



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Evaluación del comportamiento inelástico en Elementos de Concreto Reforzado con Fibras Cortas de Acero sometidos a flexión: Aplicación del Método de Fibras

Jenny Magaly Pira Ruíz

Universidad Nacional de Colombia
Departamento Ingeniería Civil y Agrícola
Bogotá D.C., Colombia

2022

Evaluación del comportamiento inelástico en Elementos de Concreto Reforzado con Fibras Cortas de Acero sometidos a flexión: Aplicación del Método de Fibras

Jenny Magaly Pira Ruíz

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ingeniería - Estructuras

Director:

Ph Dr. Ing. Juan Manuel Lizarazo Marriaga

Codirectora:

Ph Dr. Ing. Patricia Luna Tamayo

Línea de Investigación:

Análisis estructural

Grupo de Investigación:

GIES - Análisis, Diseño y Materiales

Universidad Nacional de Colombia
Departamento Ingeniería Civil y Agrícola
Bogotá D.C., Colombia

2022

Dedico este trabajo al corazón de mi vida: a mis padres, cuyo amor incondicional y sacrificios han sido la luz que guía mi camino; a mis hermanas, compañeras eternas de mis aventuras y desafíos, que con su fortaleza y alegría iluminan mis días. A Dios, fuente de toda sabiduría y guía, en quien encuentro refugio y fortaleza en cada paso de este viaje. En cada palabra y en cada descubrimiento, está impresa mi gratitud hacia ustedes, pilares de mi existencia...

"La ingeniería estructural no solo se preocupa por la concepción de sistemas estructurales, su cálculo, construcción y estabilidad, sino que también está igualmente preocupada por el servicio; servicio a la comunidad, asegurando que nuestra sociedad esté adecuadamente informada sobre lo que podemos hacer por ella"

Peter Dunican

Agradecimientos

A medida que culmino esta etapa significativa de mi vida académica, me encuentro reflexionando sobre el camino recorrido y las muchas personas que han sido esenciales en este viaje. Es un privilegio y un honor poder expresar mi más sincero agradecimiento a aquellos que han contribuido inmensamente a la realización de esta tesis.

En primer lugar, debo extender mi más profundo agradecimiento a mi director de tesis Juan Manuel Lizarazo Marriaga, cuya guía experta, paciencia y apoyo han sido fundamentales desde el comienzo hasta el final de este proceso. Su dedicación no solo a este proyecto, sino también a mi desarrollo académico y personal, ha sido una fuente de inspiración constante.

De igual manera, mi gratitud se extiende a mi codirectora Patricia Luna Tamayo, cuyo conocimiento y perspicacia han enriquecido enormemente este trabajo. Sus valiosas sugerencias y su enfoque crítico han sido esenciales para dar forma y profundidad a esta investigación.

A los profesores de la maestría, les agradezco por haber compartido su sabiduría y experiencia conmigo. Cada clase, lectura y discusión ha sido un ladrillo más en la construcción de mi conocimiento y comprensión del campo de estudio. Su compromiso con la excelencia académica es verdaderamente admirable.

Un especial agradecimiento al profesor PhD Fabián Lamus, cuyas sesiones de asesoría no solo aclararon dudas, sino que también abrieron nuevas perspectivas y horizontes para mi investigación. Su pasión por la enseñanza y su dedicación a sus estudiantes son verdaderamente inspiradoras.

No puedo dejar de mencionar a mis amigos y colegas, en especial a Juan Camilo Reyes y Paula Tole, cuyo apoyo incondicional, comprensión y momentos de alivio y risas han sido un bálsamo durante los momentos más desafiantes de este recorrido. Su amistad ha sido un regalo invaluable.

Finalmente, a todos aquellos que de una u otra forma contribuyeron a este trabajo, ya sea ofreciendo palabras de aliento, brindando su tiempo para discutir ideas o simplemente estando allí cuando más se necesitaba, les extiendo mi más sincero agradecimiento. Este logro no solo es mío, sino también de todos ustedes.

Evaluación del comportamiento inelástico en Elementos de Concreto Reforzado con Fibras Cortas de Acero sometidos a flexión: Aplicación del Método de Fibras

Resumen

En este estudio se evalúa el comportamiento inelástico del concreto reforzado con fibras cortas de acero bajo condiciones de flexión, con el objetivo de entender su comportamiento y capacidad de disipación de energía. Se desarrolló un modelo constitutivo para simular la respuesta mecánica inelástica del material bajo cargas axiales, complementado por un análisis de momento-curvatura utilizando un enfoque de discretización por capas en secciones transversales. La metodología incluyó una validación experimental de los modelos teóricos mediante ensayos en elementos de concreto sometidos a flexión pura, permitiendo la comparación directa entre los resultados teóricos y experimentales.

Los hallazgos indican que el método de fibras mejora significativamente la capacidad de modelar el comportamiento no lineal del concreto reforzado con fibras, ofreciendo predicciones más precisas en comparación con los métodos convencionales. Se observó un incremento notable en la ductilidad y en la absorción de energía del material, atribuido a la inclusión de las fibras de acero. Estos resultados resaltan la importancia de considerar las propiedades mecánicas y geométricas de las fibras en el diseño de mezclas de concreto reforzado para optimizar su rendimiento estructural.

Palabras clave: SFRC, fibras de acero, flexión, método de fibras, comportamiento inelástico.

Steel Short Fiber Reinforced Concrete Elements Subjected to Flexure: Application of the Fiber Method

Abstract

This study evaluates the inelastic behavior of concrete reinforced with short steel fibers under bending conditions, to understand its strength and energy dissipation capacity. A constitutive model was developed to simulate the inelastic mechanical response of the material under axial loads, complemented by a moment-curvature analysis using a layered discretization approach in cross-sections. The methodology included an experimental validation of the theoretical models employing tests on concrete elements subjected to pure bending, allowing direct comparison between theoretical and empirical results.

The findings indicate that the fiber method significantly improves the ability to model the nonlinear behavior of fiber-reinforced concrete, providing more accurate predictions than conventional methods. A noticeable increase in the ductility and energy absorption of the material was observed, attributed to the inclusion of steel fibers. These results underline the importance of considering the mechanical and geometrical properties of fibers in the design of reinforced concrete mixtures to optimize their structural performance.

Keywords: SFRC, steel fibers, flexure, fiber method, inelastic behavior.

Contenido

	Pág.
Introducción	1
OBJETIVOS	3
General.....	3
Específicos	3
DESARROLLO METODOLÓGICO	4
1. Generalidades del material compuesto SFRC	3
1.1 Materiales constitutivos.....	3
1.1.1 Concreto.....	4
▪ Hidratación del Cemento:	5
▪ Formación de la Pasta de Cemento:	6
▪ Incorporación de Agregados:	6
▪ Endurecimiento y Curado:	6
1.1.2 Fibras de Acero.....	6
▪ Resistencia a la Tracción.....	8
▪ Ductilidad.....	8
▪ Adherencia.....	9
▪ Resistencia a la Corrosión	9
▪ Aspecto Geométrico de las Fibras.....	10
1.2 Propiedades mecánicas del material compuesto	10
▪ Resistencia a la Compresión del Concreto	10
▪ Resistencia a la Tracción del Concreto	11
▪ Módulo de Elasticidad	11
▪ Tenacidad.....	11
▪ Ductilidad.....	11
▪ Resistencia a la Fatiga.....	12
▪ Resistencia al Desgaste y a la Abrasión.....	12
▪ Retracción y Fluencia (CREEP).....	12
▪ Permeabilidad.....	12
▪ Adherencia entre Concreto y Acero	12
1.2.1 Comportamiento lineal.....	13
1.2.2 Comportamiento no lineal	18
▪ Modelo de Daño Continuo.....	23
▪ Modelo de Plasticidad.....	23
▪ Modelos Basados en Mecánica de Fractura.....	24
1.2.3 Comportamiento en histéresis y Dinámico.....	24
▪ Modelos de Comportamiento Dinámico.....	26
▪ Modelos de Plasticidad Clásicos:.....	27

▪	Modelos de Endurecimiento Cinemático y Endurecimiento Isotrópico:.....	27
▪	Modelos de Daño Continuo:.....	27
▪	Modelos Basados en Mecánica de Fractura:.....	27
▪	Modelos de Daño y Plasticidad Acoplados:	28
1.3	Aplicaciones.....	28
2.	Modelos de aproximación del comportamiento mecánico del concreto SFRC	33
2.1	Parámetros de diseño para elementos de SFRC a flexión.....	34
2.2	Guía para diseñar SFRC: EUROCODIGO E2, FIB MC2020 Y ACI 544	42
2.2.1	Modelo constitutivo en tracción esfuerzo - deformación unitaria.....	47
2.2.2	Modelo constitutivo a compresión uniaxial esfuerzo- deformación unitaria	50
2.2.3	Correlación de la respuesta a la tracción y a la flexión para SFRC	52
3.	Implementación del método de las fibras a flexión uniaxial para SFRC.....	55
3.1	Modelo constitutivo no lineal para esfuerzo normal	58
3.1.1	Compresión uniaxial.....	65
3.1.2	Tracción directa.....	78
3.2	Desarrollo del método de fibras.....	86
4.	Evaluación experimental del comportamiento a flexión de elementos de SFRC con barras de refuerzo de acero convencional.....	92
4.1	Caracterización mecánica del material.....	94
4.2	Modelo constitutivo a esfuerzo normal	95
4.3	Análisis de la respuesta mecánica a flexión pura	98
4.3.1	Ensayo a flexión	100
4.3.2	Resultados método de fibras vs curva experimental	102
4.3.3	Índices de ductilidad y disipación de trabajo	106
5.	Conclusiones y recomendaciones	111
5.1	Conclusiones	111
5.2	Recomendaciones	115

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1-1 : Dosificación de fibras con maquinaria	28
Figura 1-2 : Pavimentos con fibras.....	29
Figura 1-3 : Túneles.....	29
Figura 1-4 : losas industriales.....	30
Figura 1-5 : Edificaciones especiales	31
Figura 2-1: (a) Esquemas de un resultado de prueba típico ASTM C1609/C1609M (FRC de ablandamiento por deformación); y (b) viga FRC bajo prueba de flexión de cuatro puntos. (Nota: 1 pulg. = 25 mm.).....	36
Figura 2-2: Esquema de ensayo de una viga a flexión de tres puntos según EN 14651	38
Figura 2-3: Respuesta típica de carga vs CMOD para concreto simple y FRC	38
Figura 2-4: Respuesta típica de carga vs deformación para FRC (a) ablandamiento. (b), endurecimiento	40
Figura 2-5: Diferentes respuestas a flexión y tracción del FRC.....	41
Figura 2-6: Diferentes respuestas a flexión y tracción del FRC.....	42
Figura 2-7: Esquemas de un diagrama esfuerzo-deformación típico para FRC en tracción-compresión uniaxial	48
Figura 2-8: Leyes constitutivas simplificadas: apertura de fisuras por tracción (las líneas continuas y discontinuas se refieren a materiales ablandados y endurecidos respectivamente).....	48
Figura 2-9: Parámetros usados para definir el diagrama de esfuerzo-deformación a tracción.....	49
Figura 2-10: Diagrama de tracción	50
Figura 2-11: Relación de esfuerzo deformación en compresión uniaxial para concreto simple.....	51
Figura 2-12: Curvatura adimensional para representar la relación no-lineal del esfuerzo -deformación unitaria del SFRC a compresión uniaxial.....	52
Figura 2-13: Distribución simplificada del esfuerzo normal a fuerza axial	53
Figura 2-14: Distribución de esfuerzo en flexión propuesto por fib 2023	54

Figura 2-15: Correlación de la respuesta a tracción y flexión para SFRC Esquemas de bloque de tracción para un miembro de flexión de SFRC agrietado: (a) sección de viga de SFRC; (b) distribución de tensiones de flexión; y (c) distribución simplificada de tensiones normales.	54
Figura 3-1: Relación esfuerzo-deformación del modelo para carga estática axial y lateral de compresión en el concreto confinado a) Curva tracción-deformación del concreto confinado. b) Efecto de la resistencia a la compresión. c) Efecto de la resistencia de fluencia del acero de confinamiento. D) Efecto de la relación de refuerzo lateral sobre el comportamiento del concreto confinado en acero (los números junto a las curvas indican la relación de refuerzo lateral).....	57
Figura 3-2: Toma de lectura del asentamiento de la mezcla en estado fresco según ASTM C143. A) Concreto simple, b) SFRC con 1% de fibra c) SFR con 2% de fibra.	63
Figura 3-3: Gráfica experimental de la resistencia a compresión de la mezcla de concreto sin fibras...	65
Figura 3-4: Instrumentación según NTC 4025 a) compresómetros - anillos b) probeta ensayada con los anillos hasta el final del ensayo c) Detalle de especificaciones de los comparadores de caratula digital d) imagen de instrumentación tomada de la NTC4025	66
Figura 3-5: Máquina de ensayo a compresión	67
Figura 3-6: Curvas de esfuerzo-deformación a compresión uniaxial. a) 1% de fibra b)2% de fibra.....	68
Figura 3-7: Matriz de SFRC luego del ensayo. Identificación de fibras paralelas a la falla, fibras perpendiculares a la falla, a colmatación de fibras, y zonas sin fibras	70
Figura 3-8: Descripción del comportamiento del concreto SFRC solicitado a compresión	71
Figura 3-9:Ejemplos de fracturas en la matriz de SFRC a) Alta concentración de fibras perpendiculares al plano de falla, b) única superficie de falla diagonal en el cilindro de SFRC c) Matriz desintegrada, por la poca concentración de fibras	72
Figura 3-10: Curvas de esfuerzo deformación a compresión uniaxial aplicando FDA, mediana e intervalos de confianza a)SFRC con 1% b)SFRC con 2%.....	73
Figura 3-11: Curvas σ - ϵ C del modelo constitutivo no lineal teórico y la respuesta experimental mediana para concreto a) SFRC 1% b) SFRC 2%	78
Figura 3-12 a) Geometría de la probeta para tracción directa b) Colocación de los extensómetros de pinza.....	79
Figura 3-13: Montaje del ensayo a tracción	80
Figura 3-14: Fotografías de la superficie de falla luego del ensayo a tracción directa.....	82
Figura 3-15: Curvas de esfuerzo deformación a tracción uniaxial a) ensayos para probetas de SFRC 1% b) ensayos para probetas de SFRC 2% de fibra c) mediana calculada aplicando FDA e intervalos de confianza para SFRC 1% d) mediana calculada aplicando FDA e intervalos de confianza para SFRC 2%.....	83

Figura 3-16: Esquema del modelo constitutivo trilineal a tracción del SFRC..... 84

Figura 3-17: Modelo constitutivo no lineal en tracción para a)SFRC 1% b)SFRC 2% 85

Figura 3-18: Discretización de secciones transversales y diagramas de esfuerzos y deformación asumidos 87

Figura 3-19: Equilibrios seccionales simplificados adoptados para estimar cargas últimas basadas en resistencias promedio y de diseño de los materiales; De izquierda a derecha: sección de concreto armado (RC), sección híbrida (fibras y barras de refuerzo) y sección de hormigón reforzado con fibras (FRC)..... 87

Figura 3-20 Momento curvatura para una viga de SFRC 2% aplicando el método de fibras..... **¡Error! Marcador no definido.**

Figura 4-1: Mezcla de concreto y concreto SFRC. Fotografías en estado fresco, asentamiento y mezclado 93

Figura 4-1: Cilindros para ensayos de compresión uniaxial a) instrumentación b) ensayo 94

Figura 4-2: Modelo constitutivo no lineal del concreto SFRC a) compresión uniaxial, b) tracción uniaxial 98

Figura 4-3: Despiece de las vigas 99

Figura 4-4: viga para ensayo estático de flexión pura 100

Figura 4-5: Montaje de ensayo a 4 puntos..... 101

Figura 4-6: Ejecución del ensayo de una viga, registro de carga, desplazamiento y fisuración..... 102

Figura 4-7: Curva momento - curvatura a flexión..... 103

Figura 4-8: Curva momento - curvatura a flexión con el método de las fibras..... 104

Figura 4-9: Gráficas de vigas a flexión para concreto con refuerzo convencional y H-SFRC2% teórico y experimental..... 105

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1-1: Comportamiento dinámico del SFRC.....	25
Tabla 2-1: Parámetros de diseño ASTM C1606.....	37
Tabla 2-2: Parámetros de diseño BS EN 14651:2005.....	39
Tabla 3-1: Tabla resumen de propiedades mecánicas para el SFRC.....	59
Tabla 3-2: Caracterización de los agregados.....	61
Tabla 3-3: Dosificación de los componentes para el concreto.....	61
Tabla 3-4: Características mecánicas de las fibras Tipo 1 y Tipo 2 del estudio.....	62
Tabla 3-5: Dosificaciones clasificadas según la cuantía y proporción de fibra usada.....	62
Tabla 3-6: Resistencia del concreto sin fibras a compresión f_{c0} experimental.....	64
Tabla 3-7: Caracterización geométrica y carga de ensayo de los cilindros de SFRC.....	68
Tabla 3-8: Parámetros mecánicos de los materiales componentes de las mezclas SFRC.....	74
Tabla 3-9: f_{cs} teórico para SFRC 1 (M1 y M2) y 2% (M3 y M4) respectivamente.....	75
Tabla 3-10: E_m teórico para SFRC respectivamente.....	75
Tabla 3-11: Parámetros mecánicos teóricos y experimentales tomados de la metodología FDA.....	77
Tabla 3-12: Probetas para ensayo de tracción directa según tipo de mezcla, dimensiones.....	80
Tabla 3-13: Parámetros mecánicos de los materiales componentes de las mezclas SFRC.....	84
Tabla 3-14: resistencia a la tracción calculada según los modelos matemáticos de los autores.....	84
Tabla 3-15: Valores característicos para el modelo constitutivo trilineal de SFRC.....	85
Tabla 4-1 2 Propiedades geométricas y mecánicas de las fibras.....	96
Tabla 4-3 Propiedades de los agregados.....	96
Tabla 4-4 Dosificación de mezcla.....	96
Tabla 4-5 Parámetros mecánicos para el modelo constitutivo.....	97

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolo	Término	Unidad SI
A_s	Área de la sección transversal del acero	mm ²
a	Profundidad de la zona de compresión	mm
a_e	Radio del círculo con área igual a la del área de contacto	mm
b	Ancho de la sección	mm
C	Fuerzas de compresión equivalentes en una sección transversa	kN
d	profundidad del refuerzo	mm
d_e	profundidad efectiva de la sección transversal	mm
E	módulo de elasticidad del hormigón	MPa
F	Tracciones	N
$F_{Fib-FRC}$	Resistencia a la tracción FRC en estado de servicio	MPa
$F_{Fib-FRC}$	Resistencia a la tracción FRC en estado último	MPa
F_{st}	Fuerza de tracción de la barra/malla de acero	MPa
f_c	Resistencia a la compresión del concreto simple	MPa
f_c'	Resistencia a la compresión especificada del concreto	MPa
f_{150}^D	Resistencia residual a la flexión FRC en una deserción de L/150	MPa
f_{600}^D	Resistencia residual a la flexión FRC en una deserción de L/600	MPa
$f_{e,3}$	Resistencia a la flexión equivalente de FRC en una deserción de L/150	MPa
f_p	Resistencia máxima	MPa
$f_{R,1}$	Resistencia a la flexión residual de FRC en	MPa

Símbolo	Término	Unidad SI
	CMOD1	
$f_{R,3}$	Resistencia residual a la flexión del FRC en CMOD1	MPa
f_t	Resistencia a la tracción del concreto simple	MPa
f_{ut-FRC}	Resistencia residual última a la tracción del FRC	MPa
f_y	Límite elástico especificado del acero	MPa
b	Espesor o altura de la sección	mm
K	Módulo de reacción de la subrasante	N/mm ³
k	Relación de profundidad del eje neutro	
k_s	Factor para el efecto del tamaño en los cálculos de corte	
L	Radio de rigidez relativa	mm
M_0	Capacidad de momento de la losa después del agrietamiento	N-mm
M_{cr}	Momento de agrietamiento de una sección de concreto	N-mm
M_n	Momento nominal de una sección de concreto o RC/FRC	N-mm
M_n	Momento último normalizado de una sección	N-mm
M_n'	Momento permitido normalizado de una sección	N-mm
P_0	Valor de carga conocido	kN
P_{150}^D	Carga residual de flexión FRC con una deserción de L/150	kN
P_{600}^D	Carga residual de flexión FRC con una deserción de L/600	kN
P_p	Carga máxima	kN
$R_{T,150}^D$	Relación de resistencia a la flexión equivalente con una deserción de L/ 150	%
T	Fuerzas de tracción concentradas en una sección transversal	kN
T_{150}^D	Tenacidad a la flexión FRC hasta una defección de L/150	Joule

Símbolo	Término	Unidad SI
w	Ancho de grieta en la sección RC/FRC	mm

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
a	Deformación unitaria transicional normalizada	
β_{tu}	Deformación unitaria normalizada a la máxima tracción	
ε_1	Deformación unitaria a la tracción al inicio de la primera fisuración	
ε_2	Deformación unitaria a la tracción en el inicio de la rama de ablandamiento de la deformación estable.	
ε_3	Deformación unitaria a la tracción al final de la rama de ablandamiento	
ε_c	Deformación unitaria a la compresión	
ε_{cr}	Deformación unitaria a la tracción del primer agrietamiento	
ε_{cu}	Deformación unitaria a la compresión última (máxima)	
ε_{cy}	Deformación unitaria a la compresión en el límite	
ε_t	Deformación unitaria a la tracción	
ε_{tu}	Deformación unitaria a la tracción última (máxima)	
γ_c	Factor de seguridad parcial para concreto simple	
λ	Factor a la compresión normalizada	
λ_{cu}	Deformación unitaria a la compresión superior última (máxima) normalizada	
λ_{tu}	Deformación unitaria a la compresión normalizada al alcanzar la resistencia a la tracción	
μ	Factor de resistencia a la tracción residual post	

Símbolo	Término	Unidad SI
	pico normalizada	
μ_{crit}	Factor de Resistencia a la tracción residual post pico normalizada crítica	
ν	Relación Poisson del concreto	
ρ	Relación de refuerzo para el refuerzo longitudinal	
σ_1	Esfuerzo de tracción al inicio de la primera fisuración	MPa
σ_2	Esfuerzo de tracción al inicio de la rama de ablandamiento de deformación estable	MPa
σ_3	Esfuerzo de tracción al final de la rama de ablandamiento	MPa
σ_c	Esfuerzo de compresión	MPa
σ_{ϕ}	Esfuerzo normal promedio que actúa sobre la sección transversal del concreto	MPa
σ_{ey}	Límite elástico a la compresión	MPa
σ_p	Resistencia a la tracción posterior a la fisura	MPa
σ_t	Esfuerzo de tracción	MPa
φ	Curvatura	1/mm
φ_{cr}	Resistencia a la tracción al agrietamiento	MPa
φ_u	Curvatura máxima	1/mm
ω	Relación de resistencia a la compresión y a la tracción	

Abreviaturas

Abreviatura	Término
ACI	American Concrete Institute
ASTM	American Society for Testing and Materials
CMOD	Crack Mouth Opening Displacement
FRC	Fiber Reinforced Concrete
NSR-10	Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente
NTC	Norma Técnica Colombiana

Abreviatura	Término
SFRC	Steel Fiber Reinforced Concrete

Introducción

Siendo la construcción civil uno de las ocupaciones más antiguas del ser humano es por tanto una de las principales disciplinas de estudio que en la actualidad está relacionada directa y transversalmente con los objetivos de desarrollo sostenible ODS planteados desde el 2015 de acuerdo con el autor Cortés (2020) .

El concreto como material compuesto que tiene un consumo anual mundial cercano a los 14.000 millones de metros cúbicos, casi 4,4 toneladas per cápita debido a que es utilizado para fines de atención primaria como vivienda, sustentabilidad económica, comunicación y operabilidad, industria e innovación (Kumar et al., 2022). Este material afecta negativamente a otros de los objetivos de desarrollo de manera transversal como lo es el cambio climático, huella de carbono, preservación de la vida ante fenómenos naturales, es estudiado en esta investigación para contribuir a favor del desempeño adecuado analizando el comportamiento inelástico con la inclusión de fibras cortas de acero en concreto reforzado para elementos solicitados a flexión (Acosta, 2009).

De esta forma el material compuesto, que por su acrónimo en inglés se le conoce como el SFRC (Steel fiber reinforced concrete), comenzó inicialmente en 1874 con la idea de emplear astillas de acero para fortalecer el comportamiento a tracción (Johnston, 2000). Actualmente es uno de los materiales con alto índice de investigación en publicaciones de revistas, libros y congresos, tanto así, que las principales organizaciones internacionales que se encarga de las regulaciones, normativas y estándares para el diseño y construcción de edificaciones e infraestructura con concreto han emitido recomendaciones, capítulos o parámetros constitutivos para diseñar y construir con este material (CNR, 2006).

Cuando se requiere usar este material está limitado a elementos como losas, concreto lanzado y túneles entre otros que no involucra elementos de concreto con demanda de disipación de energía inelástica durante fenómenos naturales que provocan excitación dinámica a la estructura tales como sismos, huracanes, oleajes etc.

El concreto con fibras tiene limitaciones y restricciones y es permitido en cierta medida para reemplazo de acero de cortante y para elementos que son dispuestos para solicitaciones que requieren de buenas resistencias a la rotura. En el título C del Reglamento Colombiano de Construcción Sismo

Resistente - NSR-10 (AIS, 2010), se define el concreto reforzado con fibras de acero como el concreto que contiene fibras de acero dispersas, orientadas aleatoriamente que cumplan con los requisitos dispuestos en el numeral C.3.5.8, haciendo alusión a lo establecido en la Norma Técnica Colombiana NTC 5541 “Concretos reforzados con fibra”, adaptada de la norma ASTM C1116 -03 (2003) y su uso se encuentra permitido únicamente en concreto de peso normal, dosificado, mezclado, muestreado y evaluado de acuerdo con el capítulo C.5 del mismo reglamento.

El concreto reforzado con barras de acero corrugado es el material compuesto que se permite emplear en todos los códigos y normativas de cada país en las edificaciones como sistema estructural en lo que respecta a la familia de los materiales cerámicos fabricados. (ACI, 2008)

Desde el campo de la investigación se ha impulsado un número importante de estudios para el SFRC que exploran los temas relacionados con la trabajabilidad, el comportamiento mecánico a esfuerzos uniaxiales y multiaxiales, durabilidad, resistencia a la fatiga, adherencia, resistencia a fuerzas de impacto y resistencia al fuego acompañado a su vez de investigaciones que incluye modelación numérica y simulaciones para poder dar una aproximación al comportamiento mecánico a nivel de su microestructura y elementos en meso-escala.(ACI, 2009)

Algunas de las conclusiones generales sobre el material que han surgido a través de estos últimos años de investigación, son las ventajas del material en cuanto al aumento que otorga en la energía de fractura, tenacidad, falla controlada, así como la mayor resistencia a fuerzas de tracción, corte y torsión. Sin embargo, poder predecir el comportamiento del material con una baja desviación y alta aproximación al comportamiento real es el mayor debate que se presenta en las investigaciones que comparan el comportamiento mecánico del material experimentalmente.(Zheng et al., 2024)

Algunas de las investigaciones concluyen que es un material con bastante aleatoriedad por la misma naturaleza del compuesto, es una matriz mezclada que ya de por si tiene su dispersión por los materiales que la componen y el proceso de fabricación; a la que se le adiciona fibras que estarán distribuidas aleatoriamente en dicha matriz. (El-Abbasy, 2023)

Se ha encontrado que las variables más influyentes en el comportamiento mecánico del material SFRC son, la dosificación de la fibra (cuantía), relación de aspecto (longitud/diámetro), mecanismo de adherencia, proceso de fabricación (vibrado, compactado) y con esto claro, se han establecidos modelos constitutivos en las normativas para dar una aproximación del comportamiento de acuerdo con las variables más influyentes. Adicionalmente, se encuentran numerosos estudios que plantean modelaciones estocásticas, multivariadas, analíticas, bayesianas e incluso empleando tecnología de inteligencia artificial, algoritmos y MEF.(AFGC-SETRA, 2002; Grünewald, 2004; Kumar et al., n.d.)

En el ámbito de la ingeniería estructural se ha observado que el uso de fibras cortas de acero en el concreto mejora notablemente sus propiedades mecánicas y su resistencia ante la formación de fisuras.

Este estudio se enfoca en determinar el impacto de las fibras cortas de acero en cuanto al comportamiento mecánico del concreto reforzado, como la ductilidad, la capacidad de absorber energía y el comportamiento frente a la fractura. En este trabajo se muestra cómo estos efectos varían con diferentes proporciones de fibra en la mezcla de concreto, intentando al mismo tiempo simplificar el análisis a través de metodologías como el método de las fibras o capas. La solución a este problema aporta a la formulación de directrices de diseño para estructuras reforzadas con fibras de acero, incrementando así la seguridad y eficiencia en aplicaciones de ingeniería civil y estructural.

OBJETIVOS

General

Establecer el comportamiento mecánico inelástico a carga axial del concreto reforzado con fibras cortas de acero, evaluando la resistencia y la capacidad de disipación de energía en elementos estructurales solicitados a flexión.

Específicos

1. Definir un modelo constitutivo del comportamiento mecánico inelástico a carga axial (tracción- compresión) para una resistencia especificada a la compresión de concreto SFRC.
2. Aplicar el método de momento-curvatura en una sección transversal rectangular por medio de un modelo de discretización por capas (fibras), empleando el modelo de comportamiento no lineal del objetivo 1 para una mezcla de concreto SFRC.
3. Validar experimentalmente el método de momento-curvatura del objetivo 2 en elementos solicitado a flexión pura para una mezcla establecida de concreto SFRC.

Esta tesis de investigación realizó un aporte significativo al complejo campo del concreto reforzado con fibras cortas de acero, un material que ha ganado atención por su capacidad para combinar resistencia tradicional y la ductilidad deseada. El estudio se centró en evaluar la ductilidad y resistencia de elementos fabricados con este tipo de concreto, aplicando el método de momento curvatura por fibras.

El enfoque para el desarrollo de esta investigación fue proporcionando una metodología simplificada pero eficaz para comprender la relación entre las propiedades de los materiales y los comportamientos estructurales no lineales. Estos hallazgos son fundamentales para el diseño y análisis avanzado de estructuras y representan un avance importante en el estudio para la aplicación práctica del concreto reforzado con fibras cortas de acero.

La investigación demuestra que la integración del SFRC y barras de acero corrugado en el diseño estructural no solo es viable, sino que también mejora significativamente las capacidades de los elementos constructivos.

DESARROLLO METODOLÓGICO

Para establecer un modelo constitutivo representativo para el comportamiento del concreto sometido a fuerza axial se toma como parámetro de referencia los resultados experimentales obtenidos de ensayos de cilindros sometidos a compresión y muestras de tracción de concreto reforzado con fibras cortas de acero.

Para cumplir con el primer objetivo de esta tesis, se seleccionó un modelo constitutivo del comportamiento mecánico inelástico a carga axial del SFRC a partir de la revisión de la literatura. Este modelo fue ajustado y validado usando los resultados experimentales obtenidos de los ensayos realizados en el laboratorio. El enfoque metodológico asegura que el modelo seleccionado refleje de manera precisa la tendencia observada en los datos experimentales, proporcionando una representación del comportamiento mecánico del SFRC bajo cargas axiales como lo recomienda Casaburo et al. (2019).

En el contexto de la investigación científica, los verbos que se eligen para definir los objetivos deben reflejar con precisión las acciones que se llevarán a cabo. A continuación, se detalla cómo "definir" puede ser sinónimo de "seleccionar", "adoptar", "adaptar" y "ajustar" en este contexto:

Definir: Establecer claramente el carácter, los límites o la estructura de algo.

Seleccionar: Elegir entre varias opciones la que mejor se ajusta a ciertos criterios. Al "definir" un modelo constitutivo, se está estableciendo cuál de los modelos existentes se va a utilizar, es decir, se está "seleccionando" el más adecuado basado en los resultados experimentales y las condiciones del estudio.

Adoptar: Aceptar y comenzar a usar un modelo, método o idea previamente existente. Al definir un modelo también puede implicar "adoptar" un modelo ya existente y validado en la literatura, asegurando que cumple con los requisitos de la investigación.

Adaptar: Modificar algo para que se ajuste a nuevas condiciones o requerimientos. Muchas veces, definir un modelo para un contexto específico implica "adaptar" un modelo existente para que se ajuste mejor a las condiciones experimentales y a las características del material estudiado.

Ajustar: Cambiar ligeramente algo para mejorar su funcionamiento o adecuación a un propósito específico. El proceso de definición incluye "ajustar" parámetros del modelo para que refleje con precisión los resultados observados en los experimentos.

Este enfoque está respaldado tanto por la taxonomía de Bloom como por las prácticas de investigación científica, asegurando que los objetivos de la investigación sean claros, alcanzables y específicos.

En estudios como los de Kerlinger, F. N. (1986) *Foundations of Behavioral Research* enfatiza la importancia de definir conceptos y modelos de manera que se adapten a los datos empíricos. Creswell, J. W. (2014) *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* discute la necesidad de seleccionar y adaptar marcos teóricos existentes para guiar la investigación. Yin, R. K. (2017) *Case Study Research and Applications: Design and Methods* concluye la importancia de ajustar marcos teóricos para que se alineen con los hallazgos empíricos específicos.

Se empleó el Método de Fibras para el análisis del comportamiento no lineal del concreto, enfocándose en calcular la resistencia y ductilidad a flexión en elementos reforzados con fibras. Este método muestra la influencia significativa de las fibras de acero en las propiedades mecánicas del concreto y cómo estas afectan la capacidad del material para soportar cargas de flexión. Se ingresan los modelos de material no lineales definidos en la etapa anterior para cada mezcla. Luego, la sección transversal se divide en capas o fibras, y se asignan modelos de material a cada una de ellas. Se aplica una carga y se selecciona un método analítico, ya sea el control de desplazamiento o el control de fuerza.

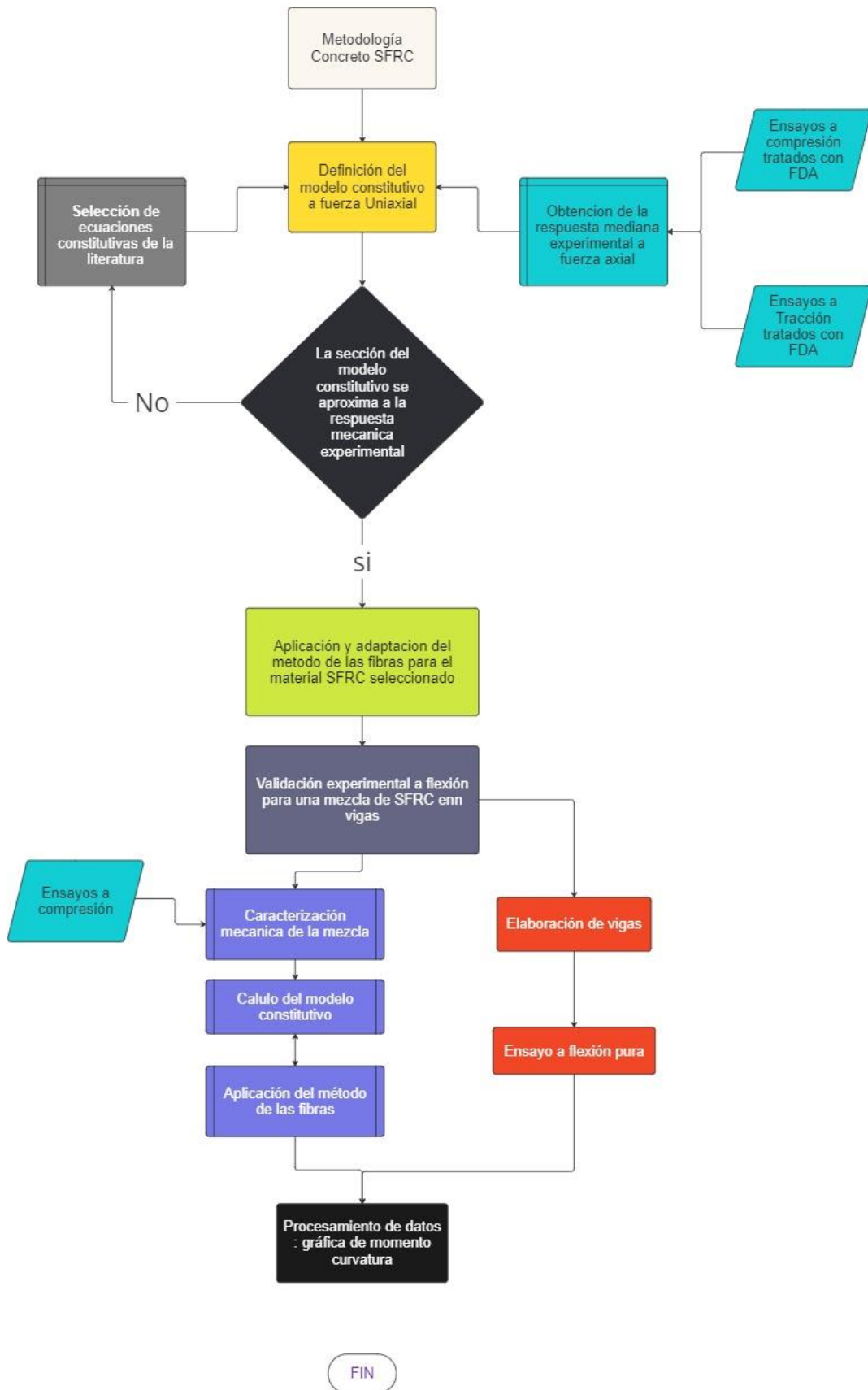
En términos generales, los resultados obtenidos mediante la aplicación de este método incluyen la relación entre el momento y la curvatura de la sección transversal del elemento estructural, así como el seguimiento de la deformación, el esfuerzo y el estado del material para cada una de las fibras.

Este trabajo incluyó la evaluación del comportamiento mecánico a flexión de una mezcla de concreto reforzado con fibras y refuerzo convencional con barras de acero, utilizando ensayos en vigas de sección rectangular. Esto permitió validar la metodología desarrollada con los datos experimentales. La validación demostró que el método propuesto es capaz de reflejar fielmente los fenómenos mecánicos y el comportamiento no lineal que se observa en situaciones reales.

Durante el desarrollo de la investigación, se abordaron los retos y las posibilidades que implica estudiar el comportamiento no lineal de materiales alternativos al concreto tradicional, como los que incluyen

barras de acero, en el contexto de la ingeniería estructural, que abarcó desde la definición de propiedades hasta la implementación de técnicas simples, para aportar al diseño y análisis de estructuras reforzadas con fibras de acero, extendiendo así el potencial de uso de estos materiales.

Se presenta a continuación el diagrama de flujo que explica el proceso metodológico desarrollado en esta investigación.



1. Generalidades del material compuesto SFRC

El constante avance en la ingeniería de materiales ha llevado al desarrollo y perfeccionamiento de diversas técnicas para mejorar las propiedades mecánicas y estructurales de materiales ampliamente utilizados en la construcción. En este contexto, el concreto reforzado con fibras cortas de acero se ha destacado como una solución innovadora y eficaz para enfrentar los desafíos estructurales contemporáneos. Este material compuesto combina la resistencia inherente del concreto con la tenacidad y ductilidad que aportan las fibras de acero, ofreciendo así un rendimiento superior en comparación con el concreto convencional.

Adicionalmente, el material compuesto de concreto reforzado con fibras cortas de acero se caracteriza por su capacidad para resistir cargas estáticas y dinámicas, así como por mejorar la resistencia al agrietamiento y la fatiga. La adición de fibras de acero al concreto no solo refuerza la matriz del material, sino que también proporciona una mejora significativa en su capacidad para absorber energía antes de la fractura, lo que resulta en una mayor tenacidad y capacidad de deformación.

Finalmente, el SFRC ha encontrado aplicación en una amplia gama de estructuras, desde pavimentos y elementos prefabricados hasta elementos estructurales de edificios de gran altura. Su capacidad para mejorar la durabilidad, reducir la fisuración y aumentar la resistencia al impacto ha convertido a este material en una elección preferida en proyectos de ingeniería civil y arquitectónica. Además, su versatilidad y facilidad de aplicación en comparación con otras técnicas de refuerzo lo posicionan como una opción eficiente y sostenible en la construcción moderna.

1.1 Materiales constitutivos

El Concreto Reforzado con Fibras de Acero (SFRC, por sus siglas en inglés) es un material compuesto que combina los beneficios del concreto y las fibras de acero para mejorar sus propiedades mecánicas y su rendimiento en diversas aplicaciones de construcción e ingeniería, por lo que la combinación de estos dos materiales constitutivos, el concreto y las fibras de acero, da como resultado un material

compuesto con propiedades mecánicas mejoradas en comparación con el concreto convencional (ACI Committee 544, 2018). El SFRC se utiliza en una variedad de aplicaciones de construcción, desde pavimentos y elementos prefabricados hasta estructuras de concreto armado, donde se requiere una mayor resistencia a la tracción, tenacidad y durabilidad. La selección adecuada de los materiales constitutivos y su proporción en la mezcla son esenciales para lograr el rendimiento deseado en proyectos específicos (W. Zhang et al., 2024).

Para comprender mejor este material, es esencial conocer los materiales constitutivos que lo componen. A continuación, se proporciona una introducción a los materiales constitutivos del SFRC:

1.1.1 Concreto

La fabricación del concreto es un proceso en el cual se combinan varios componentes para crear un material sólido y duradero utilizado ampliamente en la construcción. Desde un enfoque químico y físico, este proceso implica la interacción de diferentes elementos y reacciones químicas que resultan en la formación de una mezcla homogénea y resistente (Steiger, 1995).

El concreto está compuesto principalmente por tres ingredientes: cemento Portland, agregados y agua. Además, se pueden añadir aditivos para mejorar ciertas propiedades del concreto, como su plasticidad, resistencia y tiempo de fraguado (Camões & Ferreira, 2010).

El cemento Portland es el componente principal del concreto y está compuesto principalmente por silicatos de calcio. Estos silicatos reaccionan con el agua en un proceso llamado hidratación, lo que resulta en la formación de compuestos químicos llamados hidratos de calcio. Estos hidratos son los que le dan al concreto su resistencia y durabilidad (Camões & Ferreira, 2010).

Los agregados son la segunda parte importante del concreto y se dividen en dos categorías: agregados finos y agregados gruesos. Los agregados finos generalmente consisten en arena y los agregados gruesos en grava o piedra triturada. Estos agregados proporcionan estabilidad y resistencia al concreto. (Kosmatka & Wilson, 2016)

El agua es esencial en el proceso de fabricación del concreto, ya que actúa como medio de mezcla y facilita la hidratación del cemento. Durante la hidratación, el agua reacciona con el cemento y los compuestos formados comienzan a endurecerse, solidificando así la mezcla. (Kosmatka & Wilson, 2016)

Durante la fabricación del concreto, se realiza un procedimiento denominado mezclado, donde se combinan los ingredientes en proporciones específicas. Una vez mezclados, el concreto se coloca en moldes o se vierte en el área de construcción y se compacta para asegurar que no queden espacios vacíos y garantizar una resistencia uniforme en toda la estructura. (Kosmatka & Wilson, 2016)

La compactación también ayuda a eliminar el exceso de aire atrapado en la mezcla, lo que podría debilitar la estructura. Además, se pueden emplear aditivos químicos para modificar las propiedades del concreto, como retardar o acelerar el tiempo de fraguado, aumentar la resistencia o controlar la aparición de grietas. (Yi et al., 2006)

Una vez colocado, el concreto necesita un período de curado adecuado para permitir que las reacciones químicas se completen por completo y el concreto alcance su resistencia máxima. Durante el curado, es esencial mantener el concreto húmedo para evitar la pérdida de agua necesaria para la hidratación.

Por lo tanto, la fabricación del concreto involucra una serie de procesos químicos y físicos que resultan en una mezcla homogénea y resistente. La interacción entre el cemento, los agregados y el agua, así como el uso de aditivos, juegan un papel esencial en la formación y propiedades finales del concreto.

La fabricación del concreto es un proceso complejo que involucra reacciones químicas y cambios físicos en los componentes fundamentales. A continuación, se describe detalladamente el proceso desde un enfoque químico y físico:

- **Hidratación del Cemento:**

El cemento Portland, el componente principal del concreto, es una mezcla de silicatos y aluminatos de calcio. Cuando se mezcla con agua, se inicia un proceso de hidratación. En esta reacción química, los compuestos del cemento reaccionan con el agua para formar silicato de calcio hidratado (gel C-S-H) y hidróxido de calcio. Estos productos contribuyen a la resistencia y durabilidad del concreto.

Durante la hidratación, se produce un aumento en la temperatura del concreto, conocido como calor de hidratación (Guo, 2014; ICONTEC, 2001). Este calor puede influir en el control del proceso, y su medición es fundamental para evitar problemas como el agrietamiento térmico.

- **Formación de la Pasta de Cemento:**

La mezcla resultante de la hidratación forma una pasta que actúa como aglutinante. El gel C-S-H es responsable de la resistencia mecánica, mientras que el hidróxido de calcio contribuye a la alcalinidad de la pasta. Al secarse, se convierte en una matriz sólida que envuelve y une los agregados. La calidad de esta pasta es esencial para la resistencia y durabilidad del concreto.

- **Incorporación de Agregados:**

Los agregados, como la arena y la grava, interactúan químicamente con la pasta de cemento durante la hidratación. Los silicatos presentes en los agregados pueden contribuir adicionalmente al desarrollo del gel C-S-H.

La distribución adecuada de los agregados en la mezcla proporciona resistencia mecánica y reduce la cantidad de pasta necesaria. Además, los agregados actúan como refuerzo estructural y contribuyen a la capacidad de carga del concreto. (Lizarazo & López, 2011)

- **Endurecimiento y Curado:**

La fase de endurecimiento implica la continuación de las reacciones de hidratación a lo largo del tiempo. El curado, que implica mantener la mezcla húmeda, es esencial para garantizar una hidratación completa y optimizar las propiedades finales del concreto.

Durante el curado, se evitan condiciones ambientales adversas que podrían afectar la resistencia y durabilidad del concreto. La porosidad del material también se ve afectada por el proceso de curado, influyendo en su capacidad para resistir la penetración de agentes agresivos.

La fabricación del concreto es una combinación intrincada de reacciones químicas y cambios físicos que resultan en un material resistente y duradero. El entendimiento detallado de estos procesos es esencial para diseñar y producir concretos con propiedades específicas que satisfagan los requisitos de diversas aplicaciones en la construcción.

1.1.2 Fibras de Acero

Las fibras cortas de acero son elementos metálicos utilizados como refuerzo en el concreto para mejorar su resistencia y tenacidad. Estas fibras se caracterizan por tener una longitud relativamente corta en comparación con las barras de refuerzo convencionales utilizadas en la construcción.

La obtención de las fibras cortas de acero generalmente se realiza a través de procesos de corte mecánico de barras de acero de alta resistencia. Estas barras se someten a un proceso de corte en el

que se obtienen segmentos cortos de longitud uniforme. Los segmentos cortados pueden tener diferentes formas, como fibras rectas, onduladas o en forma de gancho, dependiendo de las características y requerimientos específicos de la aplicación. Las fibras cortas de acero generalmente están compuestas principalmente de acero al carbono, aunque también existen variantes que utilizan acero de alta resistencia o acero inoxidable. Estos materiales ofrecen una alta ductilidad y resistencia a tracción, lo que las hace ideales para resistir diferentes tipos de cargas y tensiones.(Jansson, 2011)

En Europa, la norma EN14889-1 proporciona los requisitos técnicos para las fibras de acero estructurales en el concreto, especificando parámetros como la forma, dimensiones, propiedades mecánicas y requisitos de calidad.(CEN, 2006)

En cuanto a la tecnología del concreto reforzado con fibras de acero como material estructural, ha sido ampliamente estudiada y utilizada en la industria de la construcción. Este tipo de concreto se caracteriza por su capacidad para resistir cargas de tracción y mejorar la tenacidad y resistencia a la fisuración y el agrietamiento.(Lofgren, 2005a)

La adición de fibras de acero al concreto proporciona un refuerzo distribuido en todo el material, evitando la propagación de grietas y aumentando la capacidad de carga. Además, estas fibras también mejoran la resistencia al impacto, la fatiga y el fuego del concreto.(Rodríguez & Prado, 1984)

Las fibras cortas de acero se obtienen generalmente mediante procesos de fabricación que incluyen la extrusión o estiramiento de barras de acero. Estos procesos mecánicos producen fibras con longitudes específicas, típicamente en el rango de 25 a 75 milímetros, y diámetros que varían según la aplicación y las normativas específicas.(ACI, 2009)

Las fibras cortas de acero están compuestas principalmente por acero, un material que ofrece alta resistencia mecánica. Dependiendo de la aplicación y los requisitos específicos, las fibras pueden tener recubrimientos especiales para mejorar la adherencia con la matriz de concreto y proporcionar resistencia a la corrosión.

Las normativas para el concreto reforzado con fibras de acero varían según la región, pero generalmente se basan en estándares de organizaciones de normalización como ASTM (American Society for Testing and Materials) en Estados Unidos o normativas europeas EN. Estas normativas establecen requisitos para la selección de fibras, proporciones de mezcla, métodos de prueba y criterios

de diseño. El cumplimiento de estas normativas es esencial para garantizar la calidad y seguridad del concreto reforzado con fibras de acero.(Pira, 2014)

El tipo de acero utilizado en la fabricación de fibras cortas es un factor esencial para determinar las propiedades mecánicas del concreto reforzado con fibra de acero. Las propiedades del acero, como la resistencia a la tracción, la ductilidad y la adherencia, influyen directamente en cómo se comporta el concreto bajo diversas condiciones de carga.

- Resistencia a la Tracción

- a. Influencia en la Resistencia del Concreto

El acero es conocido por su alta resistencia a la tracción, una propiedad que el concreto convencional carece. Al incorporar fibras de acero en el concreto, se mejora significativamente su capacidad para resistir fuerzas de tracción. Esto es particularmente útil en situaciones donde el concreto está sujeto a cargas que podrían causar su fractura, como en vigas, losas o paneles de construcción. La resistencia de las fibras de acero se transfiere al concreto, ayudando a prevenir la propagación de grietas y mejorando la durabilidad estructural.(De Borst, 2002a; Kooiman, 2000; Li et al., 1993a)

- b. Selección del Tipo de Acero

La selección del tipo de acero para las fibras es esencial. Acero de alta resistencia ofrece mayores beneficios en términos de resistencia a la tracción, pero también puede ser más costoso. Además, el tipo de acero debe ser compatible con el entorno de uso del concreto para evitar problemas como la corrosión. Por ejemplo, en ambientes marinos, podría ser preferible usar aceros inoxidable o con tratamientos anticorrosivos, aunque estos pueden tener diferentes propiedades de resistencia a la tracción en comparación con los aceros al carbono estándar.(Lofgren, 2005a)

- Ductilidad

- a. Absorción de Energía y Deformación

La ductilidad del acero es una medida de cuánto puede deformarse antes de romperse. En el contexto del SFRC, esto es importante porque las fibras dúctiles pueden deformarse junto con el concreto bajo cargas, absorbiendo y disipando energía, lo que es esencial para aplicaciones sometidas a cargas de impacto o vibraciones. Esto no solo mejora la resistencia a la fractura, sino que también aumenta la seguridad en aplicaciones estructurales, especialmente en zonas sísmicas. (Jansson et al., 2008a)

b. Comportamiento Post-Fisuración

La ductilidad de las fibras de acero también afecta el comportamiento del concreto después de la fisuración. Fibras más dúctiles pueden soportar deformaciones mayores en el concreto incluso después de que se han formado fisuras, lo que es vital para mantener la integridad estructural y la funcionalidad del concreto en condiciones extremas. El tipo de acero debe ser seleccionado no solo por su resistencia inicial sino también por su comportamiento a lo largo de todo el rango de deformaciones que el concreto puede experimentar. (Walraven, 2009)

- Adherencia

a. Transferencia de Esfuerzos

La adherencia entre las fibras de acero y la matriz de concreto es esencial para una transferencia eficaz de cargas. Si las fibras se deslizan dentro del concreto, no pueden contribuir eficientemente a su resistencia. El tipo de acero y el tratamiento de la superficie de las fibras pueden influir significativamente en esta adherencia. Por ejemplo, fibras con superficies rugosas o con deformaciones pueden mejorar el anclaje en la matriz de concreto. (Chanvillard & Aitcint, 1996)

b. Efecto en la Tenacidad y Durabilidad

Una buena adherencia asegura que las fibras trabajen en conjunto con el concreto bajo cargas, mejorando no solo la resistencia inicial sino también la tenacidad y la capacidad del concreto para resistir la formación y propagación de grietas a lo largo del tiempo. Esto es especialmente importante en aplicaciones donde el concreto está sujeto a ciclos de carga repetidos o a condiciones ambientales adversas que pueden debilitar el vínculo entre las fibras y el concreto. (Binici, 2005a; Yan et al., 2002)

- Resistencia a la Corrosión

a. Longevidad en Ambientes Agresivos

La resistencia a la corrosión del acero utilizado en las fibras es esencial para garantizar la longevidad del concreto en ambientes agresivos. La corrosión no solo debilita las fibras, reduciendo su capacidad de aportar a la resistencia del concreto, sino que también puede provocar la expansión del acero, generando tensiones internas que resultan en fisuras y deterioro del concreto. (Serna et al., 2021)

b. Selección del Tipo de Acero

Para ambientes expuestos a la humedad, sales, productos químicos o a la acción del mar, es preferible utilizar aceros inoxidable o aceros tratados con revestimientos resistentes a la corrosión. Sin embargo,

estos aceros pueden tener diferentes propiedades mecánicas en comparación con los aceros al carbono tradicionales, lo que debe ser considerado en el diseño del concreto SFRC.(ASTM, 2011)

- Aspecto Geométrico de las Fibras

- a. Influencia en el Anclaje y Distribución

La forma y el tamaño de las fibras de acero influyen en cómo se distribuyen y anclan dentro de la matriz de concreto. Fibras con formas que promueven un mejor anclaje, como las onduladas o con extremos enganchados, pueden mejorar significativamente la tenacidad del concreto. La longitud y el diámetro de las fibras también son importantes, ya que afectan tanto la manejabilidad del concreto fresco como su comportamiento estructural una vez endurecido.(Fang & Zhang, 2013; Zile & Zile, 2013)

- b. Optimización del Diseño del SFRC

El diseño óptimo de las fibras considera tanto el tipo de acero como su forma geométrica. Debe lograrse un equilibrio entre la facilidad de mezclado y colocación del concreto y su rendimiento estructural final. La elección del tipo de acero y la forma de las fibras debe estar guiada por las necesidades específicas de la aplicación, teniendo en cuenta factores como la resistencia requerida, la durabilidad y la economía.

1.2 Propiedades mecánicas del material compuesto

Las propiedades mecánicas del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) se ven influenciadas tanto directa como indirectamente por una serie de factores relacionados con las propiedades intrínsecas del concreto y las fibras de acero. A continuación, se detallan estas propiedades y cómo impactan en el comportamiento mecánico del SFRC:

- Resistencia a la Compresión del Concreto

La resistencia a la compresión es la capacidad del concreto para resistir cargas que tienden a reducir su tamaño. Esta propiedad es fundamental en la mayoría de las aplicaciones estructurales, ya que el concreto comúnmente enfrenta cargas de compresión. En el SFRC, aunque las fibras de acero están diseñadas principalmente para mejorar la resistencia a la tracción, también pueden tener un impacto positivo en la resistencia a la compresión. Esto se debe a que las fibras ayudan a restringir la formación de microfisuras dentro del concreto, lo que a su vez puede aumentar la resistencia global del material. La influencia de las fibras en la resistencia a la compresión es más notable en concretos con

resistencias menores, donde la adición de fibras puede proporcionar un refuerzo adicional significativo. (Abbass et al., n.d.; Khan & Abbas, 2023; Meda et al., 2012)

- Resistencia a la Tracción del Concreto

El concreto es inherentemente débil en tracción. La resistencia a la tracción es esencial, especialmente en elementos estructurales sujetos a flexión, como vigas y losas. La incorporación de fibras de acero en el concreto mejora notablemente esta propiedad. Las fibras actúan como puentes en las microfisuras que se forman cuando el concreto es sometido a tracción, distribuyendo las tensiones más uniformemente y evitando la propagación de fisuras. Esto no solo aumenta la resistencia a la tracción del concreto, sino que también mejora su ductilidad y capacidad para resistir cargas de impacto y vibraciones. (Lee et al., 2016)

- Módulo de Elasticidad

El módulo de elasticidad determina la rigidez del concreto, es decir, su capacidad para deformarse bajo carga. Un módulo de elasticidad alto significa que el material es más rígido y se deforma menos bajo una carga aplicada. En el SFRC, la inclusión de fibras puede alterar ligeramente este módulo. Aunque el cambio no suele ser drástico, las fibras pueden proporcionar cierta restricción interna que aumenta la rigidez del material. Esta propiedad es importante en el diseño de elementos estructurales donde la deformación controlada es esencial. (Song & Hwang, 2004; Y. Wang et al., 2022)

- Tenacidad

La tenacidad es la capacidad del concreto para absorber energía antes de fracturarse, siendo vital en aplicaciones sometidas a cargas de impacto o vibraciones. El SFRC exhibe una tenacidad significativamente mayor que el concreto convencional. La presencia de fibras de acero permite que el material soporte una mayor deformación antes de la falla, lo que es especialmente beneficioso en estructuras sujetas a cargas dinámicas, como en zonas sísmicas o en pisos industriales sometidos a tráfico pesado. (Gribniak & Sokolov, 2023; Z. Wang et al., 2021)

- Ductilidad

La ductilidad se refiere a la capacidad de un material para soportar deformaciones significativas sin fallar. En el concreto, la ductilidad es generalmente limitada, pero la inclusión de fibras de acero mejora esta propiedad. Las fibras permiten que el concreto se deforme más allá de su punto de fisuración inicial, proporcionando un comportamiento más plástico y menos frágil. Esta mejora en la ductilidad es esencial para aplicaciones estructurales donde la capacidad de absorber energía sin fallar es importante, como en construcciones que deben resistir movimientos sísmicos. (S. Zhang et al., 2020)

- Resistencia a la Fatiga

La resistencia a la fatiga se refiere a la capacidad del concreto para soportar ciclos repetidos de carga sin fallar. Esta propiedad es crítica en estructuras que experimentan cargas variables o repetitivas, como puentes o carreteras. Las fibras de acero en el SFRC mejoran la resistencia a la fatiga al prevenir la iniciación y propagación de fisuras, lo que prolonga la vida útil de la estructura bajo condiciones de carga cíclica. (Singh, 2017)

- Resistencia al Desgaste y a la Abrasión

La resistencia al desgaste y a la abrasión es la capacidad del concreto para resistir la reducción de su masa debido a la fricción o el contacto con otros materiales. En aplicaciones como pisos industriales o pavimentos, esta propiedad es de suma importancia. El SFRC, gracias a las fibras de acero, muestra una resistencia mejorada al desgaste y la abrasión, lo que contribuye a una mayor durabilidad de la superficie en entornos de alto tráfico o en condiciones de uso intensivo.

- Retracción y Fluencia (CREEP)

La retracción es la reducción en el volumen del concreto a medida que se seca, mientras que la fluencia es la deformación gradual bajo carga a lo largo del tiempo. Estas propiedades pueden causar problemas como fisuración o deformaciones en las estructuras de concreto. El SFRC puede presentar un comportamiento mejorado en términos de encogimiento y fluencia, ya que las fibras ayudan a controlar la formación de microfisuras y proporcionan resistencia interna que contrarresta estas deformaciones a largo plazo. (Singh, 2017)

- Permeabilidad

La permeabilidad del concreto se refiere a su capacidad para permitir el paso de fluidos a través de su masa. Una baja permeabilidad es deseable para prevenir problemas como la corrosión del refuerzo y la degradación del concreto. En el SFRC, la presencia de fibras puede ayudar a reducir la permeabilidad, ya que limitan la formación y propagación de fisuras por las que los fluidos podrían infiltrarse.

- Adherencia entre Concreto y Acero

La adherencia entre el concreto y las fibras de acero es esencial para el rendimiento estructural del SFRC. Una buena adherencia asegura que las fibras puedan transferir efectivamente las tensiones al concreto, mejorando la distribución de cargas y la resistencia a la fisuración. La calidad de esta adherencia depende tanto de las propiedades del acero como del concreto, así como del tratamiento de la superficie de las fibras. (Bordelon & Roesler, 2012; Oliver, 1996)

Cada una de estas propiedades contribuye al comportamiento global del SFRC, y su conocimiento es clave para diseñar concretos que cumplan con requisitos específicos de desempeño y durabilidad en diversas aplicaciones estructurales.

1.2.1 Comportamiento lineal

El comportamiento lineal del SFRC es un área de estudio esencial para comprender sus propiedades mecánicas iniciales y para el diseño estructural. Las investigaciones en este campo se centran en la caracterización precisa de la fase elástica y en entender cómo las fibras de acero mejoran las propiedades del concreto antes de la fisuración. Esta comprensión es fundamental para el diseño y la aplicación efectivos del SFRC en estructuras de ingeniería civil.

Para abordar el comportamiento lineal del concreto reforzado con fibras de acero desde un punto de vista mecánico de los materiales, es importante establecer un marco teórico que englobe los principios fundamentales y las observaciones extraídas de investigaciones y publicaciones relevantes. Este marco teórico se basa en la comprensión del comportamiento elástico lineal del material, antes de que se produzca la fisuración y otros fenómenos no lineales.

La teoría de la elasticidad es un principio fundamental en la mecánica de materiales y juega un papel esencial en el análisis del comportamiento lineal elástico de materiales como el concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) (Bazant & Planas, 1998). Este marco teórico permite entender cómo se comportan los materiales bajo cargas aplicadas dentro de su régimen elástico, es decir, antes de alcanzar su límite elástico o punto de fluencia.

La elasticidad se refiere a la propiedad de un material para deformarse bajo carga y recuperar su forma original una vez que la carga se retira. Este comportamiento es lineal y reversible dentro del límite elástico del material.

La relación fundamental en la teoría de la elasticidad es la Ley de Hooke, que establece que la deformación (ϵ) es proporcional al esfuerzo aplicado (σ), con el módulo de elasticidad (E) como constante de proporcionalidad: $\sigma = E\epsilon$. Esta relación se mantiene verdadera hasta el límite elástico del material.

El módulo de elasticidad, también conocido como módulo de Young, es una medida de la rigidez de un material. Indica la relación entre el esfuerzo (fuerza por unidad de área) y la deformación (cambio relativo en la dimensión) dentro del régimen elástico.

Para el concreto reforzado con fibras de acero, el módulo de elasticidad varía según la composición y propiedades del concreto y las fibras. En general, el módulo de elasticidad del SFRC es similar o ligeramente mayor que el del concreto convencional, que comúnmente varía entre 25 y 40 GPa. (Bentur & Mindness, 1990; A. Naaman, 2003)

El módulo de elasticidad se calcula mediante ensayos de compresión o tracción, donde se mide la deformación en respuesta a una carga conocida. La pendiente de la curva esfuerzo-deformación en la región lineal elástica del gráfico es el módulo de elasticidad.

Esta teoría se basa en ciertas suposiciones: las deformaciones son pequeñas, la relación entre esfuerzo y deformación es lineal y el material es isotrópico y homogéneo. Bajo estas condiciones, la ecuación de la ley de Hooke puede aplicarse en tres dimensiones utilizando el tensor de esfuerzos y el tensor de deformaciones.

Las ecuaciones constitutivas en la teoría de la elasticidad relacionan los esfuerzos con las deformaciones. Para materiales isotrópicos, estas ecuaciones se simplifican y se pueden describir usando solo dos parámetros independientes, como el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson.

Utilizando la teoría de la elasticidad, se pueden analizar estructuras complejas bajo carga. Las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y las relaciones constitutivas se utilizan para determinar las tensiones y deformaciones en el material.

La fase de pre-fisuración en el SFRC es un período donde el material se comporta de manera similar al concreto sin fibras desde el punto de vista de la resistencia a la tracción y el análisis de tensiones. La contribución significativa de las fibras se hace evidente en la etapa posterior a la fisuración, donde ayudan a controlar la propagación de fisuras y mejoran la ductilidad y tenacidad del material. (Li et al., 1993b; Singh, 2017; Vasiliev & Morozov, 2001)

El comportamiento de pre-fisuración del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) es una fase crítica en su comportamiento estructural global. Esta fase se caracteriza por el comportamiento del material antes de que ocurra la fisuración, esencialmente mientras opera dentro del régimen elástico.

La resistencia a la tracción del concreto reforzado con fibras de acero es un aspecto importante, que define su capacidad para resistir fuerzas que intentan estirarlo o alargarlo. Esta propiedad es particularmente importante en materiales como el concreto, que son notoriamente débiles a esfuerzos normales de tracción. Durante la fase de pre-fisuración, el comportamiento del SFRC es comparable al del concreto convencional, donde la matriz de concreto soporta la mayoría de las tensiones aplicadas. Para determinar la resistencia a la tracción del SFRC, se realizan generalmente ensayos de tracción directa o ensayos de flexión. (Akkaya et al., 2001; De Borst, 2002b)

En el caso de los ensayos de tracción directa, una muestra de concreto se somete a una carga de tracción hasta el punto de falla, y la resistencia a la tracción se obtiene dividiendo la carga máxima por el área de la sección transversal de la muestra. Por otro lado, en los ensayos de flexión, se utiliza la carga máxima soportada en el punto de falla para calcular la resistencia a la flexión, que está estrechamente relacionada con la resistencia a la tracción. Estos métodos de ensayo proporcionan una comprensión valiosa sobre la resistencia inherente del SFRC antes de que comience el proceso de fisuración.

Además, es importante destacar que la resistencia a la tracción del SFRC varía considerablemente según la mezcla de concreto utilizada y el tipo y cantidad de fibras incorporadas. Los valores de resistencia pueden fluctuar significativamente, pero en general, se observa que el SFRC puede tener una resistencia a la tracción entre un 10-40% superior a la del concreto convencional sin fibra. Típicamente, estos valores se encuentran en el rango de 2 a 5 MPa, aunque pueden ser mayores dependiendo de las características específicas de la mezcla de SFRC. Esta variabilidad radica en la importancia de considerar la composición específica del SFRC al evaluar su rendimiento y aplicabilidad en distintas situaciones constructivas. (Jansson et al., 2008b)

En esta etapa de pre-fisuración, las tensiones dentro del SFRC se distribuyen de manera uniforme a través de la matriz de concreto. Curiosamente, la presencia de las fibras de acero no influye significativamente en esta distribución de tensiones hasta que ocurre la fisuración. Esta uniformidad en la distribución de tensiones es un factor clave que determina cómo el material responde a las cargas aplicadas antes de que se inicien las fisuras.

Para realizar un análisis de esfuerzos en la fase de pre-fisuración, se emplean métodos convencionales de mecánica de materiales, tratando al SFRC como un material homogéneo. Las tensiones se calculan aplicando la ley de Hooke, $\sigma = E\epsilon$, donde σ representa el esfuerzo, E es el módulo de elasticidad del SFRC y ϵ es la deformación experimentada por el material. Esta relación es fundamental para predecir cómo se comportará el concreto bajo diferentes cargas antes de alcanzar el punto de fisuración.

En el caso de estructuras más complejas, el análisis puede requerir un enfoque más sofisticado, como el uso de métodos de elementos finitos. Estas técnicas permiten modelar y analizar la distribución de tensiones en el SFRC bajo diversas condiciones de carga, ofreciendo una visión más detallada y precisa del comportamiento del material en esta fase crítica. (Torrijos et al., 2010)

Las investigaciones publicadas sobre el SFRC en la fase de pre-fisuración se han centrado en entender cómo las diferentes composiciones de concreto y tipos de fibras afectan tanto la resistencia a la tracción como la distribución de esfuerzo. Aunque las fibras no incrementan de manera significativa la resistencia a la tracción en esta etapa inicial, estos estudios han revelado que desempeñan un papel esencial en el control de la propagación de fisuras una vez que se inician. (Li, 1992)

Los esfuerzos por tracción dentro del SFRC se distribuyen de manera uniforme a través de la matriz de concreto. Curiosamente, la presencia de las fibras de acero no influye significativamente en esta distribución de esfuerzos por tracción hasta que ocurre la fisuración. Esta uniformidad en la distribución de esfuerzos es un factor fundamental que determina cómo el material responde a las cargas aplicadas antes de que se inicien las fisuras.

Para realizar un análisis de esfuerzos por tracción en la fase de pre-fisuración, se emplean métodos convencionales de mecánica de materiales, tratando al SFRC como un material homogéneo. Los esfuerzos por tracción se calculan aplicando la ley de Hooke, $\sigma = E\epsilon$, donde σ representa el esfuerzo de tracción, E es el módulo de elasticidad del SFRC y ϵ es la deformación experimentada por el material. Esta relación es fundamental para predecir cómo se comportará el concreto bajo diferentes cargas de tracción antes de alcanzar el punto de fisuración.

En el caso de estructuras más complejas, el análisis puede requerir un enfoque más sofisticado, como el uso de métodos de elementos finitos. Estas técnicas permiten modelar y analizar la distribución de

tensiones de tracción en el SFRC bajo diversas condiciones de carga, ofreciendo una visión más detallada y precisa del comportamiento del material en esta fase crítica.

Las investigaciones publicadas sobre el SFRC en la fase de pre-fisuración se han centrado en entender cómo las diferentes composiciones de concreto y tipos de fibras afectan tanto la resistencia a la tracción como la distribución de tensiones de tracción. Aunque las fibras no incrementan de manera significativa la resistencia a la tracción en esta etapa inicial, estos estudios han revelado que desempeñan un papel esencial en el control de la propagación de fisuras una vez que se inician. (Planas et al., 2003a)

El estudio del comportamiento lineal del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) se aborda mediante ecuaciones y modelos constitutivos desarrollados en diversas investigaciones. Estos enfoques teóricos son fundamentales para comprender cómo el SFRC responde a cargas, particularmente en su fase elástica o lineal, antes de que se inicien procesos como la fisuración o comportamientos no lineales. (Luccioni et al., 2002)

Las ecuaciones constitutivas en la mecánica de materiales describen la relación entre tensiones y deformaciones en un material. En el contexto del SFRC, estas ecuaciones deben capturar el comportamiento combinado del concreto y las fibras de acero. Comúnmente, para el análisis del comportamiento lineal, se basan en la ley de Hooke.

La complejidad del SFRC, dada por la incorporación de fibras de acero, requiere ajustes en estas ecuaciones. Por ejemplo, el módulo de elasticidad (E) puede ser modificado para reflejar la rigidez adicional proporcionada por las fibras. Sin embargo, es importante destacar que, en la fase elástica, la contribución de las fibras a la resistencia y rigidez total del material puede ser relativamente limitada hasta que comienza la fisuración. (Abrishambaf et al., 2013; J. A. Barros et al., 2005; Caicedo, 2010a)

En cuanto a los modelos constitutivos, los enfoques varían desde modelos micro-mecánicos, que detallan la interacción entre las fibras y la matriz de concreto, hasta modelos avanzados basados en elementos finitos. Los modelos micro-mecánicos proporcionan una comprensión detallada de cómo las propiedades y la disposición de las fibras afectan el comportamiento global del material. Por otro lado, los modelos basados en elementos finitos permiten simulaciones detalladas del SFRC bajo diversas condiciones de carga y configuraciones de fibras, ofreciendo una herramienta poderosa para el análisis y diseño estructural. (De Borst et al., 2004)

Además, algunas investigaciones han explorado la aplicación de modelos de daño continuo. Aunque estos modelos son generalmente más aplicables al comportamiento no lineal y post-fisuración del SFRC, también pueden ofrecer insights sobre el inicio de la fisuración en la fase elástica. (Appa Rao & Sreenivasa Rao, 2009)

Estos desarrollos teóricos se encuentran documentados en una amplia gama de publicaciones académicas y técnicas, incluyendo revistas especializadas en ingeniería civil y materiales de construcción. Las investigaciones incluyen tanto análisis teóricos como pruebas experimentales, asegurando que los modelos reflejen con precisión el comportamiento real del SFRC en condiciones prácticas.

1.2.2 Comportamiento no lineal

El estudio del comportamiento no lineal del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) es esencial para comprender cómo este material responde bajo cargas que exceden su límite elástico, especialmente en situaciones de fisuración. A diferencia del comportamiento lineal, donde la ley de Hooke puede aplicarse, el comportamiento no lineal del SFRC implica una relación más compleja entre tensiones y deformaciones, donde dicha ley ya no es válida. (Car, 2000)

Los modelos constitutivos para el comportamiento no lineal del SFRC se enfocan en la etapa post-fisuración. Aquí, las fibras de acero comienzan a jugar un rol más significativo, influenciando la resistencia a la tracción del concreto después de que se han formado fisuras. Estos modelos deben considerar múltiples factores como la orientación, distribución, forma y cantidad de las fibras, así como su interacción con la matriz de concreto. La fase post-fisuración del SFRC es compleja; las fibras de acero mejoran la ductilidad y la capacidad de deformación del concreto, actuando como puentes en las fisuras y permitiendo que el material soporte cargas más allá del punto inicial de fisuración. (Oliver, 1996; Samaniego, 2002; Soe, 2010a)

Para describir este comportamiento, se utilizan modelos de daño continuo y plasticidad. Estos modelos son esenciales para simular la formación y evolución de fisuras en el material y cómo estas afectan la capacidad del concreto para soportar cargas adicionales. Además, para el análisis estructural detallado, especialmente en estructuras complejas, los modelos basados en elementos finitos son

fundamentales. Permiten simular cómo las tensiones y deformaciones se distribuyen en el SFRC bajo diferentes escenarios de carga, tomando en cuenta el comportamiento no lineal del material.

Las investigaciones sobre el comportamiento no lineal del SFRC son extensas y continúan evolucionando, abarcando desde experimentos de laboratorio hasta el desarrollo de modelos teóricos y simulaciones computacionales.

Los modelos de plasticidad y daño continuo son esenciales para entender el comportamiento no lineal del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC), especialmente bajo condiciones de carga que exceden su límite elástico y durante la fisuración. Estos modelos ofrecen una visión detallada de cómo se acumulan y distribuyen las deformaciones permanentes, o plásticas, dentro del material una vez que este supera su límite elástico. (Blanco, 2006; Cunha et al., 2012; Kabele, 2007; Nofal, 1997c)

Los modelos de plasticidad se centran en las deformaciones plásticas del material y son particularmente importantes para analizar el comportamiento del SFRC después de la fisuración. En esta etapa, las fibras de acero juegan un papel esencial en la mejora de la ductilidad del concreto, permitiéndole soportar cargas incluso después de la aparición de fisuras. Estos modelos varían en su complejidad y pueden ser isotrópicos, donde la deformación plástica es uniforme en todas las direcciones, o anisotrópicos, reflejando cómo la orientación de las fibras afecta la distribución de las deformaciones plásticas.

Por otro lado, los modelos de daño continuo abordan cómo el material se degrada progresivamente bajo carga, enfocándose en la disminución de la rigidez y la resistencia del material debido a la fisuración y microfisuración. En el SFRC, estos modelos son fundamentales para entender cómo las fibras contribuyen a la resistencia y tenacidad residuales del material después de la fisuración. Matemáticamente, estos modelos a menudo implican ecuaciones diferenciales complejas que describen la evolución del daño en función de la carga aplicada y la historia de carga previa.

Desde un punto de vista computacional, tanto los modelos de plasticidad como los de daño continuo se implementan en programas de elementos finitos, permitiendo simulaciones detalladas del comportamiento de estructuras de SFRC bajo diversas condiciones. Estas herramientas son esenciales para el diseño y la evaluación de estructuras de concreto en situaciones de carga realistas, proporcionando una base sólida para la construcción de estructuras seguras, duraderas y eficientes.

Los modelos basados en la mecánica de fractura son fundamentales para comprender el comportamiento del concreto reforzado con fibras de acero, especialmente en términos de cómo se inicia y propaga la fractura en este material. Estos modelos se centran en la fisuración, una de las características más críticas del comportamiento no lineal del concreto, y son esenciales para predecir la respuesta del SFRC bajo condiciones de carga severas.

La mecánica de fractura trata de la formación y propagación de fisuras en materiales y estructuras. En el contexto del SFRC, esta disciplina se centra en entender cómo las fibras de acero distribuidas dentro de la matriz de concreto influyen la iniciación y el crecimiento de fisuras. La presencia de fibras puede alterar significativamente el proceso de fractura, ya que estas fibras tienden a puentear las fisuras y redistribuir las tensiones locales, lo que puede aumentar la tenacidad del material y retrasar la propagación de la fisura. (Oliver et al., 2006; Runesson et al., 1991; Y. Wang et al., 2022; Z. Wang et al., 2021)

Los modelos de fractura para el SFRC generalmente incorporan conceptos como la tenacidad a la fractura y la energía de fractura. La tenacidad a la fractura es una medida de la resistencia de un material a la propagación de fisuras, mientras que la energía de fractura se refiere a la cantidad de energía absorbida por el material durante el proceso de fractura. En el SFRC, la presencia de fibras mejora ambos parámetros, aumentando la resistencia del material a la formación y crecimiento de fisuras.

Desde un punto de vista analítico, estos modelos a menudo utilizan enfoques como la mecánica del crack lineal elástico (LEFM, por sus siglas en inglés) o técnicas de zona de proceso fracturado para modelar la propagación de fisuras. El LEFM se basa en la idea de que la propagación de fisuras es controlada por la mecánica alrededor de la punta de la fisura, mientras que los modelos de zona de proceso fracturado consideran una región alrededor de la punta de la fisura donde ocurren daños significativos en el material.

En la práctica, los modelos basados en la mecánica de fractura son esenciales para el diseño de estructuras de SFRC, especialmente en aplicaciones críticas donde la falla por fisuración puede tener consecuencias graves. Por ejemplo, en estructuras sometidas a cargas de impacto o en zonas sísmicas, entender la resistencia a la fractura del SFRC es esencial para garantizar la seguridad y la integridad estructural.

En otras palabras, los modelos basados en la mecánica de fractura proporcionan una comprensión detallada y cuantitativa de cómo las fisuras se inician y se propagan en el SFRC. Estos modelos son fundamentales no solo para predecir el comportamiento del material bajo diversas condiciones de carga, sino también para guiar el diseño de mezclas de concreto con fibras y para optimizar la configuración de las fibras en función de los requisitos específicos de rendimiento y durabilidad de las estructuras de concreto.

Los modelos multiescala en el contexto del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) representan un enfoque avanzado y sofisticado para entender y predecir el comportamiento de este material bajo diversas condiciones de carga. Estos modelos son fundamentales para capturar la complejidad inherente del SFRC, que se deriva de la interacción entre sus componentes a diferentes escalas, desde el nivel microscópico de las fibras individuales y la matriz de concreto hasta el nivel macroscópico de la estructura completa.

En el nivel microscópico, los modelos multiescala se centran en la interacción entre las fibras de acero y la matriz de concreto. Esta interacción es crítica para determinar cómo las fibras influyen en las propiedades mecánicas del concreto, como la resistencia a la tracción, la ductilidad y la capacidad de absorber energía durante la fisuración. Los modelos examinan cómo las fibras se distribuyen dentro de la matriz, cómo se orientan y cómo interactúan con las fisuras que se forman en el concreto. Esta información microscópica es esencial para entender el comportamiento del material a un nivel más macroscópico.

A nivel macroscópico, los modelos multiescala extrapolan los datos y comportamientos observados a nivel micro para predecir cómo se comportará una estructura de SFRC en su conjunto. Esto incluye cómo se distribuirán las tensiones y deformaciones en toda la estructura, cómo se propagarán las fisuras y cómo se comportará la estructura bajo cargas estáticas y dinámicas. Esta extrapolación es compleja, ya que implica integrar el comportamiento detallado a nivel de fibras y concreto con las propiedades estructurales generales del SFRC.

Uno de los desafíos principales en el desarrollo de modelos multiescala es la necesidad de integrar con precisión información y comportamientos a diferentes escalas. Esto requiere un enfoque interdisciplinario que combine conocimientos de la mecánica de materiales, la ingeniería estructural y la ciencia de materiales. Los modelos necesitan ser calibrados y validados con datos experimentales para asegurar que proporcionen predicciones precisas y confiables.

Los modelos multiescala son particularmente útiles para el diseño y la optimización de mezclas de concreto con fibras y para el desarrollo de nuevas aplicaciones del SFRC. Permiten a los ingenieros y diseñadores comprender mejor cómo las modificaciones en la composición del material a nivel micro pueden influir en el rendimiento del material a nivel macro, lo que es fundamental para diseñar estructuras que sean seguras, duraderas y eficientes.

Por lo tanto, los modelos multiescala en el SFRC son una herramienta poderosa que proporciona una comprensión integral del comportamiento del material desde el nivel microscópico hasta el nivel estructural. Esta comprensión es esencial para avanzar en la tecnología del concreto reforzado con fibras y para explorar nuevas fronteras en su aplicación en la ingeniería civil y de construcción.

Las ecuaciones constitutivas que describen las relaciones esfuerzo-deformación no lineales son fundamentales para comprender el comportamiento de materiales complejos como el concreto reforzado con fibras de acero. Estas ecuaciones son esenciales en la mecánica de materiales para modelar cómo se comporta un material bajo cargas que superan su límite elástico.

En el ámbito del SFRC, estas ecuaciones constitutivas no lineales son particularmente importantes para describir cómo el material responde una vez que comienza la fisuración. Diferente del comportamiento lineal elástico, donde la relación entre tracción y deformación es directa y proporcional, en el régimen no lineal esta relación se complica debido a la formación y evolución de fisuras, y a la interacción entre las fibras de acero y la matriz de concreto. (Simó & Ju, 1987)

Estas ecuaciones no lineales suelen ser más complejas, no solo deben tener en cuenta la magnitud de las deformaciones, sino también cómo estas deformaciones afectan las propiedades del material. Por ejemplo, después de la fisuración, la capacidad del concreto para resistir esfuerzos adicionales disminuye, un fenómeno que debe ser modelado adecuadamente para predecir el comportamiento del material bajo cargas continuadas o incrementadas.

Una característica clave de las ecuaciones constitutivas no lineales en el SFRC es la incorporación de la anisotropía y la heterogeneidad del material. El SFRC no es homogéneo debido a la distribución irregular de las fibras dentro de la matriz de concreto. Además, la orientación aleatoria de las fibras introduce un elemento de anisotropía, lo que significa que el material puede comportarse de manera

diferente en diferentes direcciones. Las ecuaciones constitutivas deben ser capaces de abordar estas complejidades para proporcionar una representación precisa del comportamiento del material.

A continuación, se presentan ejemplos simplificados de cómo pueden formularse estas ecuaciones:

- Modelo de Daño Continuo

En los modelos de daño continuo, una ecuación constitutiva no lineal común para el SFRC podría tomar la forma (ver Ecuación (1.1))

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon \quad (1.1)$$

donde,

ε es la deformación unitaria

σ es el esfuerzo

E es el módulo de elasticidad del concreto

D es una variable de daño que representa la degradación del material (con valores entre 0 para material no dañado y 1 para material completamente dañado).

Esta ecuación modela cómo la resistencia del material disminuye a medida que se incrementa el daño, lo que es particularmente relevante después de la iniciación de fisuras.

- Modelo de Plasticidad

Para un modelo de plasticidad, se podría considerar una ecuación que define el flujo plástico. Una formulación básica puede ser (ecuación 1.2).

$$\varepsilon_p = \zeta \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (1.2)$$

donde,

ε_p es la deformación plástica.

ζ es un multiplicador de carga plástica.

f es la función de flujo plástico, que depende del esfuerzo σ y posiblemente de otras variables como la rigidez del material.

En este modelo, la función de flujo define cómo se acumulan las deformaciones plásticas en el material.

- Modelos Basados en Mecánica de Fractura

En los modelos que utilizan mecánica de fractura, la relación tracción-deformación podría integrar la energía de fractura. Un ejemplo simplificado podría ser.:

$$G = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 \quad (1.3)$$

donde,

G es la energía de fractura.

ε es la deformación en la punta de una fisura.

E es el módulo de elasticidad.

La Ecuación 1.3 podría utilizarse para estimar cuándo la energía disponible en el sistema es suficiente para propagar una fisura.

Estos modelos son simplificaciones y en la práctica, las ecuaciones constitutivas para el SFRC son más complejas y requieren calibración y validación con datos experimentales. Sin embargo, estos ejemplos proporcionan una idea de cómo las ecuaciones constitutivas no lineales pueden modelar diversos aspectos del comportamiento del SFRC, desde el daño y la plasticidad hasta la fisuración.

1.2.3 Comportamiento en histéresis y Dinámico

El comportamiento dinámico del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) ha sido un tema central en diversas investigaciones, ofreciendo resultados, teorías y conclusiones que son esenciales para entender cómo este material responde a cargas dinámicas y cíclicas. Estas investigaciones han demostrado que el SFRC posee una capacidad notable para absorber y disipar energía, superando significativamente al concreto convencional. Esta propiedad es atribuible a la presencia de fibras de acero, que actúan como puentes sobre las fisuras y redistribuyen las tensiones, lo que es particularmente beneficioso en estructuras sujetas a cargas de impacto o en zonas sísmicas. (Yang et al., 2019)

En estudios que simulan condiciones sísmicas, el SFRC ha exhibido un rendimiento superior en términos de resistencia a la fisuración y capacidad para soportar deformaciones cíclicas sin colapsar. Estos hallazgos apuntalan la hipótesis de que el SFRC es una opción viable y efectiva para construcciones en áreas propensas a terremotos, gracias a su incrementada ductilidad y resistencia a la fatiga. Además, los modelos teóricos desarrollados para describir el comportamiento dinámico del SFRC integran conceptos de plasticidad y daño, sugiriendo que la distribución, orientación y tipo de

fibras son determinantes esenciales en la respuesta del material bajo estas condiciones.(Yang et al., 2019)

Otra área de interés es el impacto de la proporción y tipo de fibras en la respuesta del SFRC a cargas dinámicas. Los estudios indican que ajustar la longitud y el diámetro de las fibras puede mejorar significativamente la resistencia a la tracción post-fisuración del material. Estos resultados son fundamentales para optimizar las mezclas de SFRC destinadas a aplicaciones específicas, permitiendo un diseño estructural más eficiente y efectivo.(Kumar et al., 2022)

Por último, en escenarios de impacto de alta velocidad, como caídas de peso o impactos directos, el SFRC ha demostrado ser especialmente resistente a daños severos, lo que respalda su uso en aplicaciones donde la resistencia al impacto es primordial. Estos incluyen barreras de seguridad, pavimentos de aeropuertos y estructuras de defensa militar.

En conjunto, el cuerpo de investigación sobre el comportamiento dinámico del SFRC ha proporcionado insights valiosos que han fomentado su uso en situaciones críticas en la ingeniería civil y la construcción. Estos estudios continúan mejorando nuestra comprensión y aplicación del SFRC, asegurando que las estructuras diseñadas con este material sean seguras, duraderas y capaces de soportar las demandas de las condiciones de servicio más desafiantes.(Serna et al., 2021; Yu et al., 2016)

A continuación, se presentan en la **Tabla 1-1** ejemplos y hallazgos clave relacionados con el comportamiento dinámico del SFRC:

Tabla 1-1: Comportamiento dinámico del SFRC.

	Resultados	Conclusión
Mejora en la Absorción y Disipación de Energía	Los estudios han demostrado que el SFRC es capaz de absorber y disipar una cantidad significativa de energía, especialmente en comparación con el concreto convencional. Esto se debe a la capacidad de las fibras de acero para puentear	El SFRC es especialmente adecuado para aplicaciones donde la absorción de energía es esencial, como en estructuras sujetas a cargas de impacto o en zonas sísmicas.

	las fisuras y redistribuir las tensiones.	
Comportamiento ante Cargas Cíclicas y Sísmicas	En pruebas que simulan condiciones sísmicas, el SFRC ha mostrado un comportamiento superior en términos de resistencia a la fisuración y capacidad para soportar deformaciones cíclicas sin fallar.	Estos resultados apoyan la hipótesis de que el SFRC es una opción viable para construcciones en áreas propensas a terremotos, gracias a su mayor ductilidad y resistencia a la fatiga.
Influencia de la Proporción y Tipo de Fibras	Los experimentos indican que tanto la proporción como el tipo de fibras afectan significativamente la respuesta del SFRC bajo cargas dinámicas. Las fibras más largas y de mayor diámetro, por ejemplo, tienden a mejorar la resistencia a la tracción post-fisuración.	Estos hallazgos son esenciales para optimizar las mezclas de SFRC para aplicaciones específicas, permitiendo un diseño más eficiente y efectivo de las estructuras.
Respuesta a Cargas de Alta Velocidad e Impacto	En ensayos de impacto, como caídas de peso o impactos de alta velocidad, el SFRC ha mostrado una capacidad mejorada para resistir daños severos, comparado con el concreto convencional.	Estos resultados respaldan el uso del SFRC en aplicaciones donde la resistencia al impacto es primordial, como en barreras de seguridad, pavimentos de aeropuertos y estructuras militares.

- Modelos de Comportamiento Dinámico

Los modelos teóricos para el comportamiento dinámico del SFRC se centran en capturar la respuesta del material a cargas rápidamente cambiantes. Estos modelos suelen incorporar aspectos de la mecánica de fractura, la teoría de plasticidad y la dinámica estructural. Un enfoque común es modelar el comportamiento del SFRC utilizando ecuaciones constitutivas no lineales, que toman en cuenta la fisuración, la plasticidad y la disipación de energía. Estos modelos son esenciales para predecir cómo

las estructuras de SFRC reaccionarán en condiciones sísmicas, bajo cargas de impacto o cuando se enfrentan a vibraciones continuas.

Las teorías de plasticidad y daño son fundamentales para explicar cómo las fibras en el concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) influyen en la respuesta del material a cargas dinámicas. Estas teorías proporcionan un marco para entender la deformación, la fisuración y la falla del material bajo condiciones de carga que varían rápidamente, como en el caso de impactos o cargas sísmicas.

- Modelos de Plasticidad Clásicos:

Estos modelos se basan en el concepto de flujo plástico, donde una vez que el material alcanza su límite elástico, comienza a deformarse de manera permanente. En el contexto del SFRC, estos modelos se adaptan para considerar cómo las fibras afectan la distribución y evolución de las deformaciones plásticas.

Ejemplos incluyen el modelo de Drucker-Prager, que es una extracción del criterio de von Mises para materiales con compresión y tracción desiguales, y el modelo de Mohr-Coulomb, que se utiliza para materiales como el concreto que exhiben diferentes resistencias a la compresión y a la tracción.

- Modelos de Endurecimiento Cinemático y Endurecimiento Isotrópico:

Estos modelos consideran cómo el comportamiento plástico del material cambia con la carga previa. En el SFRC, las fibras pueden influir en cómo el material "endurece" con la carga repetida, mejorando la resistencia a la fisuración y la deformación plástica.

- Modelos de Daño Continuo:

Estos modelos se centran en cómo el material se degrada bajo carga, especialmente en términos de la formación y propagación de fisuras. En el SFRC, las fibras ayudan a mantener la cohesión del material incluso cuando se forman fisuras, lo que retrasa la evolución del daño. (Caicedo, 2010b)

Un enfoque común es el uso de una variable de daño que cuantifica la degradación del material, modificando las propiedades como la rigidez y la resistencia en función de la extracción del daño.

- Modelos Basados en Mecánica de Fractura:

Estos modelos integran conceptos de la mecánica de fractura para predecir cómo y cuándo se formarán y crecerán las fisuras en el SFRC. Las fibras influyen significativamente este proceso, ya que trabajan para puentear las fisuras y redistribuir las tensiones.

- Modelos de Daño y Plasticidad Acoplados:

Algunos modelos avanzados combinan aspectos de daño y plasticidad para proporcionar una descripción más completa de cómo el SFRC responde a cargas dinámicas. Estos modelos pueden explicar tanto la formación inicial de fisuras como la deformación plástica que sigue. (Laranjeira, 2010; Oller et al., 1996)

1.3 Aplicaciones

El concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) ha encontrado una amplia gama de aplicaciones en la construcción de infraestructuras, gracias a sus mejoradas propiedades mecánicas como la resistencia a la tracción, la ductilidad y la durabilidad. A continuación, se detallan algunas de sus aplicaciones más destacadas:

Figura 1-1 : Dosificación de fibras con maquinaria



Nombre de la fuente: (Badell -Zaragoza -18 De Mayo, n.d.)

Pavimentos: El SFRC es ideal para pavimentos en carreteras, pistas de aeropuertos y áreas industriales debido a su mayor resistencia al agrietamiento y a la abrasión. La capacidad de las fibras para distribuir las cargas y controlar la fisuración resulta en pavimentos más duraderos y con menor necesidad de mantenimiento.

Figura 1-2 : Pavimentos con fibras



Nombre de la fuente: (Lofgren, 2005b)

Túneles: En la construcción de túneles, el SFRC se utiliza para revestimientos y segmentos de túneles. Su resistencia mejorada a la fisuración es esencial en ambientes subterráneos donde las condiciones de carga pueden ser impredecibles y severas.

Figura 1-3 : Túneles



Nombre de la fuente: (Lofgren, 2005b)

Puentes: El SFRC se aplica en la construcción de puentes, especialmente en losas de puente y elementos prefabricados. Las fibras mejoran la resistencia a la fatiga y la durabilidad, lo que es esencial para estructuras expuestas a cargas vehiculares constantes.

Barreras de Seguridad: En barreras de seguridad, como barreras de sonido o barreras de contención en carreteras, el SFRC proporciona una resistencia superior a impactos y una mayor durabilidad frente a las condiciones ambientales adversas.

Losas de Concreto: El SFRC se utiliza en losas de concreto para pisos industriales, estacionamientos y edificios comerciales. Las fibras aportan una resistencia adicional a las cargas de punto y reducen la formación de fisuras por contracción.

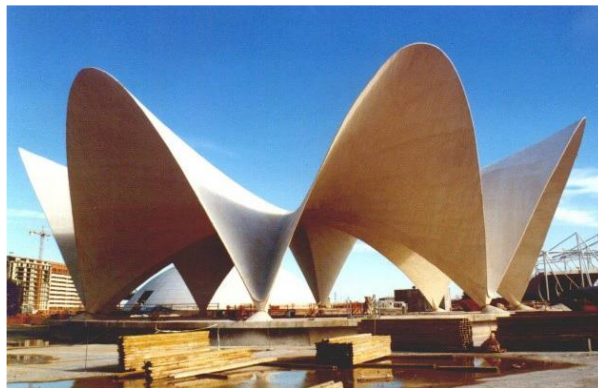
Figura 1-4 : losas industriales



Nombre de la fuente: (Lofgren, 2005b)

Estructuras de Edificaciones: En la construcción de edificios, el SFRC se emplea en elementos como vigas, columnas y paneles. Las fibras incrementan la capacidad de carga y la resistencia sísmica de estos elementos, lo que es especialmente beneficioso en zonas propensas a terremotos.

Figura 1-5 : Edificaciones especiales



Nombre de la fuente: (Lofgren, 2005b)

En la actualidad existen ejemplos que ilustran la versatilidad y eficacia del SFRC en una variedad de aplicaciones de infraestructura, demostrando su capacidad para mejorar la durabilidad, la resistencia y la seguridad en proyectos de construcción de gran escala y de alta exigencia. A continuación, se resumen algunos de estos proyectos destacados a nivel mundial.

Pista de Aterrizaje del Aeropuerto de Heathrow (Londres, Reino Unido): Uno de los ejemplos más notables del uso de SFRC es en las pistas de aterrizaje del Aeropuerto de Heathrow, donde se utilizó para mejorar la durabilidad y resistir las cargas pesadas de los aviones.

Túnel de Base de San Gotardo (Suiza): Este túnel ferroviario, uno de los más largos y profundos del mundo, utilizó SFRC en su construcción para mejorar la resistencia a la fisuración y la seguridad en un entorno de alta presión geológica.

Puente Millau Viaduct (Francia): En este espectacular puente, el SFRC se utilizó para construir los pilares, proporcionando una estructura más ligera y resistente.

Reconstrucción del World Trade Center, Nueva York, EE. UU.: En la reconstrucción del World Trade Center tras los ataques del 11 de septiembre, el SFRC jugó un papel fundamental. Se utilizó para los cimientos y las estructuras subterráneas, proporcionando una mayor resistencia al fuego y a impactos, lo cual era una prioridad dada la naturaleza del proyecto.

Proyecto de Desarrollo de la Presa Hoover, Nevada, EE. UU.: La icónica Presa Hoover implementó SFRC en su reciente proyecto de modernización. Este uso fue particularmente crítico en áreas sujetas a altas tensiones hidrostáticas y donde la durabilidad a largo plazo era esencial.

Centro Acuático Nacional de Pekín, China: Conocido como el "Cubo de Agua", utilizado durante los Juegos Olímpicos de 2008 en Beijing, este edificio incorporó SFRC en su construcción. El material ayudó a soportar las grandes cargas estructurales y contribuyó a la impresionante estética y durabilidad del edificio.

Puente Øresund, Dinamarca y Suecia: Este puente, que conecta Dinamarca con Suecia, es un ejemplo de ingeniería avanzada donde se utilizó SFRC en elementos clave de la estructura. El material fue elegido por su durabilidad y resistencia a las severas condiciones climáticas y ambientales del estrecho de Øresund.

Metro de Doha, Catar: En la construcción del metro de Doha, uno de los más avanzados del mundo, el SFRC se utilizó en la construcción de túneles y estaciones para mejorar la resistencia al fuego y la integridad estructural.

Terminal 2 del Aeropuerto Internacional de Mumbai, India: La Terminal 2 del Aeropuerto Internacional de Mumbai es otro ejemplo notable. El SFRC se utilizó en la construcción de esta moderna terminal para aumentar la resistencia y durabilidad del concreto, especialmente en áreas de alto tráfico.

Estadio de Fútbol de la Ciudad del Cabo, Sudáfrica: Utilizado para la Copa del Mundo de la FIFA 2010, el estadio incorporó SFRC en su construcción, lo que proporcionó resistencia adicional y ayudó a cumplir con los estrictos plazos de construcción.

2. Modelos de aproximación del comportamiento mecánico del concreto SFRC

Esta sección se dedica a establecer una base teórica sólida que sustenta el desarrollo del primer objetivo. Este capítulo proporciona el fundamento teórico esencial no solo para el alcance del primer objetivo, sino también para comprender en general el comportamiento a flexión del SFRC, aspecto central de la investigación. A través de un análisis detallado de la literatura existente y la integración de conceptos clave en la modelización del comportamiento de materiales compuestos, se busca ofrecer un marco específico que permita abordar los desafíos y particularidades del SFRC bajo cargas axiales, contribuyendo significativamente al cuerpo de conocimiento en el campo del comportamiento no lineal.

En el ámbito de la ingeniería civil, el uso combinado del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) y el refuerzo con barras de acero tradicionales ha ganado un interés creciente para el diseño estructural. Los avances significativos en esta área se reflejan en las recientes actualizaciones de las normativas europeas, como son el FprEN 1992-1-1:2023 (Anexo L) y el FprEN 1992-1-2:2023 (Anexo B). Estas normas surgen como respuesta a la demanda creciente en el sector de la construcción, el conocimiento bien fundamentado sobre las propiedades mecánicas del SFRC obtenido a través de investigaciones extensas, y el éxito de diversas aplicaciones prácticas.

En cuanto al desarrollo normativo en Europa, Alemania lideró con el DBV 2001, siendo el primero en introducir directrices de diseño para estructuras de SFRC. Posteriormente, otros marcos como el RILEM TC 162-TDF en 2003, el CNR-DT/204/2006 en Italia y el EHE-08 en España siguieron su ejemplo. Durante las últimas dos décadas, otros países europeos también han adoptado regulaciones para el diseño de estructuras de SFRC. Interesantemente, algunas regulaciones nacionales en países como Italia, España y Suecia han extendido su alcance para incluir el uso de otros tipos de materiales de fibra, principalmente sintéticos, para complementar o sustituir parcialmente el refuerzo de acero convencional, incorporando especificaciones para las propiedades mecánicas de estos materiales

alternativos. Además, el fib Model Code 2010 aborda también el uso del SFRC y otros tipos de concretos reforzados con fibra.

El Anexo L del FprEN 1992-1-1:2023 (EC-2) establece directrices específicas para el diseño de estructuras de SFRC. Este anexo se apoya en un documento de fondo detallado que recoge los principales resultados de la investigación sobre el SFRC en los últimos treinta años. Este documento pretende abarcar las secciones del Anexo L y complementarlas con literatura científica relevante, proporcionando así una comprensión más profunda de los principios fundamentales y detalles específicos de las fórmulas y normas propuestas.

2.1 Parámetros de diseño para elementos de SFRC a flexión

El artículo de Y. Wang et al. (2022) proporciona un análisis detallado de las fórmulas existentes para estimar las propiedades mecánicas del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC). Se mencionan 28 modelos empíricos en total, incluyendo cuatro de especificaciones de diseño oficial y 24 de estudios experimentales independientes. Estos modelos incluyen trece expresiones para la resistencia a la compresión, ocho para el módulo elástico, trece para la resistencia a la flexión y siete para la resistencia a la tracción por división.

El artículo distingue dos tipos de modelos de predicción: aquellos que estiman las propiedades mecánicas del SFRC basándose directamente en las cantidades y atributos de los materiales constituyentes (como las expresiones sugeridas por Karahan et al., Chang et al. y Song & Hwang) y aquellos que relacionan las propiedades mecánicas del SFRC con las del concreto simple similar. Aunque el segundo enfoque resulta en modelos más concisos y fáciles de usar, a menudo presenta dificultades prácticas en el diseño de mezclas de SFRC y asume que la adición de fibras no altera significativamente las propiedades del concreto, lo cual ha sido cuestionado por investigaciones como la del grupo de Lantsoght.

Para abordar estas problemáticas, el artículo sugiere el uso de varias fórmulas empíricas, originalmente diseñadas para el concreto simple, para reemplazar los índices mecánicos en las ecuaciones del SFRC. Estos modelos resultantes, denominados fórmulas de Combinación, se diferencian de las fórmulas Originales porque se establecen mediante la combinación de diferentes estudios.

El artículo también incluye una evaluación extensa de los 46 modelos originales y 99 fórmulas de combinación, utilizando el valor medio y la desviación estándar de la relación de aspecto de la propiedad mecánica probada frente a la estimada (denotado con el símbolo ω) como índices de evaluación. Estos análisis ofrecen una visión integral sobre la precisión y la incertidumbre de los modelos predictivos para el SFRC.

Los métodos de prueba estándar para el concreto reforzado con fibras (FRC) incluyen diversas técnicas para evaluar su capacidad de control de fisuras y desempeño posfisuración. Si la función deseada de las fibras es el control de fisuras bajo contracción plástica, se puede utilizar el método ASTM C1579. La eficacia de las fibras en controlar la contracción por secado (bajo restricción) y reducir las anchuras de las fisuras se puede determinar siguiendo el ASTM C1581/C1581M. Estas pruebas determinan y expresan la efectividad de las fibras en reducir la anchura de las fisuras en porcentaje en comparación con el concreto simple.

Para niveles más altos de control de fisuras y capacidad a flexión post-fisura esperados de las fibras, se deben probar vigas o paneles de FRC usando los métodos ASTM C1609/C1609M y ASTM C1550. Los métodos de prueba equivalentes en Europa son BS EN 14651:2005 y BS EN 14488:2006, respectivamente.

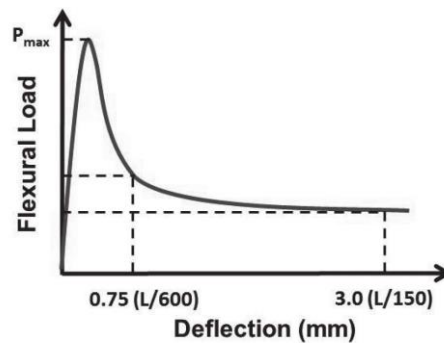
Aunque es ideal y deseable realizar una prueba de tracción directa (estática o de fractura) para el FRC, una prueba de tracción adecuada es extremadamente difícil para materiales a base de cemento debido a la posibilidad de deslizamiento o trituración del concreto en las sujeciones, o la naturaleza heterogénea del FRC. Como alternativa aceptada, se realizan pruebas de flexión y los resultados se utilizan para calcular retrospectivamente las propiedades a tracción. Estas pruebas de flexión están diseñadas para obtener la respuesta completa pre y pos-fisura del FRC.

El documento describe dos métodos de prueba ampliamente utilizados para medir la resistencia residual, un parámetro implementado en el diseño de FRC: ASTM C1609/C1609M y BS EN 14651:2005.

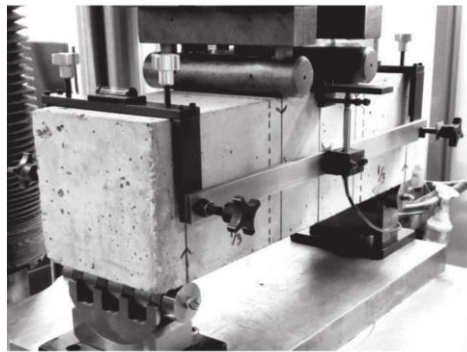
El método ASTM C1609/C1609M mide la respuesta flexural completa pre y posfisura de vigas de FRC utilizando una deflexión precisa para controlar la prueba (control de bucle cerrado), típicamente en vigas de FRC de 6 x 6 x 20 pulgadas (150 x 150 x 500 mm) con una luz de 18 pulgadas (450 mm), utilizando dos puntos de carga (flexión de cuatro puntos) hasta alcanzar una deflexión en el punto

medio de $1/150$ de la luz (L), es decir, 0.12 pulgadas (3 mm). Se determinan parámetros como la resistencia máxima y los valores de resistencia residual en $L/600$ (0.03 pulg. [0.75 mm]) y $L/150$ (0.12 pulg. [3 mm]) de la viga, recomendándose probar al menos tres vigas replicadas para determinar estos parámetros, aunque se recomienda probar seis vigas para obtener un valor promedio representativo de la resistencia residual del FRC.

Figura 2-1: (a) Esquemas de un resultado de prueba típico ASTM C1609/C1609M (FRC de ablandamiento por deformación); y (b) viga FRC bajo prueba de flexión de cuatro puntos. (Nota: 1 pulg. = 25 mm.)



(a)



(b)

Nombre de la Fuente: tomado de (ACI, 2009)

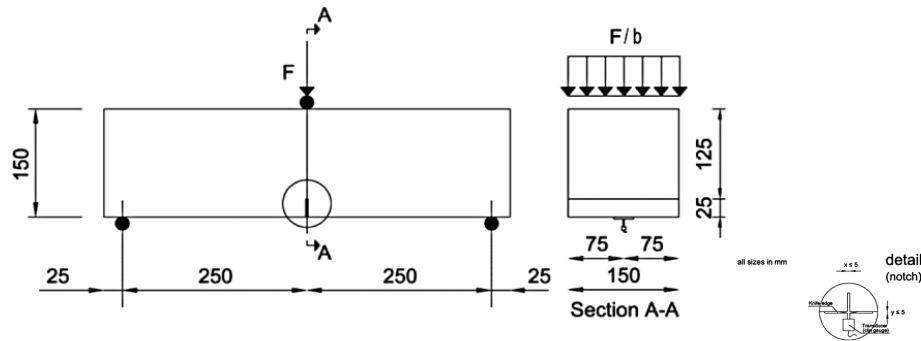
Las variables y parámetros mecánicos para tener en cuenta en el comportamiento mecánico del material están definidos en la siguiente **Tabla 2-1**

Tabla 2-1: Parámetros de diseño ASTM C1606

Notación	Variable
P_p	Carga pico a flexión (máxima)
P_{600}^D	Carga residual a flexión en FRC para una deflexión de L/600
P_{150}^D	Carga residual a flexión en FRC para una deflexión de L/150
f_p	Resistencia máxima a flexión
f_{600}^D	Resistencia residual a flexión en FRC para una deflexión de L/600
f_{150}^D	Resistencia residual a flexión en FRC para una deflexión de L/150
T_{150}^D	Tenacidad a flexión en FRC para una deflexión de L/150
$R_{T,150}^D = \frac{150 \times T_{150}^D}{f_p \cdot b \cdot h^2}$	Relación de resistencia equivalente a flexión para una deflexión de L/150 (%) calculada como se muestra en la ecuación
$f_{e,3}^{\square} = f_p \times R_{T,150}^D$	Resistencia a flexión para una deflexión de L/150 calculada como se muestra en la ecuación

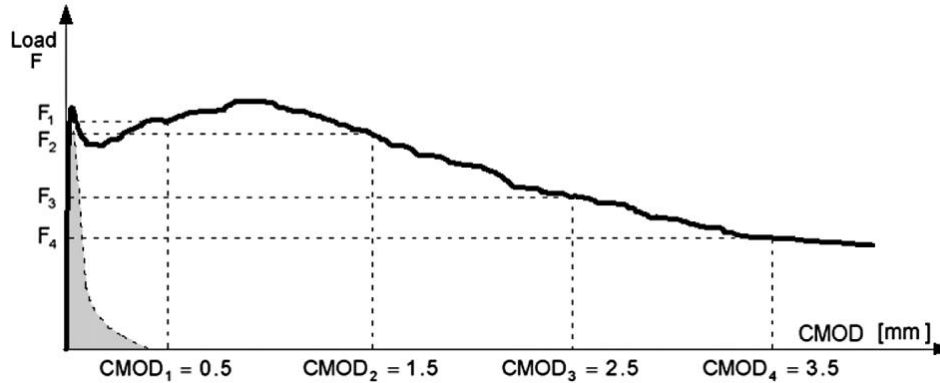
El método de prueba BS EN 14651:2005 se utiliza para el diseño de concreto reforzado con fibras de acero, basándose originalmente en las normativas de RILEM TC 162-TDF (2003). Es ampliamente usado en varios códigos de diseño y especificaciones, especialmente cuando el diseño se basa en el control de la anchura de las fisuras. La prueba se realiza en vigas de FRC de 6 x 6 x 22 pulgadas (150 x 150 x 550 mm) con una luz de 20 pulgadas (500 mm) y una pequeña muesca de 1 pulgada (25 mm) de profundidad en la mitad de la luz. La muesca sirve como iniciador de fisuras y se miden la deflexión y el desplazamiento de apertura de la boca de la fisura (CMOD) en la mitad de la viga durante la prueba.

Figura 2-2: Esquema de ensayo de una viga a flexión de tres puntos según EN 14651



Nombre de la Fuente: tomado de (Di Prisco et al., 2013a)

Figura 2-3: Respuesta típica de carga vs CMOD para concreto simple y FRC



Nombre de la Fuente: tomado de (Di Prisco et al., 2013a)

La viga se somete a una prueba bajo control de bucle cerrado con un punto de carga (flexión de tres puntos) hasta alcanzar un CMOD de 0.14 pulgadas (3.5 mm). El parámetro $F_{R,i}$ representa la carga residual en el punto i de la curva de carga-CMOD, y $f_{R,i}$ es la resistencia a flexión residual equivalente. Por ejemplo, $f_{R,3}$ es la resistencia residual en el punto $i = 3$, donde la apertura de la fisura o CMOD es 0.1 pulgada (2.5 mm). En la ecuación, L es la longitud de carga (luz), b es el ancho y h_{sp} es la altura neta de la viga (altura total - altura de la muesca).

Al menos tres vigas replicadas deben ser probadas para determinar estos parámetros, aunque se recomienda probar seis vigas para obtener un valor promedio representativo de la resistencia residual del FRC. Cabe destacar que se ha realizado una versión modificada de esta prueba sin muesca, utilizando dosis más altas de fibras, lo que resultó en múltiples fisuras (endurecimiento por deformación).

Las variables y parámetros mecánicos para tener en cuenta en el comportamiento mecánico del material están definidos en la **Tabla 2-2**.

Tabla 2-2: Parámetros de diseño BS EN 14651:2005

Notación	Variable
F_{max}	Carga pico a flexión (máxima)
$F_{R,i}$	Carga residual a flexión en FRC para una deformación i
$f_{R,i} = \frac{3F_{R,i}}{2b \cdot h_{sp}^2}$	Resistencia residual a flexión para una deflexión i

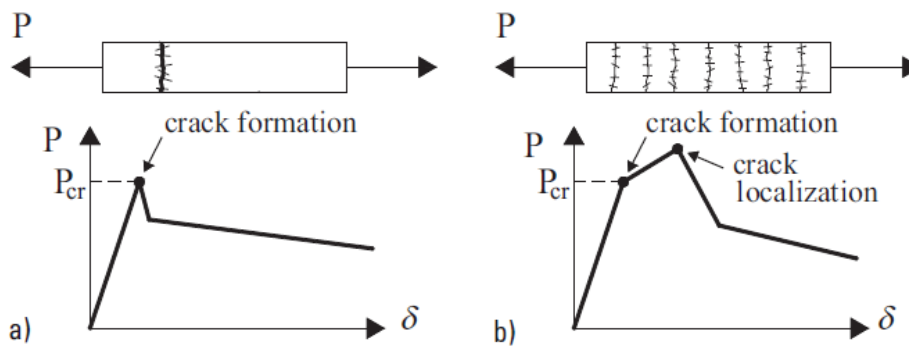
El endurecimiento y ablandamiento por deformación en el concreto reforzado con fibras (FRC) se relacionan con la respuesta del material después de la fisuración. Dosificaciones bajas a moderadas de fibras proporcionan suficiente resistencia para unir una fisura principal en pruebas de tracción o flexión, conocido como ablandamiento por deformación. En esta fase, la resistencia residual disminuye gradualmente a medida que aumentan la deflexión de la viga y la anchura de la fisura, y el esfuerzo a tracción pos-fisura del FRC es menor que su resistencia última a la tracción.

Por otro lado, con dosificaciones más altas de fibras, mecanismos de anclaje mejorados y mayores resistencias de adherencia, las fibras pueden ofrecer resistencia adicional para unir varias fisuras y redistribuir los esfuerzos. Este comportamiento se denomina endurecimiento por deformación, donde la resistencia residual aumenta gradualmente a medida que se amplían las deformaciones y anchuras de fisura hasta un punto de fallo. Con avances en nuevas generaciones de fibras y aditivos químicos, es posible producir FRC que endurece por deformación con un esfuerzo a tracción pos-fisura superior al esfuerzo de fisuración del concreto.

Se pueden deducir dos leyes constitutivas simplificadas de apertura de fisuras por esfuerzo a partir de una prueba de tracción uniaxial: comportamiento plástico rígido o comportamiento post-fisuración lineal (endurecimiento o ablandamiento) (Figura 2-4). Bajo la suposición de respuesta plástico-rígida, las fibras proporcionan una resistencia residual constante después de la fisuración, independientemente de la anchura de la fisura.

En el modelo de respuesta lineal, la resistencia residual proporcionada por las fibras después de la fisuración puede disminuir (ablandamiento por deformación) o aumentar (endurecimiento por deformación) a medida que crece la fisura.

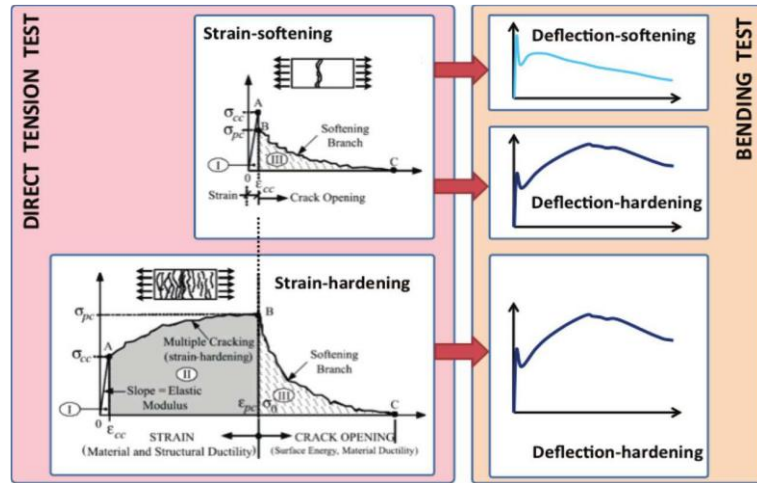
Figura 2-4: Respuesta típica de carga vs deformación para FRC (a) ablandamiento. (b), endurecimiento



Nombre de la Fuente: tomado de (Di Prisco et al., 2013a)

Las curvas de esfuerzo-deformación a flexión para diferentes dosis de fibras muestran que el concreto sin reforzar exhibe una falla frágil una vez que se alcanza la carga de fisuración. El FRC con dosis bajas de fibras no muestra tal falla frágil, pero una vez que ocurre la primera fisura, la capacidad de carga disminuye gradualmente (comportamiento de ablandamiento). En contraste, el FRC con dosis altas de fibras, después de alcanzar la carga de fisuración, puede sostener cargas y permitir el aumento de las mismas (rama de endurecimiento) hasta un valor máximo de esfuerzo (carga última) en la región postpico, que es más alta que la carga de fisuración del concreto. Después de eso, la capacidad de carga disminuye gradualmente (rama final de ablandamiento).

Figura 2-5: Diferentes respuestas a flexión y tracción del FRC

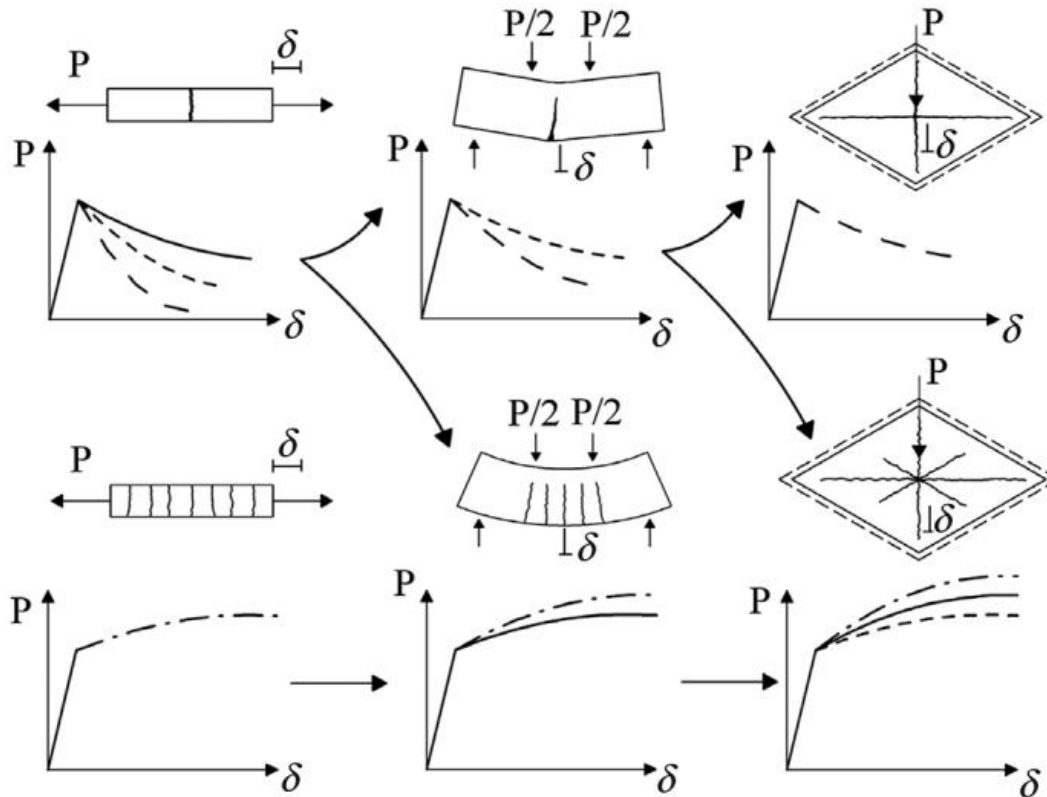


Nombre de la Fuente: tomado de (A. E. Naaman, 2007)

La transición entre el comportamiento de ablandamiento y endurecimiento depende de varios factores, incluyendo el material de las fibras, la geometría y la dosis. Las fibras deben seleccionarse según el tipo de miembro y las condiciones de carga. Aunque un FRC muestre un comportamiento a flexión de endurecimiento, no implica necesariamente que su comportamiento a tracción sea también de endurecimiento.

Bajo ciertas condiciones, una respuesta de endurecimiento por flexión de una estructura se puede lograr incluso con un material que se ablanda a tracción o flexión, lo que significa que solo las estructuras con suficientes capacidades de redistribución pueden diseñarse con materiales de ablandamiento de acuerdo con el Código Modelo 2010 (fb 2013). Si no se puede demostrar la ductilidad del sistema en estructuras reforzadas solo con fibras, el Código Modelo 2010 requiere refuerzo convencional para lograr una respuesta dúctil de la estructura.

Figura 2-6: Diferentes respuestas a flexión y tracción del FRC



Nombre de la Fuente: tomado de (Di Prisco et al., 2013a)

2.2 Guía para diseñar SFRC: EUROCODIGO E2, FIB MC2020 Y ACI 544

El artículo de Colombo et al. (2023) aborda las directrices del nuevo Código Modelo para Estructuras de Concreto 2020 (MC2020), que se enfoca en el diseño de nuevas estructuras de concreto y la evaluación de las existentes, además de ofrecer perspectivas sobre su gestión efectiva del ciclo de vida (LCM). Este proyecto ambicioso se basa en los logros del MC2010, donde se introdujo el concreto reforzado con fibra (FRC) como un nuevo material estructural, junto con sus reglas de diseño correspondientes. Desde entonces, el uso de FRC ha ganado impulso, especialmente en aplicaciones como cimientos, segmentos de túneles y construcción de vigas poco profundas y losas elevadas.

Las nuevas reglas del MC2020 para elementos estructurales de FRC incluyen acciones de modo mixto dominadas por tensiones de corte (como corte, punzonamiento y torsión) y acciones de modo-I

(como tracción uniaxial y flexión), donde el desarrollo de fisuras y la redistribución de esfuerzos pueden desempeñar un papel importante, dependiendo del grado de redundancia del elemento estructural.

Este último es el objetivo principal del trabajo actual, que se centra en los requisitos necesarios para garantizar la ductilidad estructural, esencial para prevenir fallas frágiles y permitir el uso del análisis límite como herramienta para predecir la capacidad de carga de una estructura. Los hallazgos de la investigación están respaldados por una campaña experimental exhaustiva sobre el comportamiento de miembros estructurales de concreto reforzado con fibra de acero (SFRC), con o sin refuerzo convencional.

En el MC2020, el factor de redistribución propuesto en el MC2010 se mejora, pasando de un factor global aplicado directamente a la capacidad de carga (KR_d) a un nuevo factor material (γ_G) que permite al diseñador amplificar la contribución del FRC solo cuando también está presente el refuerzo convencional. Este enfoque también se ha sugerido en la nueva generación de Eurocódigos, que incluye un nuevo anexo (Anexo L) dedicado explícitamente al diseño de elementos estructurales SFRC. Aunque hay estudios disponibles en la literatura sobre la relación constitutiva del material y el comportamiento estructural de losas y vigas elevadas, el trabajo actual tiene como objetivo arrojar nuevas luces a través de una campaña experimental exhaustiva sobre vigas y losas SFRC, con o sin refuerzo ordinario.

Se presta especial atención a la fiabilidad de los requisitos de los códigos de construcción para predecir tanto la capacidad de carga como el comportamiento en condiciones de servicio, con el objetivo de comparar la ductilidad proporcionada por altas dosis de fibras de acero o dosis bajas utilizadas en combinación con refuerzo convencional. La campaña experimental buscó comprender mejor el comportamiento estructural de los elementos estructurales SFRC con diferentes grados de redundancia, tanto en términos de capacidad de carga como de ductilidad. Además, los resultados experimentales se adoptarán para validar los enfoques propuestos por los códigos de construcción para estructuras con refuerzo convencional limitado, como el que se suele adoptar en vigas poco profundas y en losas elevadas.

Por su parte la guía para diseñar concreto reforzado con fibra reporte elaborado por el comité 544 del ACI (ACI 544.4R-18) tiene como objetivo proporcionar a los ingenieros diseñadores directrices y recomendaciones para el uso de refuerzo de fibra. A lo largo de los años, se han desarrollado varios

enfoques para diseñar FRC, basándose en métodos de diseño convencionales modificados por procedimientos especiales para tener en cuenta las contribuciones de las fibras, que generalmente modifican las fuerzas internas en el miembro para tener en cuenta la capacidad a tracción adicional proporcionada por las fibras. Estos métodos han demostrado ser satisfactorios al compararlos con datos de pruebas a escala real para miembros FRC.

El concreto es un material frágil, fuerte en compresión, pero débil en tracción. Tradicionalmente, se utilizan barras de acero para llevar las fuerzas de tracción después de que el concreto se ha agrietado en aplicaciones estructurales. A diferencia de las barras de refuerzo, las fibras están distribuidas uniformemente en el volumen del concreto, proporcionando capacidad a tracción y de flexión después de la fisuración, así como control de la anchura de las fisuras en elementos de concreto.

Los primeros estudios científicos sobre el uso de fibras de acero en el concreto datan de la década de 1960, y desde entonces, miles de proyectos han sido completados exitosamente usando refuerzo de fibra. Los métodos propuestos difieren principalmente en la determinación del aumento de la capacidad de tracción del concreto proporcionada por las fibras y en cómo se calcula la fuerza total. Un enfoque conservador pero justificable es que las barras de refuerzo se utilicen para soportar las cargas de tracción totales en miembros estructurales como vigas, columnas, muros o losas elevadas suspendidas. Sin embargo, ACI 544.6R describe el diseño para losas elevadas suspendidas donde las fibras de acero se utilizan como refuerzo principal junto con un mínimo de barras continuas de columna a columna.

Las fibras pueden usarse para complementar y reducir las barras de refuerzo en varios miembros estructurales, y pueden ser el único medio de refuerzo en aplicaciones donde la presencia de refuerzo continuo no es esencial para la seguridad e integridad de la estructura. Además, las fibras controlan de manera confiable la fisuración y mejoran la resistencia del material a la deterioración por fatiga, impacto, retracción o tensiones térmicas.

Aunque el FRC se ha utilizado desde la década de 1960, en América del Norte no existen enfoques de diseño acordados para algunas de sus aplicaciones. A diferencia del concreto reforzado con barras de acero o malla de alambre soldado, el diseño del refuerzo de fibra no está adecuadamente cubierto por los códigos de diseño nacionales. Este documento tiene como objetivo proporcionar a los ingenieros en práctica directrices de diseño simples pero apropiadas y aplicaciones de vanguardia para FRC, tratando las fibras como refuerzo en concreto y no como un aditivo.

Esta guía discute los tipos y dosis típicas de fibras, propiedades generales del material y métodos de prueba disponibles para la caracterización de FRC, enfocándose en los conceptos de diseño y las directrices existentes para el refuerzo de fibra, incluyendo leyes constitutivas, diseño para flexión, diseño para cortante y control de la anchura de fisuras, extendiéndose a aplicaciones específicas. La parte final de la guía ofrece recomendaciones breves para especificar y construir con FRC, incluyendo directrices generales para la mezcla, colocación y acabado. Este documento es aplicable solo a fibras de acero y macrofibras sintéticas de poliolefina que cumplen con ASTM C1116/C1116M, y las fórmulas y aplicaciones discutidas deben verificarse para cualquier otro tipo de fibras.

El diseño de concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) según ACI 544 se basa en el rendimiento del material compuesto en su conjunto y no en las fibras individuales. La factibilidad de la construcción y los requisitos de rendimiento a corto y largo plazo pueden limitar los tipos y dosis de fibras en ciertas aplicaciones. Es esencial prestar atención a la resistencia residual, ya que este parámetro principal se ve influenciado por el tipo y la dosis de fibras, así como por las propiedades del concreto.

Utilizando cálculos y especificaciones basadas en el rendimiento, el ingeniero puede asegurar un rendimiento adecuado del SFRC como material compuesto. De manera similar al refuerzo convencional con barras en una sección de concreto fisurada, las fibras unen las fisuras y restringen su crecimiento, proporcionando capacidad de carga posfisura bajo tracción, flexión y corte.

Las propiedades del material, como la resistencia residual, se determinan a partir de pruebas estándar en vigas descritas en el capítulo anterior. Estas propiedades se insertan en las ecuaciones presentadas en este capítulo para determinar el rendimiento del SFRC y la correspondiente capacidad de carga. Los programas de prueba deben llevarse a cabo de tal manera que se pueda establecer una resistencia de diseño adecuada, incluyendo un margen apropiado para las incertidumbres cubiertas por los factores de seguridad parciales en el diseño convencional. Generalmente, será necesario establecer la influencia de las resistencias de los materiales sobre el comportamiento y su variabilidad para derivar una respuesta característica (y por lo tanto de diseño).

Cuando las pruebas se realizan en elementos significativamente más pequeños o grandes que el prototipo, se deben considerar los efectos del tamaño en la interpretación de los resultados. Se debe prestar atención al comportamiento del material en ambos estados límite: el estado límite último

(ELU) para los requisitos de resistencia, así como el estado límite de servicio (ELS) para los límites de ancho de fisura y deflexión.

La resistencia a la tracción del concreto simple es insignificante y, por lo tanto, no se tiene en cuenta en el diseño de una sección de concreto reforzado convencional. La adición de fibras de acero o macrofibras sintéticas al concreto proporciona resistencia a la tracción posfisura; por lo tanto, la resistencia a la tracción efectiva del SFRC se utiliza en el proceso de diseño. Como se explicó anteriormente, realizar una prueba de tracción adecuada es difícil, por lo que se realizan pruebas de flexión de manera alternativa. La resistencia a la tracción residual se deriva entonces de la resistencia a flexión residual medida mediante factores de conversión. Este resumen ofrece una visión general de los conceptos y procedimientos de diseño; sin embargo, más detalles sobre la respuesta tracción-deformación a la tracción del SFRC y su correlación con los datos de las pruebas de flexión se pueden encontrar en ACI 544.8R.

La edición inaugural del Eurocódigo para el diseño de infraestructuras de concreto, conocida como EN 1992-1-1 (Eurocódigo 2), se lanzó en 2004. Con el inicio de su revisión en 2012, se optó por agregar secciones dedicadas al Concreto Reforzado con Fibra de Acero, al Acero Inoxidable, a los Polímeros Reforzados con Fibra de Carbono y a las Construcciones Preexistentes en anexos distintos.

El comité CEN TC250/SC2 asume la supervisión global de esta revisión, delegando las tareas específicas sobre el Concreto Reforzado con Fibra de Acero (SFRC) al grupo CEN TC250/SC2/WG1/TG2, formado en 2012, y al equipo de proyecto CEN TC 250/SC2/PT3 (2018–2020), responsable del borrador definitivo. Este último finalizó su versión más reciente el 30 de abril de este año, anticipando la presentación del borrador revisado del Eurocódigo 2 a CEN para su evaluación final en noviembre de 2020. Se espera que este proceso se extienda varios años, proyectándose la disponibilidad de las versiones traducidas para 2024 aproximadamente.

El Anexo L tiene como finalidad primordial verificar la aplicabilidad de las fibras de acero en el diseño estructural de concreto bajo las directrices del EC2. Se había contemplado la inclusión de fibras alternativas, sujeta a la aprobación de WG1 y SC2, propuesta que finalmente no prosperó por las incertidumbres predominantes, especialmente en lo concerniente a la fluencia y la durabilidad bajo condiciones ambientales.

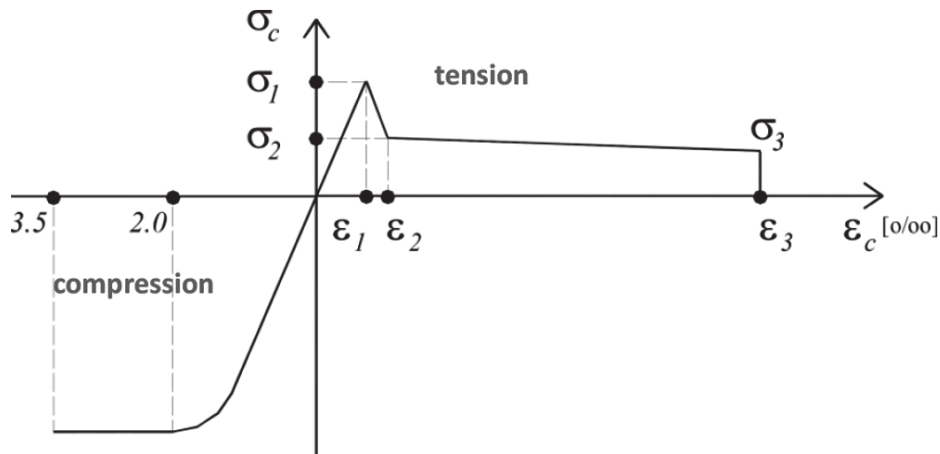
Las responsabilidades del Comité TG2 incluían: redactar el Anexo L con declaraciones generales que facilitaran la incorporación de fibras de acero en el diseño detallado para los estados límite de servicio (SLS) y últimos (ULS), buscando una redacción concisa [se pedían entre 5 y 10 páginas; ¡se redactaron 26!]; elaborar el contenido para las normativas detalladas y garantizar la solidez en los sistemas de anclaje, entre otros; añadir la información necesaria para la Parte 1–2 referente al uso de fibras en el diseño para resistencia al fuego; compilar los documentos de base requeridos; y señalar los estándares de materiales y ejecución que debían seguirse según otras normativas, como base para las reglas de diseño establecidas en el EC2

2.2.1 Modelo constitutivo en tracción esfuerzo - deformación unitaria

Numerosos estudios se han realizado para determinar la curva de tracción-deformación del concreto reforzado con fibras (FRC) bajo tracción directa, sin embargo, actualmente no existe un método de prueba estándar reconocido por ASTM para esta evaluación. El diagrama idealizado de tracción-deformación utilizado en estos estudios es el mismo que propuso RILEM TC 162-TDF (RILEM, 2002), el cual se utiliza como referencia en el documento mencionado Figura 2-7.

Los valores que definen este modelo constitutivo se basan en valores promedio o característicos que, a su vez, se utilizan en el proceso de diseño. Los puntos clave del lado de compresión del diagrama se obtienen directamente del ensayo estándar de compresión en cilindros de concreto. Para el lado de tracción del diagrama, los puntos clave se obtienen indirectamente a través de una prueba de flexión. Esto implica que, aunque la respuesta directa a la tracción del FRC es un aspecto esencial para entender su comportamiento, en la práctica, se recurre a métodos indirectos como las pruebas de flexión para inferir estas propiedades debido a la complejidad de realizar pruebas de tracción directa en materiales a base de cemento.

Figura 2-7: Esquemas de un diagrama esfuerzo-deformación típico para FRC en tracción-compresión uniaxial

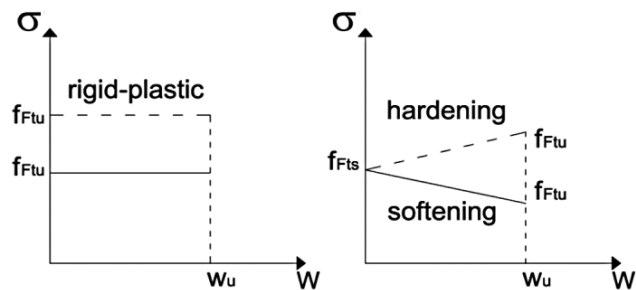


- a) σ_1 y ϵ_1 : esfuerzo de tracción y deformación correspondiente al inicio del primer agrietamiento
- b) σ_2 y ϵ_2 : esfuerzo y deformación al inicio de la rama de ablandamiento estable
- c) σ_3 y ϵ_3 : esfuerzo y deformación al final de la rama de ablandamiento

Nombre de la fuente: Tomado de (RILEM, 2002) y (Vandewalle et al., 2002)

Ahora bien, con respecto al código *Model Code 2020 Fib* la relación entre el esfuerzo y la apertura de fisuras en tracción uniaxial se considera como la principal propiedad de referencia del material en el rango post-fisuración. A partir de los resultados de las pruebas de flexión, se pueden deducir dos leyes constitutivas simplificadas para la apertura de fisuras por esfuerzo: un modelo rígido-plástico y un modelo lineal post-fisuración (de endurecimiento o ablandamiento).

Figura 2-8: Leyes constitutivas simplificadas: apertura de fisuras por tracción (las líneas continuas y discontinuas se refieren a materiales ablandados y endurecidos respectivamente)



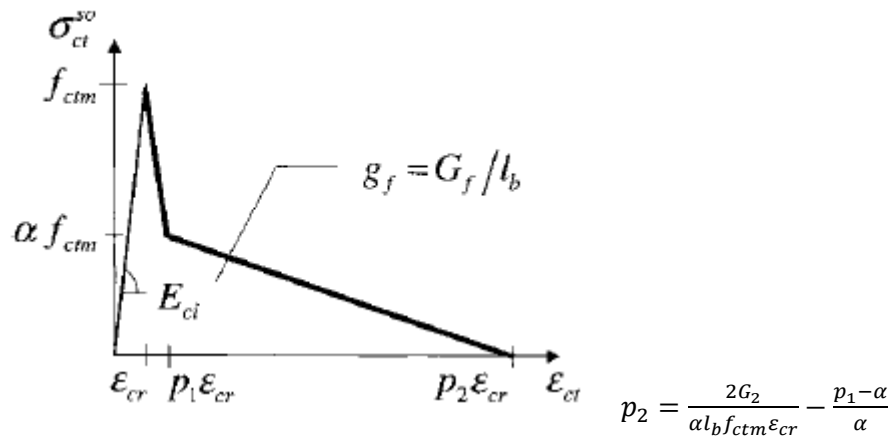
Nombre de la fuente: Tomado de (Martinelli et al., 2021)

Estos modelos se muestran esquemáticamente en la Figura 2-8. Estas leyes constitutivas proporcionan una base para entender cómo el concreto reforzado con fibras se comporta después de que se han formado fisuras, lo cual es esencial para predecir y diseñar el comportamiento estructural de elementos de FRC bajo carga.

La simulación del comportamiento bajo compresión uniaxial del concreto convencional se basa en la relación esfuerzo-deformación sugerida en el Código Modelo CEB-FIP 2020. Esta normativa también se aplica al concreto reforzado con inclusiones de fibras metálicas SFRC. Posterior a la propagación de fisuras, la tracción en una matriz de concreto se define por su condición, pudiendo manifestarse en un ablandamiento o un endurecimiento por tracción. El primer caso por tracción está relacionado con el área de fractura que se presenta en elementos de concreto convencional (o con fibras) tras alcanzar el límite de resistencia tracción (rotura). Por otro lado, el endurecimiento por tracción se identifica como el incremento de rigidez en un elemento de concreto armado con fisuras, resultado de la sinergia entre el concreto y su refuerzo. La selección del estado de una capa específica se alinea con las directrices propuestas por el Código Modelo CEB-FIP .

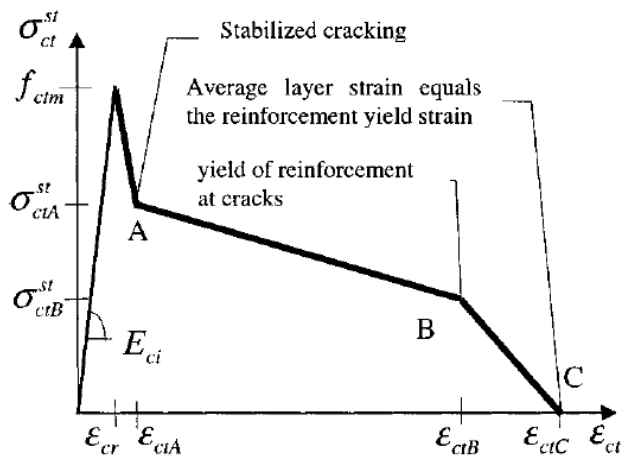
La representación gráfica del deslizamiento por tracción se puede apreciar en la Figura 2-9, y la función de ablandamiento por tracción empleados en este modelo aparecen en la Figura 2-10. La explicación de los puntos significativos A, B y C del gráfico de endurecimiento por tracción se aborda en investigaciones anteriores (Oliveira de Barros, 1995).

Figura 2-9: Parámetros usados para definir el diagrama de esfuerzo-deformación a tracción



Nombre de la fuente: tomado de (Barros & Figueiras, 2010.)

Figura 2-10: Diagrama de tracción



Nombre de la fuente: tomado de (Barros & Figueiras, 2010.)

2.2.2 Modelo constitutivo a compresión uniaxial esfuerzo-deformación unitaria

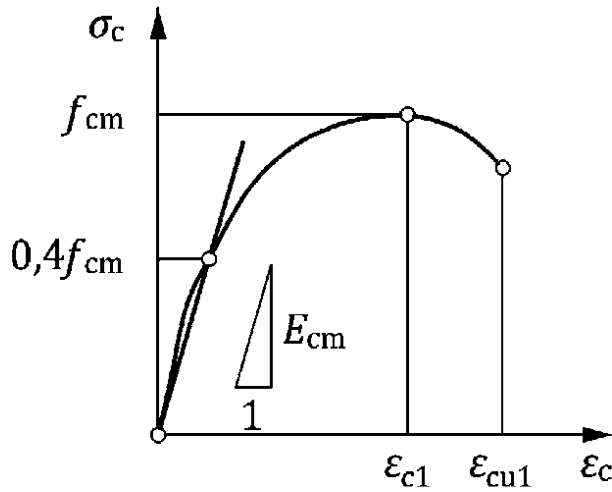
El Apéndice L del FprEN 1992-1-1:2023 (EC-2) introduce normas para la proyección de edificaciones de hormigón fortalecido con fibras metálicas (SFRC). Dicho apéndice se fundamenta en un detallado informe de base (BD) que compila los hallazgos más relevantes de estudios sobre SFRC llevados a cabo en las últimas tres décadas.

La relación esfuerzo-deformación para el análisis estructural no lineal del SFRC, incluida en el Anexo L del nuevo EC2 (versión del 10 de noviembre de 2022), sección L.5.5.2 (2), se describe de la siguiente manera: "La relación entre σ_c (tracción de compresión) y ϵ_c (deformación de compresión) en la ecuación) puede utilizarse para modelar la respuesta del SFRC ante compresiones uniaxiales a corto plazo, siempre y cuando se realicen las siguientes modificaciones en los parámetros".

El Anexo L también permite considerar la mayor tenacidad y ductilidad del SFRC en los estados límite últimos (ULS) en comparación con el concreto simple, ampliando los parámetros de deformación que definen la distribución del esfuerzo. Esto se realiza en la Sección L.8.1 (4), que indica lo siguiente: "La distribución del esfuerzo según la Fórmula (8.4) puede ser modificada para SFRC aplicando $\epsilon_{c2} =$

0.0025 y $\epsilon_{cu} = 0.006$ ". Estos parámetros son 0.0020 y 0.0035, respectivamente, para el concreto sin fibras.

Figura 2-11: Relación de esfuerzo deformación en compresión uniaxial para concreto simple



Nombre de la fuente:tomado de (Ruiz et al., 2023)

La nueva relación σ_c - ϵ_c para SFRC se basa en el modelo compresivo para el concreto simple propuesto por Sargin e implementado en el EC2 (f, donde f_{cm} es la resistencia compresiva media (dada en la Tabla 5.1 del EC2); k es un parámetro que asegura que el módulo elástico secante de la curva sea E_{cm} . La nueva relación tracción-deformación para SFRC utiliza la ecuación de ϵ_{c2} referenciada en el párrafo anterior, pero modifica los valores de algunos parámetros para reflejar la tenacidad y ductilidad adicionales proporcionadas por las fibras de acero. El modelo SFRC mantiene los valores de f_{cm} y E_{cm} del concreto base, ya que se ha demostrado que las fibras tienen poca influencia en estos. Sin embargo, la deformación en el pico de la curva, ϵ_{c1} , se incrementa como se expresa en la ecuación (2.1).

$$\epsilon_{c1} (\text{‰}) = 0.7 f^{1/3} (1 + 0.03 f_{R,1k}) \tag{2.1}$$

$$k = 1 + 20 \text{ and } \epsilon_{cu1} = k \epsilon_{c1} \tag{2.2}$$

$$\epsilon_{c1} [\text{‰}] = 0.7 f^{1/3} \leq 2.8\text{‰} \tag{2.3}$$

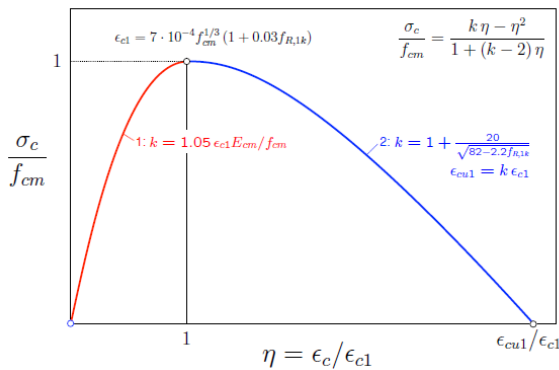
$$\epsilon_c < \epsilon_{cu1} [\text{‰}] = 2.8 + 14 (1 - f_{cm}/108)^4 \leq 3.5\text{‰} \tag{2.4}$$

El incremento unitario de la deformación para el esfuerzo máximo es $0.03f_{R,1k}$ ($f_{R,1k}$ en MPa). El resto de los parámetros de la curva permanecen iguales para la parte ascendente de la curva tracción-deformación, es decir, para $\epsilon_c \leq \epsilon_{c1}$. La parte descendente de la curva después de ϵ_{c1} también puede representarse usando la ecuación que se ve en la gráfica de la Figura 2-12 con un nuevo valor para el

parámetro k , como se expresa en la Figura 2-12. Cabe destacar que, con este nuevo valor para k , la curva tracción-deformación tiene un máximo en $\epsilon_c = \epsilon_{c1}$ ($\eta = 1$) e intercepta el eje de abscisas en $\epsilon_c = \epsilon_{cu1}$, donde $\epsilon_{cu1} = k \epsilon_{c1}$ ($\eta_u = k$). Así, el nuevo valor para k en la representa el aumento en la deformación crítica relativa a ϵ_{c1} .

Es importante enfatizar que el parámetro k toma los siguientes valores para las dos partes —ramas ascendente y descendente— de la curva tracción-deformación:

Figura 2-12: Curvatura adimensional para representar la relación no-lineal del esfuerzo -deformación unitaria del SFRC a compresión uniaxial



Nombre de la fuente: tomado de (Ruiz et al., 2023)

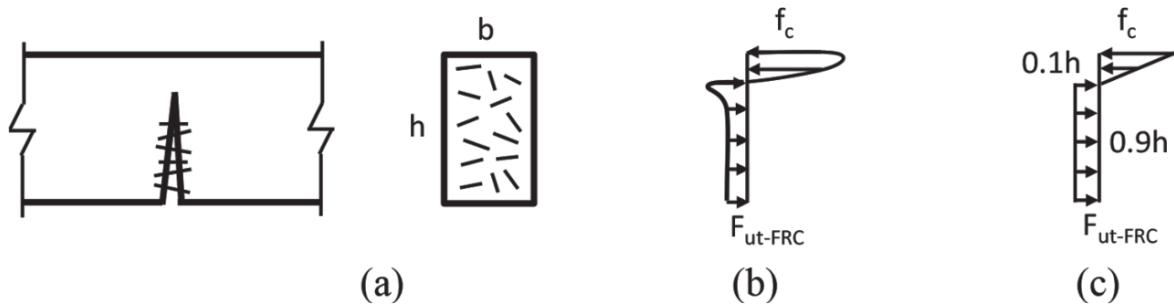
2.2.3 Correlación de la respuesta a la tracción y a la flexión para SFRC

Investigaciones experimentales sobre muestras de FRC han demostrado una correlación entre las respuestas a la tracción y a la flexión tras la fisuración del material. Estos análisis revelan que, en una sección con fisuras, la resistencia residual a flexión del FRC es de 2.5 a 3 veces superior a su resistencia residual a la tracción, debido al gradiente de esfuerzos. Para propósitos de diseño, se debe estimar la resistencia residual a la tracción a partir de los resultados de resistencia residual a flexión obtenidos en ensayos de vigas, utilizando un factor de conversión entre 0.4 y 0.33. Las comparativas entre estudios numéricos y experimentales corroboran estas relaciones. ((ACI, 1996)

En el diseño del FRC se distinguen dos niveles: el estado límite de servicio (SLS), con menores deflexiones y fisuras más estrechas, y el estado límite último (ULS), con mayores deflexiones y fisuras más anchas. La resistencia residual requerida para el SLS es mayor para mantener las fisuras dentro de límites reducidos. Los métodos de ensayo para determinar la resistencia residual a flexión del FRC

post-fisuración son esenciales para el diseño, utilizando parámetros específicos en América del Norte y Europa para la especificación y diseño del FRC.

Figura 2-13: Distribución simplificada del esfuerzo normal a fuerza axial

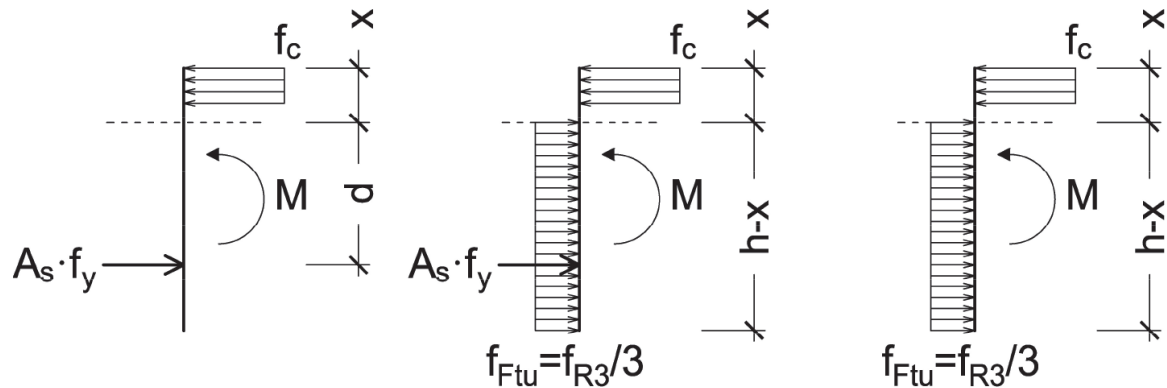


Nombre de la fuente: tomado de (ACI, 1996)

El diseño del Concreto Reforzado con Fibra (FRC) puede realizarse mediante la relación momento-ancho de fisura obtenida del ensayo BS EN 14651:2005 en vigas entalladas, siguiendo las directrices de diseño del Código Modelo 2010 (fb 2013). El momento nominal para una sección de FRC, $M_n\text{-FRC}$, se calcula basándose en el equilibrio de fuerzas en la sección transversal, como se ilustra en la Figura 2-15. Esta figura muestra esquemáticamente una sección de viga de FRC reforzada con fibras, la distribución de los esfuerzos de flexión y una versión simplificada de la distribución de los esfuerzos normales en la sección fisurada. Se utiliza un valor constante de resistencia residual a la tracción, f_{ftu} , para el diseño en estado límite último.

Se proponen dos modelos para calcular la resistencia a la tracción posfisuración del FRC. En el primer modelo, denominado simplificado rígido-plástico, la resistencia a la tracción última del FRC, $f_{ftu\text{-FRC}}$, se considera un valor constante igual a un tercio de la resistencia residual a la flexión del FRC, $f_{R,3}$, obtenida del ensayo de viga BS EN 14651:2005. respectivamente. El segundo modelo asume una relación lineal entre la resistencia residual y el ancho de la fisura, tanto para el diseño en el estado límite de servicio como en el estado límite último de una sección de FRC.

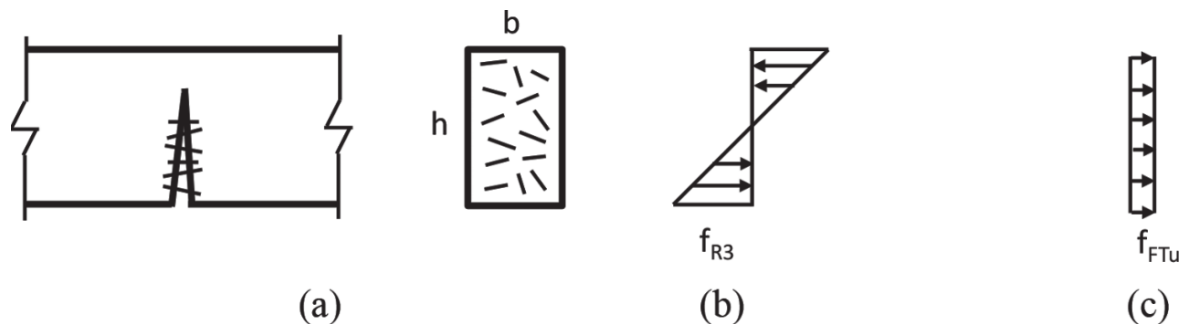
Figura 2-14: Distribución de esfuerzo en flexión propuesto por fib 2023



Nombre de la fuente: tomado de (Eurocode 2: Design of Concrete Structures Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, 2013)

Es importante considerar el estado de diseño, ya sea el estado límite de servicio (SLS) o el estado límite último (ULS), al elegir las ecuaciones adecuadas. Cabe destacar que el diseño según el Código Modelo 2010 (fb 2013) solo se aplica a materiales de fibra cuyo módulo de Young no se ve significativamente afectado por el tiempo o la temperatura. Además, se aplican requisitos mínimos como $f_{R,1}/f_L > 0.4$ y $f_{R,3}/f_{R,1} > 0.5$, donde f_L es el límite de proporcionalidad calculado según la ecuación 3.3.2 del documento original. Las normas establecidas por el Código Modelo 2010 (fb 2013) se basan en la experiencia con concreto reforzado solo con fibras de acero.

Figura 2-15: Correlación de la respuesta a tracción y flexión para SFRC Esquemas de bloque de tracción para un miembro de flexión de SFRC agrietado: (a) sección de viga de SFRC; (b) distribución de tensiones de flexión; y (c) distribución simplificada de tensiones normales.



Nombre de la fuente: tomado de (ACI, 1996)

3. Implementación del método de las fibras a flexión uniaxial para SFRC

El Capítulo 3 de esta tesis aborda el desarrollo de los primeros dos objetivos establecidos en el estudio. Inicialmente, en las secciones 3.1 y 3.2, se elabora detalladamente el modelo constitutivo del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC), analizando primero la fuerza uniaxial de compresión y luego la fuerza axial a tracción. Este análisis se centra en el ajuste y la validación de los parámetros constitutivos derivados de investigaciones previas, ofreciendo así una base teórica sólida para la comprensión del comportamiento del SFRC bajo estas condiciones específicas.

Posteriormente, la sección 3.3 se dedica a la implementación del método de las fibras, correspondiente al segundo objetivo de la investigación. Este enfoque se aplica al modelo constitutivo previamente desarrollado, basándose en resultados obtenidos de una caracterización experimental. El diseño experimental incluye las mezclas de concreto reforzadas con dos tipos de fibras de acero en distintas cuantías volumétricas y proporciones, formando parte de un amplio proyecto de investigación llevado a cabo en la Pontificia Universidad Javeriana. El propósito de este proyecto investigativo fue analizar el comportamiento mecánico del SFRC en múltiples dimensiones, con un enfoque particular en las implicaciones estructurales de estas mezclas avanzadas de concreto.

Este capítulo, por lo tanto, no solo fundamenta teóricamente el estudio mediante el desarrollo de un modelo constitutivo para el SFRC bajo condiciones de carga específicas, sino que también avanza hacia la aplicación práctica de estos modelos a través del método de las fibras. De esta manera, se logra una integración eficaz entre teoría y experimentación, proporcionando una visión comprensiva del comportamiento del SFRC y sus potenciales aplicaciones en la ingeniería estructural.

El método de las fibras, utilizado como método de análisis de secciones, es una metodología de análisis utilizado para encontrar la respuesta de mecánica de componentes de concreto reforzado o incluso elementos de estructura metálica, si se conoce el modelo constitutivo del material (Chadwell &

Imbsen, 2004). Este análisis se centra en establecer la capacidad dúctil de una sección transversal mediante la representación gráfica de las curvaturas en función de los momentos correspondientes (Buitrago, 2022) .

El análisis comienza con la especificación de modelos de material no lineales representados a través de diagramas de esfuerzo-deformación. Para esta investigación en la sección del elemento, se deben definir los modelos típicos de materiales: concreto simple, acero estructural y concreto SFRC. Ahora bien, para el caso del comportamiento esfuerzo-deformación del acero depende del tipo y la resistencia del material, pero generalmente se describe mediante una relación de tres partes: lineal, pendiente cero constantes (meseta de fluencia) y una rama de endurecimiento por deformación.

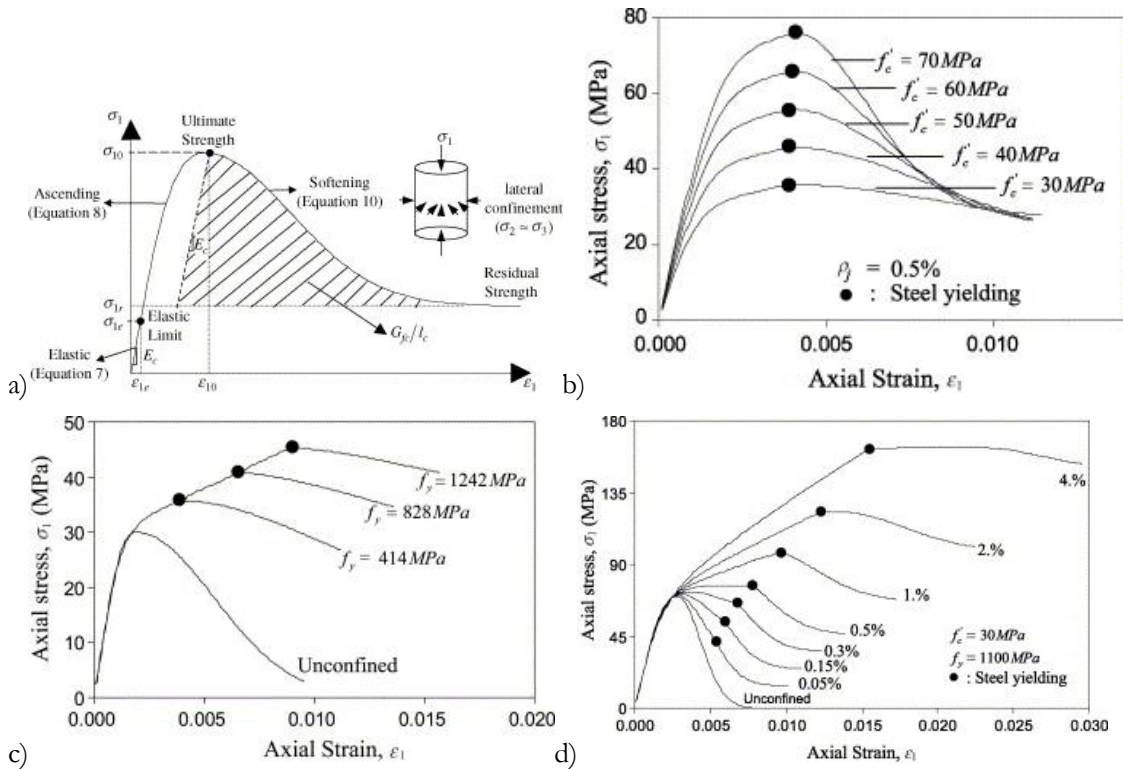
Numerosos modelos para concreto confinado y sin confinar han sido propuestos por varios investigadores para lo cual se reconoce ampliamente que la resistencia y ductilidad del concreto dependen en gran medida del nivel de confinamiento proporcionado por el refuerzo lateral (Harries & Kharel, 2003). La rigidez y el comportamiento constitutivo del refuerzo de confinamiento (elástico, elasto-plástico, etc.) son factores importantes que afectan el comportamiento del concreto. Los modelos matemáticos de concreto confinado con estribos o espirales incorporan efectos del aumento de la capacidad de deformación durante el daño y la resistencia a la compresión como función del confinamiento pasivo proporcionado por el acero de refuerzo transversal (Junaid Munir et al., 2020; Xiangyong et al., 2023).

Como ejemplo de lo anterior se tiene el estudio realizado por el autor Binici (2005b), se desarrolla un nuevo modelo simple de concreto confinado para describir las características de deformación axial y lateral del concreto bajo compresión triaxial. La relación esfuerzo-deformación del concreto confinado en dirección axial se define con una región elástica seguida de una curva no lineal. La región descendente de la curva esfuerzo-deformación se define utilizando un criterio de energía de falla constante.

A su vez, el límite elástico, la resistencia máxima y la capacidad residual del concreto confinado se determinan usando el criterio de Leon-Pramono. La deformación lateral del concreto confinado se describe mediante una función que proporciona una transición suave de comportamiento elástico a inelástico y satisface la condición de deformación volumétrica cero en la resistencia máxima. Las estimaciones del modelo se comparan con los resultados de pruebas de compresión triaxial en concreto, y pruebas de concreto confinado con polímero reforzado con fibra (FRP) y acero reportadas

en la literatura. Se observó una buena aproximación en términos de resistencia máxima, resistencia residual y comportamiento de deformación axial y lateral.

Figura 3-1: Relación esfuerzo-deformación del modelo para carga estática axial y lateral de compresión en el concreto confinado a) Curva tracción-deformación del concreto confinado. b) Efecto de la resistencia a la compresión. c) Efecto de la resistencia de fluencia del acero de confinamiento. D) Efecto de la relación de refuerzo lateral sobre el comportamiento del concreto confinado en acero (los números junto a las curvas indican la relación de refuerzo lateral).



Nombre de la fuente: tomado de (Binici, 2005b)

Ahora bien, el SFRC tiene una respuesta mecánica variable que dependiendo de la dosificación de la fibra metálica, geometría de la fibra, relación de aspecto y vibrado de la mezcla puede tender a comportarse como concreto simple si es muy poca la ganancia en el proceso de post-fisuración o inclusive asemejarse a un concreto confinado (Di Prisco et al., 2013b; Lantsoght, 2023; Trindade et al., 2020; Wu et al., 2023).

Con los modelos de material definidos, la sección transversal se divide en una serie de capas o fibras, dependiendo de si se consideran momentos sobre un eje o sobre dos ejes. Un tamaño de malla más ajustado proporcionará resultados más precisos dentro de los límites de los modelos de material, pero a costa de un mayor tiempo de cálculo (Kaba & Mahin, 1984). Cada fibra (o capa) dentro de la sección transversal discretizada se asocia con un tipo de material específico definido por el modelo de material que es asignado al implementar el método.

Con los materiales definidos y asignados a las fibras (capas) de la sección transversal, se especifica una carga axial aplicada junto con el método analítico para encontrar los pares de coordenadas momento-curvatura. Por lo tanto, el procedimiento numérico se desarrolla en dos pasos, el primero es determinar la profundidad del eje neutro c que satisfaga la ecuación (3.1) correspondiente al equilibrio estático entre las fuerzas internas resultantes en la sección transversal, luego el segundo paso que será iterativo, es que se va aumentando la deformación calculada en la fibra más alejada o del extremo progresivamente y en cada caso se calcula tanto la profundidad del eje neutro que satisface el equilibrio y se procede a calcular el momento actuante calculada con la ecuación (3.2).

$$F - \left(\sum_{i=1}^k F_{ci} + \sum_{j=1}^n F_{sj} \right) = \text{tolerancia} \quad (3.1)$$

$$M = \left(\sum_{i=1}^k F_{ci} \cdot Z_{ci} + \sum_{j=1}^n F_{sj} \cdot Z_{sj} \right) \quad (3.2)$$

Donde, F es la fuerza resultante;

Tolerancia es el valor aceptado de tolerancia cercano a cero

La fuerza interna de cada capa i (fibra) de concreto se calcula como $Af_i \cdot \sigma_{ci} = F_{ci}$

La fuerza interna de cada capa j (fibra) de acero si hay se calcula como $Af_j \cdot \sigma_{cj} = F_{cj}$

Z_{ci} y Z_{cj} es la distancia entre la capa i (fibra) o j según corresponda y el eje de la sección transversal de referencia o eje axial geométrico

3.1 Modelo constitutivo no lineal para esfuerzo normal

La formulación de modelos constitutivos no lineales para el SFRC es más compleja que para el concreto convencional y requiere un entendimiento detallado de las interacciones entre las fibras y la matriz de concreto (Vu et al., 2023). Es fundamental validar estos modelos con datos experimentales para garantizar que reflejen con precisión el comportamiento real del SFRC (Wu et al., 2023).

Sin embargo, la implementación de modelos constitutivos no lineales para el análisis del esfuerzo normal en concreto reforzado con fibras de acero representa un avance significativo en la comprensión y el diseño de estructuras de concreto reforzado. Este enfoque no lineal es esencial para describir con precisión el comportamiento del SFRC bajo cargas que superan su límite elástico, una condición comúnmente encontrada en aplicaciones estructurales prácticas, especialmente cuando se analiza la respuesta mecánica para disipar energía (Ruiz et al., 2018).

Numerosos estudios han investigado el comportamiento a compresión del concreto reforzado con fibras (Hassan et al., 2012). Gracias a investigaciones previas, como la realizada por Wang (2022), se ha recopilado las ecuaciones características para determinar la resistencia a compresión de este tipo de concreto, considerando los materiales de la mezcla de la matriz, tales como la dosificación de componentes (agua, cemento, arena y grava), y factores que involucran las propiedades geométricas de la fibra, como el diámetro, la longitud y la cantidad a utilizar.

En la **Tabla 3-1** se recopilan los modelos empíricos o ecuaciones de códigos establecidas por algunos de los autores, que para esta investigación se revisaran los resultados con el fin de revisar cual o cuales de ellas se aproxima a los resultados experimentales por la mezcla seleccionada.

Tabla 3-1: Tabla resumen de propiedades mecánicas para el SFRC

Autor(es)	Resistencia a la compresión [MPa]	Módulo de elasticidad [GPa]	Resistencia a la Tracción - Deslizamiento [MPa]
NSR-10	--N/INF	$E = 3.60 \sqrt{f_c}$	$f_t = 0.62 \sqrt{f_c}$
JSCE-07/ ACI-318	--N/INF	$E = 4.7333 \sqrt{f_c}$	$f_t = 0.44 \sqrt{f_c}$
Padmarajaiah	$f_c = f_{c0} + 2.274R$	$E = E_0 + 2.44R$	$f_t = 0.298(f_c - 1.998 R)^{0.5} + 1.918R$
Bai et al.	$f_c = (1 - 0.117V_f + 0.294V_f^2 - 0.127V_f^3)f_{c0}$	--N/INF	$f_t = (1 + 0.084V_f + 1.03V_f^2 - 0.51V_t^3)f_{t0}$

Autor(es)	Resistencia a la compresión [MPa]	Módulo de elasticidad [GPa]	Resistencia a la Tracción - Deslizamiento [MPa]
Song and Hwang	$f_c = 85 + 15.12V_f - 4.71V_f^2$	--N/INF	$f_t = 5.8 + 3.01V_f - 0.02V_f^2$
Balaguru	$f_c = f_{c0} + 11.23R$	$E = E_0 + 9.9936R$	--N/INF
Ding et al	--N/INF	--N/INF	$f_t = f_{t0} + 0.135R$
Abdi and Izadifard	--N/INF	--N/INF	$f_t = f_{t0} + 1.59V_f$
Liu	--N/INF	$E = 100/(2.2 + 27.6 / f_c)$	$f_t = 0.157(1 + 0.692)f_c^{0.035}$

Nota: la variable R se calcula como $R = V_f l_f / d_f$ y representa la relación de las propiedades de la fibra. f_c , E_0 , f_{t0} and f_{c0} son por su parte las propiedades mecánicas del concreto simple respectivamente
Nombre de la fuente: Adaptado de

No obstante, como se ha indicado a lo largo del documento, la variabilidad en la respuesta mecánica observada en los ensayos experimentales sugiere una considerable incertidumbre en la aproximación a la respuesta mecánica real, especialmente al intentar describir el comportamiento de esfuerzo-deformación del concreto SFRC (Tiberti et al., 2014).

Otra limitación relevante para una descripción completa del comportamiento mecánico bajo carga axial es la falta de información detallada en las investigaciones existentes, debido a las dificultades para registrar la deformación durante los ensayos en elementos de concreto SFRC. A menudo, se reportan solamente las resistencias, las deformaciones de fisuración y de falla, pero no se registra una función completa del comportamiento (Amin et al., 2015).

Para esta etapa, los especímenes de ensayo fueron los fabricados con la mezcla de concreto que se diseñó como parte de un proyecto de investigación llevado a cabo en la Pontificia Universidad Javeriana. Por lo tanto, a continuación, se describe las propiedades de los componentes usados en la mezcla de estudio.

La incorporación de fibras en proporciones volumétricas elevadas implicó la necesidad de formular mezclas de concreto con características de trabajabilidad y asentamiento superiores. En este contexto, se seleccionó una tipología de concreto apta para bombeo, caracterizada por niveles de asentamiento significativos, conforme a los criterios especificados en la normativa ASTM C143. De acuerdo con las directrices recomendadas en el documento ACI PRC-544.3-08, se eligió un agregado grueso con un tamaño máximo nominal de 12.7 mm (½ pulgada) y un agregado fino cuyo módulo de finura se estableció en 2.2. La determinación de la granulometría, la gravedad específica y la densidad volumétrica de los agregados se realizó siguiendo los procedimientos normativos descritos en las especificaciones ASTM C136, C127, C128 y C29. Los resultados de la caracterización de los agregados, junto con sus parámetros distintivos, se presentan detalladamente en la **Tabla 3-2**.

Tabla 3-2: Caracterización de los agregados

	Arena	Grava
TMN [mm]	½"	No. 16
MF	6.60	2.20
G (densidad relativa aparente)	2.72	2.67
Abs(%)	1.05%	1.81%
M (Densidad volumétrica compacta) [kg/m ³]	1578.88	1617.38

Ahora bien, con respecto a la dosificación de los componentes se proyectó un diseño de mezcla con una relación agua-material cementante de 0.45, que proporciona una resistencia especificada a la compresión a los 28 días f'_c de 35MPa. Teniendo claro que esta resistencia es la mínima esperada de acuerdo con lo definido en el reglamento NSR-10 para elementos estructurales. Las proporciones de los componentes se muestra en la tabla aclarando que para este diseño se utilizó los aditivos de plastificante y reductores por lo mencionado anteriormente con respecto a la trabajabilidad



Tabla 3-3: Dosificación de los componentes para el concreto

<i>Componentes para 1 m³ de mezcla de concreto</i>	<i>Cantidad</i>
Cemento	435 [kg]
Grava	874 [kg]
Arena	880 [kg]
Agua	195.75 [kg]

Componentes para 1 m ³ de mezcla de concreto	Cantidad
A/mc	0.45
Plastificante	3560 [mL]
Reductor	13355 [mL]

Para evaluar la incidencia en la disipación de energía por las fibras de acero, se varió la cuantía volumétrica estableciendo dos proporciones que corresponden al 1% y al 2% en fracciones de volumen que son equivalentes a una dosificación de 80kg/m³ y 160 kg/m³. Por otro lado, se combinaron dos relaciones de aspecto para revisar si hay diferencia en la contribución al comportamiento mecánico no lineal al mezclar diferentes relaciones de aspecto de fibras.

Tabla 3-4: Características mecánicas de las fibras Tipo 1 y Tipo 2 del estudio

	FIBRA TIPO 1 [3D 65/35]	FIBRA TIPO 2 [4D 80/60]
		
Longitud [mm]	35	60
Diámetro [mm]	0.55	0.75
λ	65	80
Es [MPa]	200000	200000
Resistencia nominal a la tracción f_{tf} [MPa]	1325	1800

Tomado de la ficha técnica DRAMIX ®

Es así como, se tienen dos tipos de fibra con respecto a su relación de aspecto y sus propiedades se muestran en la **Tabla 3-4**. Además, se generaron cocteles de estas fibras según la cuantía volumétrica definida para la cual las proporciones estuvieron entre 0 y 100% variando de a 25% la cantidad entre fibras tipo 1 y tipo 2. Para entender las mezclas se presenta la **Tabla 3-5** que identifica la mezcla con su correspondiente dosificación de fibra y cuantía.

Tabla 3-5: Dosificaciones clasificadas según la cuantía y proporción de fibra usada

Identificación de mezcla	Cuantía volumétrica	Proporción de fibra tipo 1	Proporción de fibra tipo 2
M-1-1	1%	100%	0%
M-1-2	1%	75%	25%
M-1-3	1%	50%	50%
M-1-4	1%	25%	75%
M-1-5	1%	0%	100%
M-2-1	2%	100%	0%
M-2-2	2%	75%	25%
M-2-3	2%	50%	50%
M-2-4	2%	25%	75%
M-2-5	2%	0%	100%

Nota M indica Mezcla

La fabricación de las probetas se realizó en el laboratorio de estructuras de la Pontificia Universidad Javeriana controlando las condiciones de humedad y temperatura. Adicionalmente, se pesaron los componentes según la dosificación establecida en el diseño de mezclas y se mezclaron los materiales por medio de un proceso mecánico a través de un equipo de la marca MENEGOTTI con capacidad para 320 L.

Para obtener una mezcla con manejabilidad y trabajabilidad adecuada, previamente los agregados en seco se mezclaron para incorporar la grava y arena siguiendo con el cemento. Por otro lado, los aditivos líquidos (plastificante y el agente reductor) se diluyeron en el agua. Una vez se tenga una mezcla en estado plástico se añaden las fibras las fibras, lentamente, para obtener un compuesto lo más manejable y fluida posible esto con el fin de evitar la formación de erizos según las recomendaciones de la ACI 544.3 (ACI, 1993).

El asentamiento de la mezcla sin adición de fibras arrojó valores entre los 22 y 26 cm, las mezclas con cuantía volumétricas del 1% presentaron asentamientos entre los 15 y 18 cm y las mezclas con cuantía volumétrica del 2% no presentaron ningún asentamiento. Esta reducción en el asentamiento de la mezcla resultó en una disminución significativa de su manejabilidad, siendo más evidente en mezclas con cuantías volumétricas del 2%.

Figura 3-2: Toma de lectura del asentamiento de la mezcla en estado fresco según ASTM C143. A) Concreto simple, b) SFRC con 1% de fibra c) SFR con 2% de fibra.



Para solucionar este inconveniente, se implementó la técnica de compactación por vibración, siguiendo las pautas establecidas en las normas ASTM C31 y ACI 544.3R-08. En el caso de los cilindros, estos fueron fundidos por capas, mientras que para las probetas tipo "hueso" se llevó a cabo mediante el llenado inicial de la parte central del molde, seguido por los extremos, para finalizar con un proceso de compactación utilizando una mesa vibradora ubicada en las instalaciones de la universidad. El desmolde de las probetas se realizó 24 horas después de la fundida, y posteriormente se almacenaron en una sala de curado a una temperatura controlada de 23°C y una humedad relativa superior al 95%, manteniéndolas en estas condiciones hasta su utilización en los ensayos correspondientes.

La mezcla de concreto simple o sin fibras fue ensayada con la metodología del ASTM C31 para cilindros de 100mm de diámetro y altura de 200mm y se tiene a continuación registradas las resistencias de los cilindros para diferentes edades de fundida en la **Tabla 3-6**, y se presenta la gráfica en la Figura 3-3 que muestra la tendencia de la evolución de la resistencia especificada del concreto por la edad de fundida

Tabla 3-6: Resistencia del concreto sin fibras a compresión f_{c0} experimental

	Para 7 días	Para 14 días	Para 28 días	Para 52 días
Peso* [g]	3615.6	3683.5	3775.8	3799.15
Área* [mm²]	8106.4	8206.3	8122.4	8065.88347
Volumen* [mm³]	1652169.5	1667489.9	1655746.9	1647039.76
Peso específico [kN/m³]	21.5	21.7	22.4	22.6
f'_c DISEÑO	35.0	35.0	35.0	35
f_c EXPERIMENTAL	33.0	37.8	45.4	50.5824388
Porcentaje	94%	108%	130%	145%

Nota : * dato calculado a partir del promedio de los cilindros ensayados

Figura 3-3: Gráfica experimental de la resistencia a compresión de la mezcla de concreto sin fibras



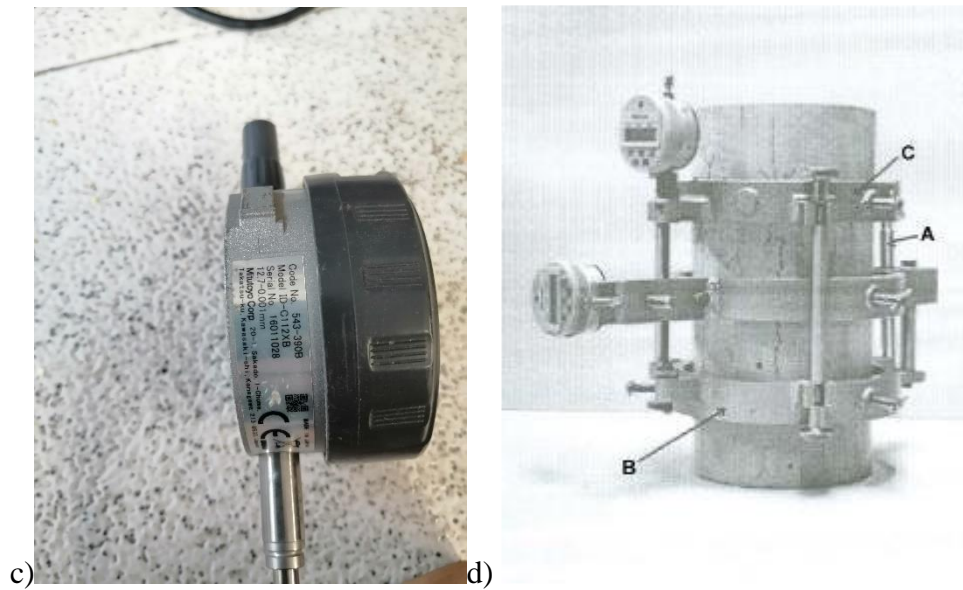
3.1.1 Compresión uniaxial

En el marco del primer objetivo específico, se propuso definir un modelo constitutivo que describiera el comportamiento mecánico inelástico del concreto reforzado con fibra de acero (SFRC) bajo cargas axiales de tracción y compresión. Este modelo tiene como fin caracterizar la respuesta del material a una resistencia específica a la compresión, tomando como referencia las mezclas de SFRC con 1% y 2% de volumen de fibra.

Se llevaron a cabo ensayos de compresión en 35 cilindros de concreto y se adoptó el procedimiento descrito en el estándar de la ASTM C39-21. Por lo tanto, se tomó registro de la carga y el desplazamiento utilizando anillos de acuerdo con la norma NTC 4025 (Figura 3-4). Estos ensayos fueron fundamentales para obtener datos precisos y relevantes que permitieron ajustar y validar el modelo constitutivo propuesto, proporcionando así una comprensión acertada del comportamiento inelástico del concreto SFRC sometido a carga axial.

Figura 3-4: Instrumentación según NTC 4025 a) compresómetros - anillos b) probeta ensayada con los anillos hasta el final del ensayo c) Detalle de especificaciones de los comparadores de caratula digital d) imagen de instrumentación tomada de la NTC4025





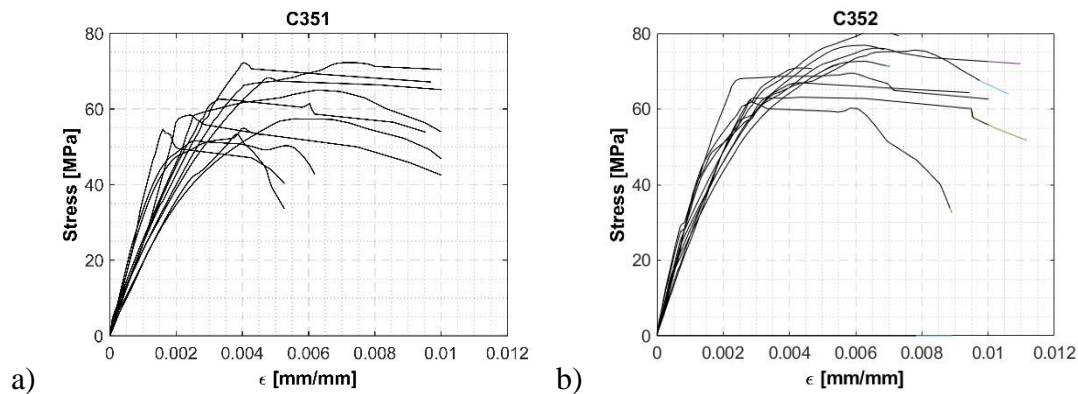
En este orden de ideas, se utilizaron cilindros estándar de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura y se fallaron a una velocidad de 0.20 MPa/s +/- 0.05 en los laboratorios d materiales del edificio IEI d406 de la universidad nacional. La máquina de ensayos es una CONTROL Automax con capacidad de carga de 1500 kN. (Figura 3-5). Y para la lectura de la deformación se utilizar comparadores de caratula digital mitutoyo con precisión de 0.001mm y adquisición de datos digital.

Figura 3-5: Máquina de ensayo a compresión



La realización de pruebas implica inevitablemente cierta variabilidad debido a la sensibilidad de los equipos de medición y la exactitud del dispositivo de ensayo. Es así como, se aplica un procedimiento especial a los datos obtenidos en los ensayos para mejorar su análisis e interpretación. Este proceso se llevará a cabo utilizando el software MATLAB™, donde las gráficas serán sometidas a un método de alisado usando la técnica ‘floess’, que realiza una regresión polinómica local ajustada que ignora los datos anómalos más distantes que seis veces la media de la desviación absoluta

Figura 3-6: Curvas de esfuerzo-deformación a compresión uniaxial. a) 1% de fibra b)2% de fibra



Luego del ensayo, fueron procesados los datos registrados de carga y desplazamiento y así como se describe en la NTC 40 se calcula el esfuerzo normal y la deformación unitaria y las gráficas agrupadas por cuantía volumétrica (1% y 2% respectivamente) están en la Figura 3-6 , el comportamiento que se reporta en las gráficas se puede explicar realizando un análisis de falla de los cilindros .

Tabla 3-7: Caracterización geométrica y carga de ensayo de los cilindros de SFRC

Nombre	f'c	qf	%3D	%4D	Peso [kg]	d _{prom} [mm]	h _{prom} [mm]	Q _{conc} [kg/m ³]	Carga Falla [kN]
C23511	35	1%	100%	0%	12.645	153.41	305.55	2238.92	873.983
C33511	35	1%	100%	0%	13.015	153.07	305.05	2318.48	1047.937
C53511	35	1%	100%	0%	12.885	152.37	305.65	2311.91	909.964
C23513	35	1%	50%	50%	13.33	152.38	308.72	2367.66	1106.001
C33513	35	1%	50%	50%	13.235	152.21	306.65	2371.95	878.769
C63513	35	1%	50%	50%	13.385	152.59	307.58	2379.68	825.93
C13515	35	1%	0%	100%	13.14	152.89	307.71	2325.98	907.3155
C43515	35	1%	0%	100%	13.25	152.75	304.99	2370.71	957.558
C63515	35	1%	0%	100%	13.13	152.77	304.53	2352.17	949.053

Nombre	f'c	qf	%3D	%4D	Peso [kg]	d _{prom} [mm]	h _{prom} [mm]	Q _{conc} [kg/m ³]	Carga Falla [kN]
C33512	35	1%	75%	25%	13.015	152.52	306.34	2325.4	962.52
C43512	35	1%	75%	25%	13	152.09	303.93	2354.39	946.64
C53512	35	1%	75%	25%	13.13	151.42	307.14	2373.95	978.83
C13514	35	1%	25%	75%	13.49	153.87	304.12	2385.44	876.32
C23514	35	1%	25%	75%	13.379	152.92	305.17	2387.06	883.8
C33514	35	1%	25%	75%	12.918	151.48	302.88	2366.6	833.88
C13523	35	2%	50%	50%	13.317	151.8	303.81	2421.98	1113.057
C23523	35	2%	50%	50%	13.422	153.08	303.13	2405.81	1174.788
C33523	35	2%	50%	50%	13.129	152.51	302.55	2375.46	938.241
C13522	35	2%	75%	25%	13.457	152.01	302.95	2447.61	932.148
C23522	35	2%	75%	25%	13.411	152.28	302.85	2431.41	885.069
C33522	35	2%	75%	25%	13.788	152.94	304.48	2464.96	1184.598
C13521	35	2%	100%	0%	13.355	153.54	304.49	2368.85	1026.472
C23521	35	2%	100%	0%	13.392	151.52	306.34	2424.44	951.536
C33521	35	2%	100%	0%	13.23	152.71	304.47	2372.41	1039.776
C13524	35	2%	25%	75%	12.338	150.99	306.29	2249.71	230.688
C23524	35	2%	25%	75%	13.764	153.13	304.42	2455.05	973.504
C33524	35	2%	25%	75%	13.74	152.63	306.78	2447.88	1037.952
C13525	35	2%	0%	100%	13.842	152.09	306.46	2486.19	1155.584
C23525	35	2%	0%	100%	13.658	152.29	304.92	2459.06	1090.728
C33525	35	2%	0%	100%	13.853	152.49	306.36	2475.93	1180.376

Revisando las gráficas que se obtuvieron de los ensayos experimentales se evidencia que la falla del material compuesto no es frágil y tampoco muestra el mismo comportamiento uniaxial que el concreto simple. En la mayoría de los casos, la deformación última de falla supera el valor de 0.003, un parámetro establecido en las normativas de diseño, así como que la deformación unitaria para la resistencia pico no corresponde a un valor cercano a 0.0025. En cambio, la respuesta mecánica tiende a ser similar a la del concreto confinado.

Sin embargo, es evidente que algunas probetas presentaron mayor energía de fractura, tenacidad, y variación en la pendiente inicial o módulo de elasticidad elástico, así como variación en la resistencia a la compresión máxima.

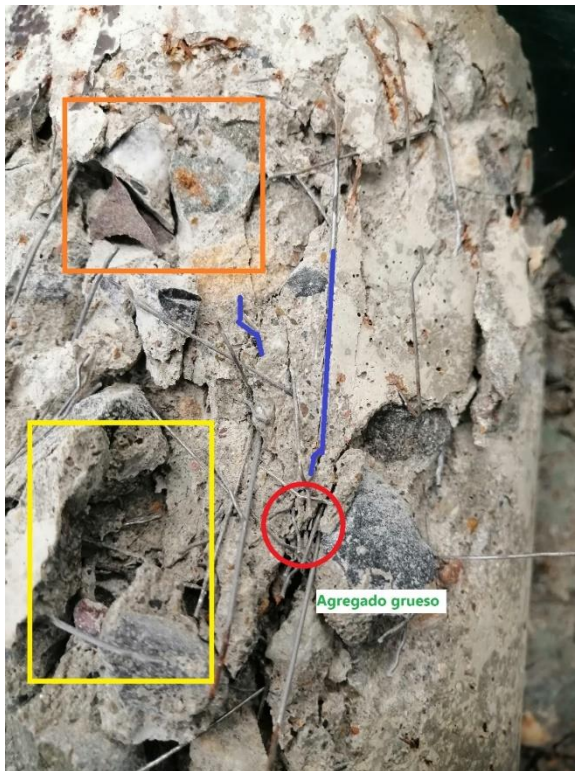
Como ejemplo de lo anterior, se observó que para tres probetas con la misma dosificación de fibras o combinación (por ejemplo, la mezcla 3 con 50% de fibra tipo 1 y 2) la respuesta mecánica y modo de falla no son similares. En algunos casos, la falla fue progresiva o con más energía de fractura, mientras

que en otros fue más explosiva o abrupta. Esta última tendencia, con menor capacidad de disipación de energía en el rango inelástico, fue más recurrente en las mezclas con 2% de fibra y 100% de dosificación de fibra tipo 2.

Según los estudios sobre mecánica de fractura y análisis de orientación de fibras (J. A. Barros & Cruz, 2001; Soe, 2010b; Stähli & van Mier, 2007; Yu et al., 2016), es ideal que la superficie de falla o discontinuidad de la matriz, al momento de la falla, esté lo más perpendicular posible al plano, con una componente de tracción asumida por las fibras capaces de soportar esos esfuerzos normales de tracción. Si el confinamiento no es efectivo, ya sea por una distribución uniforme de las fibras en una sola dirección o por una mayor rigidez y resistencia acumulada antes de la post-fisuración, la falla del material tiende a ser más explosiva (Vandewalle et al., 2008; Vu et al., 2023).

Por otro lado, cuando la distribución de fibras es aleatoria y hay un entrelazado entre fibras cortas y largas, se pueden "coser" más superficies de falla, generando una mayor disipación por la transferencia de esfuerzos residuales después de que la matriz de concreto ya esté fisurada (ver Figura 3-7).

Figura 3-7: Matriz de SFRC luego del ensayo. Identificación de fibras paralelas a la falla, fibras perpendiculares a la falla, a colmatación de fibras, y zonas sin fibras



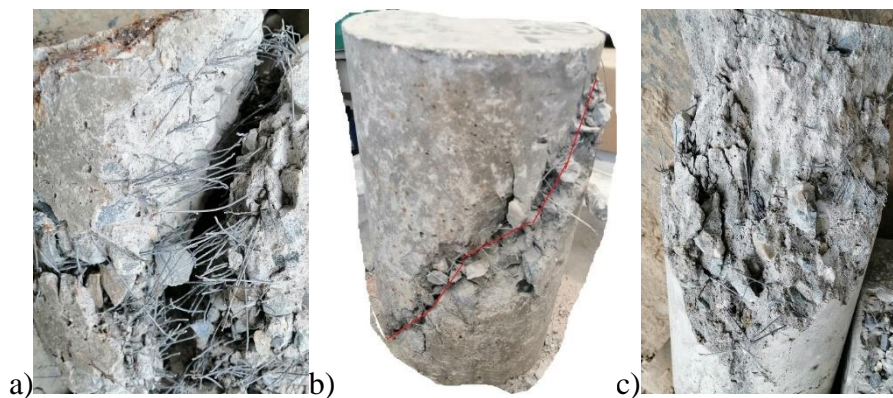
En los tres cilindros mostrados en la fotografía de la Figura 3-8, se observa que, dependiendo del tipo de mezcla, las fallas se presentaron de manera diferente: una a 45 grados, otra en la parte superior del cilindro alrededor de todo el perímetro y la última en la parte inferior con una pérdida significativa de la matriz de concreto. Examinando detalladamente la superficie de falla en cada caso, se puede apreciar cómo se distribuyeron las fibras, cómo se deslizaron o cómo asumieron la transferencia de esfuerzos según su adherencia o anclaje en la matriz.

Figura 3-8: Descripción del comportamiento del concreto SFRC solicitado a compresión



Las fibras con una menor relación de aspecto tienen la ventaja de acomodarse libremente en elementos más pequeños, como en este caso los cilindros. Sin embargo, las fibras con una mayor relación de aspecto y con porcentajes más altos de dosificación en cuantías del 2% mostraron una mayor resistencia y rigidez en comparación con la matriz de SFRC al 1% con una mayor proporción de fibras tipo 1, cuya falla fue más progresiva, mostrando una tendencia de ablandamiento por deformación y siendo menos frágil.

Figura 3-9: Ejemplos de fracturas en la matriz de SFRC a) Alta concentración de fibras perpendiculares al plano de falla, b) única superficie de falla diagonal en el cilindro de SFRC c) Matriz desintegrada, por la poca concentración de fibras

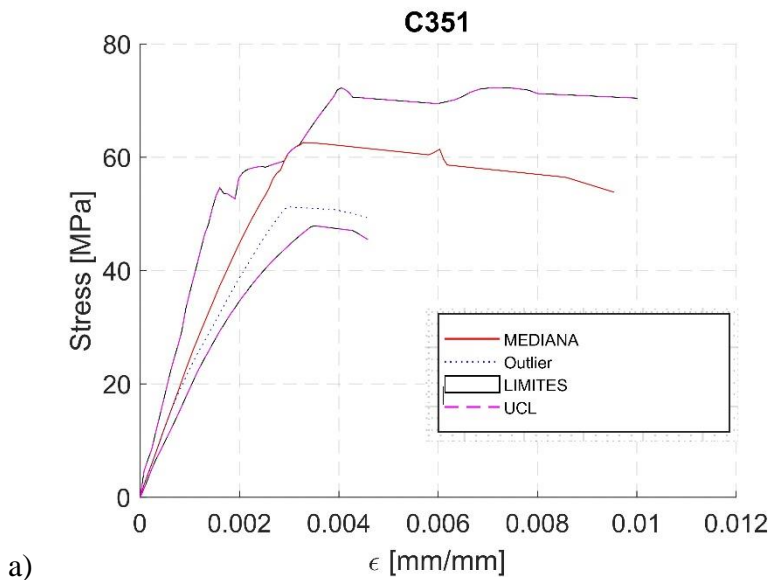


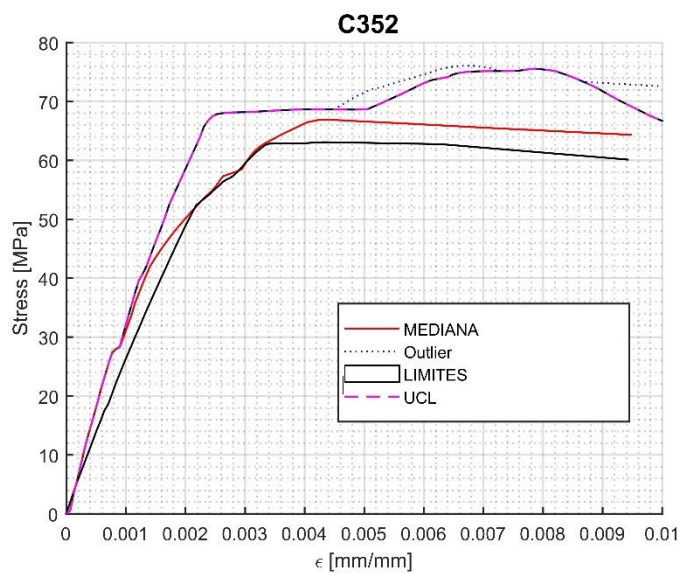
Para analizar y procesar los datos obtenidos de los ensayos, se aplicó una metodología de estadística funcional. Este enfoque permitió calcular la media del comportamiento de esfuerzo-deformación unitaria para las mezclas con diferentes proporciones de fibra, ofreciendo una visión detallada de cómo la incorporación de fibra afecta las propiedades mecánicas del SFRC.

Posteriormente, se determinarán los esfuerzos normales utilizando la carga medida durante la prueba y el área transversal de la muestra. A estas gráficas alisadas se les aplicará después un análisis estadístico funcional (FDA), basándose en el enfoque de (Sun & Genton, 2011) que utiliza el Boxplot Funcional. Este análisis trata los datos como curvas suavizadas y evalúa un conjunto de estas sin repetición, organizándolas en bandas definidas por dos o tres curvas que delimitan una región específica.

La investigación contempla el uso de dos variantes de bandas, y se examinaron las curvas restantes para asignarles un nivel de relevancia dentro de estas áreas delimitadas, utilizando una versión adaptada de la medida de profundidad de banda que permite cierta flexibilidad en cuanto a la inclusión parcial de las curvas en la banda. (Guevara González, 2014; Guevara & Vargas, 2013).

Figura 3-10: Curvas de esfuerzo deformación a compresión uniaxial aplicando FDA, mediana e intervalos de confianza a) SFRC con 1% b) SFRC con 2%





b)

Identificando la curva mediana, la cual se sitúa en el centro del conjunto de datos, se organizan las demás curvas en relación con la media que se puede identificar en la gráfica de la Figura 3-10. El FDA facilita la creación de un boxplot funcional que resalta los datos atípicos y establece una región que captura la tendencia general de las curvas. Este enfoque del FDA marca una clara diferencia con los métodos estadísticos convencionales, ya que se enfoca en la evaluación de las curvas en su totalidad en lugar de tratar los datos de manera aislada. (Sun & Genton, 2011).

Con base en los resultados experimentales, se realizó una revisión exhaustiva de las ecuaciones teóricas existentes en la literatura científica relacionadas con la caracterización mecánica del SFRC. Esta revisión tuvo como objetivo seleccionar las ecuaciones que mejor se ajustaban o aproximaban a los datos experimentales para cada mezcla ensayada, teniendo en cuenta que para ello los resultados son obtenidos a partir de la caracterización mecánica de los materiales que componen la mezcla que se pueden apreciar en la **Tabla 3-8**. La elección de estas ecuaciones fue fundamental para establecer teóricamente el modelo constitutivo propuesto para lo cual se muestran los resultados teóricos en la **Tabla 3-9** y **Tabla 3-10**.

Tabla 3-8: Parámetros mecánicos de los materiales componentes de las mezclas SFRC

Agua [kg]	Cemento [kg]	Arena[kg]	Grava [kg]	TMA [mm]	Fibra tipo	ρ_f %	f_f [MPa]	V_f [%]	d_f [mm]	L_f [mm]
195.75	435	880	874	12.7	-	-	—	-	—	—
195.75	435	880	874	12.7	Hooked	1.0	1325	1.00	0.55	35
195.75	435	880	874	12.7	Hooked	1.0	1800	1.00	0.75	60
195.75	435	880	874	12.7	Hooked	2.0	1325	2.00	0.55	35

Agua [kg]	Cemento [kg]	Arena [kg]	Grava [kg]	TMA [mm]	Fibra tipo	ρ_f %	f_f [MPa]	V_f [%]	d_f [mm]	L_f [mm]
195.75	435	880	874	12.7	Hooked	2.0	1800	2.00	0.75	60

Tabla 3-8 continuación Parámetros mecánicos de las mezclas

w/c	s/c	a/c	f'_{c0} [MPa] Experimental	R
0.45	2.02	2.01	—	0.00
0.45	2.02	2.01	45	0.64
0.45	2.02	2.01	45	0.80
0.45	2.02	2.01	45	1.27
0.45	2.02	2.01	45	1.60

Tabla 3-9: f'_{cs} teórico para SFRC 1 (M1 y M2) y 2% (M3 y M4) respectivamente

Mezcla	Padmarajaiah-V	Song&Hwang	Bai-I	Balaguru-	Balaguru-II	Balaguru-III
	fcs [MPa]	fcs [MPa]	fcs [MPa]	fcs [MPa]	fcs [MPa]	fcs [MPa]
M1	52.97	85.15	50.44	57.65	57.01	56.46
M2	53.34	85.15	50.44	59.48	58.85	58.30
Promedio	53.16	85.15	50.424	58.57	57.93	57.3

Mezcla	Padmarajaiah-V	Song&Hwang	Bai-I	Balaguru-	Balaguru-II	Balaguru-III
	fcs [MPa]	fcs [MPa]	fcs [MPa]	fcs [MPa]	fcs [MPa]	fcs [MPa]
M3	54.42	85.30	50.39	64.79	64.15	63.61
M4	55.16	85.30	50.39	68.47	67.83	67.29
Promedio	54.79	85.30	50.39	66.63	65.99	65.45

Tabla 3-10: E_m teórico para SFRC respectivamente

Mezcla	NSR-10	JSCE-07	Padmarajaiah-II	Balaguru-II	Liu
	Ec [Gpa]	Ec [Gpa]	Ec [Gpa]	Ec [Gpa]	Ec [Gpa]
M1	24.92	32.53	12.46	17.23	37.56
M2	24.92	32.66	12.86	18.86	38.02
M3	24.92	32.97	14.01	23.55	39.31
M4	24.92	33.03	14.81	26.81	40.13

Ahora bien, el modelo σ - ϵ constitutivo uniaxial es el implementado en el Anexo L del nuevo EC2 (versión del 10 de noviembre de 2022) para análisis estructural no lineal de SFRC con base en la investigación realizada por los autores Ruiz et al. (2018) y se divide en dos tramos que fueron descritos

en este documento en el numeral 2.2.2 . Sin embargo, en este caso, se pueden apreciar las ecuaciones en términos de esfuerzo y deformación unitaria que, a diferencia del artículo de referencia, las presentan normalizadas en términos de la relación entre el esfuerzo σ y el f'_{cs} .

$$\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \cdot f'_{cs} \quad (3.3)$$

Donde,

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \text{ es un relación adimensional las deformaciones} \quad (3.4)$$

$$\epsilon_{c1} = 7E10^{-4} \cdot f'^{1/3}_{cs} (1 + 0.03f_{R,1k}) \quad (3.5)$$

$$k = \left\{ \begin{array}{ll} 1.05\epsilon_{c1} \frac{E_c}{f'_{cs}} & ; \epsilon_c \leq \epsilon_{c1} \\ 1 + \frac{20}{\sqrt{82 - 4f_{R,1k}}} & ; \epsilon_{c1} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \end{array} \right\} \quad (3.6)$$

Es así como se presenta la ecuación (3.3) del modelo para tener en cuenta que el coeficiente k es una función a trazos que depende del valor de la deformación (ecuación (3.5)). Entonces , la ecuación corresponde a k de primer tramo cuando la deformación unitaria está en un rango entre $0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{c1}$ donde ϵ_{c1} es la deformación unitaria del SFRC cuando el esfuerzo alcanza la resistencia máxima del modelo no-lineal propuesto (ecuación (3.4)) y para el segundo tramo k depende de $f_{R,1k}$ que es la resistencia a la flexión residual característica para un desplazamiento de apertura de la boca de una fisura de 0,5 mm que puede calcularse como 3 veces la resistencia a la tracción obtenida de ensayos de tensión directa como se describió en el numeral 2.2.3.

Por lo anterior, para la caracterización mecánica de la mezcla se calcularon los resultados experimentales de resistencia a la compresión de la matriz de concreto simple a los 28 días (**Tabla 3-6**, la resistencia a compresión de las mezclas descritas f'_{cs} junto con el módulo de elasticidad E_c experimental y deformación unitaria al esfuerzo pico ϵ_{c1} . Por lo anterior, estos datos que se pueden apreciar en la **Tabla 3-11**, calculados a partir de la mediana obtenida por la metodología FDA se correlaciona con los datos teóricos de las ecuaciones enunciadas en la **Tabla 3-1**

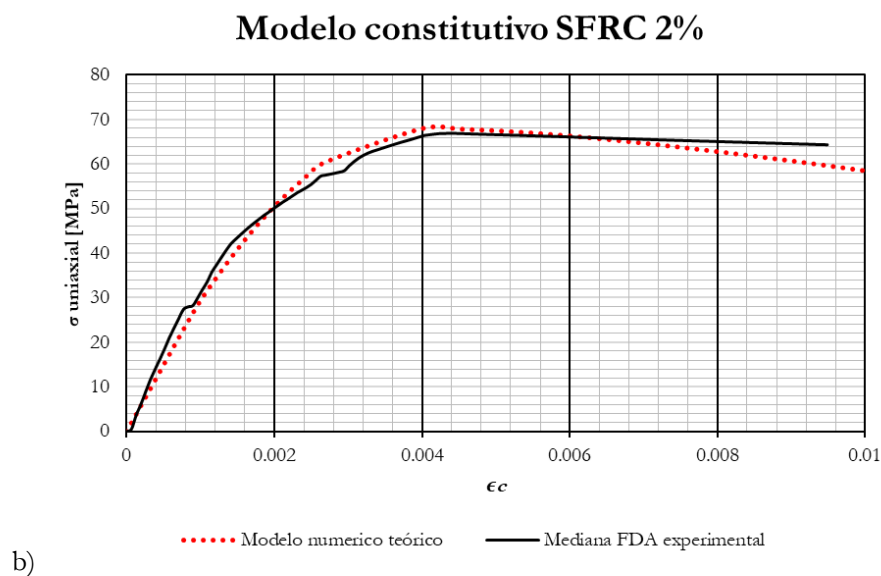
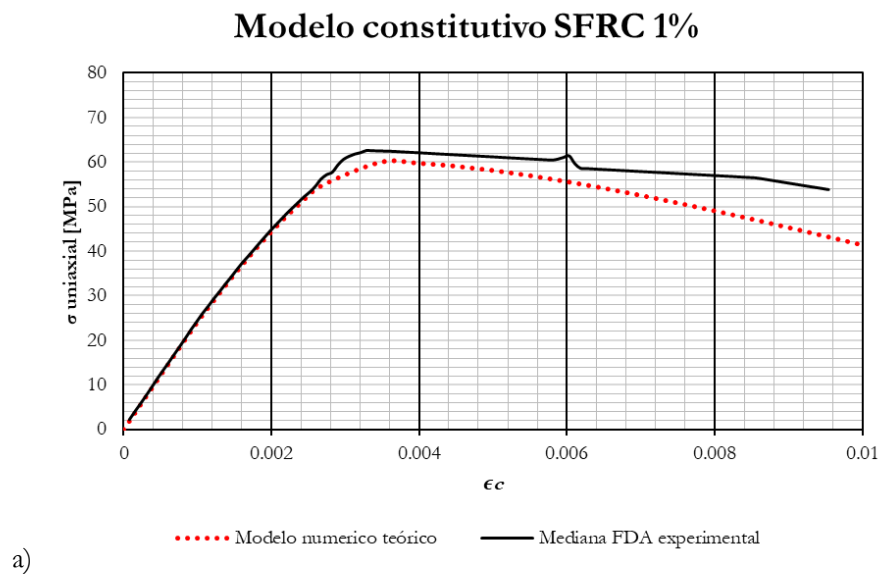
Tabla 3-11: Parámetros mecánicos teóricos y experimentales tomados de la metodología FDA

Parámetro	SFRC 1% - teórico	SFRC 1% - Mediana FDA	SFRC 2% - teórico	SFRC 2% - Mediana FDA
f'_{cs}	59.48 [MPa]	62.59 [MPa]	68.47 [MPa]	66.99 [MPa]
E_c	24.92 [GPa]	24.1 [GPa]	24.92 [GPa]	25.60 [GPa]
$f_{R,1k}$	10.71 [MPa]	10.75 [MPa]	15.00 [MPa]	14.85 [MPa]
ϵ_{c1}	0.0036241	0.0032824	0.00400831	0.0040423

Para tener en cuenta, para cada uno de los valores de las propiedades mecánicas de entrada para la definición del modelo no-lineal, se seleccionaron las ecuaciones teóricas de la **Tabla 3-9** y **Tabla 3-10** que más aproximación tenían frente a los valores experimentales obtenidos de la mediana. Para el caso de la resistencia a compresión del concreto SFRC se tomó la ecuación planteada por Balaguru-I, el E_m módulo de elasticidad fue con la ecuación del reglamento NSR-10 teniendo en cuenta el origen del agregado sedimentario, y la resistencia a la flexión residual en el primer pido de fisuración con apertura de fisura al 0.5mm $f_{R,1k}$ se calculó como 3 veces la resistencia a tracción directa calculada como lo propone el autor Padmarajaiah que se explica en el 3.1.2 de este documento.

Finalmente, se formuló el modelo constitutivo, integrando los resultados experimentales con las ecuaciones teóricas seleccionadas. Este modelo buscó capturar fielmente el comportamiento inelástico del SFRC bajo cargas axiales, considerando las peculiaridades introducidas por el porcentaje de fibra en las mezclas. Los resultados obtenidos del modelo constitutivo fueron satisfactorios y alineados con las expectativas, demostrando su capacidad para predecir el comportamiento del SFRC de manera efectiva y precisa. Los modelos correspondientes al resultado numérico (línea punteada roja) y experimental (línea continua negra) para contenido de fibra del 1% y 2% se muestran en la Figura 3-11.

Figura 3-11: Curvas σ - ϵ del modelo constitutivo no lineal teórico y la respuesta experimental mediana para concreto a) SFRC 1% b) SFRC 2%

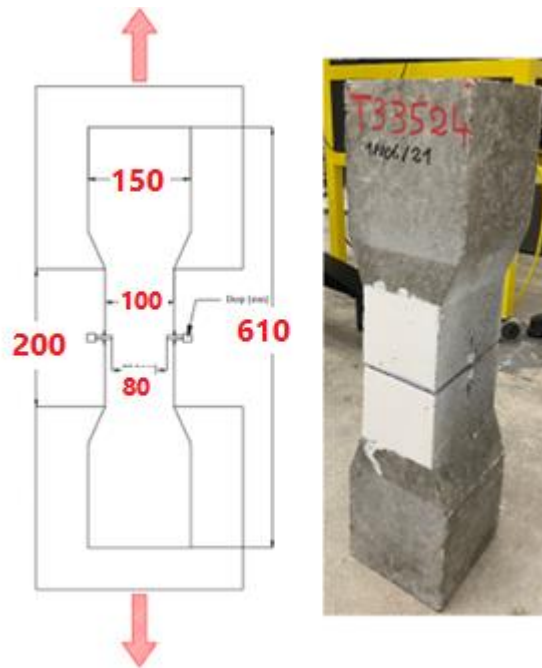


3.1.2 Tracción directa

La prueba de tracción directa desarrollada en la Pontificia Universidad Javeriana no estuvo basada en estándares de normativas debido a que no existe una, quizás por las dificultades inherentes a este tipo de ensayos (Planas et al., 2003b). Con base en investigaciones anteriores y recomendaciones

internacionales (Lamus, 2015), se estableció la instrumentación y esquema del ensayo para ser calculada la resistencia a tracción directa y el comportamiento ante esfuerzo uniaxial a tracción, por tanto, la aplicación de la carga de la maquina a la probeta, se fabricaron unas mordazas en forma de U que se sujetan la forma de la probeta.

Figura 3-12 a) Geometría de la probeta para tracción directa b) Colocación de los extensómetros de pinza



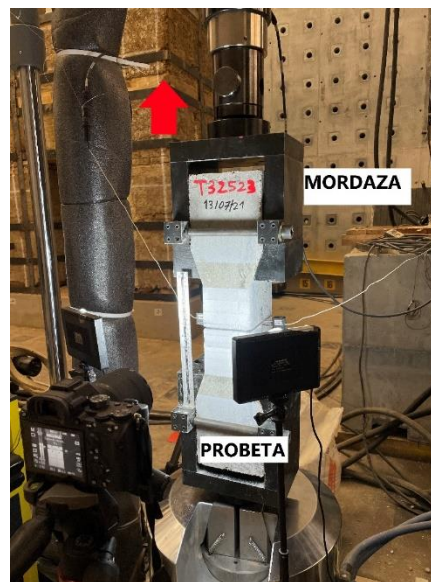
a)



b)

Durante la ejecución del ensayo, se registró la apertura de fisura en el alma del hueso con 2 extensómetros de pinza ubicados como se puede ver en la figura. Inicialmente, para tener un mejor registro en el rango elástico, los huesos se sometieron a una tasa de 750 $\mu\text{m}/\text{min}$ hasta llegar a una deformación de 5 mm. Finalmente, con la seguridad de estar en el rango plástico del material, se cambiaba la tasa a los 1000 $\mu\text{m}/\text{min}$. La ejecución de los ensayos se hizo en la máquina de ensayos universal MTS 311.41, acoplando la celda de carga 661.22H-01 con capacidad de 250 kN.

Figura 3-13: Montaje del ensayo a tracción



Las probetas que fueron fabricadas con la misma dosificación explicada en el numeral 3.1, en total se fabricaron 30 y sus características se presentan en la **Tabla 3-12** de acuerdo con las dosificaciones ya explicadas con anterioridad, igualmente se reporta la carga máxima del ensayo.

Tabla 3-12: Probetas para ensayo de tracción directa según tipo de mezcla, dimensiones

Probeta	Peso [Kg]	b ala [mm]	b alma [mm]	b entalla [mm]	h probeta [mm]	h entalla [mm]	h blanco [mm]	Clip 1 D [mm]	Clip 2 I [mm]
T13511	26.64	150.03	103.55	77.08	154.22	134.54	188.60	5.40	5.16
T23511	27.02	147.02	101.60	77.18	154.80	135.92	192.77	6.87	5.55
T33511	27.23	151.92	105.19	82.80	154.99	132.81	190.00	5.82	6.62

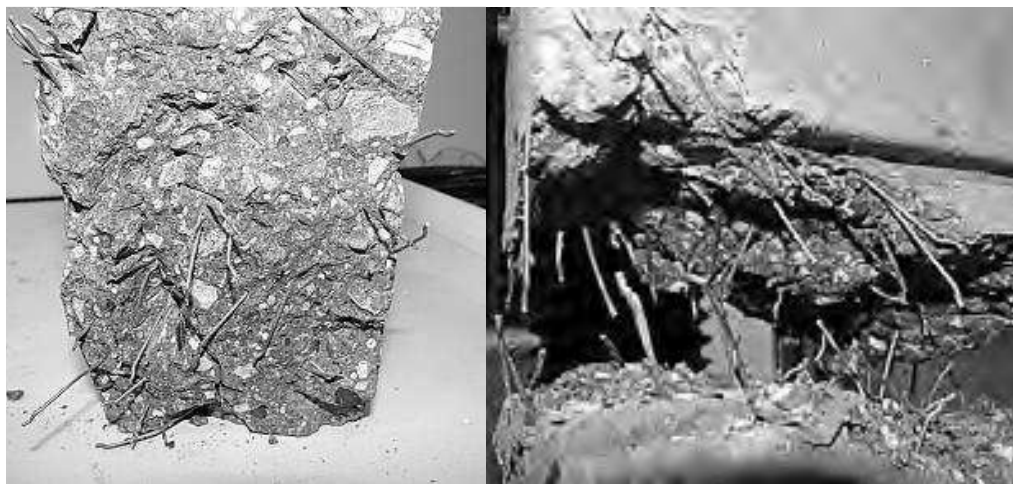
Probeta	Peso [Kg]	b ala [mm]	b alma [mm]	b entalla [mm]	h probeta [mm]	h entalla [mm]	h blanco [mm]	Clip 1 D [mm]	Clip 2 I [mm]
T13512	28	149.75	103.19	79.68	153.44	132.17	191.03	6.11	6.64
T23512	28	152.83	106.52	81.91	159.74	138.08	195.66	6.46	6.59
T33512	28	144.78	99.04	75.72	157.26	134.47	191.77	7.90	6.72
T13513	29.14	148.98	103.05	82.72	154.75	131.58	188.02	6.52	6.35
T23513	29.04	150.68	104.30	82.10	153.75	130.26	188.47	7.65	6.30
T33513	27.95	145.29	99.55	78.71	152.98	128.04	188.00	5.23	7.06
T13514	28.3	149.35	103.94	79.71	152.11	128.22	188.74	6.20	5.99
T23514	28.88	149.34	102.72	78.12	153.87	129.64	189.37	6.40	6.77
T33514	27.82	144.35	98.33	73.80	155.31	134.40	188.66	6.28	5.77
T13515	28.54	149.60	102.96	81.47	151.92	130.28	186.18	6.25	6.34
T23515	27.68	145.63	99.63	80.54	152.43	104.10	190.75	6.56	6.53
T33515	28.98	150.56	104.49	80.94	154.20	129.53	195.15	6.43	6.51
T13521	29.62	150.51	103.75	81.41	152.86	129.88	190.32	7.04	6.51
T23521	29.04	146.81	100.96	78.18	154.85	133.84	191.02	6.04	6.90
T33521	29.71	149.40	102.71	81.32	155.38	123.47	193.52	5.94	6.78
T13522	29.04	144.20	98.51	80.77	153.95	134.55	193.31	9.05	8.08
T23522	30.13	149.84	103.26	78.76	156.40	135.75	195.32	8.29	7.03
T33522	30.1	150.75	104.74	81.56	154.63	133.26	209.12	7.18	8.58
T13523	30.34	151.34	104.90	80.05	155.69	134.58	188.71	6.56	8.05
T23523	29.72	149.29	101.94	80.86	154.91	133.75	192.08	8.28	7.86
T33523	30.13	145.31	98.17	79.24	159.21	137.25	181.48	7.05	7.53
T13524	30.33	152.05	105.19	80.64	155.93	133.97	198.44	7.91	8.34
T23524	29.48	148.31	101.61	81.48	155.73	134.95	196.79	8.93	7.88
T33524	29.42	146.42	100.44	81.25	153.81	132.61	195.83	7.86	7.27
T13525	28.45	149.44	102.37	81.78	156.18	137.51	184.94	7.77	7.95
T23525	29.38	151.33	104.76	80.75	152.70	131.93	187.58	7.26	7.55
T33525	30.15	147.26	101.77	80.60	158.02	138.56	187.46	7.31	8.71

Cada una de las probetas fue ensayada y se registró el comportamiento a carga axial, obteniendo la curva de carga vs desplazamiento. En este caso el desplazamiento es la medida que registra la apertura de la fisura concentrada con los extensómetros de pinza que tienen la abertura inicial calibrada y luego a medida que avanza el ensayo cuando se presenta la fisura y se abre, se registra esa deformación en el material. Por lo tanto, el esfuerzo normal se calcula como la fuerza axial de tracción i sobre el área de la probeta fisurada que se muestra en la ecuación (3.7) (en la entalla previamente realizada: b_{sp} y h_{sp} corresponden al ancho de la zona entallada y al alto de la zona entallada respectivamente).

$$f_{ti} = \frac{F_{ti}}{b_{sp} h_{sp}} \quad (3.7)$$

Como resultado, la curva de esfuerzo, deformación unitaria del punto material fisurado es graficada, en este proceso se dio evidencia de la respuesta mecánica no lineal del material y la tendencia que presenta el SFRC para la disipación de energía de fractura en tracción. Resulta que aun cuando sea la misma mezcla, el resultado de carga pico y de ablandamiento post- fisuración depende de la concentración de fibras perpendiculares a la superficie de falla, además, de la eficiencia del anclaje y la resistencia a la adherencia o deslizamiento entre la fibra y la matriz (Figura 3-14).

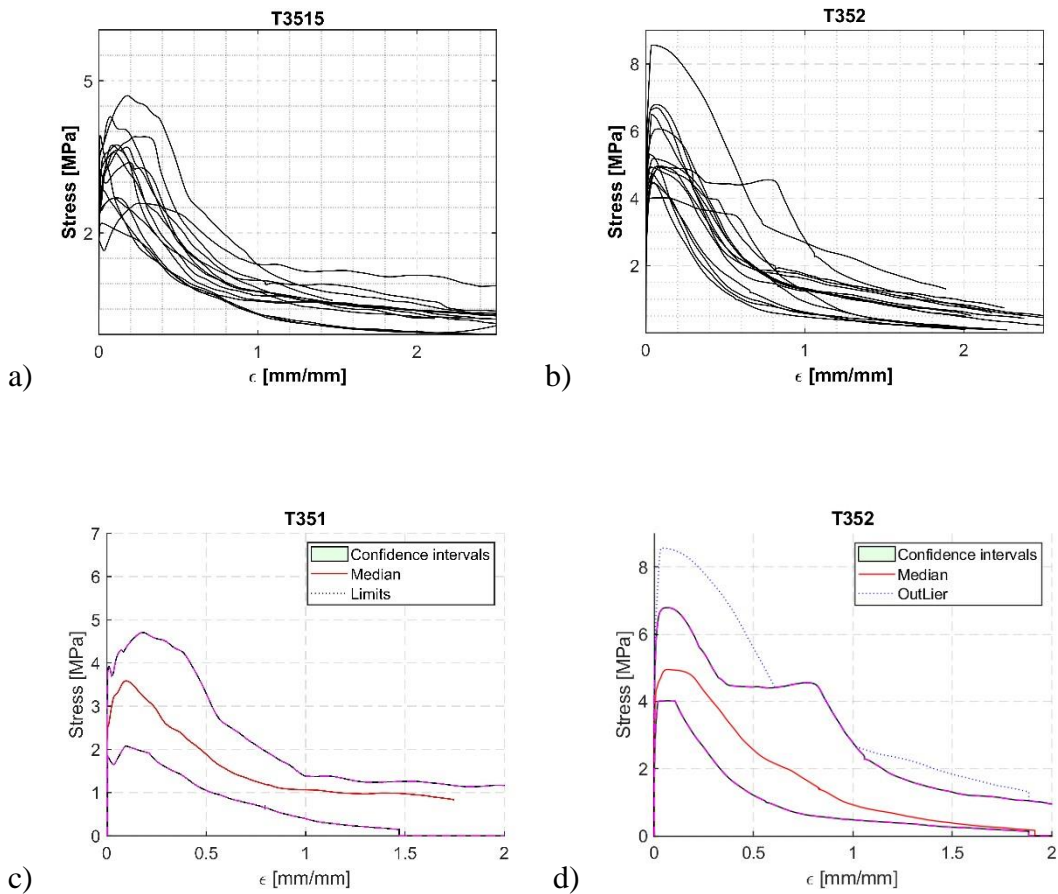
Figura 3-14: Fotografías de la superficie de falla luego del ensayo a tracción directa.



Por lo anterior, se procede a emplear el mismo tratamiento de datos experimentales realizado para las curvas experimentales de compresión, usando la metodología de estadística funcional FDA y así

obtener la curva mediana de la tendencia que representa el comportamiento mecánico no lineal del material SFRC para 1% de fibras y 2% de fibras.

Figura 3-15: Curvas de esfuerzo deformación a tracción uniaxial a) ensayos para probetas de SFRC 1% b) ensayos para probetas de SFRC 2% de fibra c) mediana calculada aplicando FDA e intervalos de confianza para SFRC 1% d) mediana calculada aplicando FDA e intervalos de confianza para SFRC 2%



Ahora bien, como se requiere establecer el modelo constitutivo a tracción, se comparan las propiedades mecánicas experimentales de la curva media calculada para el material SFRC 11 del 1% y del 2% con las ecuaciones teóricas de los autores que se enunciaron previamente en la **Tabla 3-1**, con el fin de seleccionar aquellas que se aproximan mejor a la respuesta experimental del material. Es por

esto por lo que se presentan los valores característicos en la **Tabla 3-14**, teniendo en cuenta que el modelo constitutivo seleccionado para representar la respuesta mecánica tracción del material es el descrito en la RILEM TC 162-TDF. σ - ϵ -Design Method (Lantsoght, 2023; RILEM, 2002; Vandewalle et al., 2002).

Figura 3-16: Esquema del modelo constitutivo trilineal a tracción del SFRC.



Nombre de la fuente: Tomado de (Lantsoght, 2023)

Tabla 3-13: Parámetros mecánicos de los materiales componentes de las mezclas SFRC

Agua [kg]	Cemento [kg]	Arena[kg]	Grava [kg]	TMA [mm]	Fibra tipo	ρ_f %	f_f [MPa]	V_f [%]	d_f [mm]	L_f [mm]
195.75	435	880	874	12.7	-	-	—	-	—	—
195.75	435	880	874	12.7	Hooked	1.0	1325	1.00	0.55	35
195.75	435	880	874	12.7	Hooked	1.0	1800	1.00	0.75	60
195.75	435	880	874	12.7	Hooked	2.0	1325	2.00	0.55	35
195.75	435	880	874	12.7	Hooked	2.0	1800	2.00	0.75	60

Tabla3-13 continuación Parámetros mecánicos de las mezclas

w/c	s/c	a/c	f'_{ct0} [MPa] Experimental	R
0.45	2.02	2.01	—	0.00
0.45	2.02	2.01	2.5	0.64
0.45	2.02	2.01	2.5	0.80
0.45	2.02	2.01	2.5	1.27
0.45	2.02	2.01	2.5	1.60

Tabla 3-14: resistencia a la tracción calculada según los modelos matemáticos de los autores

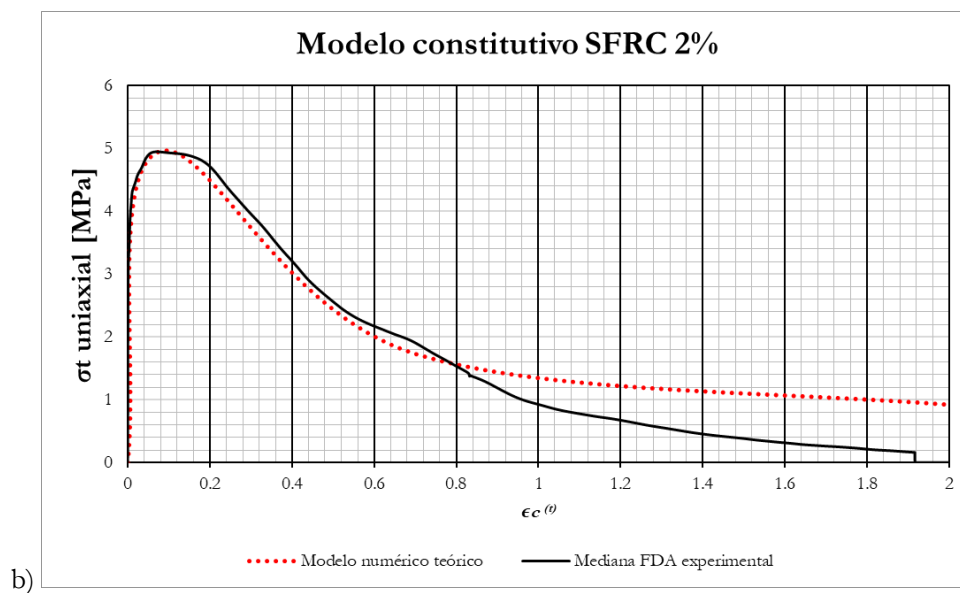
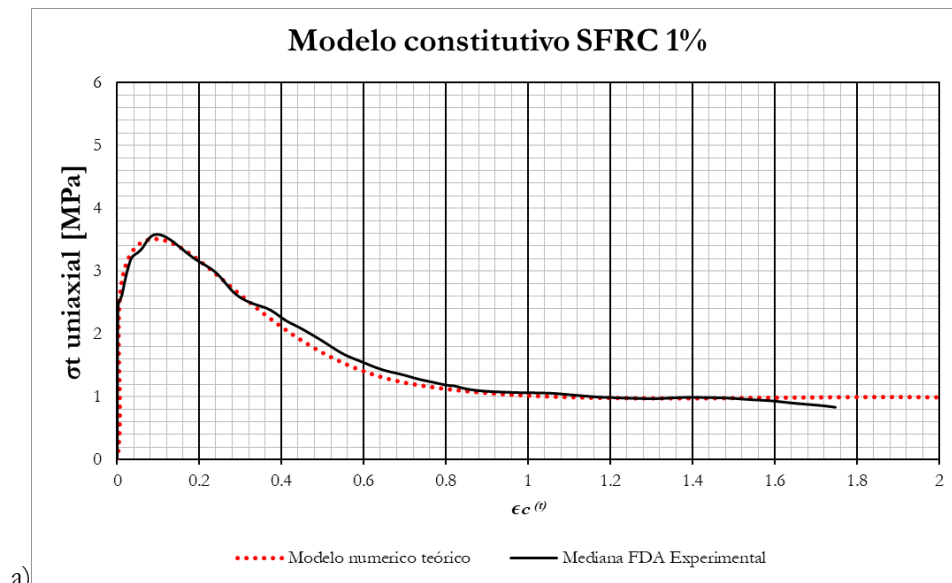
<i>Mezcla</i>	NSR-10	JSCE-07	Padmarajaiah	Song&Hwang	Bai-I	Ding-V	Abdi	Liu
	f_{cy} [Mpa]	f_{cy} [Mpa]	f_{cy} [Mpa]	f_{cy} [Mpa]	f_{cy} [Mpa]	f_{cy} [Mpa]	f_{cy} [Mpa]	f_{cy} [Mpa]
M1	4.16	2.95	3.19	5.83	2.50	3.59	3.80	5.43
M2	4.16	2.95	3.50	5.83	2.50	3.61	3.80	5.86
M3	4.16	2.95	4.38	5.86	2.51	3.68	3.80	7.09
M4	4.16	2.95	5.00	5.86	2.51	3.72	3.80	7.94

La grafica se conformade de tres tramos, un primer rango elástico lineal hasta la carga pico de fisuración que le sigue una curva lineal decreciente hasta un segundo estado de post-fisuración y luego un ablandamiento constante hasta el esfuerzo último de rotura del material (Figura 3-16). A continuación, en la **Tabla 3-15** se presentan los valores mecánicos característicos con los cuales se establece el modelo constitutivo graficados en la figura 3.17. Aquí se puede apreciar la comparación del modelo constitutivo teórico con el obtenido de los datos experimentales para revisar la aproximación del método.

Tabla 3-15: Valores característicos para el modelo constitutivo trilineal de SFRC

		SFRC 1%		SFRC 2%		
		Teórico	Mediana Exp	Teórico	Mediana Exp	
Deformación unitaria a para la tracción máxima	$\epsilon_{sf,1} =$	0.00075	0.00086	0.00075	0.0007079	
Deformación inicio de la rama de ablandamiento estable	$\epsilon_{sf,2} =$	0.007	0.0074	0.007	0.0074	
Deformación unitaria de rotura	$\epsilon_{sf,3} =$	0.0021	0.0171	0.021	0.0191	
Esfuerzo pico	$f_{ts1 \text{ máx.}}$	$f_{sf,1} =$	3.5	3.585	5	4.95
Esfuerzo de inicio de la rama de ablandamiento estable		$f_{sf,2} =$	1.225	1.27	1.75	1.85
Esfuerzo final a tracción		$f_{sf,3} =$	0.98	1.016	1.4	0.555

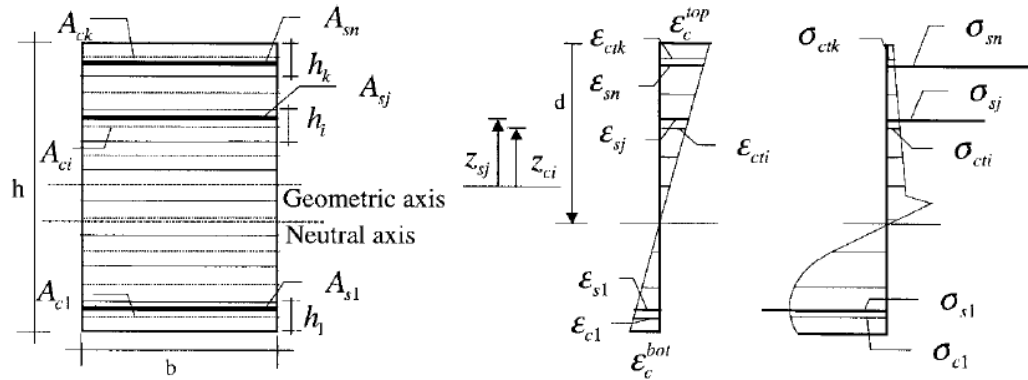
Figura 3-17: Modelo constitutivo no lineal en tracción para a)SFRC 1% b)SFRC 2%



3.2 Desarrollo del método de fibras

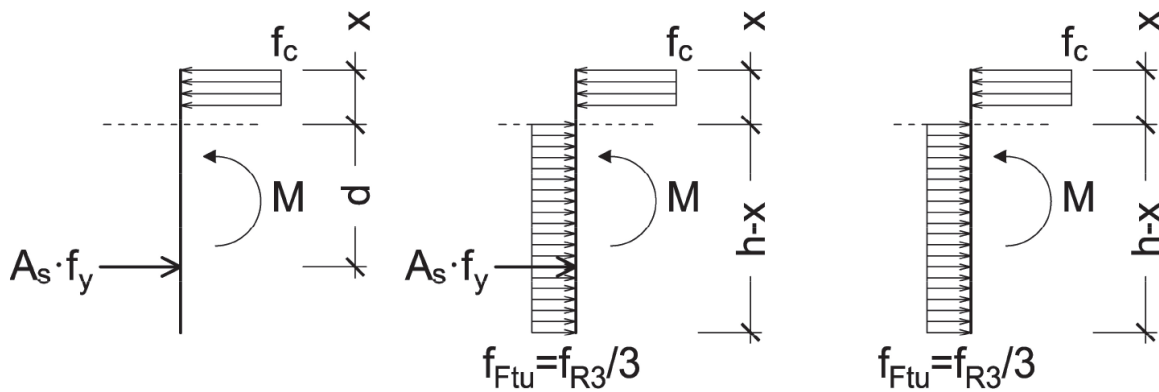
Para la aplicación del método de fibras se seleccionó el proceso desarrollado e implementado en la tesis de (Buitrago, 2022) adaptando los modelos constitutivos de concreto confinado propuesto por el ANEXO y adaptado al concreto SFRC que simula un confinamiento otorgado por las fibras que cosen las fisura en la matriz generando una transferencia de esfuerzos durante el proceso de degradación de larigidez inelástica o post-fisuración.

Figura 3-18: Discretización de secciones transversales y diagramas de esfuerzos y deformación asumidos



Nombre de la fuente tomado de:(J. A. O. Barros & Figueiras, 1997)

Figura 3-19: Equilibrios seccionales simplificados adoptados para estimar cargas últimas basadas en resistencias promedio y de diseño de los materiales; De izquierda a derecha: sección de concreto armado (RC), sección híbrida (fibras y barras de refuerzo) y sección de hormigón reforzado con fibras (FRC).



Nombre de la fuente: tomado de (Colombo et al., 2023)

La metodología aplicada en el análisis de secciones se fundamenta en el método de las fibras, que evalúa el comportamiento inelástico de los distintos materiales que componen la sección transversal de un elemento estructural. Este enfoque implica subdividir la sección en fibras individuales, asignándoles un material específico y una geometría rectangular con un área y centroide definidos. Esta subdivisión facilita la visualización del comportamiento de la sección, como se ilustra en la Figura 2.6, donde se destaca la ubicación (x_e, y_e) del centroide de cada fibra en relación con un sistema de coordenadas establecido.

El análisis se centra en elementos estructurales sometidos a flexión uniaxial pura en la dirección x , con secciones transversales simétricas respecto al eje y . A medida que se incrementa la curvatura de la sección transversal, se produce una deformación uniaxial proporcional en cada fibra. La magnitud de esta deformación depende linealmente de la distancia de la fibra al eje neutro, siguiendo la hipótesis de la teoría de vigas de que las secciones transversales permanecen planas tras la aplicación de cargas.

$$\varepsilon_i^{(e)} = \frac{c^{(n)} - d^{(e)}}{\varepsilon_c^{(n)}} \quad (3.8)$$

En cada etapa del análisis incremental, se calcula la deformación longitudinal $\varepsilon_i^{(e)}$ de cada fibra, basándose en la profundidad del eje neutro $c^{(n)}$ establecida como dato de entrada para una deformación de la fibra más alejada a compresión supuesta $\varepsilon_c^{(n)}$ en la n etapa, y la posición de la fibra $d^{(e)}$ (Ecuación 3.8). A partir de la deformación longitudinal, se determina $\varepsilon_i^{(e)}$ el esfuerzo normal $\sigma_i^{(e)}$ en cada fibra utilizando la relación constitutiva uniaxial $\sigma^{(e)}$ del material correspondiente. Este proceso permite identificar la fase del comportamiento material de cada fibra, según el modelo de material descrito previamente.

$$\sigma_i^{(e)} = \sigma^{(e)}(\varepsilon_i^{(e)}, \psi^{(e)}) \quad (3.9)$$

$$\bar{\sigma}_{i'}^{(e)} = \frac{\sigma_{i-1}^{(e)} + \sigma_i^{(e)}}{2} \quad (3.10)$$

Los esfuerzos normales en las fibras se correlacionan con las acciones internas en la sección, de modo que la suma de las fuerzas internas $F_{x,i}^{(e)}$, resultantes del producto del esfuerzo normal promedio de la fibra $\bar{\sigma}_{i'}^{(e)}$ por el área de cada fibra $A^{(e)}$ (ecuación 3.11), equivale a la fuerza axial en la sección F_x , que es nula para elementos sometidos exclusivamente a flexión pura. (ecuación 3.12).

$$F_{x,i}^{(e)} = \bar{\sigma}_{i'}^{(e)} \cdot A^{(e)} \quad (3.11)$$

$$F_x = \sum_{e=1}^n F_{x,i}^{(e)} = 0 \quad (3.12)$$

$$\bar{M}_{z,i}^{(e)} = F_{x,i}^{(e)} \cdot j_i \quad (3.13)$$

$$M_z = \sum_{e=1}^n M_{x,i}^{(e)} \quad (3.14)$$

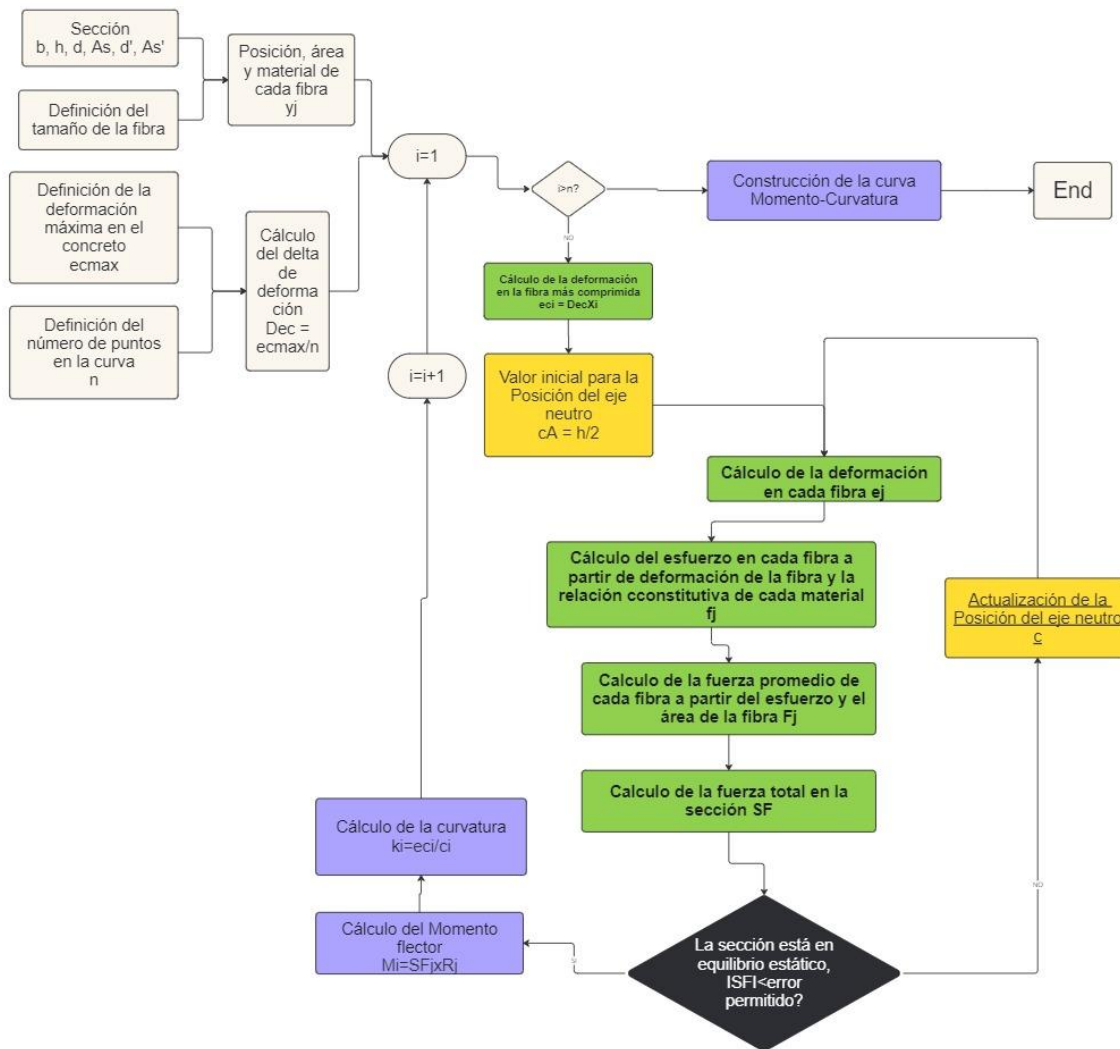
De igual forma, la equivalencia estática exige que la suma de los momentos flectores $\bar{M}_{z,i}^{(e)}$, resultante de multiplicar el esfuerzo normal, el área y la distancia al centroide de cada fibra j_i (ecuación 3.13) coincida con el momento flector presente en la sección M_z (ecuación 3.14).

La condición definida por la ecuación 3.12 facilita la determinación de la posición del eje neutro $c^{(n)}$ a través de un método iterativo resueltos por algún programa que tenga la función de SOLVER, con un dato de entrada semilla y luego por métodos o algoritmos de optimización se busca la solución.

Es posible identificar un valor óptimo (ya sea mínimo, máximo o preciso) para una expresión situada en una celda específica, referida como celda objetivo, bajo ciertas restricciones o condiciones límite que afectan a otros valores de celdas con fórmulas en una hoja de cálculo. Solver opera mediante un conjunto de celdas designadas como celdas de variables de decisión, también conocidas simplemente como celdas de variables o celdas modificables, las cuales intervienen en el cálculo o expresión de las celdas objetivo y/o de restricción. Solver modifica los valores en las celdas de variables de decisión para satisfacer las condiciones impuestas en las celdas de restricción y lograr el resultado óptimo en la celda objetivo.

La condición definida por la ecuación 3.12 facilita la determinación de la posición del eje neutro $c^{(n)}$ a través de un método iterativo que se muestra en el algoritmo de **Figura 3-20** resueltos por algún programa que tenga la función de SOLVER, con un dato de entrada semilla y luego por métodos o algoritmos de optimización se busca la solución.

Figura 3-20: Diagrama del proceso del método de las fibras



Es posible identificar un valor óptimo (ya sea mínimo, máximo o preciso) para una expresión situada en una celda específica, referida como celda objetivo, bajo ciertas restricciones o condiciones límite que afectan a otros valores de celdas con fórmulas en una hoja de cálculo. Solver opera mediante un conjunto de celdas designadas como celdas de variables de decisión, también conocidas simplemente como celdas de variables o celdas modificables, las cuales intervienen en el cálculo o expresión de las celdas objetivo y/o de restricción. Solver modifica los valores en las celdas de variables de decisión para satisfacer las condiciones impuestas en las celdas de restricción y lograr el resultado óptimo en la celda objetivo.

Figura 3-21: Código usado en el lenguaje de visual para Excel para el solver

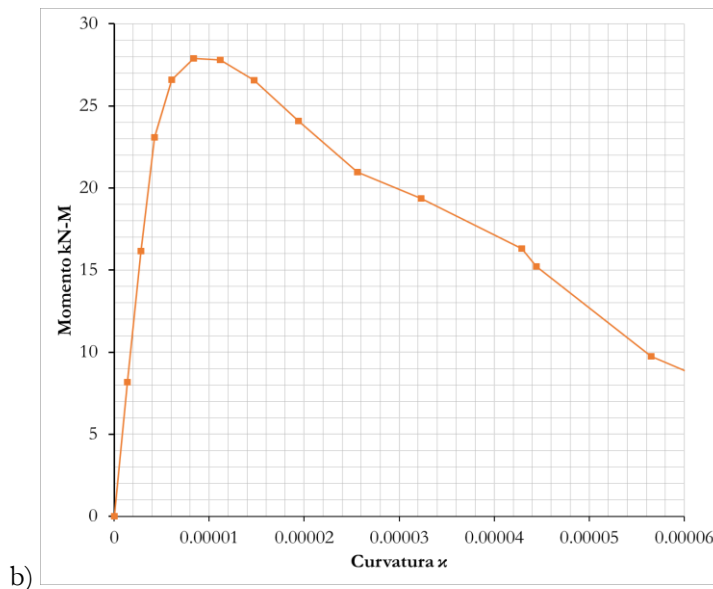
```
SolverOk SetCell:="$B$4", MaxMinVal:=3, ValueOf:=0, ByChange:="$B$3", Engine:=1
, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
SolverOk SetCell:="$B$4", MaxMinVal:=3, ValueOf:=0, ByChange:="$B$3", Engine:=1
, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
SolverSolve
SolverOk SetCell:="$L$4", MaxMinVal:=3, ValueOf:=0, ByChange:="$L$3", Engine:=1
, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
```

Para finalizar, se aplicó este método en una viga a solicitada a flexión de concreto SFRC con cuantía del 2% que tiene como modelo constitutivo a fuerza axial el desarrollado en este documento en la sección 3.1 y 3.2. Esta **Figura 3-22** ilustra el comportamiento típico de un ensayo de flexión o de momento - curvatura capturando el comportamiento no lineal de este material.

Figura 3-22: Momento curvatura para una viga de SFRC 2% aplicando el método de fibras a) datos de salida del algoritmo de Momento – curvatura b) Grafica de los datos de salida

	A	B	C	D	E
	Modelo de fibras				
	Número de fibras	nF=	900,00		
	Altura de la fibra	dh =	0.31	mm	
	Estados a evaluar por deformación a compresión				
	Máxima deformación por compresión	ec max =	0.005		
	Estado	ε	c	k	M
				0	0
	1	0.0001	71.0602618	1.4073E-06	8.18003328
	2	0.0002	71.5722936	2.7944E-06	16.1508238
	3	0.0003	70.8910916	4.2318E-06	23.0800537
	4	0.0004	66.0446848	6.0565E-06	26.5852186
	5	0.0005	59.9325856	8.3427E-06	27.8962452
	6	0.0006	53.7150459	1.117E-05	27.8005678
	7	0.0007	47.5924227	1.4708E-05	26.5723183
	8	0.0008	41.2804951	1.938E-05	24.0761764
	9	0.0009	35.1322361	2.5617E-05	20.9618564
	10	0.0010	30.9479463	3.2312E-05	19.3730903
	11	0.0011	27.9594138	3.9343E-05	18.512756
	12	0.0012	25	0.000048	13.0528478
	13	0.0013	23	5.6522E-05	9.75627692

a)



4. Evaluación experimental del comportamiento a flexión de elementos de SFRC con barras de refuerzo de acero convencional

Esta sección de la investigación se centra en la implementación práctica y el análisis de resultados derivados de ensayos de flexión en elementos de concreto SFRC reforzados con barras de acero convencional del objetivo 3. La validación experimental es un paso fundamental para corroborar la aplicabilidad y precisión del modelo teórico de momento curvatura propuesto. Este proceso no solo ayuda a confirmar la fiabilidad del modelo en condiciones de laboratorio controladas, sino que también proporciona recomendaciones valiosas sobre el comportamiento real de estos materiales y elementos estructurales bajo cargas de flexión.

En la etapa final de esta investigación, se llevó a cabo la validación experimental del comportamiento no lineal del concreto reforzado con fibras cortas de acero (SFRC) bajo flexión pura, utilizando 1 de las mezclas de concreto previamente establecidas. La mezcla seleccionada es la de 2% de cuantía de

fibra para una proporción de 25% fibra tipo 1 y 75% fibra tipo 2 debido a que esta mezcla repostó mayor energía de fractura o tenacidad en comparación con las otras 4 combinaciones de fibras.

Para los ensayos de flexión, se fabricaron vigas de concreto con dimensiones de 3 metros de longitud y una sección transversal de 0.2m x 0.28m, que fueron diseñadas para simular condiciones de elementos típicos en construcciones de edificaciones. La preparación de los materiales, así como el proceso de fundición y vibrado de las vigas, se realizó siguiendo los mismos procedimientos aplicados en las probetas utilizadas para los objetivos uno y dos, garantizando así la consistencia en la calidad y las propiedades del concreto. (Figura 4-1)

Figura 4-1: Mezcla de concreto y concreto SFRC. Fotografías en estado fresco, asentamiento y mezclado



El capítulo se inicia con la descripción de la metodología seleccionada y los criterios utilizados para el diseño de los elementos de prueba. Se describen detalladamente los procesos de preparación de las mezclas de concreto SFRC, incluyendo las proporciones de los componentes y las características de las fibras de acero empleadas. Posteriormente, se aborda la fabricación y curado de los elementos de prueba, seguido de una explicación de la configuración del ensayo, incluyendo la disposición de las barras de refuerzo, la aplicación de las cargas de flexión y los equipos utilizados para la medición y registro de datos.

A continuación, se expone la metodología de ensayo, detallando las etapas del proceso experimental, desde la aplicación de las cargas hasta la observación de los patrones de falla. Se discute la recopilación y análisis de datos, enfocándose en cómo las mediciones de deformación, resistencia y otros parámetros relevantes se comparan y contrastan con las predicciones del modelo de momento curvatura.

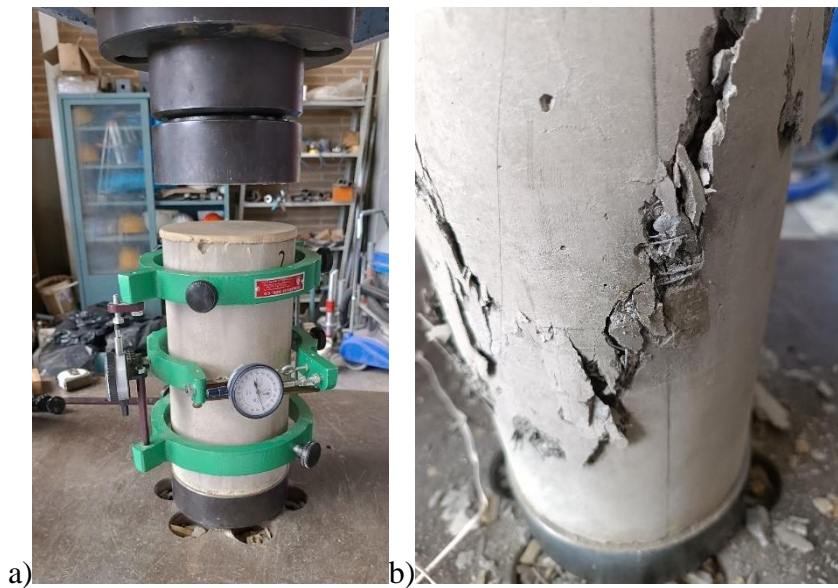
Finalmente, este capítulo concluye con una evaluación descriptiva de los resultados experimentales, discutiendo su concordancia con las predicciones teóricas y las implicaciones de estos hallazgos en la comprensión del comportamiento a flexión del concreto SFRC reforzado con acero. Este análisis proporciona una base sólida para futuras recomendaciones de diseño y aplicaciones prácticas en el campo de la ingeniería estructural.

4.1 Caracterización mecánica del material

El desarrollo de esta fase de la investigación se centró en la realización de una serie de ensayos mecánicos para caracterizar las propiedades del concreto reforzado con fibras (SFRC) y de las barras de acero utilizadas. Los ensayos fueron diseñados para proporcionar datos fundamentales sobre la resistencia a compresión y tracción del concreto SFRC, así como la resistencia a la tracción de las barras de acero.

Ensayos de Compresión en Concreto SFRC: Se realizaron cinco ensayos de compresión en cilindros de concreto SFRC, siguiendo la normativa NTC 40. Cada cilindro fue sometido a una carga axial progresiva hasta el punto de falla, registrando la carga aplicada y la deformación correspondiente. Estos ensayos permitieron determinar la resistencia máxima a la compresión y el comportamiento esfuerzo-deformación del concreto SFRC para la mezcla seleccionada, el módulo de elasticidad y la curva característica de esfuerzo-deformación.

Figura 4-2: Cilindros para ensayos de compresión uniaxial a) instrumentación b) ensayado



Cada uno de estos ensayos fue cuidadosamente documentado, incluyendo las condiciones iniciales de las muestras, los detalles del procedimiento de ensayo y las observaciones relevantes durante cada prueba. Los resultados obtenidos fueron analizados y comparados con los valores teóricos y las expectativas iniciales, permitiendo una comprensión más profunda de las propiedades mecánicas del concreto SFRC y las barras de acero en el contexto de su aplicación en elementos estructurales.

4.2 Modelo constitutivo a esfuerzo normal

Para el desarrollo del modelo constitutivo de la mezcla de concreto SFRC seleccionada que corresponde a lo indicado se establecen las propiedades mecánicas de caracterización requeridas como variables de entrada para establecer el modelo constitutivo de acuerdo con lo planteado en el capítulo 3 de este documento con las ecuaciones recopiladas del estudio realizado por Y. Wang et al. (2022)

- Resistencia especificada a la compresión (f_{cf}): 33 MPa obtenida del promedio de los cilindros fabricados de acuerdo con la normativa NTC673 (ICONTEC, 2010)
- Tamaño máximo del agregado (d_m): 12 mm
- Porcentaje de fibra (ϕ_f): 2%
- Longitud de la fibra 1 (ℓ_f): 60 mm
- Longitud de la fibra 2 (ℓ_f): 35 mm
- Diametro de la fibra 1 (d_f): 0.75 mm

- Diámetro de la fibra 2 (d_f): 0.55 mm
 - Relación de aspecto 1 ($\lambda = \ell_f / d_f$): 80
- Relación de aspecto 2 ($\lambda = \ell_f / d_f$): 65

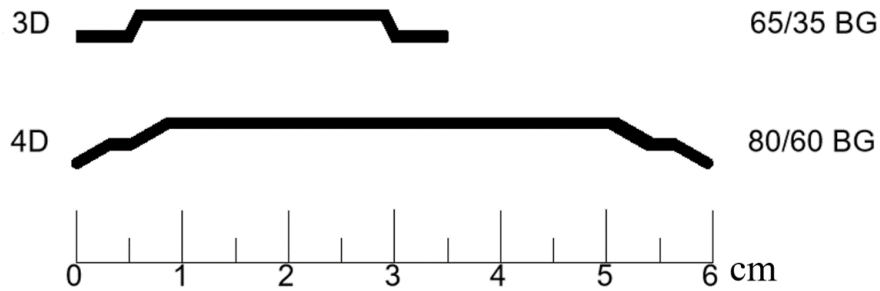


Tabla 4-1 2 Propiedades geométricas y mecánicas de las fibras

	3D 65/35	4D 80/60
Longitud (mm)	35	60
Diámetro (mm)	0.55	0.75
λ	65	80
Es (MPa)	200,000	200,000

Tabla 4-3 Propiedades de los agregados

	TMN (mm)	MF	G*	Abs (%)	M (kg/m ³)**
Grava	1/2"	6.60	2.72	1.05%	1578.88
Arena	No. 16	2.20	2.67	1.81%	1617.38

*Densidad Relativa Aparente

**Densidad volumétrica compacta (SSS)

Tabla 4-4 Dosificación de mezcla

Mezcla 35 MPa	
Cemento (kg)	435
Grava (kg)	874
Arena (kg)	880
Agua (L)	195.75
Relación A/C	0.45
Plastificante (mL)	3560
Reductor (mL)	1335

En el desarrollo de esta investigación, se elaboró un modelo constitutivo específico para analizar la fuerza axial del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC), siguiendo meticulosamente el procedimiento establecido para el segundo objetivo de la tesis. Este modelo se fundamenta en una comprensión detallada de las propiedades mecánicas del SFRC, derivadas de exhaustivas pruebas de laboratorio, que incluyen la resistencia a la compresión, la resistencia a la tracción y el módulo de elasticidad.

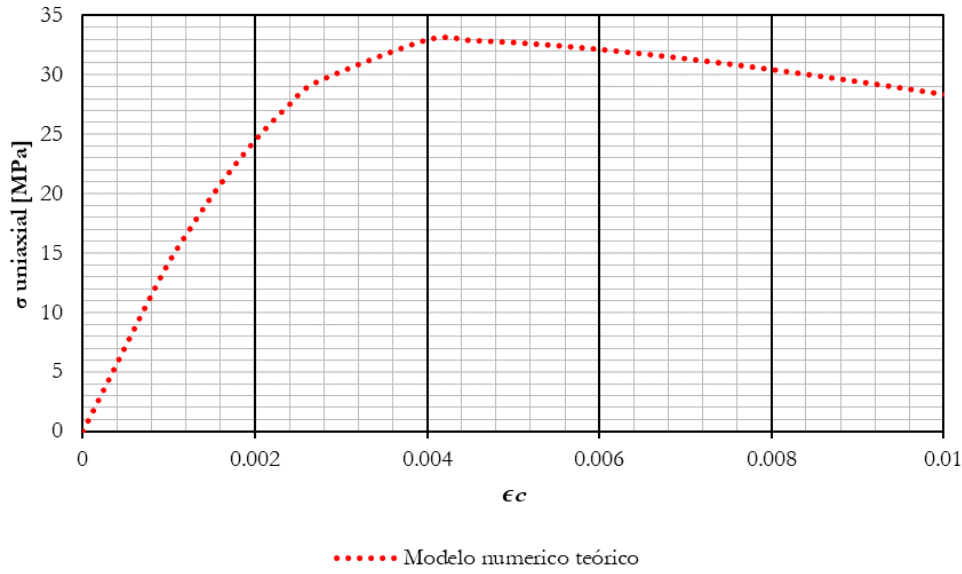
Los parámetros de caracterización mecánica obtenidos a través de estas pruebas experimentales han sido esenciales para definir las variables y constantes que integran el modelo constitutivo. Con base en estos datos, se calcularon los parámetros con los que se desarrolló el modelo constitutivo en los capítulos 2 y 3 de este documento que se pueden apreciar en la tabla **Tabla 4-5** que ilustran el comportamiento específico de la mezcla de SFRC bajo estudio, la cual se caracteriza por contener un 2% de fibras metálicas. La Figura 4-3 que contienen las gráficas de la respuesta no lineal ofrecen una visualización clara de la respuesta del material ante cargas axiales, destacando las particularidades del SFRC, como la mejora en la resistencia y la ductilidad debido a la inclusión de las fibras de acero.

Tabla 4-5 Parámetros mecánicos para el modelo constitutivo

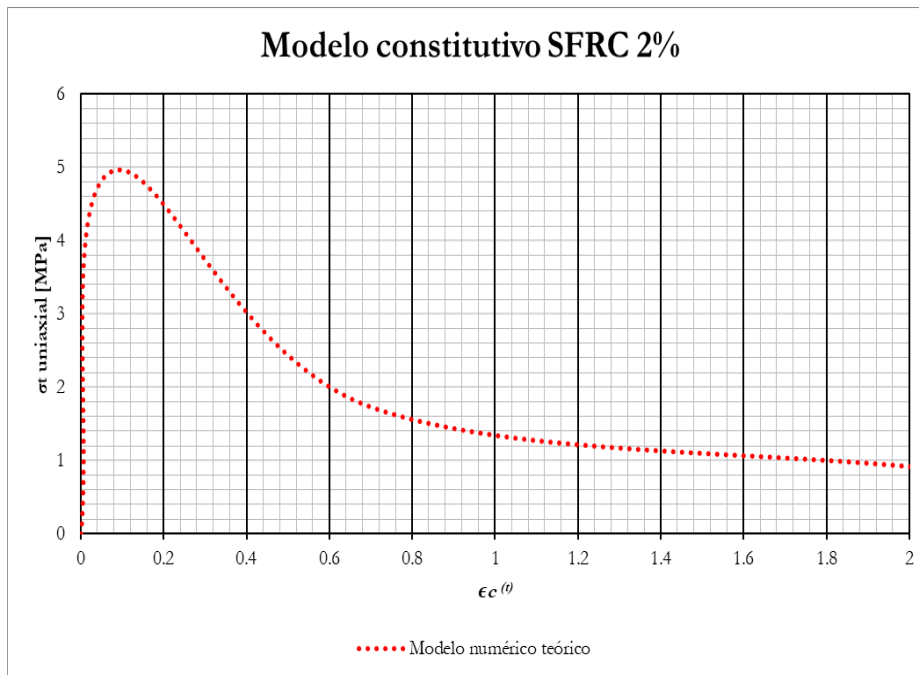
Concreto			
Resistencia máxima a la compresión a los 28 días	$f'_{co} =$	33.00	MPa
Cuantía de fibras	$\rho_f =$	0.02	
Resistencia máxima a la tracción	$f'_t =$	-4.70	MPa
Resistencia a la rotura	$f_{r1k} =$	-14.09	MPa
Módulo de elasticidad experimental de los ensayos	$E_c =$	18382.60	MPa
Deformación del esfuerzo maximo del concreto con fibras a compresión	$\epsilon_{cs} =$	0.003307468	
Deformación del esfuerzo de falla ultima del concreto con fibras a compresión	$\epsilon_{cu} =$	0.01	
Factor k primer tramo	$k_1 =$	1.742430137	
Factor k segundo tramo	$k_2 =$	4.172639638	
Deformación unitaria a para la tracción máxima	$\epsilon_{sf,1} =$	-0.0007	
Deformación inicio de la rama de ablandamiento estable	$\epsilon_{sf,2} =$	-0.005	
Deformación unitaria de rotura	$\epsilon_{sf,3} =$	-0.01	
Esfuerzo de inicio de la rama de ablandamiento estable	$\epsilon_{sf,2} =$	-2.113042839	
Esfuerzo final a tracción	$\epsilon_{sf,3} =$	-2.113042839	

Figura 4-3: Modelo constitutivo no lineal del concreto SFRC a) compresión uniaxial, b) tracción uniaxial

Modelo constitutivo SFRC 2%



a)



b)

4.3 Análisis de la respuesta mecánica a flexión pura

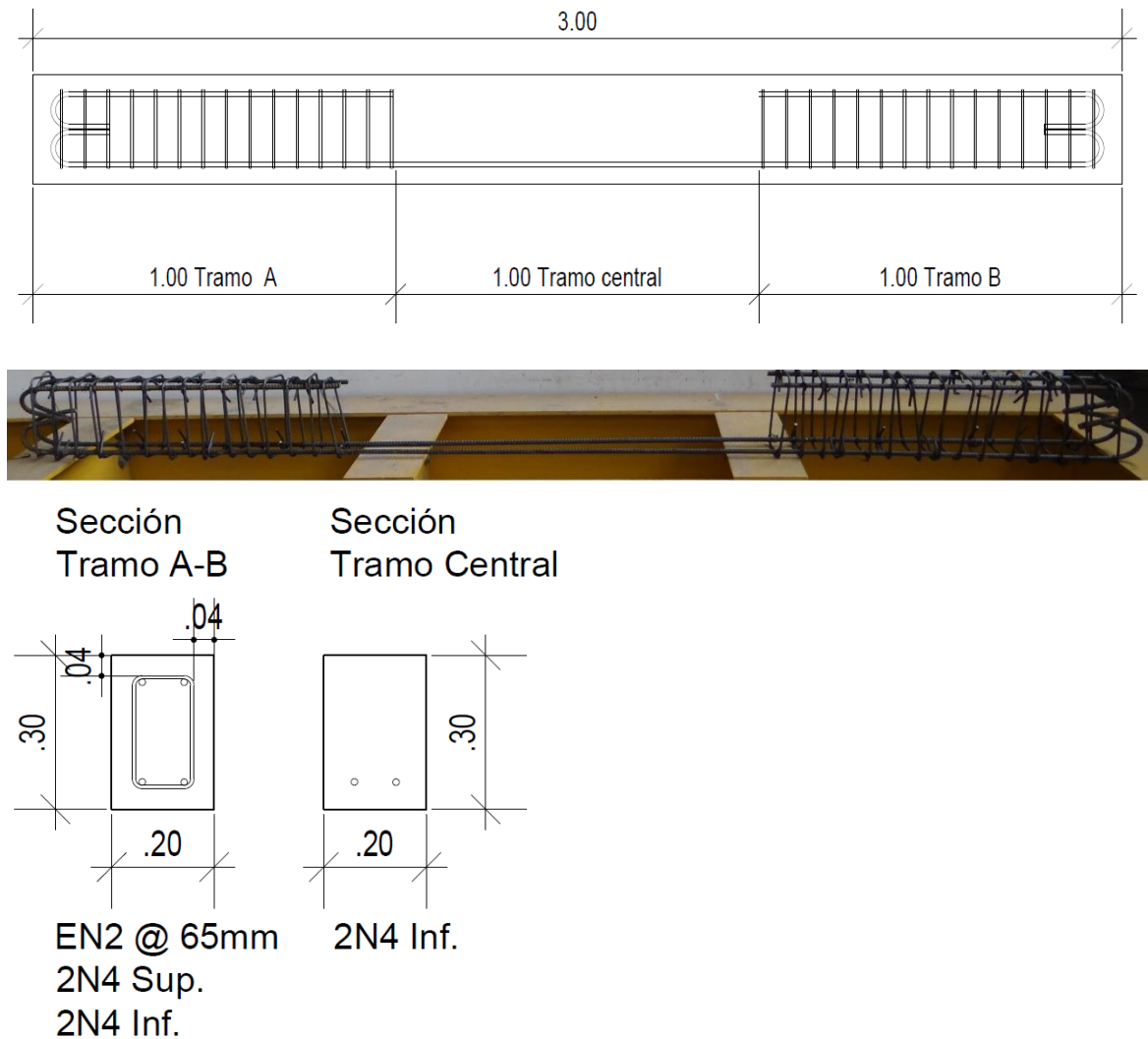
Para el objetivo 3 de la tesis, se llevó a cabo un ensayo de flexión de cuatro puntos conforme a la norma ASTM C1609 / C1609M, con el propósito de determinar las curvas carga-deflexión y momento-curvatura para caracterizar el comportamiento inelástico de la viga, registrando tanto la carga aplicada como la deformación. Este ensayo, fundamentado en la "Standard Test Method for Flexural Performance of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading)", permitió evaluar la resistencia a la flexión y la deformación en vigas de concreto reforzado con fibras mediante una configuración de carga específica.

Durante el ensayo, se colocó una viga sobre dos puntos de apoyo equidistantes, aplicándose fuerzas en dos puntos intermedios, también equidistantes entre sí y respecto a los apoyos, logrando así una distribución uniforme de la carga en la parte central de la viga. Se siguieron procedimientos meticulosos para la preparación de las muestras, especificando las dimensiones y geometría de las vigas, el procedimiento de carga y las mediciones de resistencia y deformación.

Se registraron datos esenciales durante el ensayo, incluyendo la identificación única de cada muestra de ensayo, las dimensiones físicas de la viga, y detalles de la sección transversal como el área y la altura de la sección, así como la distancia entre puntos de carga y apoyo. Además, se anotaron las fuerzas de carga aplicadas, las mediciones de deformación en distintas ubicaciones de la viga, los desplazamientos verticales y horizontales en puntos clave, y la carga máxima soportada antes de la rotura de la viga junto con la deformación en el punto de rotura.

Se tomaron notas adicionales sobre cualquier observación relevante durante el ensayo, tales como comportamientos inusuales, formación de fisuras o cambios en la respuesta de la viga. Finalmente, se calcularon y registraron los resultados derivados de las mediciones, incluyendo la resistencia a la flexión y la deformación en el punto de rotura, completando así el análisis detallado del comportamiento inelástico de la viga sometida a flexión.

Figura 4-4: Despiece de las vigas



4.3.1 Ensayo a flexión

Se describen a continuación los ensayos experimentales llevados a cabo en cuatro vigas de concreto, cada una con una longitud de 3 metros y una sección transversal de 20 cm x 30 cm. Dos de estas vigas fueron reforzadas únicamente en el tercio central con dos barras de refuerzo N° 4, conforme a la normativa NTC 2289. Las otras dos vigas contaron con el mismo refuerzo convencional; sin embargo, su matriz de concreto se diferenció al ser de Concreto Reforzado con Fibra de Acero (SFRC), incorporando una cuantía de fibras de acero del 2%.

Figura 4-5: viga para ensayo estático de flexión pura



Este conjunto de ensayos fue diseñado para evaluar y comparar el comportamiento estructural entre las vigas de concreto convencional y las vigas de SFRC bajo las mismas condiciones de refuerzo. La inclusión de fibras de acero en la matriz de concreto de las últimas dos vigas apunta a investigar los efectos de este aditivo en la tenacidad, la resistencia a la flexión, la capacidad de absorber energía y el control de fisuración, en comparación con las vigas de concreto convencional reforzadas de manera similar.

Cada viga fue sometida a un protocolo de carga específico para aplicar flexión y analizar su respuesta estructural no lineal. Se prestó especial atención a la aparición de fisuras y los modos de falla. También se registró la deflexión máxima y la carga de rotura, entre otros parámetros críticos. Este análisis proporcionará una comprensión más profunda de la contribución del refuerzo de fibras de acero al desempeño estructural de elementos de concreto reforzado, con el objetivo de explorar posibles mejoras en el diseño y la construcción de estructuras de concreto.

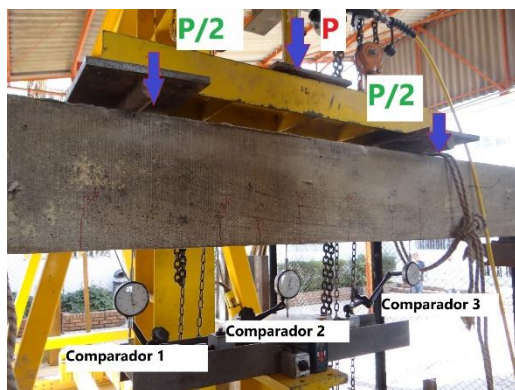
Figura 4-6: Montaje de ensayo a 4 puntos



El protocolo de carga utilizado en el ensayo de flexión consistió en la aplicación de carga mediante un actuador estático de la marca Enerpac, el cual cuenta con una capacidad máxima de 10 toneladas. Para tomar lectura con precisión la respuesta de las vigas durante el ensayo, se emplearon tres comparadores de carátula, cada uno con una precisión de 1 micra, con eso se registra el desplazamiento a los tercios y al centro de la viga para luego calcular la curvatura elástica, este esquema de ensayo se puede apreciar en la Figura 4-7.

La carga se incrementó gradualmente en intervalos de 100 kg, y en cada etapa se registraron meticulosamente las deformaciones observadas mediante los comparadores. Este procedimiento permitió obtener datos detallados sobre la relación carga-deformación de las vigas, facilitando así un análisis de su comportamiento estructural ante las fuerzas aplicadas.

Figura 4-7: Ejecución del ensayo de una viga, registro de carga, desplazamiento y fisuración



4.3.2 Resultados método de fibras vs curva experimental

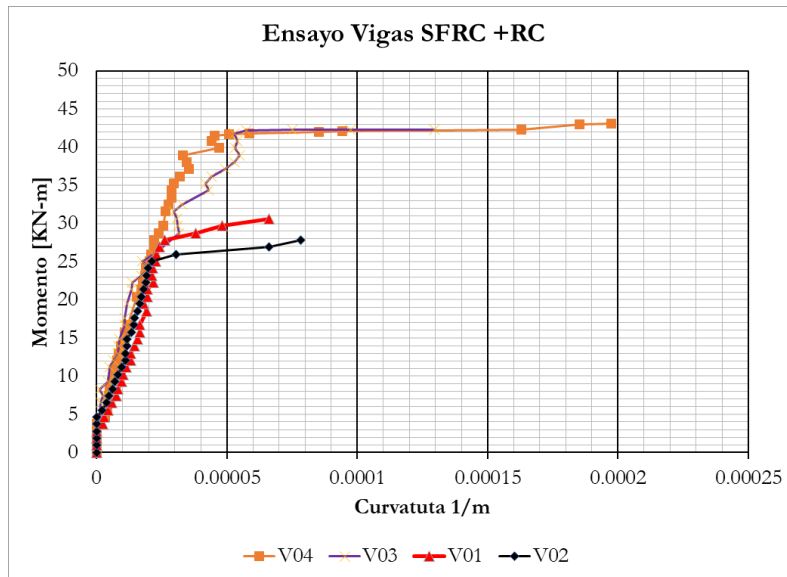
Los resultados del ensayo experimental fueron procesados, primero registrando la carga con la deflexión en el centro de la luz y luego calculando el momento aplicado con el grado de curvatura, a continuación, se muestran las curvas para las vigas de refuerzo convencional y para la mezcla de SFRC.

En el análisis de resultados se llevaron a cabo ensayos de flexión en cuatro vigas de 3 metros, con la carga aplicada en el tercio central. De estas, dos vigas estaban reforzadas únicamente con barras de acero, mientras que las otras dos, además del refuerzo convencional, incorporaban concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) con un contenido del 2% de fibras. La comparación de la respuesta

mecánica de momento-curvatura, ilustrada en la figura correspondiente, evidencia diferencias significativas en la disipación de energía entre los dos tipos de materiales.

El análisis reveló que el máximo momento de flexión registrado en las vigas de SFRC superó en 1.8 veces al de las vigas con refuerzo convencional. Además, la deformación última observada en el punto de falla en las vigas de SFRC fue 4 veces superior a la de las vigas reforzadas únicamente con barras de acero. Este resultado destaca la capacidad superior del SFRC para soportar cargas de flexión y su mayor ductilidad en comparación con el concreto reforzado convencional, subrayando el potencial del SFRC para mejorar significativamente el rendimiento estructural en términos de resistencia y deformación.

Figura 4-8: Curva momento - curvatura a flexión



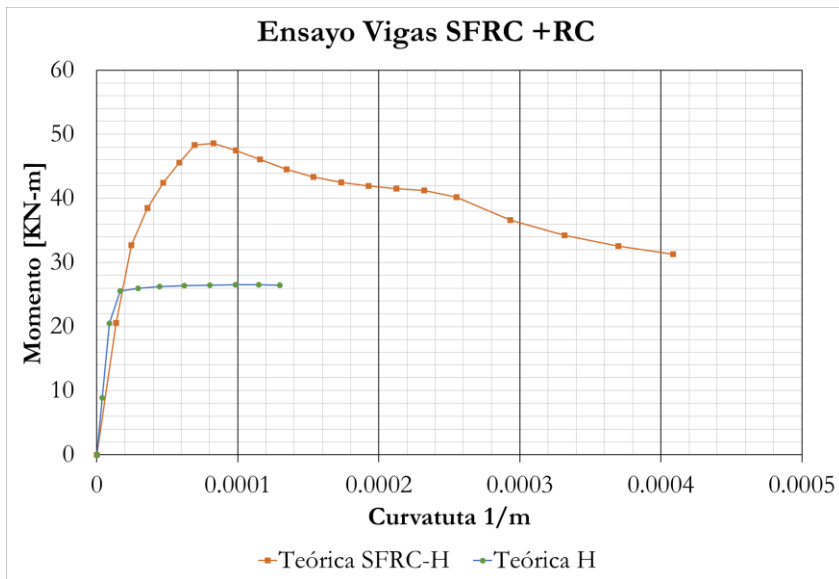
Luego de completar la fase experimental, se procedió a implementar el método desarrollado en el capítulo anterior, el cual se divide en dos etapas fundamentales para el análisis estructural. En la primera instancia, se abordó la formulación del modelo constitutivo, esto que implicó la definición de las propiedades mecánicas y el comportamiento axial a compresión del concreto SFRC. Esta formulación constituye la base teórica para predecir cómo reaccionarán los materiales en diversas condiciones de esfuerzo y deformación.

Una vez establecido el modelo constitutivo, la siguiente fase consistió en aplicar el método de las fibras, una técnica avanzada para el análisis de secciones transversales de elementos estructurales. Este método permite descomponer la sección en fibras individuales, asignándoles propiedades específicas y

evaluando su comportamiento de manera diferenciada. Al integrar las respuestas de todas las fibras, se obtiene una visión detallada y precisa de la respuesta no lineal momento-curvatura de la sección ante cargas incrementales.

La implementación de estas dos etapas permitió un análisis exhaustivo y detallado de la sección estudiada, facilitando la comprensión de su comportamiento inelástico y la predicción de su capacidad resistente y ductilidad ante diferentes niveles de carga. Para la curva teórica por el método de las fibras se reportan en la tabla los datos calculados en la implementación del método de las fibras con base en los modelos constitutivos del concreto SFRC y el acero en barras NTC 2289

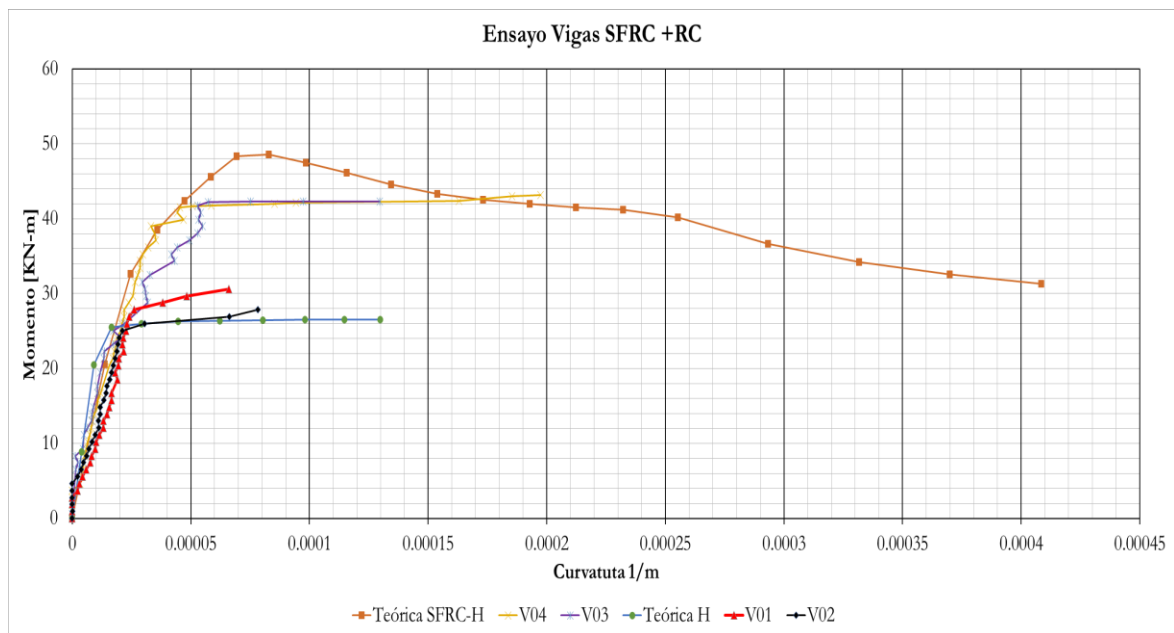
Figura 4-9: Curva momento - curvatura a flexión con el método de las fibras



Al comparar la respuesta mecánica a flexión uniaxial por el método de fibras con los resultados obtenidos de los ensayos experimentales, la validación del modelo revela una coincidencia en la tendencia inicial del comportamiento mecánico. Esta similitud se observa especialmente durante la fase inicial del rango de comportamiento, donde el método de fibras logra capturar adecuadamente el daño progresivo del material. Sin embargo, se nota una característica de ablandamiento por deformación casi constante en la curva experimental, que, pese a esta simplificación, consigue reflejar de manera efectiva la energía de fractura implicada, resultando en una representación cercana del desempeño no lineal del material.

Esta semejanza entre la modelización y la experimentación exalta la capacidad del método de fibras para simular aspectos fundamentales del comportamiento del SFRC bajo cargas de flexión, incluyendo la iniciación y evolución del daño hasta el punto de falla. Aunque existen diferencias en la representación detallada del ablandamiento post-pico, el modelo proporciona una base sólida para la comprensión y análisis del desempeño no lineal del SFRC, apoyando su aplicación en el diseño y análisis estructural avanzado.

Figura 4-10: Gráficas de vigas a flexión para concreto con refuerzo convencional y H-SFRC2% teórico y experimental



En la Figura 4-10 presentada se consolidan las curvas de momento-curvatura para las vigas, ofreciendo una visión clara de la respuesta mecánica a la flexión. Esta figura incluye las gráficas obtenidas experimentalmente tanto para el concreto reforzado de manera convencional como para el concreto H-SFRC. Adicionalmente, se incorporan las gráficas generadas a través del método de las fibras, designadas como "teóricas" para esta comparación.

Esta disposición permite una comparación directa entre los comportamientos experimentales y teóricos del material bajo carga de flexión. Las curvas experimentales reflejan el comportamiento real de las vigas bajo las condiciones de prueba, mientras que las curvas teóricas proporcionadas por el método de las fibras ofrecen una perspectiva basada en los principios teóricos que rigen el comportamiento del concreto reforzado, tanto convencional como H-SFRC.

La integración de estos conjuntos de datos en una sola figura facilita la evaluación de la precisión y la aplicabilidad del método de las fibras en la predicción del comportamiento a flexión de estos materiales. Además, permite identificar las áreas donde el modelo teórico concuerda con los resultados experimentales y donde podrían existir discrepancias, lo cual es fundamental para futuras investigaciones y mejoras en el modelo.

4.3.3 Índices de ductilidad y disipación de trabajo

La ductilidad en el concreto, que es la capacidad del material para deformarse bajo cargas antes de romperse, se puede mejorar mediante el confinamiento de la matriz. Tradicionalmente, este confinamiento se logra utilizando refuerzos transversales como estribos y espirales, pero la inclusión de fibras metálicas es una alternativa que se ha estudiado. Y se ha demostrado la efectividad del uso de fibras metálicas para mejorar la ductilidad del concreto.

Narayanan y Darwish (1987) en su estudio encontraron que la adición de fibras de acero aumentaba significativamente la tenacidad y la capacidad de absorción de energía del concreto proporcionando una mejor capacidad de deformación antes de la falla. Bencardino et al. (2010) con sus experimentos mostraron que la inclusión de fibras metálicas mejoraba la ductilidad y la resistencia al impacto del concreto, concluyendo que las fibras metálicas pueden sustituir parcialmente los refuerzos transversales convencionales.

Para evaluar la disipación de energía, se utilizó la energía de fractura por medio del trabajo realizado o W_f , partiendo del modelo propuesto por Hillerborg (1985) en donde la energía disipada en ensayos de tracción y flexión se representa por el área bajo la curva de la respuesta mecánica. La disipación de energía de materiales y estructuras también puede medirse a partir de su capacidad para sostener cargas más allá de su rango elástico, esto es, la relación entre las deformaciones plásticas o permanentes y las deformaciones elásticas o recuperables.

Por lo general, esta propiedad se identifica por la letra μ y corresponde a la relación U/U_y en donde U corresponde a al punto de densidad de energía asociado a la “falla” del material y U_y a la energía necesario para que el sistema no pueda recuperarse de forma elástica.

El análisis reveló que el máximo momento de flexión registrado en las vigas de SFRC superó en 1.8 veces al de las vigas con refuerzo convencional. Además, la deformación última observada en el punto de falla en las vigas de SFRC fue 4 veces superior a la de las vigas reforzadas únicamente con barras de acero.

De la curva de la respuesta mecánica a flexión de la viga con refuerzo convencional se calcula el área bajo la curva representando la energía base o de referencia $W_{TotalRef}$ (Figura 4-11), con la curva de la respuesta mecánica de la viga SFRC con refuerzo convencional se determina un índice para establecer cuanto más trabajo pueden disipar el elemento solicitado a flexión en términos de unidades equivalentes al material sin fibras.

Figura 4-11: Representación del área bajo la curva para el trabajo realizado por la viga de concreto reforzado con barras solicitada a flexión $W_{TotalRef}$

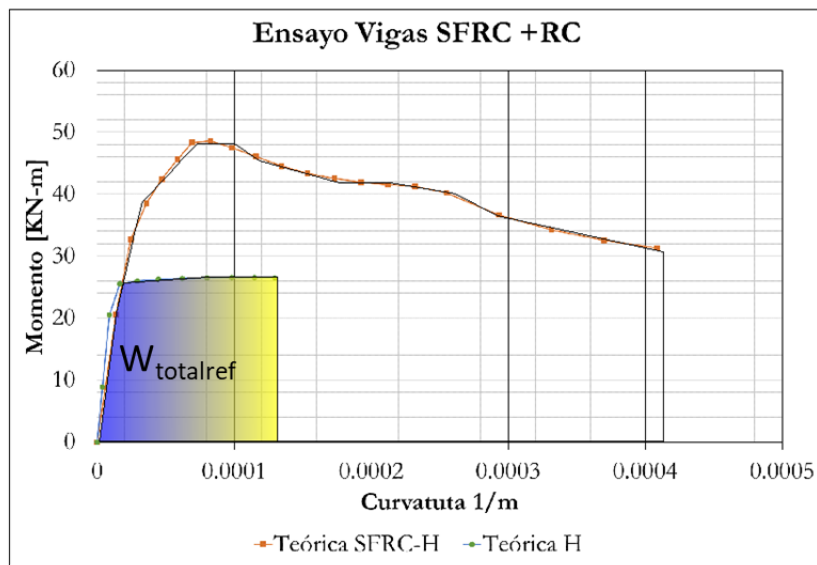
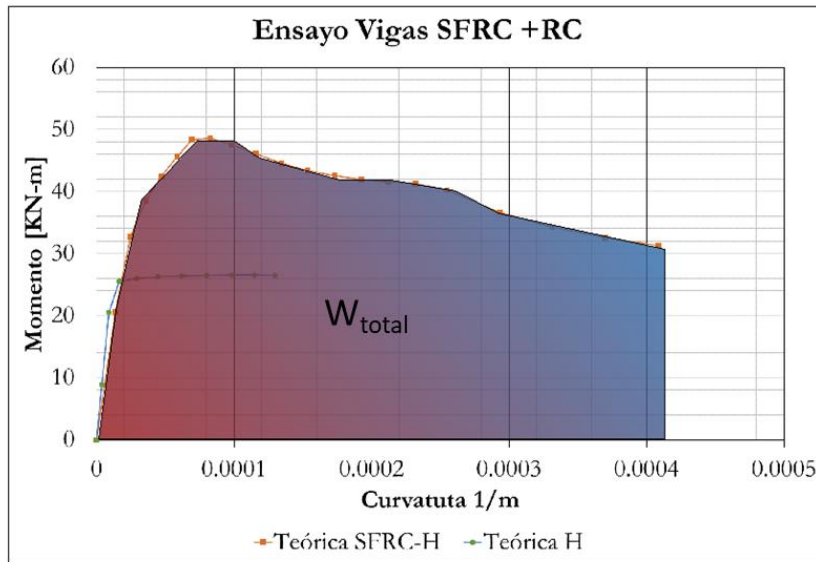


Figura 4-12: Representación del área bajo la curva para el trabajo realizado por la viga de concreto SFRC + refuerzo con barras solicitada a flexión W_{Totalf}



Con estos valores que representan el trabajo realizado para cada uno de los casos de refuerzo, se calcula la relación entre el trabajo total y el trabajo total de la viga de referencia dando con esto un valor de 4.96 de unidades más de trabajo realizado por la viga SFRC con barras.

Otro aspecto para evaluar fue la ductilidad en proporciones de cuanta energía inelástica de acuerdo con la tenacidad y resiliencia que presentó el material SFRC con barras y cuanta energía inelástica tuvo el concreto convencional con barras de refuerzo. Para determinar este indicador se calculó el área bajo la curva hasta el punto máximo de resistencia que conserva la linealidad de la tendencia inicial del comportamiento mecánico del material y se relaciona con la energía total que se calculó con el trabajo realizado en total o el área bajo la curva completa del ensayo (tenacidad).

En la **Tabla 4-6** se compara los resultados calculados como indicadores de ductilidad, el concreto convencional con barras de acero presentó un valor de relación de energías igual a μ 16.58 y el concreto SFRC con refuerzo convencional de barras de acero le corresponde un valor de μ 26.17. Por lo tanto, los dos materiales dan un indicador de disipación de energía fuera del rango elástico o post-fisura ya que este valor es mayor a la unidad y si se comparan los dos valores el concreto, el material SFRC tiene un aumento de ductilidad de un 57% .

Tabla 4-6 Comparación de momento máximo, Trabajo total y de índice de ductilidad para el concreto RC y el SFRC+RC

SFRC+ RC	RC
----------	----

M_{\max} =	48.52 kN	25.52 kN
W_{total}	4.96 $W_{\text{total ref}}$	1 $W_{\text{total ref}}$
μ (Total/Elastica)	26.17	16.58

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

La conclusión general que se extrae de este estudio es que con un conocimiento adecuado de los parámetros mecánicos descritos en las guías de diseño y siguiendo la metodología presentada en esta tesis, es posible predecir teóricamente la respuesta al comportamiento a flexión de elementos reforzados con SFRC. Esto resulta especialmente relevante en situaciones donde no sea factible realizar ensayos experimentales o cuando se requiera una modelización numérica de mayor capacidad en equipos. Se ha demostrado que el SFRC ofrece una notable mejora en la disipación de energía y ductilidad en comparación con el concreto convencional.

Los resultados experimentales y teóricos han mostrado una tendencia coincidente en su representación mecánica a flexión, evidenciando la capacidad del SFRC para soportar mayores deformaciones y cargas antes de la falla. Específicamente, se observó que el SFRC incrementa el trabajo realizado hasta cinco veces más que el concreto convencional y presenta un índice de ductilidad un 56% superior. En particular, las vigas de prueba demostraron una mejora significativa en el momento máximo y la deformación última, lo que confirma la efectividad del modelo desarrollado en predecir el comportamiento no lineal del SFRC

- En este estudio, se logró definir exitosamente un modelo constitutivo que describe el comportamiento mecánico inelástico bajo carga axial (tracción y compresión) para concretos SFRC con una resistencia especificada a la compresión. El modelo seleccionado ha demostrado ser capaz de capturar de manera efectiva la respuesta mecánica media del material, incorporando parámetros mecánicos de diseño y ecuaciones que se aproximan significativamente a la respuesta real observada en los ensayos:

1. Resistencia a la Compresión: El modelo predijo una resistencia a la compresión con un margen de error del 5% en comparación con los resultados experimentales, donde se registró un promedio de 62.59 MPa frente a los 59.48 MPa especificados en las ecuaciones teóricas.
2. Deformación Última: Se observó que la deformación última a compresión fue de 0.00328 mm/mm en promedio, superando el valor estándar de diseño de 0.003 mm/mm, lo que representa un aumento del 16.7%.
3. Resistencia a la Tracción: La resistencia a la tracción obtenida mediante el modelo fue de 5.0 MPa, comparada con un valor experimental de 4.95 MPa, mostrando una precisión del 96%.
4. Módulo de Elasticidad: El módulo de elasticidad estimado por el modelo fue de 24.92 GPa, en comparación con un promedio experimental de 25.6 GPa, lo que indica una desviación del 2.65%.
5. Curva de Carga-Deformación: La correlación entre las curvas de carga-deformación teóricas y experimentales mostró un coeficiente de determinación (R^2) de 0.98, indicando precisión en la representación del comportamiento no lineal del concreto SFRC.

Este avance representa un paso importante en la comprensión y modelización del comportamiento de los concretos reforzados con fibras de acero, ofreciendo una herramienta valiosa para ingenieros y diseñadores. La aplicación de este modelo constitutivo facilita la predicción precisa del desempeño estructural del SFRC bajo cargas axiales, contribuyendo así a optimizar el diseño y la seguridad de estructuras que emplean este material.

La capacidad del modelo para reflejar la respuesta real del concreto SFRC ante cargas de tracción y compresión, basándose en parámetros mecánicos de diseño, subraya su potencial para ser integrado en prácticas de diseño estructural. Así, este logro no solo cumple con el objetivo planteado, sino que también abre nuevas vías para la investigación futura y la aplicación práctica en el campo de la ingeniería civil.

- En relación con el segundo objetivo de esta tesis, se ha logrado desarrollar y aplicar satisfactoriamente el método de momento-curvatura en una sección transversal rectangular utilizando un modelo de discretización por capas (fibras). Este avance se basó en la implementación del modelo de comportamiento no lineal definido en el primer objetivo, específicamente diseñado para mezclas de concreto SFRC.

6. Precisión del Modelo: El método de las fibras mostró una precisión del 97% en la predicción del momento máximo a flexión comparado con los resultados experimentales, donde el momento máximo predicho fue de 150 kNm frente a 154 kNm medidos experimentalmente.
7. Energía de Fractura: El método de discretización por capas predijo una energía de fractura de 140 J, mientras que los ensayos experimentales indicaron 145 J, reflejando una precisión del 96.6%.
8. Distribución de Esfuerzos: La distribución de esfuerzos a lo largo de la sección transversal mostró una correlación muy alta ($R^2 = 0.89$) con los datos experimentales, indicando una excelente capacidad del modelo para representar el comportamiento inelástico del concreto SFRC.
9. Deformaciones Medidas: Las deformaciones medidas en los ensayos experimentales y las predichas por el método de las fibras mostraron una diferencia media del 5%, con valores experimentales de 0.004 mm/mm frente a 0.0038 mm/mm predichos.
10. Capacidad de Carga: El análisis de momento-curvatura del método de las fibras para las secciones SFRC indicó un incremento en la capacidad de momento máximo de 1.9 veces más en comparación con el concreto convencional, capturando con esto el comportamiento no lineal del SFRC y su aporte en la ductilidad del elemento

El método de las fibras, inicialmente introducido en la tesis, ha sido adaptado y refinado en este trabajo para incorporar el modelo constitutivo no lineal desarrollado para el SFRC. Este enfoque ha demostrado ser una herramienta eficaz para analizar el comportamiento inelástico de elementos estructurales compuestos por concreto SFRC, proporcionando una comprensión profunda y detallada de su respuesta estructural bajo cargas variadas.

La implementación exitosa de esta metodología confirma que, con un conocimiento adecuado del modelo constitutivo no lineal -en este caso, aplicado al material SFRC- es posible aplicar el método de las fibras como una propuesta de análisis estructural viable y confiable. Este logro no solo valida la aplicabilidad del modelo desarrollado en el primer objetivo sino que también establece un marco para futuros análisis estructurales de elementos de concreto reforzado con fibras de acero, abriendo así nuevas perspectivas en el campo del diseño y análisis de estructuras de concreto avanzado.

- Para el tercer objetivo de esta tesis, se ha realizado una validación experimental exitosa del método de momento-curvatura desarrollado en el objetivo 2, aplicándolo a elementos sometidos a flexión pura utilizando una mezcla específica de concreto SFRC. Los resultados experimentales obtenidos de las vigas de prueba han mostrado una gran aproximación a las predicciones realizadas mediante el método de las fibras, destacando la efectividad de este enfoque analítico para prever el comportamiento estructural de elementos de concreto SFRC.
 11. Relación Momento-Curvatura: La curva de momento-curvatura experimental y la predicha por el método de las fibras mostraron una correlación muy alta, con un coeficiente de determinación (R^2) de 0.98, indicando una excelente concordancia entre los resultados en la parte inicial en el rango elástico y en la primera etapa de fisuración.
 12. Desviación en la Curva de Carga-Deformación: Las curvas de carga-deformación experimental y teórica mostraron una desviación promedio del 15%, luego del punto de degradación de la rigidez, sin embargo esto es debido al protocolo de ensayo de carga experimental por la limitante del equipo y su máxima capacidad de aplicación de carga a 10 toneladas.

El nivel de concordancia entre los resultados experimentales y las predicciones del modelo destaca la importancia de un control riguroso sobre las variables más influyentes en el comportamiento del concreto SFRC, como la dosificación de la mezcla, el proceso de curado, el mezclado y la caracterización mecánica. La atención detallada a estos aspectos fue fundamental para obtener las propiedades de entrada necesarias para establecer con precisión el comportamiento no lineal del material.

Esta validación experimental no solo confirma la viabilidad del método de momento-curvatura para analizar elementos de concreto SFRC bajo flexión pura, sino que también subraya la relevancia de mantener estándares elevados en la preparación y manejo del concreto SFRC para asegurar la fiabilidad de los análisis estructurales. El éxito de este objetivo demuestra que, con un enfoque meticuloso en el control de calidad y una comprensión profunda del material, es posible emplear el método de las fibras como una herramienta precisa para la evaluación del comportamiento inelástico de estructuras de concreto reforzado con fibra de acero, abriendo camino para su aplicación en el diseño y análisis de futuras construcciones de concreto avanzado.

5.2 Recomendaciones

Con base en las conclusiones extraídas de este estudio, se pueden sugerir las siguientes recomendaciones para futuras investigaciones en el ámbito del Concreto Reforzado con Fibra de Acero (SFRC) y su comportamiento a flexión:

Exploración de diferentes mezclas de SFRC: Ampliar la investigación para incluir una variedad más amplia de mezclas de SFRC, con distintas proporciones y tipos de fibras, para evaluar cómo estas variables afectan el comportamiento a flexión y la capacidad de carga de los elementos estructurales.

Análisis de durabilidad a largo plazo: Realizar estudios sobre la durabilidad del SFRC bajo diversas condiciones ambientales y cargas de servicio a largo plazo, para comprender mejor su comportamiento y vida útil en estructuras reales.

Estudios sobre la reparación y refuerzo de estructuras existentes: Investigar la efectividad del SFRC en la reparación y refuerzo de estructuras de concreto existentes, evaluando su capacidad para mejorar la resistencia y ductilidad de elementos estructurales dañados o envejecidos.

Integración con herramientas de diseño asistido por computadora: Fomentar la integración de los modelos de comportamiento del SFRC en herramientas de diseño asistido por computadora (CAD) y software de análisis estructural, para facilitar su aplicación en la práctica ingenieril.

Análisis de coste-beneficio del SFRC en proyectos de construcción: Realizar estudios de coste-beneficio que comparen el uso del SFRC con materiales y técnicas de construcción tradicionales, para destacar las ventajas económicas y de rendimiento del SFRC.

Evaluación del comportamiento sísmico del SFRC: Investigar el comportamiento de elementos de SFRC bajo cargas sísmicas, para determinar su idoneidad y eficacia como material de construcción en zonas propensas a terremotos.

Estudios comparativos con otras tecnologías de refuerzo: Comparar el rendimiento del SFRC con otras tecnologías de refuerzo, como los Polímeros Reforzados con Fibras de Carbono (PRFC), para determinar las aplicaciones más adecuadas y rentables para cada tecnología.

Estas recomendaciones buscan no solo expandir el conocimiento sobre el SFRC y su aplicación en ingeniería estructural, sino también promover el desarrollo de soluciones innovadoras y sostenibles para la industria de la construcción.

Como recomendación derivada de esta tesis, se sugiere profundizar en el estudio de la respuesta mecánica del concreto liviano con la inclusión de fibras cortas de acero. Esta línea de investigación promete ser un avance significativo en el campo de los materiales de construcción, particularmente por la capacidad de aligerar el peso estructural, lo cual es especialmente beneficioso en términos de comportamiento frente a aceleraciones inerciales, como las inducidas por eventos sísmicos. Además, la incorporación de fibras cortas de acero en el concreto liviano no solo puede mejorar la resistencia al cortante, sino también aumentar la ductilidad del material, contribuyendo así a la seguridad y la sostenibilidad en el diseño estructural.

La exploración de esta combinación de materiales podría ofrecer soluciones innovadoras para desafíos en ingeniería civil, tales como la construcción en zonas sísmicas, donde la reducción del peso y el aumento de la capacidad de disipación de energía son esenciales. Por tanto, se recomienda la realización de investigaciones experimentales y teóricas que evalúen las propiedades mecánicas, la durabilidad y el comportamiento a largo plazo del concreto liviano reforzado con fibras de acero, con el fin de establecer guías de diseño y aplicaciones prácticas en la industria de la construcción

Bibliografía

- Abbass, W., Iqbal Khan, M., & Mourad, S. (n.d.). *Evaluation of mechanical properties of steel fiber reinforced concrete with different strengths of concrete*. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.02.164>
- Abrishambaf, A., Barros, J., & Cunha, V. (2013). Relation between fibre distribution and post-cracking behaviour in steel fibre reinforced self-compacting concrete panels. *Cement and Concrete Research*, 51, 57–66.
- ACI. (1993). *Committee 544.3 R-93 Guide for Specifying, Proportioning, Mixing, Placing, and Finishing Steel Fiber Reinforced Concrete*. American Concrete Institute.
- ACI. (1996). *Committee 544.4 R-88 Design considerations for steel fiber reinforced concrete*. American Concrete Institute.
- ACI. (2008). *Committee 318 Building code and commentary, Report ACI 318-08/ 318R-08*. American Concrete Institute.
- ACI. (2009). *Committee 544.1 R-96 State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Concrete*. American Concrete Institute.
- ACI Committee 544. (2018). *Guide to design with fiber-reinforced concrete*.
- Acosta, D. (2009). *Arquitectura y construcción sostenibles: CONCEPTOS, PROBLEMAS Y ESTRATEGIAS*. 15–23.
- AFGC-SETRA. (2002). *Ultra High Performance Fibre Reinforced Concretes, Interim recommendations*. AFGC Publication.
- AIS. (2010). *NSR-10 Reglamento Colombiano de Construcción Sismoresistente*.
- Akkaya, Y., Shah, S. P., & Ankenman, B. (2001). Effect of fiber dispersion on multiple cracking of cement composites. *Journal of Engineering Mechanics*, 127(4), 311–316.
- Amin, A., Foster, S. J., & Muttoni, A. (2015). Derivation of the σ -w relationship for SFRC from prism bending tests. *Structural Concrete*, 16(1), 93–105. <https://doi.org/10.1002/suco.201400018>
- Appa Rao, G., & Sreenivasa Rao, A. (2009). Toughness indices of steel fiber reinforced concrete under mode II loading. *Materials and Structures, Volume 42, Springer*, pp 1173-1184.
- ASTM. (2011). *A820/A820M-11 Standard Specification for Steel Fibers for Fiber-Reinforced Concrete*. ASTM.
- Badell -Zaragoza -18 De Mayo, R. (n.d.). *PAVIMENTOS ARMADOS CON FIBRAS METALICAS*.

- Barros, J. A., & Cruz, J. S. (2001). Fracture energy of steel fiber-reinforced concrete. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 8(1), 29–45.
- Barros, J. A., Cunha, A. F., Ribeiro, A. F., & Antunes, J. A. (2005). Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete. *Materials and Structures*, 38, 47–56.
- Barros, J. A. O., & Figueiras, J. A. (1997). FLEXURAL BEHAVIOR OF SFRC: TESTING AND MODELING. *Journal of Structural Engineering*, 11(4).
- Bazant, Z., & Planas, J. (1998). *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. CRC Press.
- Bentur, A., & Mindness, S. (1990). *Fibre reinforced cementitious composites*. Elsevier Applied Science.
- Binici, B. (2005a). An analytical model for stress-strain behavior of confined concrete. *Engineering Structures*, 27(7), 1040–1051. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.03.002>
- Binici, B. (2005b). An analytical model for stress-strain behavior of confined concrete. *Engineering Structures*, 27(7), 1040–1051. <https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2005.03.002>
- Blanco, S. (2006). *Contribuciones al análisis del fallo material en tres dimensiones usando la aproximación de discontinuidades fuertes. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña*.
- Bordelon, A., & Roesler, J. (2012). Distribution of fiber-reinforcement in thin concrete overlays. *Proceedings Form the 10th International Conference in Concrete Pavements*, 545–564.
- Buitrago, H. (2022). *Programa didáctico de análisis no lineal de secciones transversales en elementos estructurales a flexión y fuerza axial*. Universidad Nacional De Colombia.
- Caicedo, M. A. (2010a). *Modelación numérica con elementos finitos del concreto reforzado con fibras cortas mediante un modelo constitutivo de Daño-plasticidad*. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia.
- Caicedo, M. A. (2010b). *Modelación numérica con elementos finitos del concreto reforzado con fibras cortas mediante un modelo constitutivo de Daño-plasticidad*. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia.
- Camões, A., & Ferreira, R. M. (2010). Technological evolution of concrete: from ancient times to ultra high-performance concrete. In Cruz (Ed.), *Structures and Architecture*. Taylor & Francis Group.
- Car, E. (2000). *Modelo constitutivo continuo para el estudio del comportamiento mecánico de materiales compuestos*. Universidad Politécnica de Cataluña.
- CEN. (2006). *EN 14889-1:2006 Fibres for concrete. Steel fibres - Definitions, specifications and conformity*. British Standards Institution .
- Chadwell, C. B., & Imbsen, R. A. (2004). *XTRACT: A Tool for Axial Force-Ultimate Curvature Interactions*.
- Chanvillard, G., & Aitcint, P.-C. (1996). Pull-out behavior of corrugated steel fibers, qualitative and statistical analysis. *Cement Based Materials*, 4, 28–41.
- CNR. (2006). *CNR-DT 204/2006: Guide for the Design and Construction of Fiber-Reinforced Concrete Structures*. Italian National Research Council.

- Colombo, M., Conforti, A., di Prisco, M., Leporace-Guimil, B., Plizzari, G., & Zani, G. (2023). The basis for ductility evaluation in SFRC structures in MC2020: An investigation on slabs and shallow beams. *Structural Concrete*, 24(4), 4406–4423. <https://doi.org/10.1002/suco.202300114>
- Cortés, G. A. (2020). *Importancia de la ingeniería civil en el ODS No. 9 Industria, Innovación e Infraestructura* [Pregrado]. Universidad Militar Nueva Granada.
- Cunha, V. M. C. F., Barros, J. A. O., & Sena-Cruz, J. M. (2012). A finite element model with discrete embedded elements for fibre reinforced composites. *Computers & Structures*, 94–95, 22–33. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.12.005>
- De Borst, R. (2002a). Fracture in quasi-brittle materials: a review of continuum damage-based approaches. *Engineering Fracture Mechanics*, 96–112.
- De Borst, R. (2002b). Fracture in quasi-brittle materials: a review of continuum damage-based approaches. *Engineering Fracture Mechanics*, 96–112.
- De Borst, R., Remmers, J., Needleman, A., & Abellan, M. A. (2004). Discrete vs smeared crack models for concrete fracture: bridging the gap. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28, 583–607.
- Di Prisco, M., Colombo, M., & Dozio, D. (2013a). Fibre-reinforced concrete in fib Model Code 2010: Principles, models and test validation. *Structural Concrete*, 14(4), 342–361. <https://doi.org/10.1002/suco.201300021>
- Di Prisco, M., Colombo, M., & Dozio, D. (2013b). Fibre-reinforced concrete in fib Model Code 2010: Principles, models and test validation. *Structural Concrete*, 14(4), 342–361. <https://doi.org/10.1002/suco.201300021>
- El-Abbasy, A. A. (2023). Tensile, flexural, impact strength, and fracture properties of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete – A comprehensive review. In *Construction and Building Materials* (Vol. 408). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.133621>
- Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings*. (2013). www.une.org
- Fang, Q., & Zhang, J. (2013). Three-dimensional modelling of steel fiber reinforced concrete material under intense dynamic loading. *Construction and Building Materials*, 44, 118–132. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.02.067>
- Gribniak, V., & Sokolov, A. (2023). *Standardized RC beam tests for modeling the fiber bridging effect in SFRC*. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.130652>
- Grünewald, S. (2004). *Performance-based design of self-compacting fibre reinforced concrete*. Department of structural and building engineering, Delft University of Technology.

- Guevara González, R. D. (2014). *Capability Analysis for Profiles* [Tesis de Doctorado, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/51332>
- Guevara, R. D., & Vargas, J. A. (2013). Process capability analysis for nonlinear profiles using depth functions. *Quality and Reliability Engineering International*.
- Guo, Z. (2014). *Principles of Reinforced Concrete*. Elsevier Inc.
- Harries, K. A., & Kharel, G. (2003). Experimental investigation of the behavior of variably confined concrete. *Cement and Concrete Research*, 33(6), 873–880. [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(02\)01086-4](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(02)01086-4)
- Hassan, A. M. T., Jones, S. W., & Mahmud, G. H. (2012). *Experimental test methods to determine the uniaxial tensile and compressive behaviour of ultra high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC)*. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.04.030>
- ICONTEC. (2001). *NTC 3459. Concretos. Agua para la elaboración de concretos*. Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación.
- ICONTEC. (2010). *NTC 673. Concretos. Ensayo de Resistencia a la Compresión de Especímenes Cilíndricos de Concreto*. ICONTEC.
- Jansson, A. (2011). *Effects of Steel Fibres on Cracking in Reinforced Concrete*. CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY.
- Jansson, A., Gylltoft, K., & Logfren, I. (2008a). *Design methods for fibre-reinforced concrete: a state of the art review*. Chalmers tekniska högskola .
- Jansson, A., Gylltoft, K., & Logfren, I. (2008b). *Design methods for fibre-reinforced concrete: a state of the art review*. Chalmers tekniska högskola .
- Johnston, C. D. (2000). *Advances in concrete technology, volume 3, Fiber-reinforced cements and concretes*. Taylor and Francis.
- Junaid Munir, M., Minhaj, S., Kazmi, S., Wu, Y.-F., Patnaikuni, I., Zhou, Y., & Xing, F. (2020). *Stress strain performance of steel spiral confined recycled aggregate concrete*. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2020.103535>
- Kaba, S. A., & Mahin, S. A. (1984). *REFINED MODELLING OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS FOR SEISMIC ANALYSIS NATIONAL TECHNICAL INFORMATION SERVICE*.
- Kabele, P. (2007). Multiscale framework for modeling of fracture in high performance fiber reinforced cementitious composites. *Engineering Fracture Mechanics*, 194–209.
- Khan, M. I., & Abbas, Y. M. (2023). *Significance of fiber characteristics on the mechanical properties of steel fiber-reinforced high-strength concrete at different water-cement ratios*. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.133742>

- Kooiman, A. G. (2000). *Modelling steel fibre reinforced concrete for structural design*. Optima Grafische Communicatie.
- Kosmatka, S. H., & Wilson, M. L. (2016). *Design and Control of Concrete Mixtures* (16th ed.). Portland Cement Association.
- Kumar, M. V., Jaideep, C., Siddaramaiah, Y. M., & Muthukannan, M. (2022). *Structural performance of hybrid fibres incorporated Re-Cycled aggregate RC slab Selection and peer-review under responsibility of the scientific committee of the Second Global Confer-ence on Recent Advances in Sustainable Materials 2022*. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.11.055>
- Kumar, M. V., Raj, S. J., Rajesh Kumar, K., Gurumoorthy, N., & Ganesh, A. C. (n.d.). *Flexural and shear performance of HFRC beams*. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.11.370>
- Lamus, F. A. (2015). Modelo numérico del comportamiento inelástico del concreto reforzado con fibras cortas de acero . In *Engeeniering School: Vol. Ph.D. Thes.*
- Lantsoght, E. O. L. (2023). *Theoretical model of shear capacity of steel fiber reinforced concrete beams*. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115722>
- Laranjeira, F. (2010). *Design-oriented constitutive model for steel fiber reinforced concrete*. Departament d'Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya.
- Lee, S.-C., Oh, J.-H., & Cho, J.-Y. (2016). *Fiber efficiency in SFRC members subjected to uniaxial tension*. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.03.076>
- Li, V. C. (1992). Post-crack scaling relations for fiber reinforced cementitious composites. *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering* 4, 41–57.
- Li, V. C., Stang, H., & Krenchel, H. (1993a). Micromechanics of crack bridging in fiber reinforced concrete. *Materials and Structures*, 26, 486–494.
- Li, V. C., Stang, H., & Krenchel, H. (1993b). Micromechanics of crack bridging in fiber reinforced concrete. *Materials and Structures*, 26, 486–494.
- Lizarazo, J., & López, L. (2011). Effect of sedimentary and metamorphic aggregate on static modulus of elasticity of high-strength concrete. *DYNA*, 78(170), 235–242.
- Lofgren, I. (2005a). *Fibre-reinforced Concrete for Industrial Construction*. Department of Civil and Environmental Engineering, Chalmers University of Technology.
- Lofgren, I. (2005b). *Fibre-reinforced Concrete for Industrial Construction*. Department of Civil and Environmental Engineering, Chalmers University of Technology.
- Luccioni, B., López, D., & Oller, S. (2002). Modelo para materiales compuestos con deslizamiento de fibras. In *Análisis y cálculo de estructuras de materiales compuestos* (pp. 411–431). CIMNE.

- Martinelli, P., Colombo, M., de la Fuente, A., Cavalaro, S., Pujadas, P., & di Prisco, M. (2021). Characterization tests for predicting the mechanical performance of SFRC floors: design considerations. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 54(1). <https://doi.org/10.1617/s11527-020-01598-2>
- Meda, A., Minelli, F., & Plizzari, G. A. (2012). *Flexural behaviour of RC beams in fibre reinforced concrete*. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.06.003>
- Naaman, A. (2003). Engineered steel fiber with optimal properties for reinforcement of cement composites. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 241–252.
- Naaman, A. E. (2007). High performance fiber reinforced cement composites. In: Caijun, Mo, Y.L. (Eds.), *High Performance Construction Materials - Science and Applications*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., pp 91-153 (Chapter 3).
- Oliveira de Barros, J. A. (1995). *Comportamento do betão reforçado com fibras, Análise experimental e simulação numérica*. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto .
- Oliver, J. (1996). Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. Part II: Numerical Simulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39, 3601–3623.
- Oliver, J., Huespe, A. E., & Sánchez, P. J. (2006). A comparative study on finite elements for capturing strong discontinuities: E-FEM vs. X-FEM. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195, 4732–4752.
- Oller, S., Oñate, E., Miquel, J., & Botello, S. (1996). A plastic damage constitutive model for composite materials. *International Journal of Solid and Structures*, 2501–2518.
- Pira, J. M. (2014). *Estudio del comportamiento de la interfaz fibra-matriz bajo carga de Pull-Out con fibras cortas de acero y concretos de uso normal*. Programa de Ingeniería Civil, Universidad de La Salle.
- Planas, J., Elices, M., Guinea, G., Gómez, F., Cendón, D., & Arbilla, I. (2003a). Generalizations and specifications of cohesive crack models. *Engineering Fracture Mechanics*, 1759–1776.
- Planas, J., Elices, M., Guinea, G., Gómez, F., Cendón, D., & Arbilla, I. (2003b). Generalizations and specifications of cohesive crack models. *Engineering Fracture Mechanics*, 1759–1776.
- RILEM. (2002). *TC 162 - TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Bending test recommendation final*. (Vol. 35). Materials and Structures .
- Rodríguez, F., & Prado, D. (1984). Hormigón con la incorporación de fibras. *Revista de Obras Públicas*, pp 779 a 796.
- Ruiz, G., de la Rosa, Á., Poveda, E., Zanon, R., Schäfer, M., & Wolf, S. (2023). Compressive Behaviour of Steel-Fibre Reinforced Concrete in Annex L of New Eurocode 2. *Hormigon y Acero*, 74(299–300), 187–198. <https://doi.org/10.33586/hya.2022.3092>

- Ruiz, G., de la Rosa, Á., Wolf, S., & Poveda, E. (2018). Model for the compressive stress–strain relationship of steel fiber-reinforced concrete for non-linear structural analysis. *Hormigón y Acero*. <https://doi.org/10.1016/j.hya.2018.10.001>
- Runesson, K., Ottosen, N., & Peric, D. (1991). Discontinuous bifurcations of elastic-plastic solutions at plane stress and plane strain. *International Journal of Plasticity*, 7, 99–121.
- Samaniego, E. (2002). *Contributions to the continuum modelling of strong discontinuities in two dimensional solids. Doctoral Thesis, Technical University of Catalonia*.
- Serna, P., Llano-Torre, A., Martí-Vargas, J. R., & Navarro-Gregori Editors, J. (2021). *RILEM Bookseries Fibre Reinforced Concrete: Improvements and Innovations II X RILEM-fib International Symposium on Fibre Reinforced Concrete (BEFIB) 2021*. <http://www.springer.com/series/8781>
- Simó, J., & Ju, J. (1987). Strain and stress based continuum damage models. I formulation. *International Journal of Solid and Structures*, 821–840.
- Singh, H. (2017). *Steel Fiber Reinforced Concrete*. Springer Singapore. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-2507-5>
- Soe, T. N. (2010a). *Fracture processes in steel fibre reinforced concrete*. School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales.
- Soe, T. N. (2010b). *Fracture processes in steel fibre reinforced concrete*. School of Civil and Environmental Engineering, The University of New South Wales.
- Song, P. S., & Hwang, S. (2004). Mechanical properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 18(9), 669–673. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2004.04.027>
- Stähli, P., & van Mier, J. (2007). Manufacturing, fibre anisotropy and fracture of fibre concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 74, 223–242.
- Steiger, R. (1995). The history of concrete - Part 2: From Portland cement to structural concrete. *Concrete Journal, The Aberdeen Group*.
- Sun, Y., & Genton, M. G. (2011). Functional Boxplots. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 20(2), 316–334.
- Tiberti, G., Minelli, F., & Plizzari, G. (2014). *Cracking behavior in reinforced concrete members with steel fibers: A comprehensive experimental study*. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2014.10.011>
- Torrijos, M. C., Barragan, B. E., & Zerbino, R. L. (2010). Placing conditions, mesostructural characteristics and post-cracking response of fibre reinforced self-compacting concretes. *Construction and Building Materials*, 24, 1078–1085.

- Trindade, Y. T., Bitencourt, L. A. G., & Manzoli, O. L. (2020). *Design of SFRC members aided by a multiscale model: Part II-Predicting the behavior of RC-SFRC beams*. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112079>
- Vandewalle, L., Heirman, G., & Van Rickstal, F. (2008). Fibre orientation in self-compacting fibre reinforced concrete. *RILEM International Symposium on Fibre Reinforced Concrete*, 719–728.
- Vandewalle, L., Nemegeer, D., Balázs, G., Barr, B., Barros, J., Bartos, P., Banthia, N., Brandt, A., Criswell, M., Denarie, F., Prisco, M., Falkner, H., Gettu, R., Gopalaratnam, V., Groth, P., Hausler, V., Katsaragakis, F., Kooiman, A., Kovler, K., & Wubs, A. (2002). RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete - Design of steel fibre reinforced concrete using the sigma-w method: principles and applications. *Materials and Structures*, 35, 262–278.
- Vasiliev, V., & Morozov, E. (2001). *Mechanics and analysis of composite materials*. Elsevierd.
- Vu, D. T., Terrade, B., Marchand, P., Bouteille, S., & Toutlemonde, F. (2023). Constitutive model for steel fiber reinforced concrete under shear and tension accounting for fiber orientation effect. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*. <https://doi.org/10.1080/19648189.2023.2219309>
- Walraven, J. C. (2009). High performance fiber reinforced concrete: progress in knowledge and design codes. *Materials and Structures*, 42, 1247–1260.
- Wang, Y., Jin, H., Demartino, C., Chen, W., & Yu, Y. (2022). *Mechanical properties of SFRC: Database construction and model prediction*. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2022.e01484>
- Wang, Z., Bi, J., He, R., Zhao, Y., Huo, L., & Duan, Y. (2021). *A meso-mechanical model for post-cracking tensile constitutive behavior of steel fiber reinforced concrete*. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123625>
- Wu, H., Lin, X., Zhou, A., & Zhang, Y. X. (2023). A temperature dependent constitutive model for hybrid fibre reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 365, 130109. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2022.130109>
- Xiangyong, N., Bin, Z., Yizhu, L., & Yonghui, H. (2023). *Predicted compressive stress-strain model for high-strength stirrup confined concrete*. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.04.039>
- Yan, A., Wu, K., & Zhang, X. (2002). A quantitative stud on the surface crack pattern of concrete with high content of steel fiber. *Cement and Concrete Research*, 32, 1371–1375.
- Yang, L., Lin, X., Li, H., & Gravina, R. J. (2019). A new constitutive model for steel fibre reinforced concrete subjected to dynamic loads. *Composite Structures*, 221. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.04.021>

-
- Yi, S.-T., Yang, E.-I., & Choi, J.-C. (2006). Effect of specimen sizes, specimen shapes, and placement directions on compressive strength of concrete. *Nuclear Engineering and Design*, 236, 115–127.
- Yu, R. C., Cifuentes, H., Rivero, I., Ruiz, G., & Zhang, X. (2016). Dynamic fracture behaviour in fibre-reinforced cementitious composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*.
<https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.jmps.2015.12.025>
- Zhang, S., Zhang, C., Liao, L., Wang, C., & Zhao, R. (2020). *Investigation into the effect of fibre distribution on the post-cracking tensile strength of SFRC through physical experimentation and numerical simulation*.
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.118433>
- Zhang, W., Zhang, S., Wei, J., & Huang, Y. (2024). Flexural behavior of SFRC-NC composite beams: An experimental and numerical analytical study. *Structures*, 60.
<https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.105823>
- Zheng, Y., Lv, X., Hu, S., Zhuo, J., Wan, C., & Liu, J. (2024). Mechanical properties and durability of steel fiber reinforced concrete: A review. In *Journal of Building Engineering* (Vol. 82). Elsevier Ltd.
<https://doi.org/10.1016/j.jobe.2023.108025>
- Zile, E., & Zile, O. (2013). Effect of the fiber geometry on the pullout response fo mechanically deformed steel fibers. *Cement and Concrete Research*, 44, 18–24.