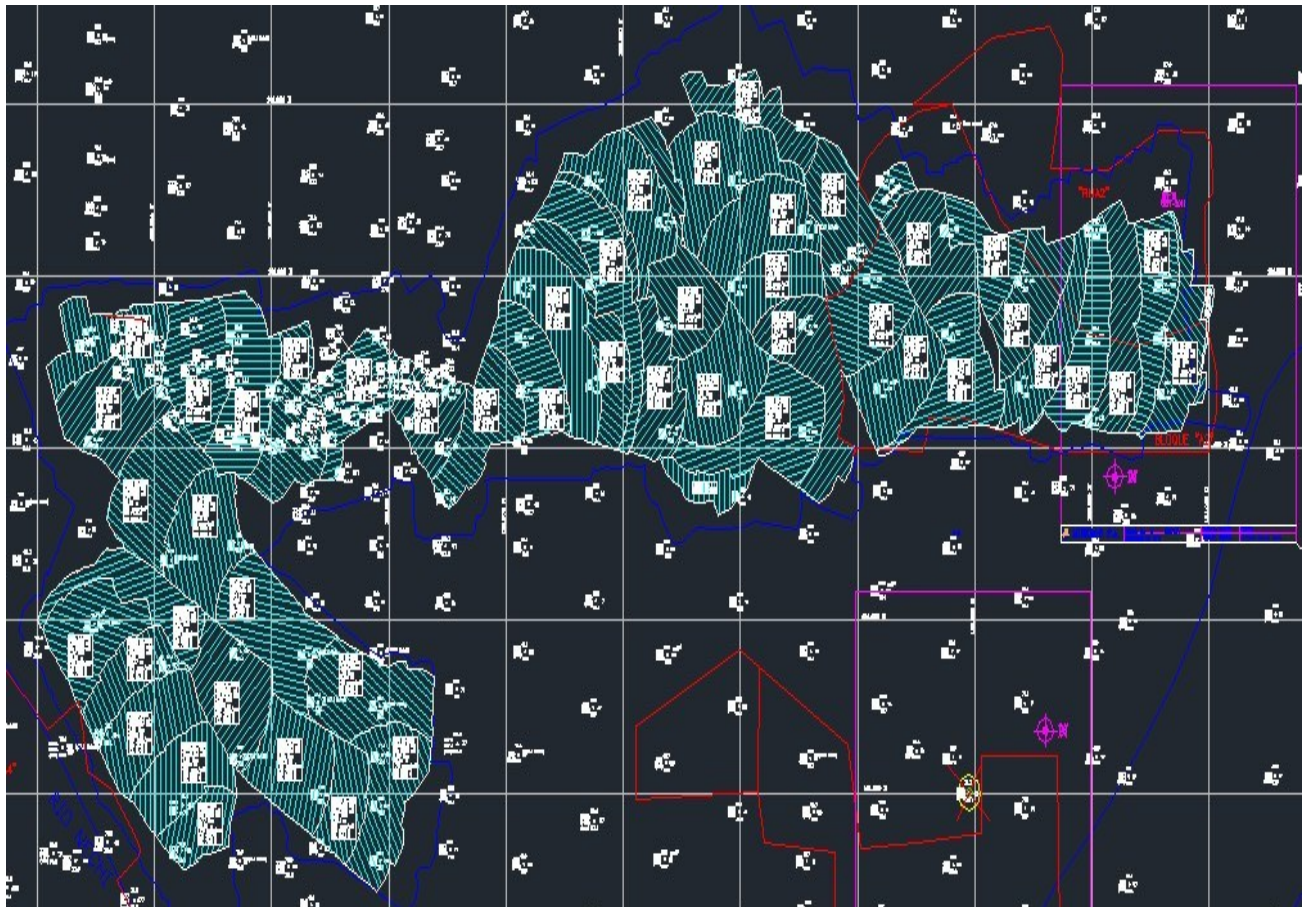


Figura 11 Bloque real explotado (Elaborado por el autor)

Producción

Para el bloque real explotado, se obtuvieron 1949 kilos de oro.

3.1.1 Análisis exploratorio de datos

- Histograma General

En la siguiente figura se presentan las frecuencias de los datos de las leyes para el bloque A2.

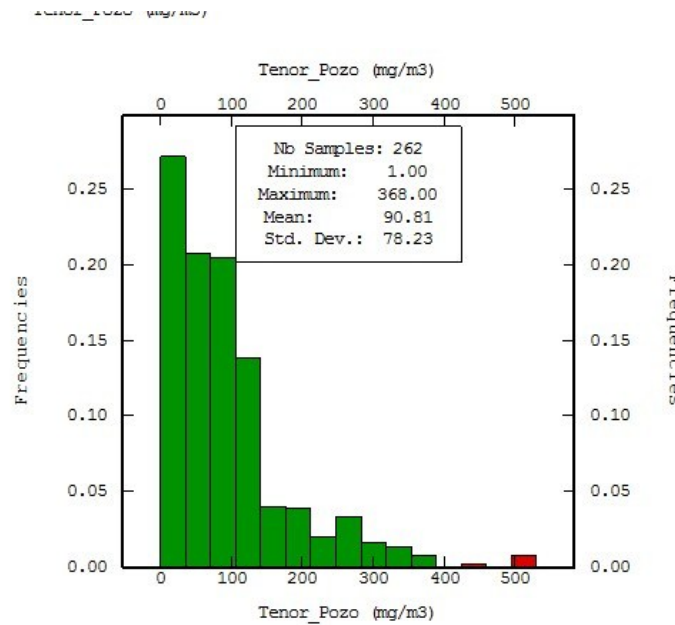


Figura 12 Histograma leyes de oro bloque A2

- Histograma sin valores Extremos

En la siguiente figura se muestra el análisis de las frecuencias de los datos eliminando aquellos considerados atípicos.

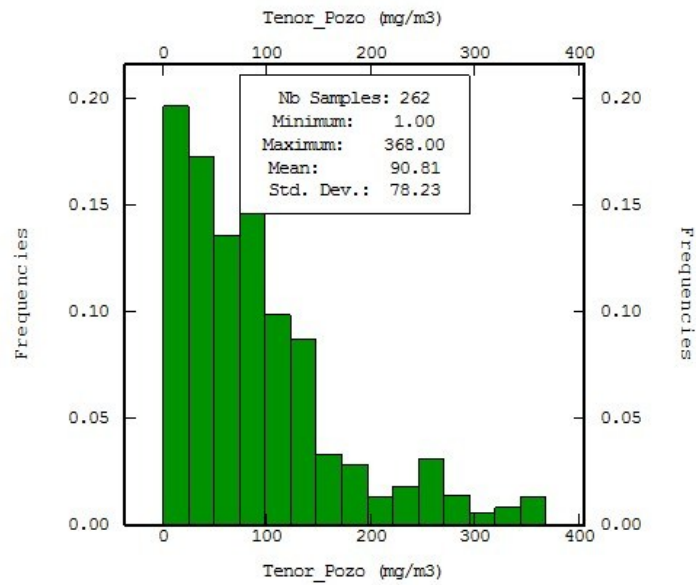


Figura 13 Histograma leyes de oro bloque A2, sin valores extremos

3.1.2 Variograma

A continuación se presenta el variograma experimental y el variograma teórico, que representan el comportamiento espacial de la variable regionalizada sobre el bloque de explotación real.

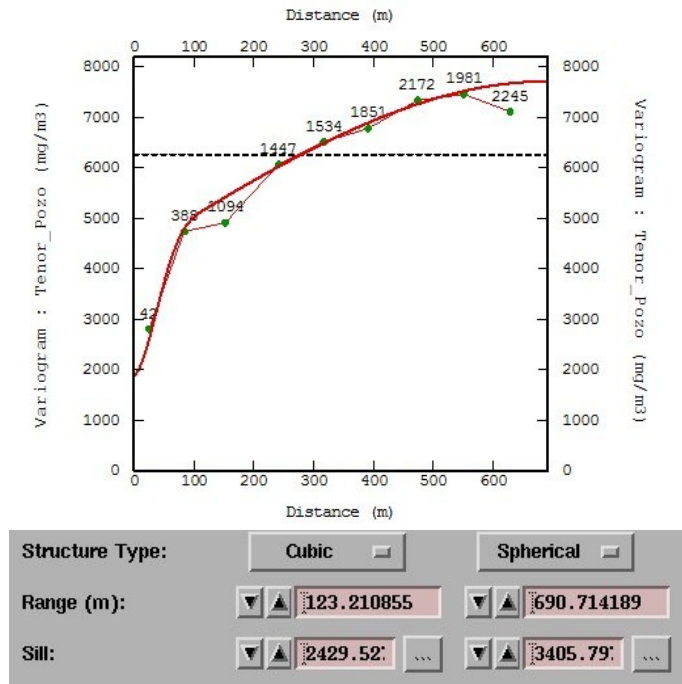


Figura 14 Variograma teórico y experimental para el Bloque A2

- Validación Cruzada (Cross Validation)

Por medio de este ejercicio se verifica la validez del variograma, el cual se presenta en la siguiente figura.

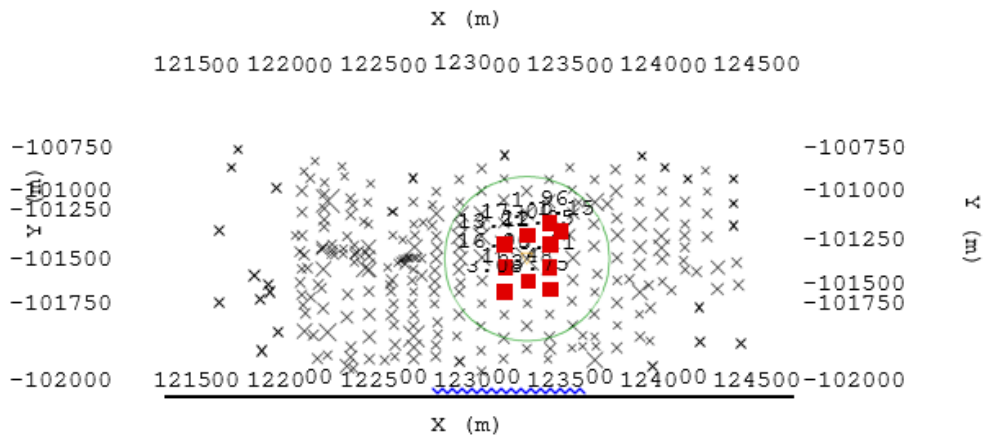


Figura 15 Cross Validation, para el Variograma del Bloque A2

3.1.3 Estimaciones

3.1.3.1 Inverso de la distancia

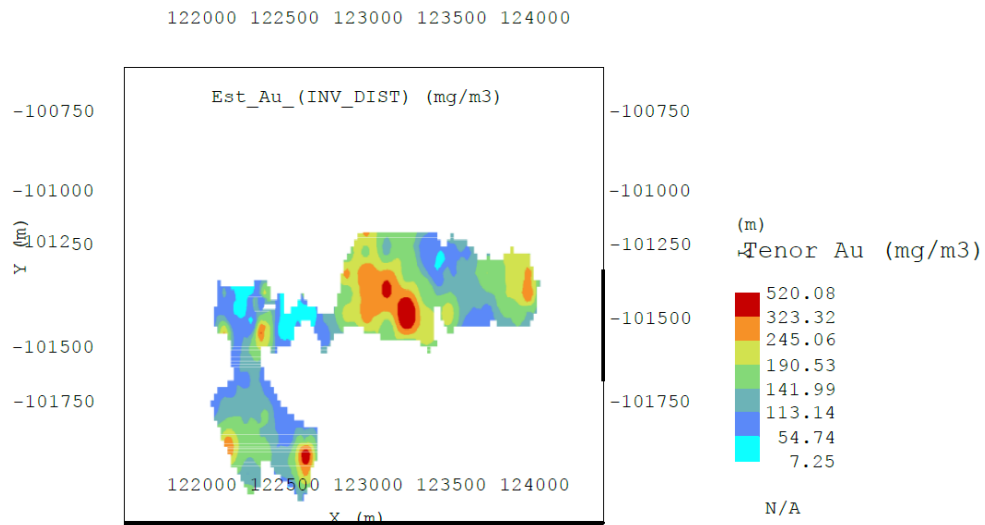


Figura 16 Estimación de Oro con el método inverso de la distancia para el bloque A2

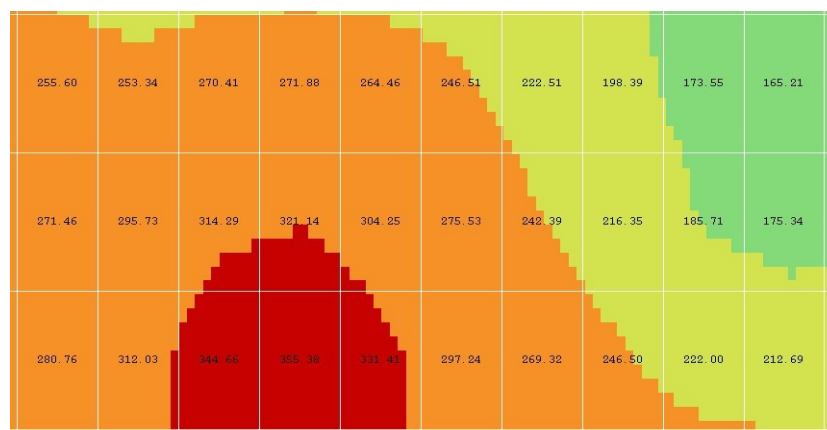


Figura 17 Estimación de Oro con el método inverso de la distancia para el bloque A2

3.1.3.2 Kriging ordinario

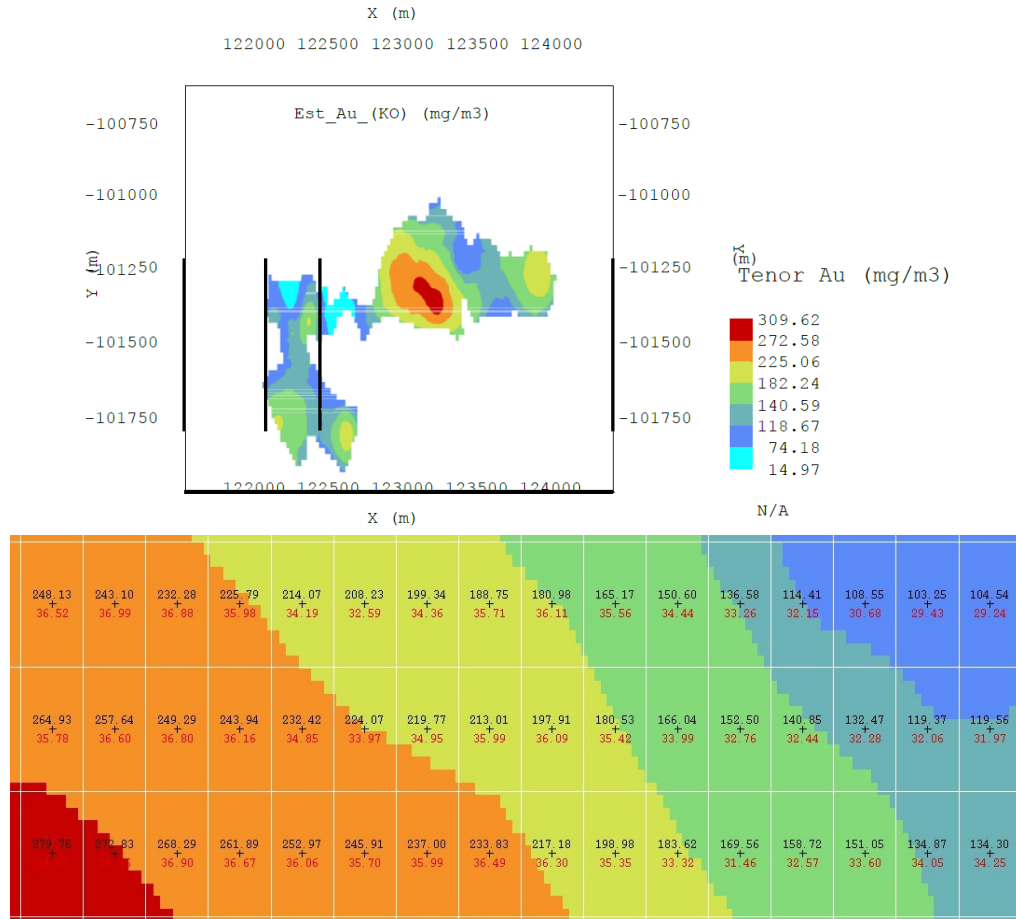


Figura 18 Estimación de Oro con el método Kriging Ordinario para el bloque A2

3.1.3.3 Simulación

- Transformación Gaussiana

Coefficientes normalizados del polinomio de Hermita

	0	1	2	3	4
0+	94.60	-79.75	34.28	-5.16	-3.21
5+	4.14	-2.71	-0.53	2.06	-0.51
10+	-0.71	0.03	0.14	0.72	-0.32
15+	-1.12	0.84	1.02	-1.34	-0.53
20+	1.59	-0.12	-1.54	0.76	1.24
25+	-1.24	-0.77	1.49	0.25	-1.51

Nueva variable Gaussiana

Figura 19 Histograma normalizado leyes de oro bloque A2

Para esta nueva variable normalizada, se realiza de nuevo todo el estudio variografico, partiendo de un variograma experimental y ajustándole un variograma teórico.

- Variograma

Experimental - Teórico

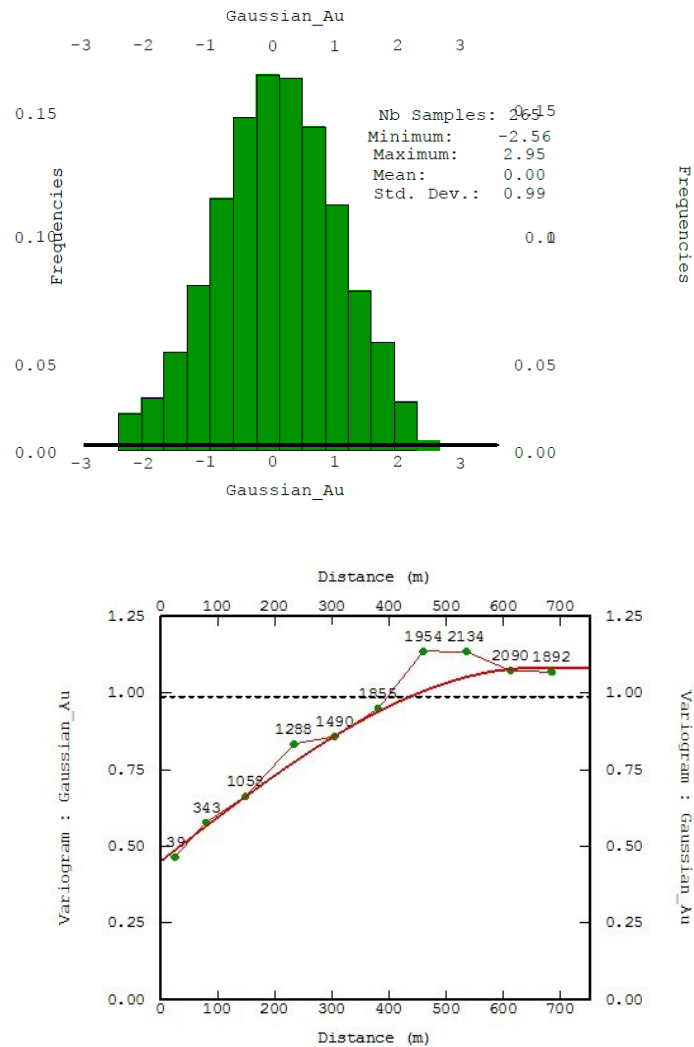




Figura 20 Variograma variable normalizada leyes de oro bloque A2

- Validación Cruzada

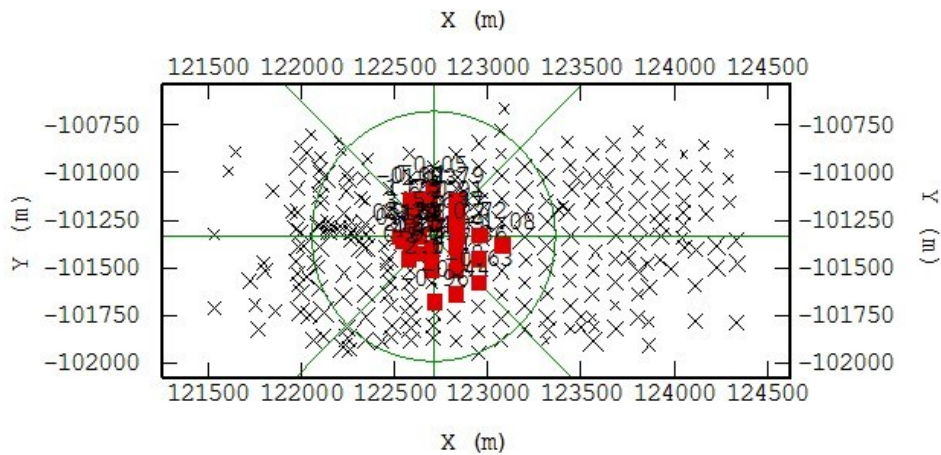


Figura 21 Cross Validation, para el Variograma de la variable normalizada del Bloque A2

- Bandas rotantes (TB)

Empleando 400 bandas rotantes y 100 simulaciones.

- *Media de la Estimación*

En este caso el modelo de bloques estimado, permite identificar las zonas de con altos y bajos contenidos de oro, de esta manera la planeación minera puede establecer una secuencia optima de extracción.

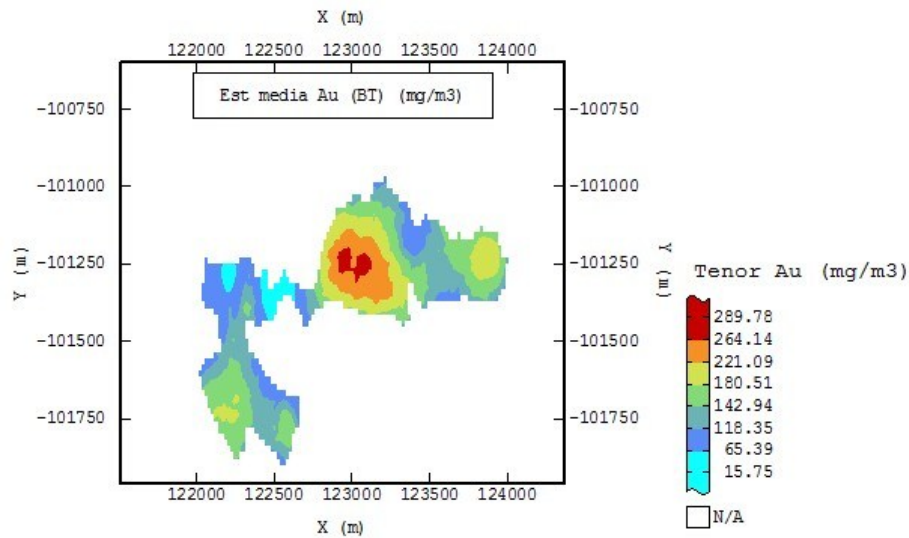


Figura 22 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (media de la estimación) para el bloque A2

- Bandas rotantes Escenario Pesimista

Los escenarios pesimistas castigan la variable “tenor de oro” haciendo que la explotación sea tan conservadora, que posiblemente la viabilidad económica de la explotación será negativa.

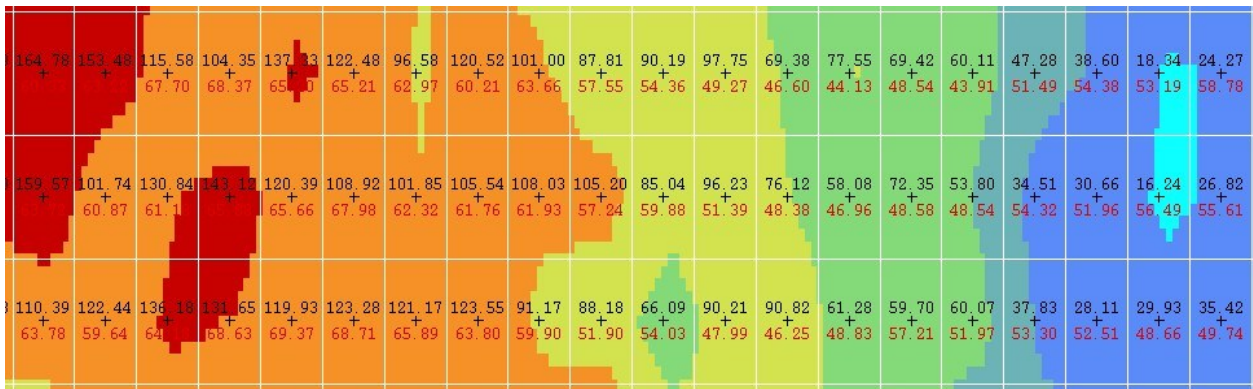
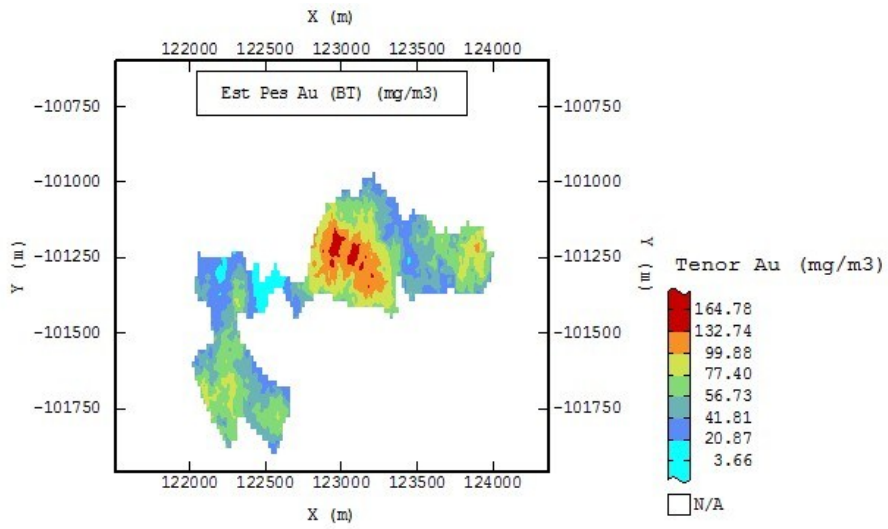


Figura 23 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (escenario pesimista) para el bloque A2

○ *Bandas rotantes Escenario Optimista*

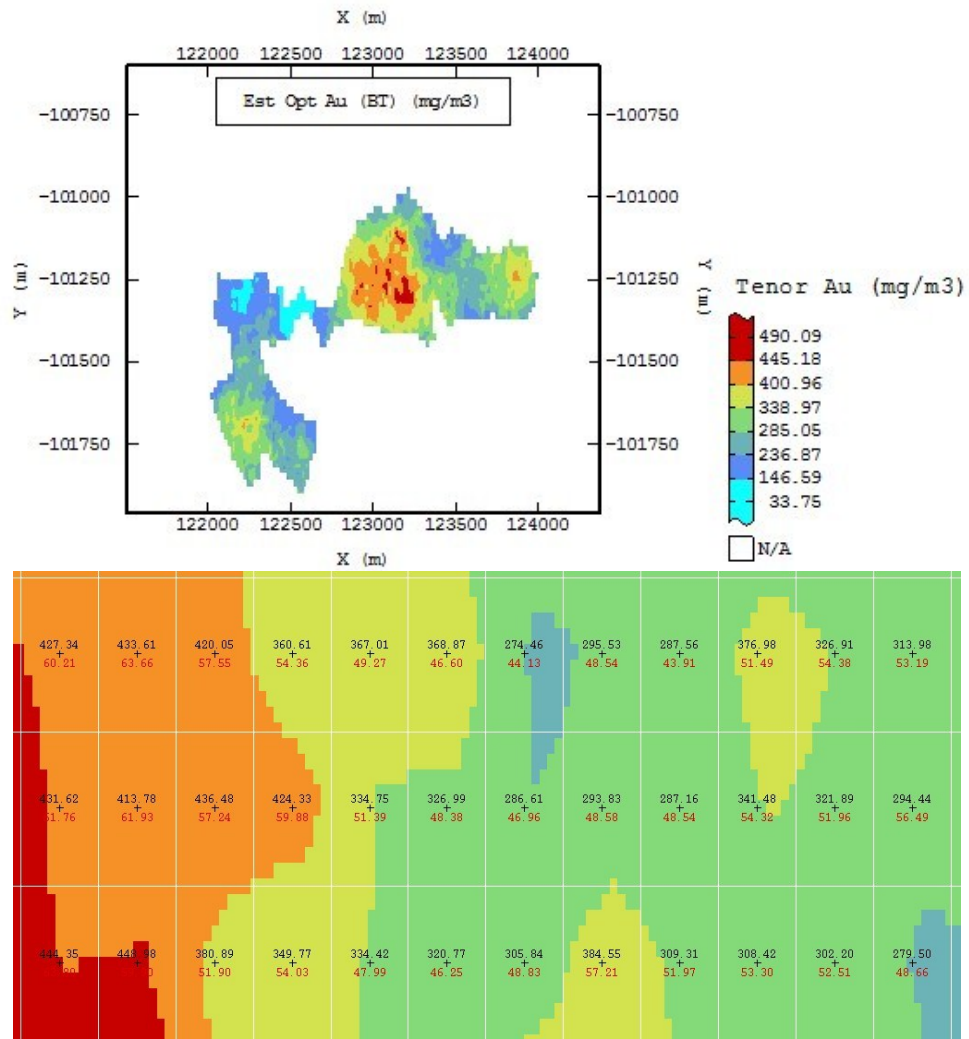


Figura 24 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (escenario optimista) para el bloque A2

3.1.4 Comparación entre los métodos de estimación del bloque real explotado “BLOQUE A2”

Tabla 1 Comparación entre los métodos de estimación para el bloque A2

COMPARACIÓN METODOS DE ESTIMACIÓN			
Au obtenido real (kg)	1949 kg		
Método de Estimación	Au Estimado (kg)	Au Estimado (kg) % REC (90%)	% de Variación respecto al Au obtenido
Bandas Rotantes (media)	2347 kg	2112 kg	8%
Bandas Rotantes (Pesimista)	961 kg	865 kg	-56%
Bandas Rotantes (Optimista)	4488 kg	4039 kg	107%
Kriging Ordinario	2370 kg	2133 kg	9%
Inverso de la Distancia	2437 kg	2194 kg	13%

El método que mejor se ajusta a los resultados obtenidos en la realidad, es el método Geoestadístico de bandas rotantes, además de deber tener en cuenta que para este caso la estimación fue castigada por un factor de recuperación estimado arbitrariamente, para el caso se asumió un 90% de recuperación.

3.1.5 Estimación condicionada de un tenor de corte para todo bloque A2

Tenor de corte de 123 mg/m³

A continuación se presenta una estimación basada en Kriging ordinario y Bandas Rotantes, para el bloque A2, donde lo que se pretende es ingresar la variable “Cut- off” y determinar una modelo de bloques real, donde se consideran factores económicos.

3.1.5.1 Kriging ordinario

Para el caso que se presenta a continuación, se puede observar que una planeación minera dejaría unidades de minado por fuera del plan de explotación,

ya que serían unidades de minado aisladas, donde el costo que implicaría su acceso, implicaría no maximizar el valor presente de la explotación.

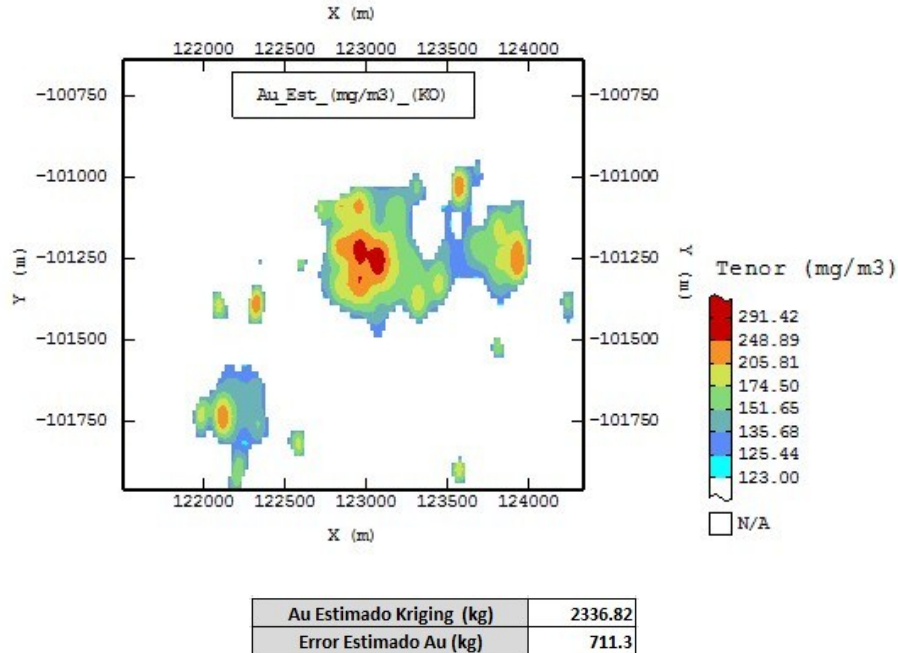
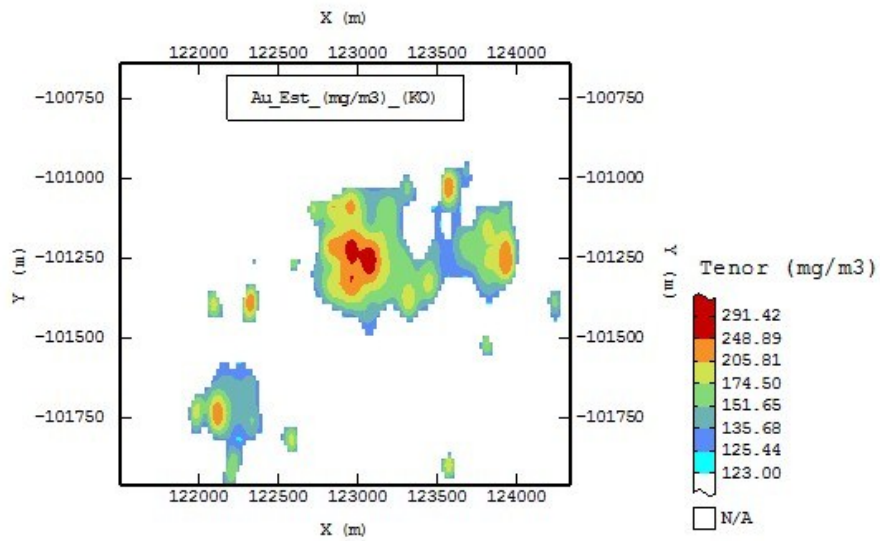


Figura 25 Estimación de Oro para un Cutoff de 123 mg/m3 a partir de Kriging ordinario para el bloque A2

3.1.5.2 Bandas rotantes (media)

Para un tenor de corte establecido, se pudieron haber tenido dos unidades de minado independientes y así evitar la extracción de mineral que no cumpliera con el tenor de corte. De esta manera se hubiese maximizado el valor presente neto.

Se puede observar como el método de las bandas rotantes tiende a suavizar los límites de la explotación.



Au Estimado Bandas rotantes (kg)	2180.20
Error Estimado Au (kg)	621.2

Figura 26 Estimación de Oro para un Cutoff de 123 mg/m³ a partir de Bandas rotantes (media) para el bloque A2

3.2 BLOQUE RV4 – PJ2

A continuación se presenta el área explotada entre el año 2001 y el año 2010, donde participaron varias unidades de extracción. La planeación minera inicial se realizó teniendo como base 487 perforaciones ubicadas en una malla regular de 122 metros de distancia entre pozos.

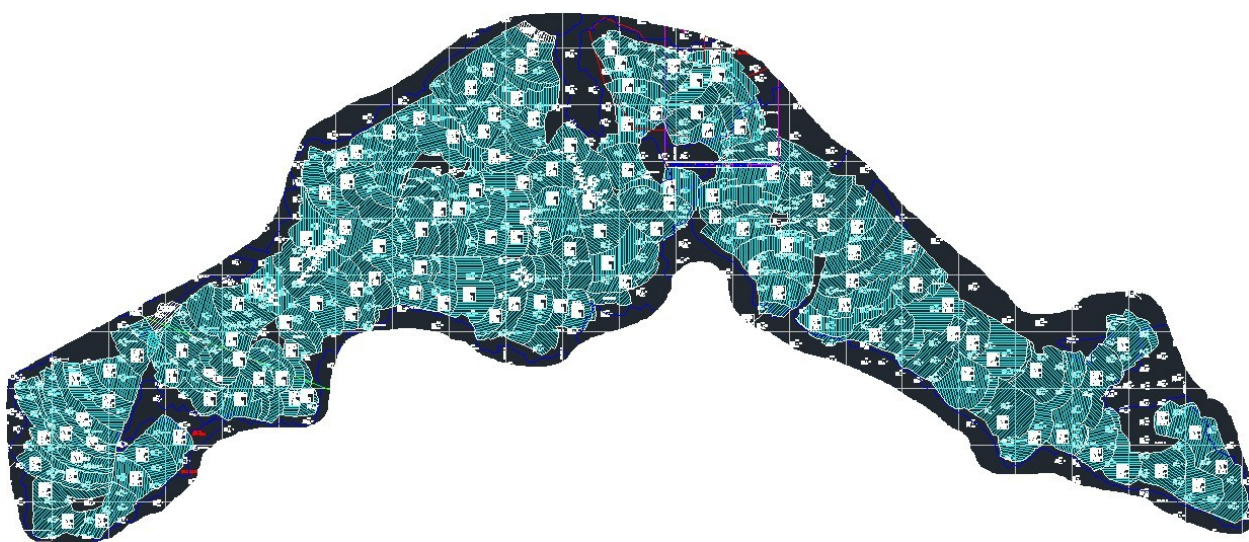


Figura 27 Bloque real explotado RV4 – PJ2 (Elaboración Propia)

Producción

Para el bloque real explotado, se obtuvieron 9416 kilos de oro.

3.2.1 Análisis exploratorio de datos

Histograma General

A continuación se presenta el histograma general de la variable regionalizada tenor de oro, correspondiente al bloque real explotado.

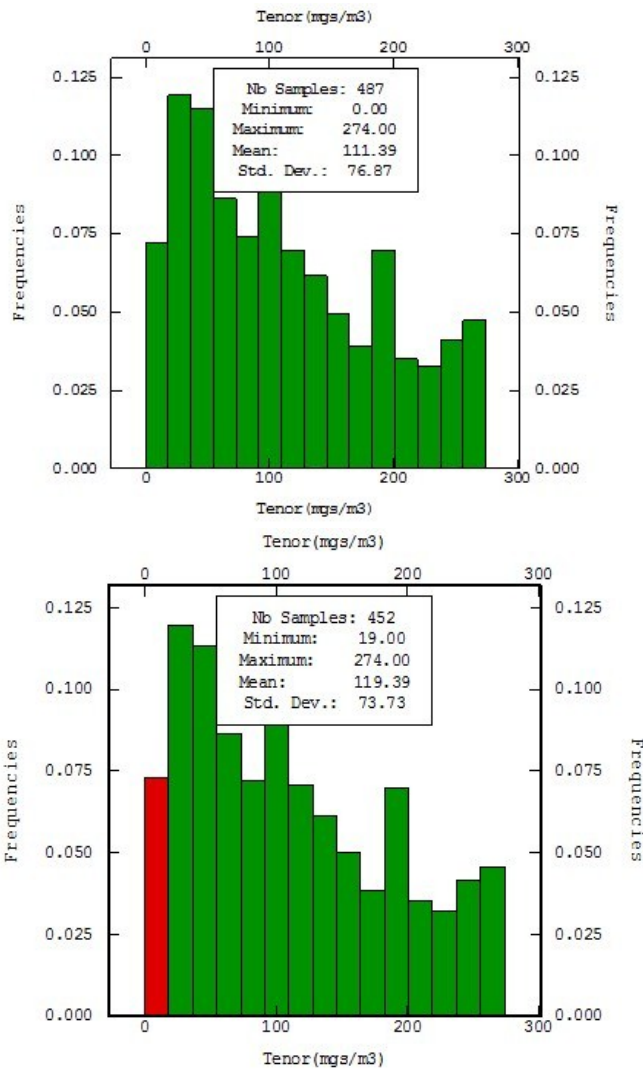


Figura 28 Histograma leyes de oro bloque RV4 – PJ2

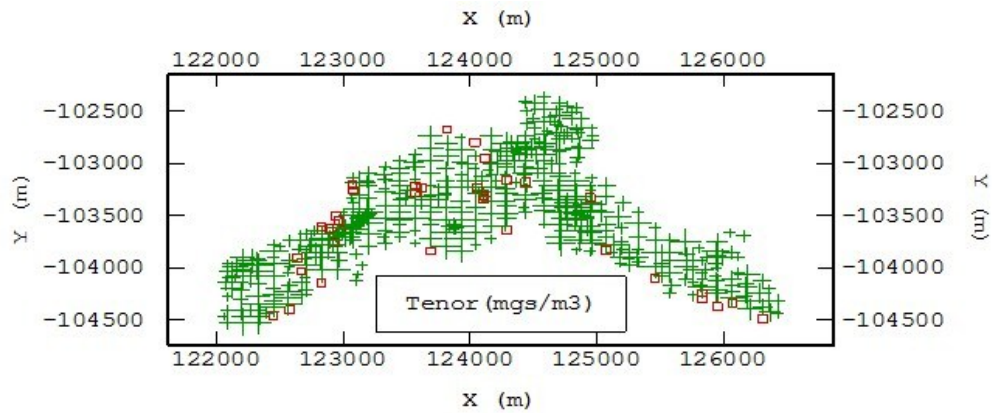


Figura 29 Basemap, valores extremos del bloque RV4 – PJ2

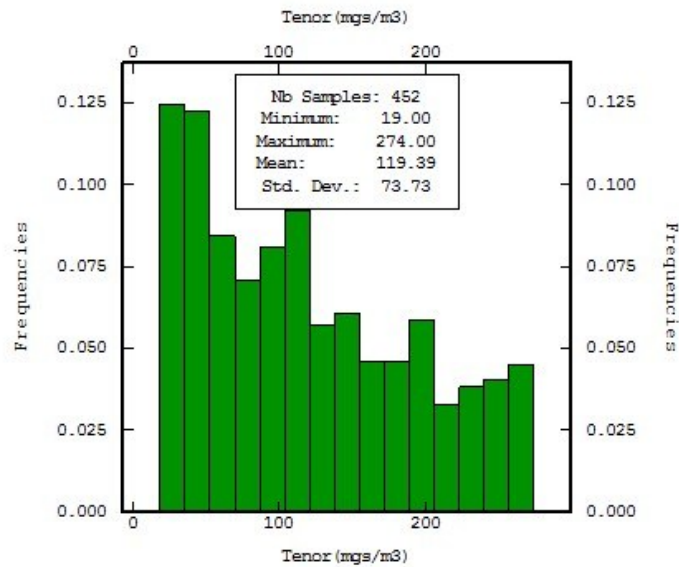


Figura 30 Histograma leyes de oro bloque RV4 – PJ2, sin valores extremos

3.2.2 Variograma

- Experimental – Teórico

A continuación se presenta el variograma experimental y el variograma teórico, que representan el comportamiento espacial de la variable regionalizada sobre el bloque de explotación real.

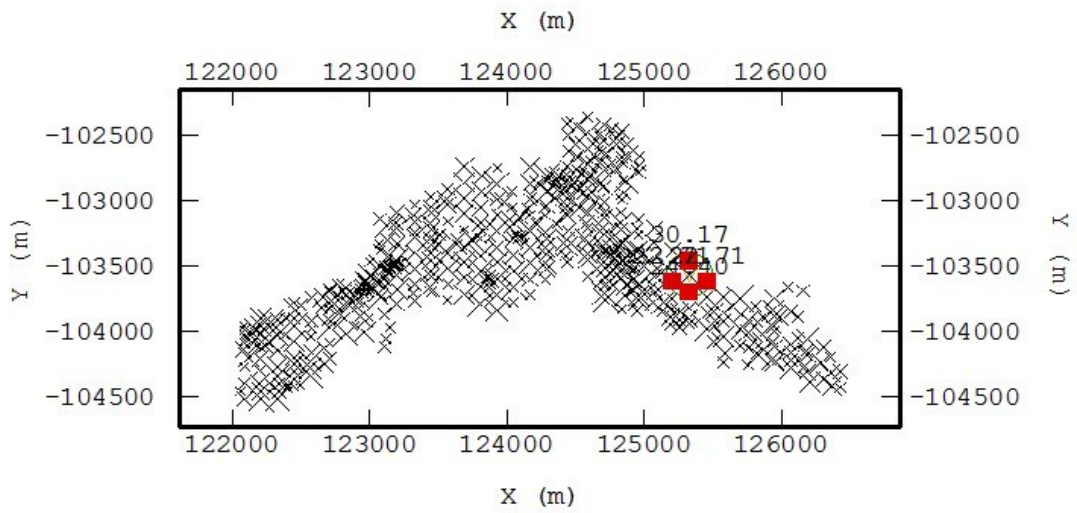


Figura 32 Cross Validation, para el Variograma del Bloque RV4 – PJ2

3.2.3 Estimaciones

3.2.3.1 Inverso de la distancia

La zona de mayores concentraciones se podría extraer bajo parámetros operativos (tasa de extracción) que garantizaran la mayor de recuperación de esos tenores.

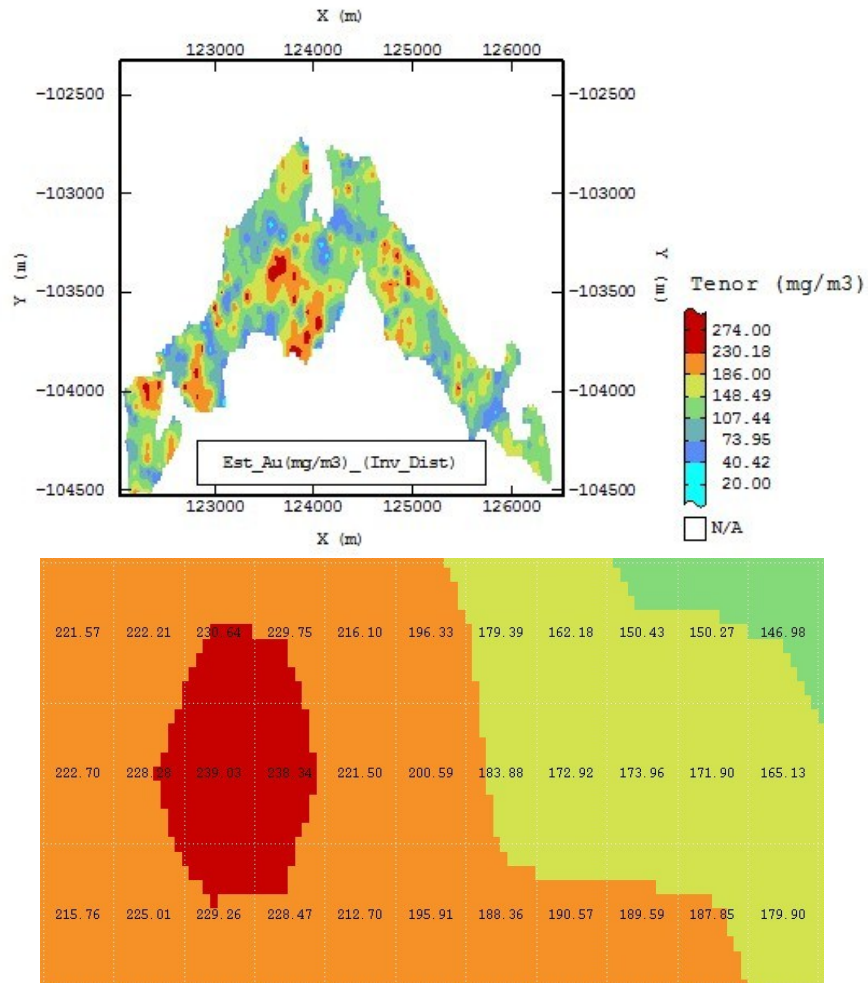


Figura 33 Estimación de Oro con el método inverso de la distancia para el bloque RV4 – PJ2

3.2.3.2 Kriging ordinario

A partir de la estimación por medio del Kriging ordinario, se pueden identificar unidades de minado donde la concentración de la variable “tenor de oro” es homogénea con relación a las unidades de minado que se identifican a través del método tradicional del inverso de la distancia.

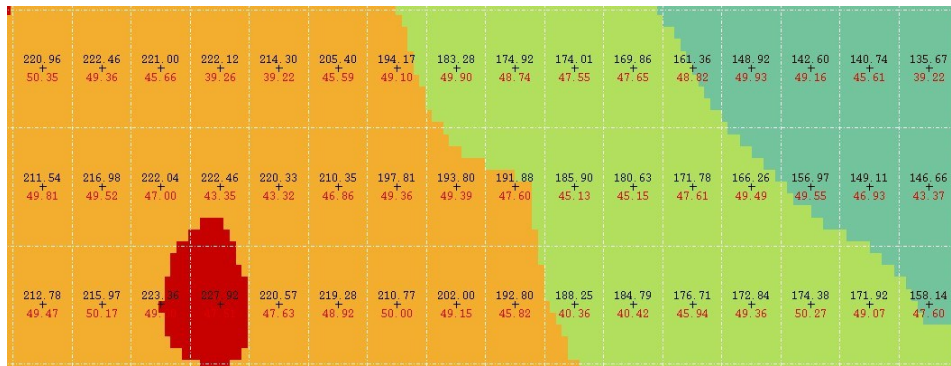
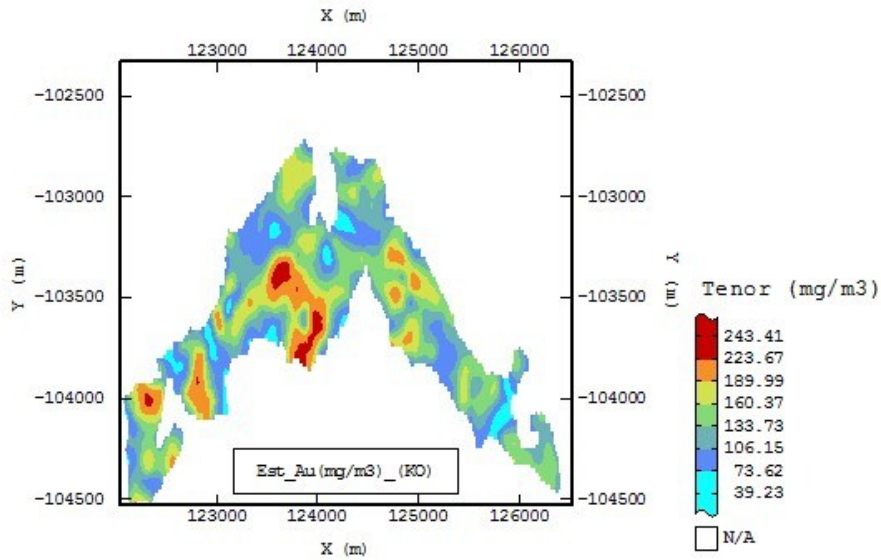


Figura 34 Estimación de Oro con el método Kriging Ordinario para el bloque RV4 – PJ2

3.2.3.3 Simulación

- Transformación Gaussiana

Coeficientes normalizados del polinomio de Hermita

	0	1	2	3	4
0+	119.39	-71.22	11.47	13.32	-5.48
5+	-3.57	2.48	0.85	-0.97	-0.09
10+	0.25	-0.06	0.03	0.05	-0.11
15+	-0.03	0.09	0.04	-0.06	-0.08
20+	0.02	0.14	-0.01	-0.21	0.02
25+	0.27	-0.04	-0.31	0.06	0.34

Nueva variable Gaussiana

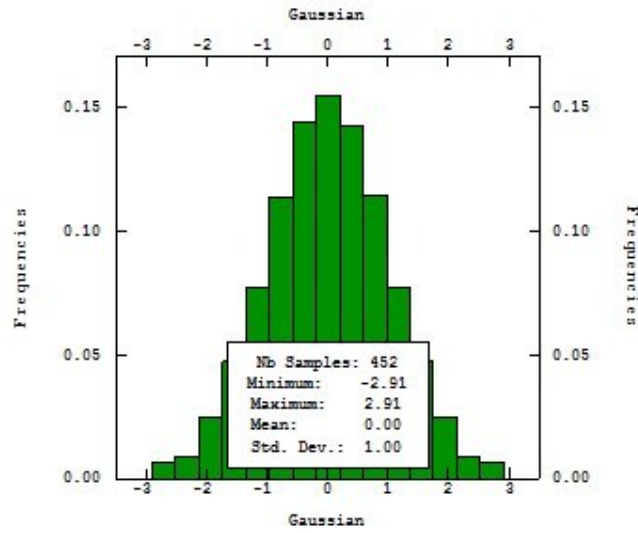
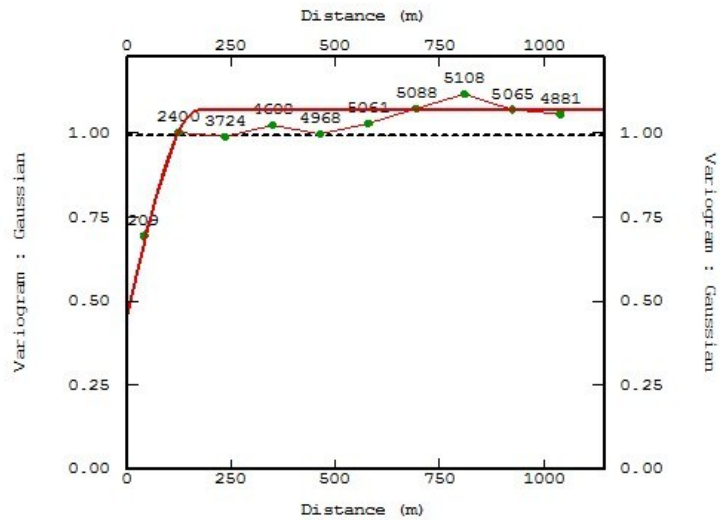


Figura 35 Histograma normalizado leyes de oro bloque RV4 – PJ2

- Variograma

Experimental – Teórico



Structure Type:	Spherical
Range (m):	172.901696
Sill:	0.61943
Delete	

Figura 36 Variograma variable normalizada leyes de oro bloque RV4 – PJ2

- Validación Cruzada

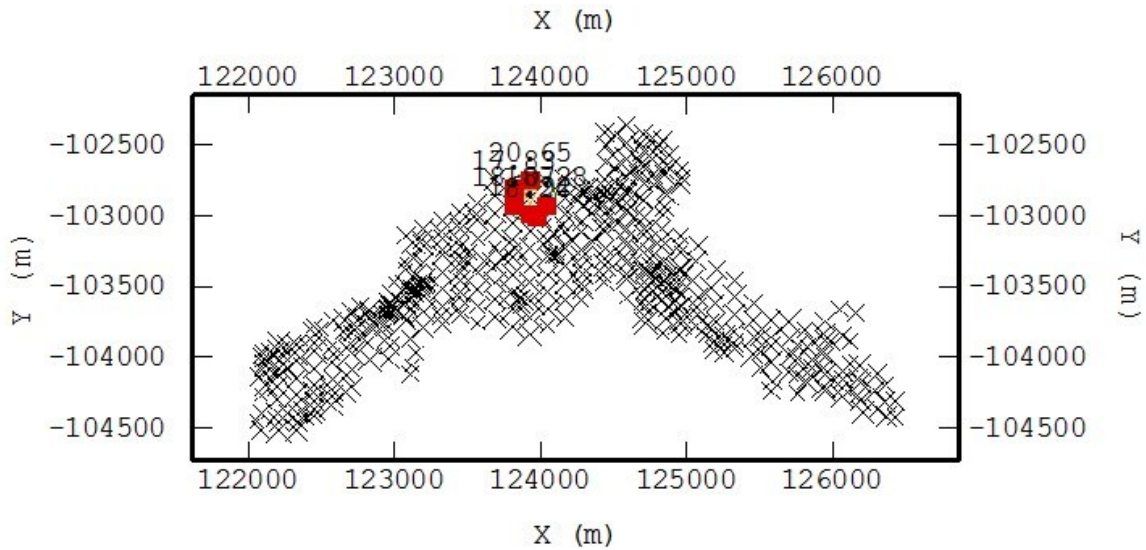


Figura 37 Cross Validation, para el Variograma de la variable normalizada del Bloque RV4 – PJ2

- Bandas Rotantes (TB)

Empleando 400 bandas rotantes y 100 simulaciones.

- *Media de la Estimación*

Las zonas de bajos tenores podrían ser reevaluados dependiendo de la dinámica con la que se realice la explotación y las condiciones de mercado que se presenten en el momento de su extracción.

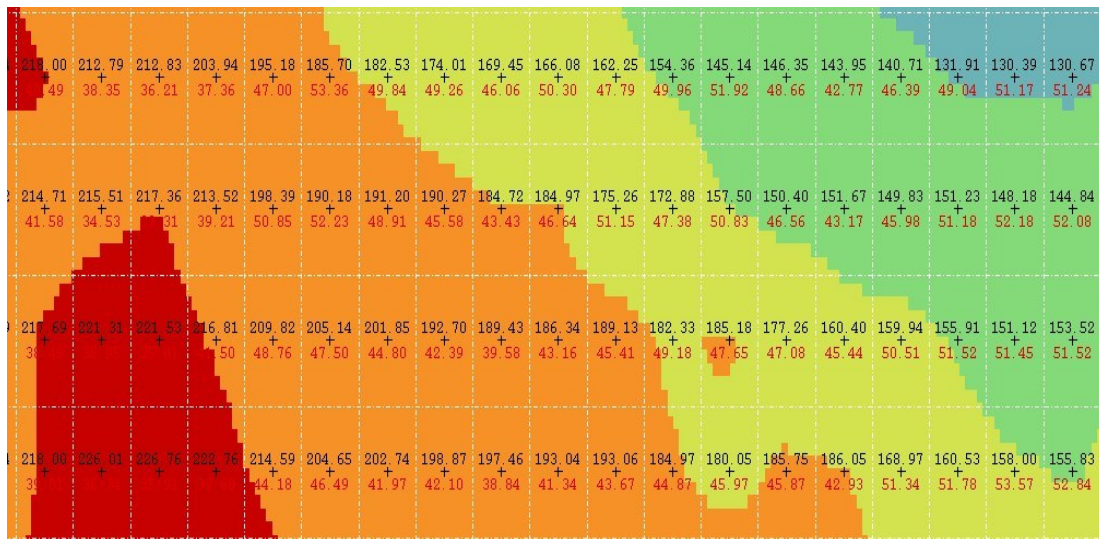
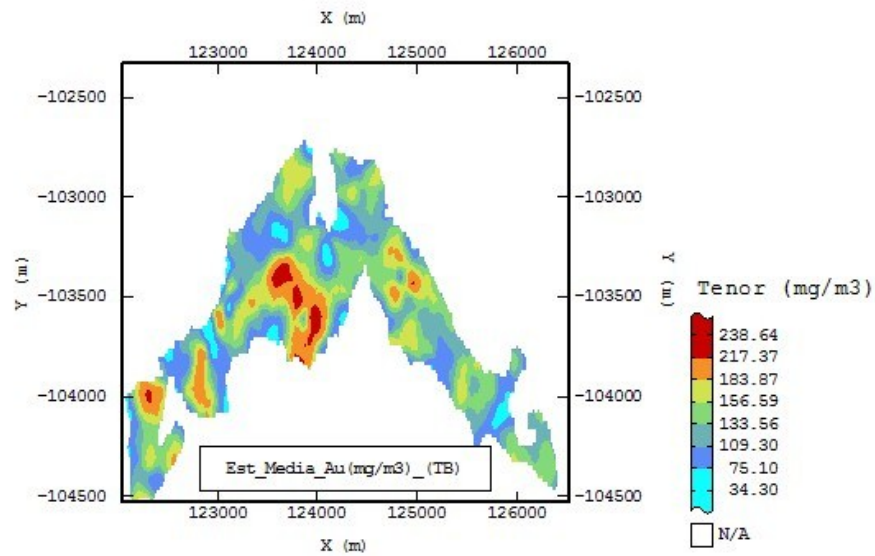


Figura 38 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (media de la estimación) para el bloque RV4 – PJ2

○ *Bandas rotantes Escenario Optimista*

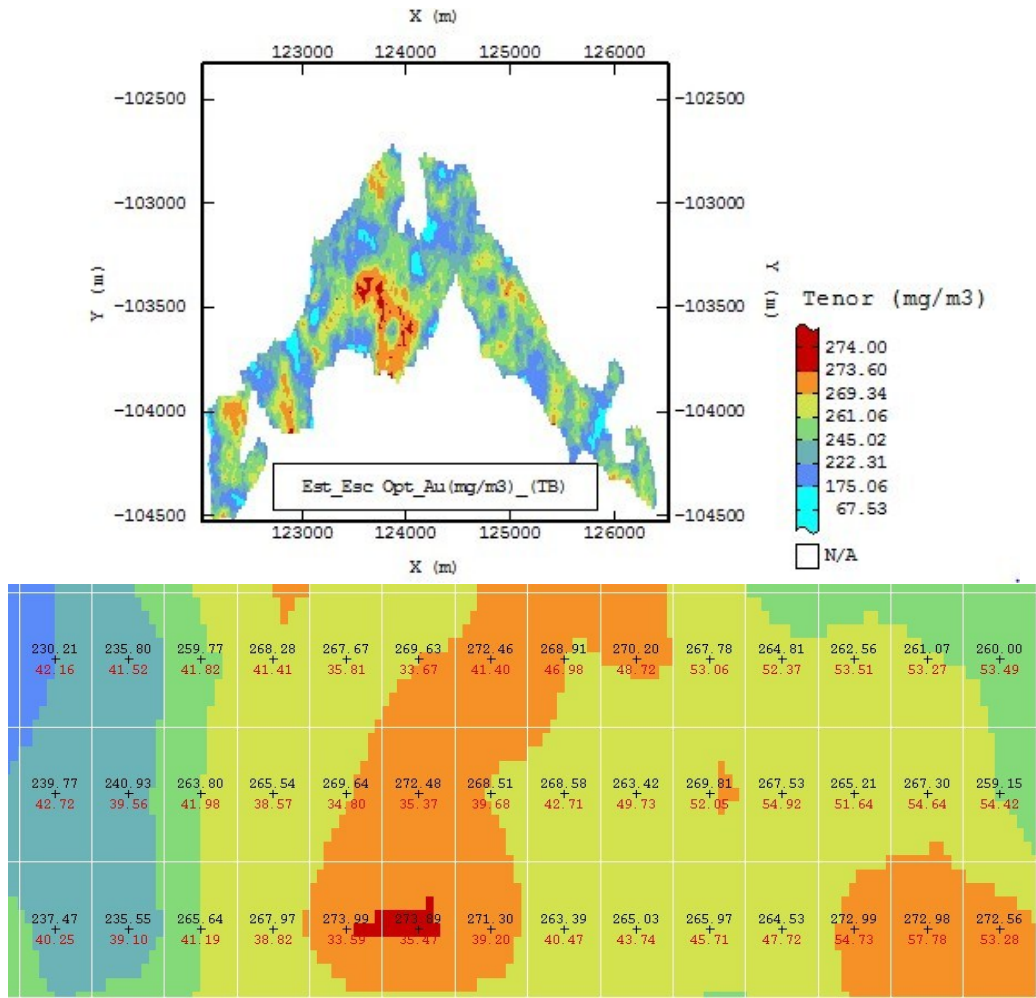


Figura 39 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (escenario optimista) para el bloque RV4 – PJ2

○ *Bandas rotantes Escenario Pesimista*

La zona de mayor concentración en este caso se podría interpretar como una zona de concentración anómala, posiblemente influenciada por la existencia de un paleocanal rico en la concentración de oro.

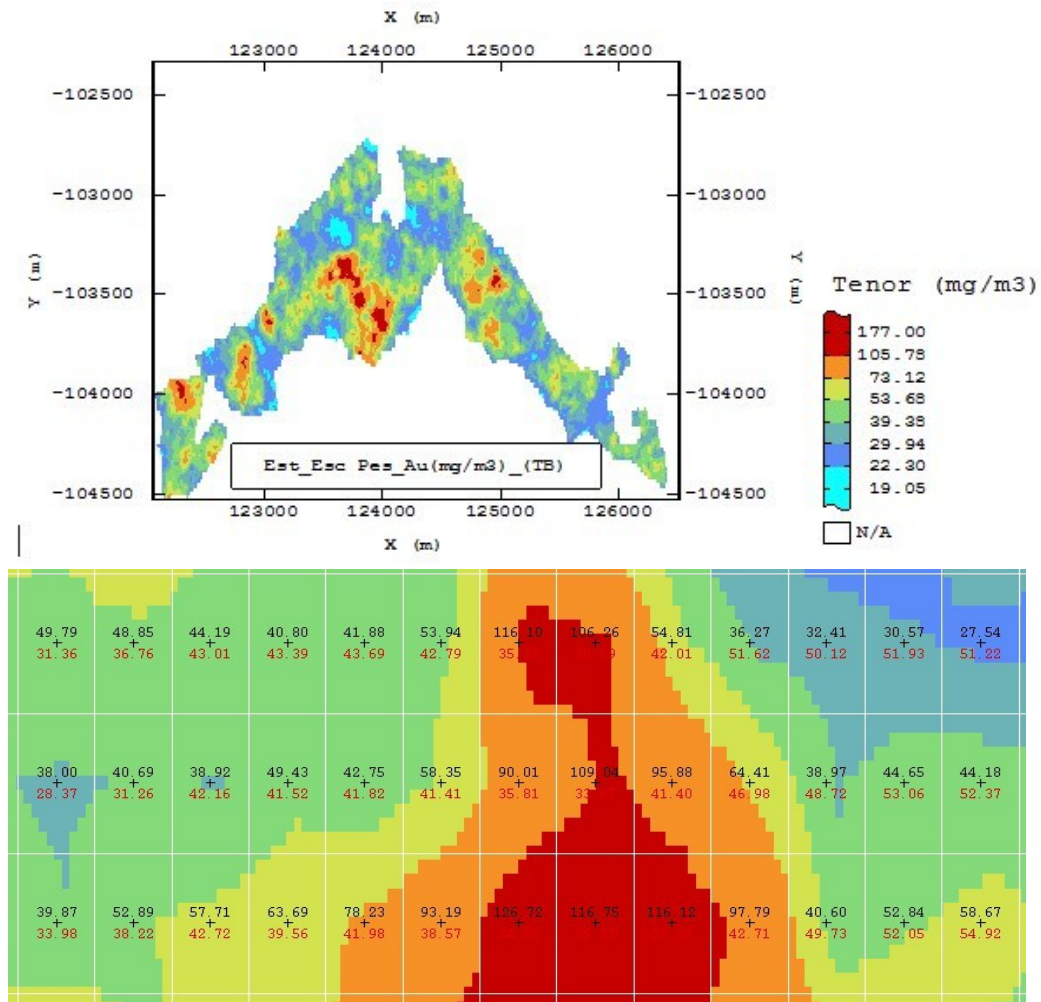


Figura 40 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (escenario pesimista) para el bloque RV4 – PJ2

3.2.4 Comparación entre los métodos de estimación del bloque real explotado “RV4 - PJ2”

En la siguiente tabla se presentan el resumen de los resultados obtenidos en cada una de las metodologías utilizadas, así como una comparación entre ellas.

Tabla 2 Comparación entre los métodos de estimación para el bloque RV4 – PJ2

COMPARACIÓN METODOS DE ESTIMACIÓN			
Au obtenido real (kg)	9416 kg		
Método de Estimación	Au Estimado (kg)	Au Estimado (kg) % Rec (90%)	% de Variación
Bandas Rotantes (media)	7959 kg	7163 kg	-23.9%
Bandas Rotantes (Pesimista)	2660 kg	2394 kg	-74.6%
Bandas Rotantes (Optimista)	14059 kg	12653 kg	34.4%
Kriging Ordinario	8000 kg	7200 kg	-23.5%
Inverso de la Distancia	7951 kg	7156 kg	-24.0%

La comparación entre las diferentes metodologías de estimación de recursos minerales, se observa que la variación entre los diferentes métodos es mínima, sin embargo las estimaciones basadas en técnicas Geoestadísticas asocian un error, lo que permite realizar una planeación minera dinámica y flexible. Para el caso de estudio, el método que mejor se ajusta a la realidad es el método Geoestadístico de bandas rotantes, que a pesar de conciliar de manera negativa, es decir el valor real obtenido fue superior. El error asociado permite ser flexibles con la conciliación, de esta manera la planeación minera se puede realizar de manera estocástica.

- Cambio de soporte a unidades de minado de 100 x 100 metros

Al realizar cambio sobre el soporte del bloque explotado se obtienen los resultados que se presentan en la siguiente tabla.

La diferencia entre la estimación empleando unidades de soporte de 20 x 20 metros es de solo 0.6%, para el método de las bandas rotantes, que considero, es el que mejor se ajusta a una conciliación con la realidad.

Tabla 3 Comparación entre los métodos de estimación para el bloque RV4 – PJ2, con cambio de soporte del bloque

COMPARACIÓN METODOS DE ESTIMACIÓN			
Au obtenido real (kg)	9416 kg		
Método de Estimación	Au Estimado (kg)	Au Estimado (kg) % Rec (90%)	% de Variación
Bandas Rotantes (media)	8030 kg	7227 kg	-23.2%
Bandas Rotantes (Pesimista)	3684 kg	3315 kg	-64.8%
Bandas Rotantes (Optimista)	12855 kg	11569 kg	22.9%
Kriging Ordinario	8070 kg	7263 kg	-22.9%
Inverso de la Distancia	8071 kg	7264 kg	-22.9%

Estimación media bandas rotantes

Para bloques de mayor tamaño la explotación sería menos selectiva y los valores esperados por cada unidad de minado podrían no conciliar con la realidad, sin embargo, para explotación de gran movimiento de material, el tamaño de los bloques sería adecuado. Además de lo anterior un modelo de bloques con bloques de gran tamaño permite hacer planes de minado de corto plazo realizando secuenciamiento minero de modo que la mezcla “blending” entre las unidades de minado, permita alcanzar un tenor medio objetivo.

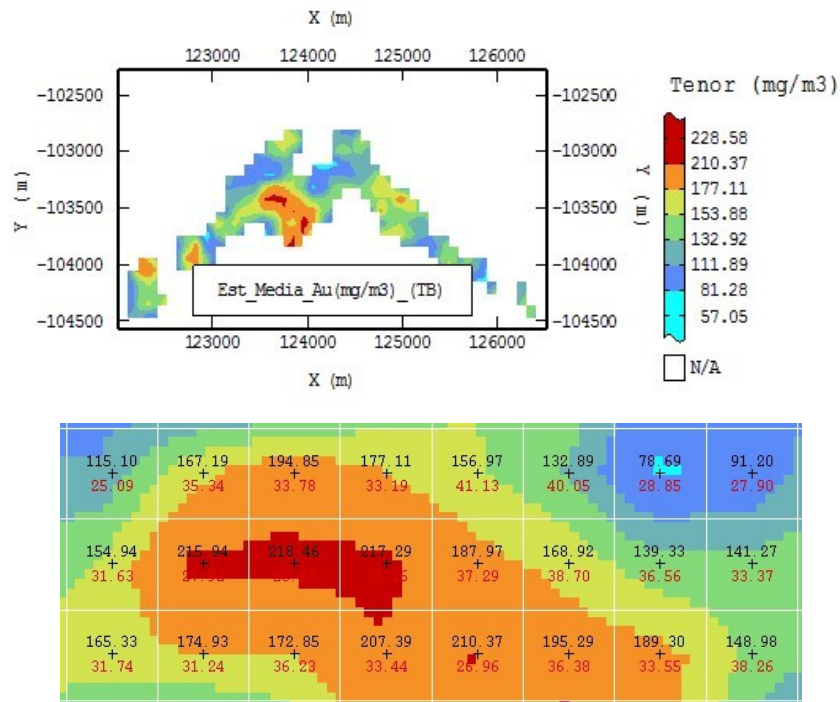


Figura 41 Estimación de Oro con el método de bandas rotantes (media) para el bloque RV4 – PJ2, con soporte de bloques de 100 x 100 metros

3.2.5 Estimación condicionada a un tenor de corte para todo el bloque RV4 PJ2.

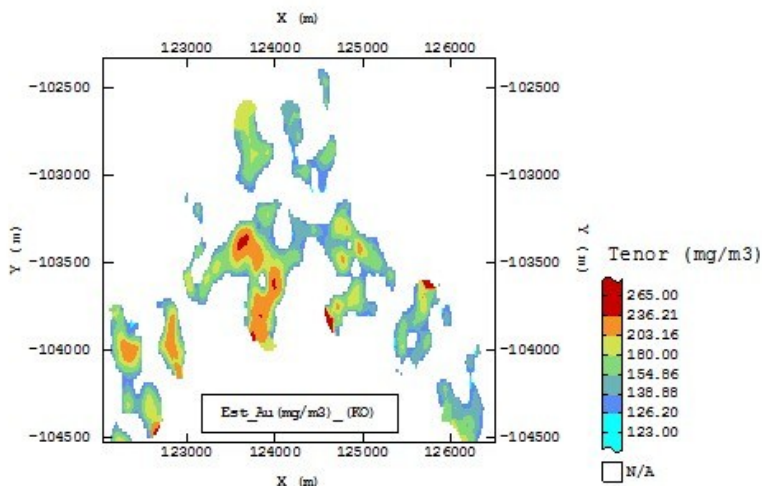
Tenor de corte de 123 mg/m³

A continuación se presenta una estimación basada en Kriging ordinario y Bandas Rotantes, para el bloque PJ2-RV4, donde lo que se pretende es ingresar la variable “Cut-off” y determinar una modelo de bloques real, donde se consideran factores económicos.

3.2.5.1 Kriging ordinario

La estimación a través del Kriging ordinario, nos muestra una dificultad para realizar una planeación minera, ya que todo el bloque real de explotación no cumple con el tenor de corte, de esta forma sería necesario realizar una

explotación minera selectiva o diluir el tenor con zonas que no cumplen con el tenor de corte. En este caso sería una decisión financiera.



Au Estimado Kriging Ordinario (kg)	7682.92 kg
Error Estimado Au (Kg)	2370.40 kg

Figura 42 Estimación de Oro para un Cutoff de 123 mg/m³ a partir de Kriging ordinario (media) para el bloque RV4 – PJ2

3.2.5.2 Bandas rotantes (media)

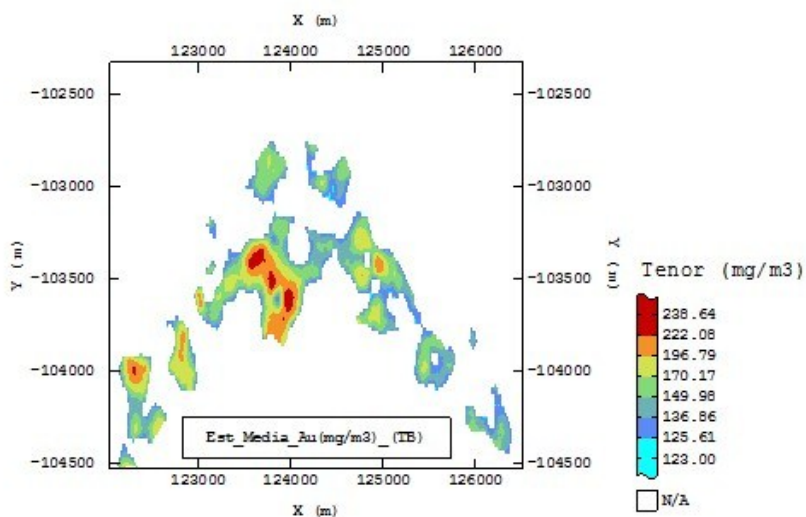


Figura 43 Estimación de Oro para un Cutoff de 123 mg/m³ a partir de Bandas rotantes (media) para el bloque RV4 – PJ2

Para los casos de estudio propuestos, los resultados son satisfactorios en especial para el caso de estudio del bloque A2, ya que la conciliación entre los valores estimados por métodos Geoestadísticos y los valores reales obtenidos, presentan un bajo porcentaje de variación, teniendo en cuenta que se asumió de manera arbitraria un porcentaje de recuperación, con lo cual se castigó la estimación. Además de lo anterior, el modelo de bloques que se presenta permite descartar zonas con bajos tenores y de esta manera maximizar el valor presente neto de la explotación.

Para el caso de estudio del bloque PJ2 – RV4, los valores reales obtenidos en la explotación están muy por encima de los valores medios de las estimaciones realizadas empleando métodos Geoestadísticos. Esto puede estar muy influenciado por el tamaño del bloque de estudio y tiempo que este tardo en explotación, a partir de estas premisas y dado que durante el tiempo de explotación se realizaron perforaciones de verificación, las cuales no se tuvieron en cuenta para desarrollar el ejercicio. Además de lo anterior y tenido en cuenta la experiencia, la estimación de los tenores in situ se realizó en su gran mayoría empleando correcciones positivas, estas correcciones alteran de manera negativa la estimación del tenor in situ, ya que restan oro real a cada sondeo. Bajo esta última hipótesis sería interesante realizar la estimación sin tener en cuenta este tipo de correcciones.

Para los casos de estudio, la Geoestadística demuestra que es una herramienta de gran utilidad para realizar la planeación minera de yacimientos aluviales, ya que al incorporar el factor de error en las estimaciones, se estará favoreciendo la conciliación respecto a los valores obtenidos dada la variabilidad que presenta un depósito mineral de este tipo.

Los modelos de bloques que se obtienen a través de las estimaciones Geoestadísticas, permiten establecer secuencias de minado dinámicas y se podrían ajustar a planeaciones mineras, dependiendo de objetivos de producción y de mercado.

El ejercicio tiene validez ya que demuestra lo útil que puede ser emplear la Geoestadística como herramienta de estimación de depósitos aluviales. La comparación entre los métodos tradicionales y Geoestadísticos, es una clara muestra de que los métodos Geoestadísticos concilian de mejor manera con los valores reales en comparación a los métodos tradicionales. Además de esto la Geoestadística ratifica que la distancia de perforación que actualmente se emplea para estimar reservas probables es la adecuada, ya que actualmente se emplea una distancia de 122 metros Vs una distancia recomendada por la Geoestadística de 125 metros.

4 CONCLUSIONES

- Al comparar los métodos de estimación tradicionales y Geoestadísticos, empleados en el desarrollo de esta monografía y según los resultados obtenidos para cada de las estimaciones por los métodos; inverso de la distancia al cuadrado, Kriging ordinario y simulación por bandas rotantes. Y la diferencia porcentual respecto de los valores reales obtenidos en especial para el bloque experimental A2, concluye que el método de estimación con el menor porcentaje de desviación, es la simulación Geoestadística empleando el algoritmo de las bandas rotantes.
- A partir de la Geoestadística, bien sea empleando el Kriging o técnicas de simulación, es factible identificar zonas económicamente explotables, que basados en un modelo de bloques estimado con métodos tradicionales no sería posible, dado que estos métodos no tiendes a suavizar los límites de las unidades de minado.
- Los modelos de bloques, que se obtienen a través de técnicas de simulación Geoestadística, permiten establecer unos planes de minado selectivo y establecer unas secuencias de minado para la planeación a mediano y largo plazo.
- Para el bloque experimental RV4 – PJ2, la conciliación entre el valor recuperado real para el bloque y el estimado según la simulación por bandas rotantes, que fue el de mayor valides para el bloque A2, concilia por encima del ciento por ciento, de esta manera se podría asumir que las características geológicas y mineralógicas difieren entre los dos bloques. Además esta conciliación por encima del ciento por ciento se puede deber a que en la estimación del tenor in situ no fue posible cuantificar oro de tamaño micrométrico, el cual puede haber sido recuperado durante la explotación del bloque.

- Este mismo tipo de estimaciones, basados en técnicas de simulación Geoestadísticas se deberían realizar con los valores sin correcciones en el tenor, esto se debe a que por las propias metodologías empleadas en la estimación del tenor en cada pozo, el tenor es castigado positiva o negativamente en función del tipo de material.
- La simulación Geoestadística empleando el algoritmo de las bandas rotantes, sería un método de estimación aceptable en la evaluación de yacimientos aluviales de oro dadas sus características particulares, como lo son la distribución log normal de leyes y el control estructural por paleocuevas y la buena conciliación encontrada entre los valores reales y los obtenidos.
- Para los bloques experimentales empleados en este ejercicio y basados en los estudios variográficos asociados, se puede concluir que una distancia adecuada para establecer futuras mallas de perforación serían de 125 metros.
- La influencia en el tamaño de las unidades de minado, en la estimación de recursos para el bloque RV4-PJ2. No impacta en los resultados, la variación para el método de simulación por bandas rotantes entre unidades de 20 x 20 metros y unidades de 100 x 100 metros es del 0.6%. Que para efectos de planeación minera en el largo plazo no tiene incidencia.
- Para trabajos futuros se podrían emplear técnicas de estimación no lineales, como el Kriging disyuntivo, ya que este entrega una estimación imparcial para cualquier "Cut-off" y tamaño de bloque.
- El conocimiento específico en ramas de la ingeniería, es de vital importancia para tener una visión integral y global de los problemas a los que hoy en día se enfrentan las industrias que se aprovechan de los recursos minerales. Para el caso específico de este trabajo fue la Geoestadística la que despertó el interés de profundizar en un problema al que se ha enfrentado la planeación minera de este depósito aluvial y de

manera satisfactoria este conocimiento específico contribuye en dar solución a un problema real al que se enfrenta la industria.

- Las estimaciones realizadas con el método de simulación de bandas rotantes concilian con el valor real obtenido de ambos bloques, ya que el valor real se encuentra entre los intervalos de los escenarios optimista y pesimista.

5 BIBLIOGRAFIA

Roussos Dimitrakopoulos. Strategic Stochastic Mine Planning: A Review. Department of Mining and Materials Engineering, McGill University. 2007.

Giovanni Franco, Jhon William Branch, Patricia Jaramillo. Una aproximación a la planeación minera a cielo abierto desde un enfoque basado en decisiones bajo incertidumbre. Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia. 2010.

Hustrulid y Kuchta. Open Pit Mining and Design. Segunda edición. 2006.

R. Dimitrakopoulos, J Scott and D Dunn. Quantification of Geological Uncertainty and Risk Using Stochastic Simulation and Applications in the Coal Mining Industry. 2004.

T P Horsley. Dollar Driven Mine Planning: The Corporate Perspective to Operational Mine Planning. 2002.

Luis Felipe Carvallo. Desarrollo de un modelo estocástico de planeación minera utilizando escenarios probabilísticos del cobre. Tesis Universidad de Chile. 2009.

Asad y Dimitrakopoulos. Evaluación del desempeño de una nueva herramienta estocástica enfocada para optimizar el diseño minero de una explotación a cielo abierto – aplicado a una mina de oro. 2012

J Castro, M Barraza, M Larraín. Análisis probabilístico del riesgo de los planes de producción en mina Codelco. 2010.

J Benndorf y R Dimitrakopoulos. Nuevos métodos eficientes para simulación condicional de grandes cuerpos mineralizados. 2010.

Lilia Bustamante Espejo. Evaluación de métodos de planificación de largo plazo en mina Chuquicamata. Tesis Universidad de Chile. 2010.

Camilo Ignacio Morales. Metodología de planeación de corto plazo integrando restricciones geometalúrgicas. Tesis Universidad de Chile. 2009.

Xavier Emery. Apuntes de Geoestadística, Universidad de Chile. 2007.

Rodrigo Eduardo Zúñiga. Comparación de modelos para la simulación condicional de leyes de bloques. Tesis Universidad de Chile. 2009.

Mario E. Rossi y Clayton V. Deutsch. Mineral Resource Estimation. 2014.