UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Análisis de la subsidencia asociada a explotaciones mineras subterráneas

Jose Juan Aguilar Hernández

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Medellín, Colombia

2025

Análisis de la subsidencia asociada a explotaciones mineras subterráneas

Jose Juan Aguilar Hernández

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Ingeniería – Recursos Minerales

Director:

Ph.D., Moisés Oswaldo Bustamante Rúa

Codirector:

Omar Edison Giraldo

Línea de Investigación: Minería Subterránea

Grupo de Investigación:

Instituto de Minerales CIMEX

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Medellín, Colombia

2025

Declaración de obra original

Yo declaro:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

Jose Juan Aguilar Hernández

21/04/2025

Agradecimientos

A mis padres, Servio Aguilar y Nasly Hernández, por inculcarme el amor a Dios, a la educación, la pasión y amor por lo que se hace; a mis hermanos, mi tía y mi esposa, Jhara Lambraño.

Especialmente a los profesores Moisés Oswaldo Bustamante Rúa y Omar Édison Giraldo, por su invaluable contribución al sector minero educativo y productivo, así como por su disposición y confianza.

Resumen

Análisis de la subsidencia asociada a explotaciones mineras subterráneas.

Una de las consecuencias del agotamiento de una reserva mineral por aprovechamiento mediante la extracción por cualquier sistema de explotación subterránea es la subsidencia, la cual es derivada de reajuste del macizo rocoso ante un nuevo estado de esfuerzos geo mecánicos producto de la actividad minera realizada.

En el presente trabajo se efectúa una recopilación y análisis de modelos de subsidencia existentes que permiten hacer una estimación de los valores de subsidencia inherentes al cualquier proyecto subterráneo, para lo anterior de realiza una línea base de métodos desde los empíricos hasta los métodos basados en modelos teóricos, los cuales según las características de macizo rocoso y/o sistema de explotación son aplicables.

A partir de los modelos definidos se realiza una estimación de subsidencia a partir de datos de un caso específico, lo cual representa un insumo para la toma de decisiones de diseño a partir de la predicción del comportamiento de un macizo rocoso frente a las explotaciones mineras.

El uso de modelos de predicción de subsidencia permite implementar estrategias para su control realizando una prevención y monitoreo que permitan la aplicación de medidas que puedan disminuir el impacto asociado a la subsidencia, como lo es el diseño geométrico adecuado y el establecimiento de zonas de amortiguamiento.

Palabras clave: Subsidencia, estimación, macizo rocoso y reservas.

Abstract

Analysis of Subsidence Associated with Underground Mining Operations.

One of the consequences of depleting a mineral reserve through extraction via any underground mining system is subsidence, which results from the rock mass's readjustment to a new state of geomechanical stresses induced by the mining activity.

This paper compiles and analyzes existing subsidence models that enable the estimation of subsidence values inherent to any underground project. To this end, a baseline of methods is established, ranging from empirical approaches to methods based on theoretical models, which are applicable according to the rock mass's characteristics and/or the mining system.

Based on the defined models, a subsidence estimation is performed using data from a specific case, thereby providing input for design decision-making through the prediction of rock mass behavior in response to mining operations.

The implementation of subsidence prediction models facilitates the development of control strategies through proactive prevention and monitoring. Consequently, this allows for the application of measures designed to mitigate the impact associated with subsidence, such as appropriate geometric design and the establishment of buffer zones.

Keywords: Subsidence, estimation, rock mass, and reserves.

Contenido

Resumen ..... **VII**

Lista de figuras **1**

Lista de Tablas **2**

INTRODUCCIÓN **3**

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA **5**

2. OBJETIVOS **6**
2.1 OBJETIVO GENERAL 6
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 6

3. ESTABILIDAD DE MACIZOS **7**
3.1 Métodos de Clasificación del Macizo Rocoso 7
3.1.5 Modelo de Hoek y Brown 12
13
3.1.6 Índice de Resistencia Geológica (GSI). 13

4. MODELOS DE SUBSIDENCIA **15**
4.1 Subsidencia en Minería Subterránea 18
4.2 Métodos Empíricos 20
4.2.1 Método del Ángulo de Intersección 21
4.2.2 Método Británico de Curvas de Perfil 22
4.2.3 Método Ruso de Curvas de Perfil 24
4.2.4 Método Polaco de Curvas de Perfil 24
4.2.5 Método Húngaro de Curvas de Perfil 24
4.2.6 Método Programado de Curvas de Perfil 25
4.3 Integración de Métodos Empíricos 26
4.4 Métodos Basados en Funciones de Influencia 27
4.4.1 Método Gráfico en Estratos Horizontales 28
4.4.2 Métodos de Ajuste para Superposición Distorsionada 28
4.4.3 Cuadrículas de Integración en Estratos Inclinados 29
4.4.4 Métodos Semigráficos y Análogos 29
4.4.5 Cálculo Programado del Factor de Influencia 29
4.5 Métodos Basados en Modelos Teóricos 30
4.5.1 Modelo Estocástico 30
4.5.2 Modelo Elástico 32
4.5.3 Modelo Plástico 32
4.5.4 Modelo de Elementos Finitos 33
4.6 Método Mining Rock Mass Rating (MRMR) de Laubscher 33

4.6.1 Validación Industrial del MRMR 2000.....39
4.7 Método Pariseau..... 42
4.7.1 Calculo conceptual de profundidad del cráter de subsidencia (según Pariseau). 45
4.8 Aplicación Prácticas de la Teoría..... 46
4.8.1 Estimación de Propiedades Hidráulicas mediante MRMR en Minería por Hundimiento. 46
4.8.2 Consideraciones para proyectos mineros de acuerdo con su etapa.....50

5. ANÁLISIS Y MODELAMIENTO DE DATOS 52

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 56
6.1 Conclusiones 56
6.2 Recomendaciones 57

BIBLIOGRAFÍA 58

Lista de figuras

Figura 1. Aplicación de RQD en una perforación. 8
Figura 2. Índice de RSR..... 9
Figura 3. Valores Q..... 11
Figura 4.Curva de esfuerzos..... 13
Figura 5. Caracterización del macizo rocoso para estimar su resistencia. 14
Figura 6. índice geológico de Resistencia..... 14
Figura 7 . El método de ángulos de intersección para la construcción de perfiles de subsidencia..... 21
Figura 8. El perfil de subsidencia 22
Figura 9. A, B, C. Diagramas para la construcción de perfiles de subsidencia 23
Figura 10. método de determinación del área de influencia 25
Figura 11 Integracion de metodos..... 27
Figura 12. Subsidencia para un punto P 31
Figura 13.Caracterización de subsidencia en Block caving..... 34
Figura 14. Relación de MRMR y ángulo de cavidad 35
Figura 15. Diagrama de flujo para el cálculo del IRMR 36
Figura 16. Factores de Ajuste 37
Figura 17. Gráfica de estabilidad de Laubscher con casos reales..... 38
Figura 18. Ilustración conceptual de las zonas de influencia en la subsidencia..... 38
Figura 19. Zona de falla en función del MRMR. 39
Figura 20. Vetas cementadas 40
Figura 21. Diferencias de RQD y MRMR 42
Figura 22. Arco natural. 43
Figura 23. Croquis de una excavación debajo de la superficie del suelo..... 44
Figura 24. Bosquejo de una cámara que resulta en hundimiento de la superficie. 44
Figura 25. Punto de extracción único y chimenea de estéril que fluye sobre el estéril. 45
Figura 26: Factores de correccion MRMR..... 47
Figura 27. Clasificación del macizo rocoso 47
Figura 28.Gráfico de relación de RQD y permeabilidad. 49
Figura 29.Distribución de permeabilidad 49
Figura 30. Efectos de los planos de debilidad principales en la subsidencia. 50
Figura 31. Determinación del ángulo de quiebre para el cráter según la calidad del macizo rocoso..... 53

Lista de Tablas

Tabla 1. Resultados del cálculo del ángulo de quiebre y el radio del cráter. 54
Tabla 2. Datos de entrada para cálculo conceptual profundidad del cráter. 54
Tabla 3. Resultados análisis de sensibilidad profundidad del cráter..... 54
Tabla 4. Análisis de sensibilidad en el factor de subsidencia. 55

INTRODUCCIÓN

La subsidencia es un proceso geomecánico que ocurre como consecuencia de la extracción de materiales del subsuelo, ya sean líquidos, sólidos o gaseosos. Si bien es un efecto inherente a la explotación de recursos, no puede eliminarse por completo, pero sí controlarse mediante la predicción de su comportamiento. Para ello, es fundamental contar con un conocimiento sobre la explotación de los recursos a gran profundidad y aplicar modelos predictivos que permitan estimar su impacto en la superficie.

En minería subterránea, los métodos de explotación están diseñados para maximizar la recuperación del mineral, estableciendo parámetros geométricos que garanticen la rentabilidad de la operación. Sin embargo, la extracción de reservas genera cambios en la orientación y magnitud de los esfuerzos que gobiernan la estabilidad el macizo rocoso, provocando deformaciones como respuesta a una nueva redistribución de tensiones en las zonas explotadas.

Un aspecto clave a considerar, es que la subsidencia es un proceso geo mecánico que es dependiente del tiempo, y por lo que sus efectos en superficie no siempre son inmediatos al evento de la explotación minera. Además, su magnitud y alcance están influenciados por diversos factores, entre ellos: el método de explotación, la litología y estructura geológica del depósito, así como la profundidad y el tamaño de la excavación y la tasa de explotación (Pariseau, 2011)

Los impactos en la superficie pueden representar desafíos técnicos y económicos significativos, ya que requieren soluciones de ingeniería para mitigar sus efectos. Esto genera un constante debate entre la maximización de la recuperación de reservas y la necesidad de minimizar las alteraciones en la superficie derivadas del fenómeno de subsidencia. (Pariseau, 2011)

Para comprender y predecir mejor la subsidencia, es fundamental el uso de herramientas geotécnicas como el sistema MRMR *(*Sainsbury, 2012), que permite caracterizar el macizo rocoso y anticipar su respuesta ante la explotación minera. Además, la subsidencia no solo depende del método de extracción, sino también de la fragmentación del macizo, influyendo en la estabilidad y magnitud del hundimiento (Pariseau, 2011)

Estudios en explotaciones mineras subterráneas bajo block-caving (Hoek and brown,2002) han demostrado que la subsidencia puede extenderse más allá de la zona de explotación, afectando infraestructura y ecosistemas cercanos. Por ello, el monitoreo en tiempo real con

tecnologías como escaneo láser, sensores de deformación y modelos numéricos avanzados permite predecir su evolución y optimizar la explotación sin comprometer la seguridad ni la estabilidad del entorno. (Hoek,2025)

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La subsidencia por excavaciones subterráneas es un fenómeno geomecánico que puede generar deformaciones significativas en la superficie del terreno y en las estructuras situadas sobre ella, comprometiendo la estabilidad de infraestructuras y ecosistemas. Se han demostrado que la subsidencia no solo está influenciada por la geometría y profundidad de la excavación, sino también por las características geotécnicas del macizo rocoso, la presencia de discontinuidades y la magnitud de los esfuerzos naturales preexistentes (Pariseau, 2011). En minería subterránea, la falta de un adecuado análisis de la subsidencia puede derivar en colapsos, generación de grietas y alteraciones en el flujo de aguas subterráneas, lo que resalta la necesidad de evaluar con precisión el comportamiento del macizo antes, durante y después de la excavación.

El impacto que la subsidencia tiene en la estabilidad de las excavaciones subterráneas y su relación con los sistemas de sostenimiento utilizados, ha evidenciado que los métodos empíricos tradicionales de predicción de subsidencia pueden subestimar los efectos reales en terrenos altamente fracturados o con presencia de materiales de baja cohesión (Pariseau, 2011), lo que ha impulsado el desarrollo de modelos numéricos y enfoques híbridos que integran datos geomecánicos, geofísicos y monitoreo en tiempo real (Hoek,2025). Comprender y predecir con mayor exactitud la subsidencia permite optimizar el diseño de excavaciones subterráneas, reducir los costos de sostenimiento y mitigar los impactos ambientales y sociales asociados a la actividad minera y de infraestructura subterránea.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Analizar modelos para el estudio de la subsidencia en el área de influencia del proyecto y definir los límites de la zona previsiblemente afectada.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Formular la modelística actual respecto a la subsidencia generada por explotaciones mineras subterráneas.
- Aplicar las metodologías de estimación de subsidencia en un caso particular.

3. ESTABILIDAD DE MACIZOS

La estabilidad del macizo rocoso es un factor determinante para las operaciones mineras subterráneas, dado que el macizo rocoso como conjunto de roca intacta y sus discontinuidades depende de la interacción y de las condiciones geomecánicas a las que esté sometido, dado que la resistencia del macizo está relacionada con sus características mecánicas (isótropa o anisótropa), la resistencia a la compresión y la mineralógica, y las discontinuidades como fracturas, fallas y diaclasas modifican su comportamiento ante cargas externas, por lo tanto influye en viabilidad de los proyectos mineros. (Pariseau, 2011)

La alta variabilidad en los valores de resistencia de los macizos rocosos responde a múltiples factores, entre ellos la intensidad y orientación de las discontinuidades, la presencia de rellenos, la alteración de la roca y las condiciones ambientales a las que está sometido el macizo (Barton,1974). Variables como las tensiones naturales del terreno, la influencia de esfuerzos tectónicos y la interacción con el agua subterránea pueden modificar significativamente la estabilidad del macizo rocoso. Así, la estabilidad del macizo es indispensable para el diseño y operación eficientes como seguras, por el contrario, un macizo inestable puede generar colapsos y subsidencia.

Para garantizar la estabilidad en las excavaciones subterráneas, se han desarrollado diversos métodos de clasificación geomecánica del macizo rocoso. Estos métodos permiten caracterizar y diseñar el macizo rocoso. Entre los sistemas más utilizados se encuentran el RMR de Bieniawski (Laubscher ,1990), el índice Q de Barton, (Barton, 1974) y el MRMR de Laubscher (Laubscher,1990), cada uno con enfoques particulares que integran propiedades geotécnicas, condiciones estructurales y efectos inducidos por la minería.

3.1 Métodos de Clasificación del Macizo Rocoso

Varios autores han desarrollado métodos para evaluar la estabilidad del macizo rocoso, como lo planteó Hoek y Brown (1980), la resistencia y estabilidad de un macizo rocoso dependen de la interacción entre las propiedades intrínsecas de la roca intacta y la presencia de discontinuidades. Bieniawski (1976) introdujo el sistema RMR (Rock Mass Rating), Barton *et al.* (1974) desarrolló un método para clasificar macizos en función de su resistencia y discontinuidades llamándolo *Q* de Barton. Posteriormente, Laubscher (1990)

definió los conceptos en el sistema MRMR (*"Mining Rock Mass Rating"*), que ajusta las condiciones del macizo según los efectos inducidos por la minería el cual se detallará más adelante. Se realiza una descripción de cada método de clasificación del macizo rocoso.

3.1.1. Índice RQD (Rock Quality Designation)

El *RQD* fue desarrollado por Deere (1964) como una forma de evaluar la calidad del macizo rocoso a partir de los testigos de perforación en exploraciones geotécnicas y mineras. Se define como el porcentaje de la suma de la longitud de los fragmentos de testigo de perforación mayores a 10 cm respecto a la longitud total de la perforación considerada.

$$RQD = \frac{\sum L_i}{L_T} \times 100 \qquad (1)$$

L_i: Longitud de cada fragmento de testigo de perforación mayor a 10 cm.

L_T: Longitud total del sondeo considerado.

RQR 90 - 100	-	Excelente
RQR 75 - 90	-	Bueno
RQR 50 - 75	-	Regular
RQR 25 - 50	-	Malo
RQR 0 - 25	-	Muy malo

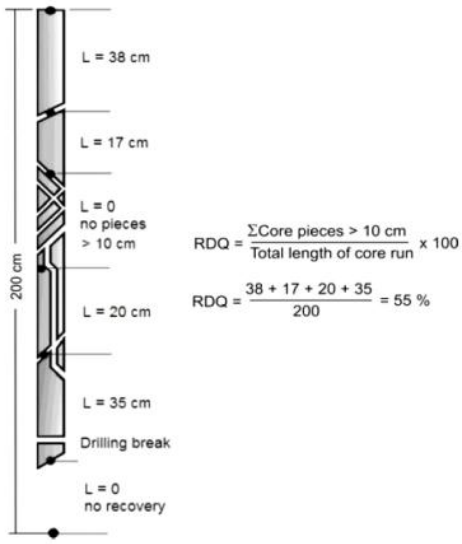

Figura 1. Aplicación de RQD en una perforación.

Deere, D.U. (1964). *Technical description of rock cores for engineering purposes.* Rock Mechanics and Engineering Geology.

3.1.2. Índice RSR (Rock Structure Rating)

El sistema RSR fue desarrollado por Wickham, Tiedemann y Skinner en 1972 para clasificar macizos rocosos en términos de estabilidad estructural en túneles en función de tres factores principales, las condiciones generales del macizo rocoso, incluyendo el tipo de roca, su resistencia y nivel de alteración; las características estructurales de las discontinuidades, como su espaciamiento, orientación y presencia de relleno; las condiciones de carga, que consideran la influencia de esfuerzos in situ y la presión de agua en las discontinuidades. La calificación del RSR se estima sumando los valores asignados a cada uno de estos factores, proporcionando una escala que permite estimar la estabilidad del macizo y definir los requerimientos de sostenimiento.

$$RSR = R_1 + R_2 + R_3 \tag{2}$$

R_1: Condiciones generales del macizo (tipo de roca, resistencia y alteración).

R_2: Características de las discontinuidades (espaciamiento, orientación, relleno).

R_3: Condiciones de las cargas (presión del agua, estado de esfuerzos).

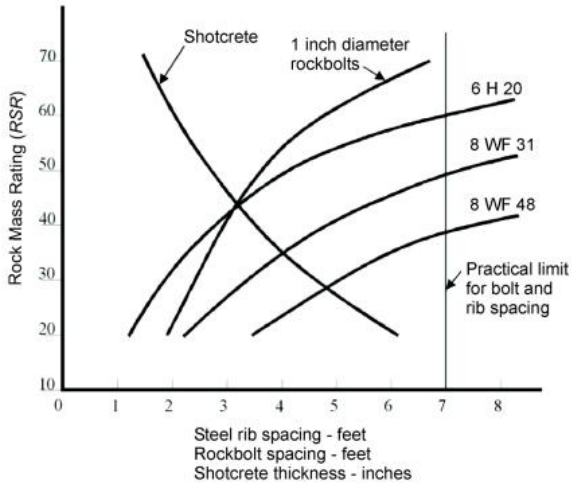

Figura 2. Índice de RSR

(Wickham, 1972)

3.1.3. Método RMR (Rock Mass Rating)

Desarrollado por Bieniawski en 1976, el sistema RMR asigna puntuaciones a la calidad del macizo rocoso basadas en parámetros que permite determinar la estabilidad del terreno como lo son la resistencia a la compresión de la roca intacta, el índice de calidad de las discontinuidades (*RQD*) desde 3 puntos para un valor inferior al 25% hasta 20 puntos para un valor de *RQD* superior al 90%, el espaciamiento de discontinuidades dando 20 puntos para diaclasas separadas más de 2 m y un valor mínimo de 5 para diaclasas espaciadas menos de 6 cm, las condiciones hidrogeológicas en la presión del agua, en fracturas 15 para un macizo rocoso seco y un valor de 0 para cuando el agua está fluyendo entre las juntas con un caudal superior a 125 l/min o la relación presión de agua/tensión principal mayor es superior a 0,5 y por ultimo las condiciones de las discontinuidades como la rugosidad, relleno y alteraciones. Cada uno de estos parámetros recibe una puntuación, y la suma total clasifica el macizo en una escala de 0 a 100:

RMR 81-100	-	Excelente
RMR 61-80	-	Bueno
RMR 41-60	-	Regular
RMR 21-40	-	Malo
RMR 0-20	-	Muy malo

3.1.4. Método *Q* de Barton

Evalúa la calidad del macizo en función de la resistencia de la roca, el tipo de discontinuidades y la presión del agua (Barton *et al.,* 1974). El índice *Q* de Barton se basa en seis parámetros que reflejan la resistencia y la estabilidad del macizo rocoso. Este criterio permite estimar parámetros geomecánicos del macizo rocoso y el diseño de las excavaciones subterráneas. Donde se indica un índice Q el cual varía entre 0,001 y 1000 por medio de los siguientes parámetros

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \times \frac{J_r}{J_a} \times \frac{J_w}{SRF} \tag{3}$$

donde:

RQD: Índice de calidad de la roca.

J_n: Número de familias de discontinuidades.

J_r: Rugosidad de las discontinuidades.

J_a: Alteración de las discontinuidades.

J_w: Factor de reducción por agua.

SRF: Factor de reducción por tensiones inducidas.

Los valores del índice Q pueden variar ampliamente y permiten clasificar el macizo rocoso en:

Q = 0,00 y 0,01	-	Roca excepcionalmente mala
Q = 0,01 y 0,1	-	Roca extremadamente mala
Q = 0,1 y 1	-	Roca muy mala
Q = 1 y 4	-	Roca mala
Q = 4 y 10	-	Roca media
Q = 10 y 40	-	Roca buena
Q = 40 y 100	-	Roca muy buena
Q = 100 y 400	-	Roca extremadamente buena
Q = 400 y 1.000	-	Roca excepcionalmente buena

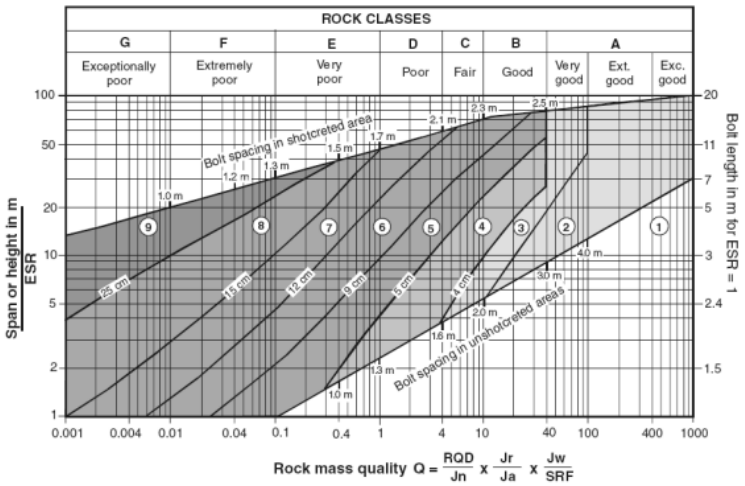

Figura 3. Valores Q

(Barton, 1974)

3.1.5 Modelo de Hoek y Brown

Este modelo planteado por Hoek y Brown (Hoek and brown,2002) se desarrolla bajo un criterio empírico para estimar la resistencia y el comportamiento del macizo rocoso con base en la interacción entre la roca intacta y las discontinuidades. Este se basa en la resistencia a la compresión de la roca intacta y el parámetro (mi) que representa la calidad del macizo rocoso el cual depende del tipo de roca y su estado de fracturamiento. (González de Vallejo et al., 2002)

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci}\left(m_b\frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^a \tag{4}$$

Donde:

σ_1 Esfuerzo principal máximo.

σ_3 Esfuerzo principal mínimo.

σ_{ci} Resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta.

$m_b, s\ y\ a$ Parámetros empíricos que dependen del estado del macizo rocoso.

$$m_b = m_i * \exp\left(\frac{(GSI - 100)}{(28 - 14D)}\right) \tag{5}$$

$$s = \exp\left(\frac{(GSI - 100)}{(9 - 3D)}\right) \tag{6}$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\left(e^{\frac{(-GSI)}{15}} - e^{\frac{(-20)}{3}}\right) \tag{7}$$

En el entorno de una excavación la rotura se inicia cuando los esfuerzos generados exceden el valor σ_c, y se propagan generando un campo de esfuerzos biaxial, dentro del área afectada por la rotura. El valor *D* (“*Damage*”) sugerido según la descripción del macizo rocoso. (González Díez,2020).

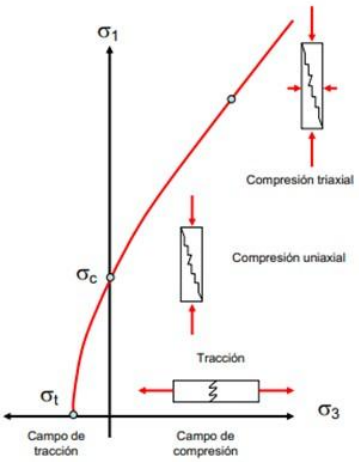

Figura 4.Curva de esfuerzos

(González Díez,2020).

3.1.6 Índice de Resistencia Geológica (GSI).

Este criterio con sus siglas GSI (*"Geological Strength Index"*), permite evaluar cómo las características de las discontinuidades afectan la estabilidad del macizo (Hoek, E.T. 2019), para predecir la deformación y subsidencia alrededor de excavaciones minera a través de la estimación de los parámetros *m, s* y *a* para ampliar en rango de aplicación del criterio generalizado, sobre todo a macizos rocosos de buena o mala calidad, evaluando la calidad del macizo en función del grado y las características de la fracturación, estructura geológica, tamaño de los bloques y alteración de las discontinuidades. Su aplicación requiere datos de calidad sobre la roca intacta y las discontinuidades permitiendo una comprensión de las condiciones geológicas. (Hoek, E.T. 2019)

$$GSI \begin{cases} > 25\,, & calidad: Buena - media \\ < 25, & calidad: Mala - muy\ mala \end{cases} \tag{8}$$

$$\mathrm{m_b} = \mathrm{m_i} \exp\left(\frac{\mathrm{GSI} - 100}{28}\right)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9}\right), \quad a = 0.5 \tag{9}$$

$$s = 0, \quad a = 0.65 - \frac{GSI}{200}$$

CARACTERIZACIÓN DEL MACIZO ROCOSO PARA ESTIMAR SU RESISTENCIA Basándose en el aspecto de la roca elegir la categoría que mejor describa las condiciones del macizo previo a la excavación. Tener en cuenta que las voladuras pueden crear una impresión falsa sobre la calidad del macizo rocoso, en cuyo caso será necesario realizar algún tipo de ajuste por daños debidos a voladuras; la observación de testigos de sondeos y de frentes de roca en zonas afectadas y no afectadas por voladuras puede ser de ayuda. Para la definición del grado de fracturación (*blockiness*) debe considerarse la relación entre el tamaño del bloque y la dimensión del frente de excavación. ESTRUCTURA	CONDICIÓN DEL FRENTE	MUY BUENA (MB) Superficies muy rugosas sin alterar	BUENA (B) Superficies rugosas ligeramente alteradas, con pátinas de oxidación	MEDIA (M) Superficies suaves moderadamente alteradas	POBRE (P) Superficies de cizalla muy alteradas con rellenos compactos conteniendo fragmentos rocosos	MUY POBRE (MP) Superficies de cizalla muy alteradas con rellenos arcillosos
	BLOQUES REGULARES (BR) Macizo rocoso sin alterar. Bloques en contacto de forma cúbica formados por tres familias de discontinuidades ortogonales, sin relleno.	BR/MB	BR/B	BR/M	BR/P	BR/MP
	BLOQUES IRREGULARES (BI) Macizo rocoso parcialmente alterado. Bloques en contacto de forma angular formados por cuatro o más familias de discontinuidades con rellenos con baja proporción de finos.	BI/MB	BI/B	BI/M	BI/P	BI/MP
	BLOQUES Y CAPAS (BC) Macizo alterado, plegado y fracturado con múltiples discontinuidades que forman bloques angulosos y con baja proporción de finos.	BC/MB	BC/B	BC/M	BC/P	BC/MP
	FRACTURACIÓN INTENSA (FI) Macizo rocoso muy fracturado formado por bloques angulosos y redondeados, con alto contenido de finos.	FI/MB	FI/B	FI/M	FI/P	FI/MP

Figura 5. Caracterización del macizo rocoso para estimar su resistencia.

(González, 2002)

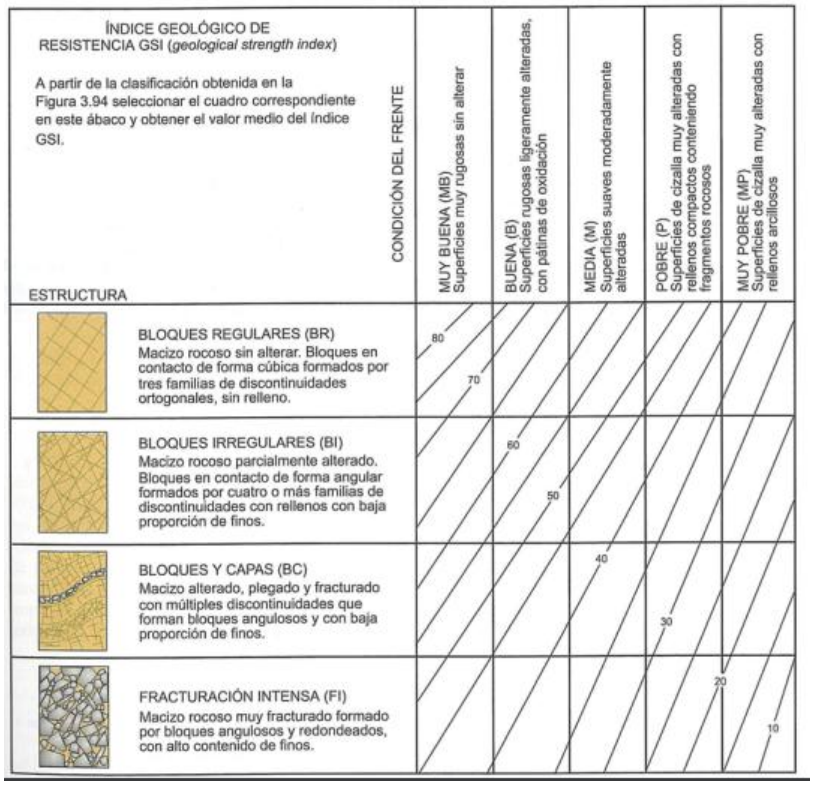

Figura 6. índice geológico de Resistencia.

(González, 2002)

4. MODELOS DE SUBSIDENCIA

La subsidencia minera es un fenómeno asociado directamente con las excavaciones realizadas durante la explotación subterránea, generando desplazamientos y hundimientos en la superficie del terreno que cambia la geomorfología del terreno. Este proceso se origina principalmente por la pérdida de soporte del macizo debido a la creación de cavidades subterráneas, dando lugar a movimientos que pueden manifestarse de manera inmediata o prolongarse gradualmente a lo largo del tiempo (Dong, Wang & Zhou, 2019).Estos hundimientos no solo representan una amenaza para las infraestructuras superficiales y la seguridad humana, sino que también alteran significativamente el equilibrio ecológico, afectando tanto los recursos hídricos superficiales como subterráneos, y modificando la distribución de flora y fauna. (Dong, Wang & Zhou, 2019).

El estudio específico sobre la subsidencia comenzó en el siglo XIX con el auge de la minería de carbón en Europa. Los primeros modelos matemáticos surgieron a partir de observaciones empíricas y mediciones en campo. La subsidencia del terreno, definida desde entonces, como el hundimiento de la superficie debido a la extracción de minerales, es un fenómeno crítico en la minería que puede tener graves consecuencias ambientales, económicas y sociales. A lo largo de la historia, se han desarrollado diversos modelos matemáticos para predecir y cuantificar este fenómeno, desde enfoques empíricos basados en observaciones hasta métodos analíticos y computacionales avanzados, se tiene como objetivo analizar los modelos matemáticos destacando su evolución, fundamentos teóricos y aplicaciones prácticas. *(*Sainsbury, 2012)

En 1860, las compañías ferroviarias del Ruhr realizaban mediciones del nivel del suelo para demostrar el descenso de sus vías en caso de litigio por los daños causados por la minería. Basándose en estas nivelaciones y en otras similares, a partir de 1870 comenzaron a publicarse en Alemania y otros países europeos estudios científicos sobre los movimientos del suelo en la minería, así como fórmulas matemáticas para predecir la subsidencia y el hundimiento del terreno. (Dong, Wang & Zhou, 2019).

Dumont (1871) propuso que la subsidencia en terrenos sobre cavidades subterráneas sigue un patrón característico en forma de cono de hundimiento. Según su modelo, cuando una cavidad subterránea colapsa, el material suprayacente comienza a hundirse y forma un cono de subsidencia, con una inclinación que depende de la naturaleza del suelo y la roca.

Se propuso entonces, una fórmula simple para la subsidencia sobre el centro de un panel de extracción, donde la subsidencia(v_z) se relacionaba con el espesor del manto (M) y el ángulo de inclinación de los estratos (α) obteniendo la siguiente ecuación

$$v_z = M \cos \alpha \tag{10}$$

Dumont determinó que este ángulo de subsidencia (α) tiene valores característicos dependiendo del tipo de suelo:

- Materiales cohesivos (arcillas, limos) = ángulos más altos
- Materiales granulares (arenas, gravas) = ángulos más bajos

Este modelo indicaba que cuando $\alpha = 0$ la subsidencia máxima sería igual al espesor de la veta extraída. A finales del siglo XIX y principios del XX, surgieron modelos más avanzados. En 1913, Goldreich estableció una relación entre la cantidad de material extraído y el volumen de hundimiento en la superficie, considerando la profundidad de la mina y un coeficiente de expansión de los estratos:

$$v_z = \alpha\, Mz \tag{11}$$

En la misma época, se fundó la asociación que llevó a cabo mediciones regulares de subsidencia en la cuenca del Ruhr llamada *EMSCHERGENOSSENSCHAFT.* Se introdujo el concepto de espesor reducido de la veta trabajada (M_{red}), el cual ajustaba las predicciones de subsidencia al área real afectada por la explotación.

Se identificaron dos teorías principales para explicar los desplazamientos horizontales en la subsidencia. Las teorías del ángulo de rotura y del ángulo de límite han sido fundamentales en el estudio de la subsidencia minera y la predicción de hundimientos del terreno. La teoría del ángulo de rotura, propuesta por Gonot en 1839, sostiene que el colapso del terreno se produce siguiendo planos de fractura bien definidos, determinando así la geometría del hundimiento en función de la resistencia del material y la profundidad de la excavación donde la subsidencia ocurre dentro de un área delimitada por estos planos, lo que permite predecir la extensión del hundimiento con base en la inclinación de las fracturas y las características geomecánicas del suelo o la roca.

Por otro lado, la teoría del ángulo de límite plantea que los efectos de la subsidencia van más allá de las fracturas visibles en la superficie, generando deformaciones adicionales en los estratos superiores debido al reacomode y compactación del material circundante al proceso de deformación y fractura. Este modelo sugiere que, además del hundimiento directo, se produce un aumento del volumen en las capas superiores a medida que se

redistribuyen los esfuerzos, lo que puede dar lugar a asentamientos progresivos incluso en zonas alejadas de la mina. Ambas teorías han sido clave en el desarrollo de modelos de predicción de subsidencia y en la implementación de estrategias de mitigación para minimizar los impactos sobre infraestructuras y ecosistemas en zonas mineras. Entre 1913 y 1919, se propusieron modelos más complejos que comparaban la subsidencia con la flexión de una viga geotécnica o con los movimientos de un geosinclinal (Eckardt, 1913; Lehmann, 1919) describen cómo los estratos superiores experimentan compresión en el centro de la depresión y tracción en los bordes, de forma similar a una cuenca tectónica.

Durante el siglo XX, se incorporaron enfoques más avanzados:

i. Procesos estocásticos (Litwiniszyn, 1957) para modelar la subsidencia como un fenómeno probabilístico.

ii. Cálculo computacional de perfiles de subsidencia (Niederhofer, 1960).

iii. Método de elementos finitos, aplicando modelos numéricos a la predicción del hundimiento. (Hoek,2025)

En la década de 1970, Lautsch descubrió que la subsidencia podía variar en función del tiempo, entrando al escenario de fractura, comportamiento viscoelásticas de los macizos rocosos tiempo dependiente. especialmente en zonas explotadas a tasa de explotación relativamente rápidas. También se adaptaron estos modelos al hundimiento causado por la extracción de petróleo y gas, donde la disminución de presión en la roca reservorio genera subsidencia similar a la observada en minería subterránea. Geertsma (1973) desarrolló ecuaciones específicas para estos casos.

Finalmente, para mitigar los efectos de la subsidencia, se emplean métodos constructivos específicos como el relleno de cavidades subterráneas mediante materiales sólidos u hormigones (retrollenado o *“backfilling*”) (Wickham, 1972), inyecciones químicas para reforzar y estabilizar el terreno, y la gestión hidrogeológica para evitar la erosión interna causada por el agua subterránea. Adicionalmente, resulta esencial implementar planes de acción rápida que permitan reaccionar oportunamente ante señales iniciales de subsidencia, minimizando así el impacto potencial y asegurando la estabilidad futura de los terrenos afectados.

4.1 Subsidencia en Minería Subterránea

La subsidencia del terreno es el hundimiento gradual de la superficie terrestre debido a actividades subterráneas, como la extracción de minerales. Este fenómeno puede causar daños significativos a infraestructuras y al medio ambiente, por lo que su monitoreo y control son fundamentales en la planificación minera. Existen diversos modelos teóricos y empíricos para estimar la subsidencia inducida por actividades mineras que más adelante se detallaran, en estos se hace el uso de curvas de influencia para predecir la deformación de la superficie en función de la geometría de la excavación y las propiedades del terreno. Como la estimación de la subsidencia en áreas específicas, basándose en datos históricos y características geotécnicas locales. (Sánchez, 2019) Además de técnicas numéricas, como el Método de Elementos Finitos, permite simular el comportamiento del terreno ante la extracción minera, considerando factores como la plasticidad y la consolidación del suelo. (Moreno, 2019)

El monitoreo continuo de la subsidencia es esencial para anticipar y prevenir daños y garantizar la seguridad. Técnicas como la interferometría radar satelital y el uso de sistemas de posicionamiento global (GPS) permiten detectar deformaciones milimétricas en la superficie terrestre (Moreno, 2019). Además, la implementación de prácticas mineras responsables, como el relleno de cavidades y la planificación adecuada de las excavaciones, contribuye a minimizar los efectos de la subsidencia. Estos modelos varían en complejidad y enfoque, adaptándose a las particularidades de cada situación.

Los modelos de subsidencia por compactación se centran en la reducción del volumen del suelo debido a la compresión de sus partículas, siendo útiles para estudiar la subsidencia causada por la extracción de fluidos o por la carga de estructuras pesadas. Los modelos de subsidencia por disolución se aplican en áreas con rocas solubles, como calizas o yesos, que pueden disolverse por el agua subterránea, creando cavidades y hundimientos. Los modelos de subsidencia tectónica consideran los movimientos de las placas tectónicas y las fallas geológicas, que pueden generar hundimientos a gran escala. Por último, los modelos de subsidencia volcánica estudian la deformación del suelo asociada a la actividad volcánica, como el ascenso de magma o la erupción. (Moreno, 2019)

Por otro lado, los modelos empíricos se basan en datos observacionales y relaciones estadísticas para predecir la subsidencia, siendo útiles cuando se dispone de información histórica sobre el comportamiento del suelo. Los modelos analíticos utilizan ecuaciones matemáticas fenomenológicas de balance y principios de la mecánica de suelos para simular la subsidencia (Hoek and brown,2002), ofreciendo mayor precisión que los modelos

empíricos, pero requiriendo más información sobre las propiedades del suelo. Finalmente, los modelos numéricos emplean métodos numéricos, como elementos o diferencias finitos, para resolver ecuaciones complejas y simular la subsidencia en situaciones más realistas, siendo los modelos más avanzados y capaces de tener en cuenta la heterogeneidad del suelo y la interacción con otras estructuras.

La elección del modelo de subsidencia adecuado dependerá del problema específico que se esté estudiando, la información disponible y la precisión requerida. Es importante destacar que los modelos son simplificaciones de la realidad y, por lo tanto, tienen limitaciones. Sin embargo, son herramientas valiosas para comprender y predecir la subsidencia, lo que permite tomar medidas preventivas y correctivas para mitigar sus impactos.

En general, la subsidencia minera se puede manifestar de dos formas diferenciadas (Dong, Wang & Zhou, 2019): la primera es una subsidencia rápida y localizada, típicamente llamada de tipo pozo o "pit", caracterizada por desplazamientos bruscos y visibles inmediatamente sobre las áreas explotadas; la segunda, conocida como subsidencia tipo depresión o "trough", se desarrolla de manera lenta y progresiva, afectando áreas extensas donde inicialmente las deformaciones pueden pasar desapercibidas hasta que se intensifican significativamente.

Los efectos negativos asociados a la subsidencia minera abarcan desde daños estructurales en edificaciones y vías de comunicación hasta alteraciones en la topografía local, las cuales pueden comprometer seriamente la actividad agrícola por la formación de acumulaciones de agua superficial o la pérdida de tierras cultivables. Asimismo, infraestructuras críticas, como oleoductos, gasoductos y redes ferroviarias, son especialmente vulnerables debido a los esfuerzos de tensión y compresión derivados de los movimientos del terreno.

Para enfrentar estos problemas, resulta imprescindible realizar predicciones precisas y un monitoreo continuo mediante técnicas avanzadas, tales como interferometría de radar satelital, fotogrametría aérea, levantamientos topográficos con sistemas robóticos automatizados, así como métodos basados en LIDAR y sensores GPS para medir desplazamientos tridimensionales. La combinación e integración de estas herramientas permite no solo la detección temprana, sino también un seguimiento efectivo durante las etapas preoperativa, operativa y posterior al cierre de la explotación minera, garantizando así la seguridad a largo plazo.

En este contexto, la zonificación superficial afectada por subsidencia permite una gestión efectiva del riesgo, ya que delimita claramente las áreas según la severidad del daño esperado. Así, se identifican zonas centrales con mayor afectación, rodeadas por franjas donde predominan fracturas visibles y, más alejadas, áreas de deformaciones menores que, aunque no visibles a simple vista, requieren instrumentación especializada para su detección.

Para el método de explotación minera tipo hundimiento de bloques ("*block caving*") que genera cavidades y zonas de fracturación en el subsuelo a medida que el proceso de explotación avanza, estas fracturas y cavidades se extienden verticalmente, pudiendo alcanzar la superficie y causar deformaciones importantes. Por ello, es crucial delimitar y restringir el acceso a la superficie en las áreas donde se prevé el efecto del hundimiento ("caving") durante la operación minera. Conforme avanza la extracción, la superficie impactada por este proceso suele expandirse progresivamente, requiriendo un seguimiento continuo y riguroso para prevenir posibles influencias en las superficiales. El proceso de hundimiento puede mantenerse activo incluso después de concluida la operación minera, debido a la compactación gradual del material fracturado en las zonas afectadas, puede prolongarse por varios años, aunque suele disminuir de forma exponencial con el tiempo. (Dong, Wang & Zhou, 2019).

4.2 Métodos Empíricos

Los primeros métodos para calcular la subsidencia del terreno se basaron en la observación de que la magnitud de la subsidencia dependía del espesor de la capa de carbón, la inclinación de los estratos, la cantidad de material de relleno y la antigüedad de las labores mineras. Estos factores se reflejan en las ecuaciones:

$$S = f(T, \theta, R, A) \tag{12}$$

donde:

- S es la subsidencia,
- T es el espesor de la capa,
- θ es la inclinación de los estratos,
- R es la cantidad de material de relleno,
- A es la antigüedad de las labores.

4.2.1 Método del Ángulo de Intersección

Poco antes y después de la Primera Guerra Mundial, se desarrollaron fórmulas que permitían calcular la influencia del área de extracción en la subsidencia. Una de estas fórmulas se basa en el volumen de la excavación minera ajustado por la relajación de los estratos

$$V_{exc} = A_{exc}.H.\phi \tag{13}$$

donde:

- V_{exc} es el volumen de excavación,
- A_{exc} es el área de extracción,
- H es la profundidad de la capa,
- ϕ es el coeficiente de relajación de los estratos.

La influencia de un área de trabajo en la subsidencia se representa mediante el cono de ángulo de rotura, cuya base se encuentra en la superficie y cuyo vértice se sitúa en el punto de extracción.

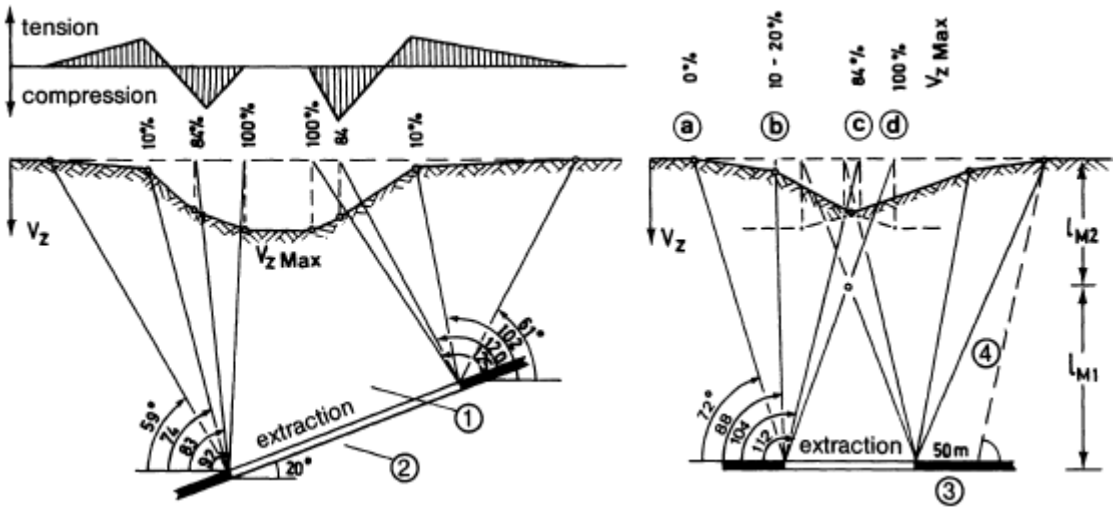

Figura 7 . El método de ángulos de intersección para la construcción de perfiles de subsidencia

(Pariseau W., Design Analysis in Rock Mechanics. (2011). 2nd Edition)

En la Figura 7A muestra un perfil de subsidencia a lo largo de la dirección de buzamiento de la mina. Se representan los ángulos clave, como el ángulo de ruptura y el ángulo de transición, los cuales determinan la pendiente del hundimiento. En este gráfico, se observa

la inclinación de los estratos y cómo la subsidencia varía dependiendo de la profundidad y la geometría del área de extracción. En la Figura 7B presenta el perfil de subsidencia a lo largo de la dirección de rumbo de la mina sobre un área subcrítica. Este perfil destaca cómo la subsidencia disminuye progresivamente desde el centro del hundimiento hacia los bordes, donde el impacto es menor.

Ambos diagramas están basados en estudios empíricos y son utilizados para predecir la magnitud y distribución de la subsidencia en diferentes tipos de terrenos. Cuando se trabaja en el extremo aflorante de una capa, basta conocer la subsidencia máxima esperada en la zona de hundimiento. Sin embargo, en explotaciones más profundas es necesario determinar los márgenes de la subsidencia y las escalas de hundimiento, especialmente si se trabaja bajo infraestructuras críticas como ferrocarriles o carreteras principales.

El paso de un método basado en valores máximos a un método numérico-gráfico permitió una mejor representación de las zonas de influencia mediante diagramas seccionales.

4.2.2 Método Británico de Curvas de Perfil

El método británico de curvas de perfil es un enfoque empírico que permite la construcción del perfil de subsidencia sin recurrir a ángulos de intersección. Este método representa la curva de subsidencia a una escala exagerada en secciones estratigráficas que atraviesan el centro del hundimiento.

Históricamente, en el Reino Unido, el perfil de subsidencia se construía utilizando tres valores clave: el margen de la depresión, la mitad de la subsidencia máxima y la subsidencia máxima como se muestra en la siguiente imagen.

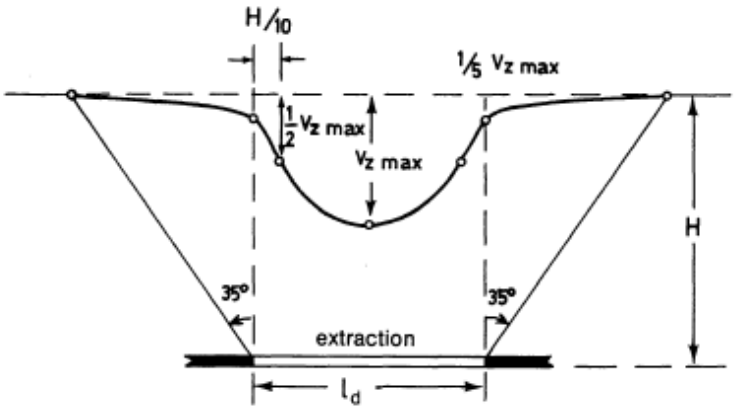

Figura 8. El perfil de subsidencia

(Pariseau W., Design Analysis in Rock Mechanics. (2011). 2nd Edition)

Sin embargo, después de la Segunda Guerra Mundial, la precisión del método mejoró con el uso de diagramas adimensionales, que permiten calcular la subsidencia de puntos específicos en función de la profundidad de extracción y la proporción del ancho de trabajo con respecto a la profundidad.

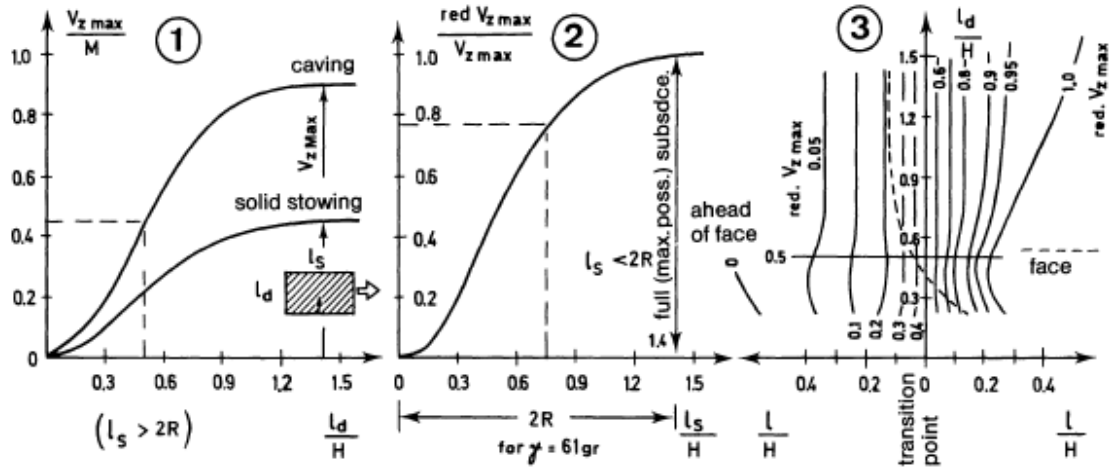

Figura 9. A, B, C. Diagramas para la construcción de perfiles de subsidencia (Pariseau W., Design Analysis in Rock Mechanics. (2011). 2nd Edition)

La Figura 9 muestra una serie de diagramas utilizados para la construcción de perfiles de subsidencia. Desarrollada por el National Coal Board del Reino Unido en 1966, contiene tres diagramas principales. Figura 9 A. Representa la subsidencia máxima en función de la longitud del frente de trabajo. Este gráfico permite determinar el valor de la subsidencia en el centro del área de extracción en función de la relación entre el ancho de extracción y la profundidad de la mina. Figura 9 B, muestra la reducción de la subsidencia máxima en función de la longitud del panel de extracción. Es útil para calcular la disminución de la subsidencia en áreas donde la longitud de la extracción es menor que la longitud crítica. Figura 9 C, contiene líneas de subsidencia igualadas en relación con la distancia desde el punto de transición. Estas líneas ayudan a interpolar los valores de subsidencia para distintos puntos del perfil en función de la profundidad y el ancho de extracción.

El método británico es ampliamente utilizado en formaciones estratigráficas horizontales y permite la construcción de curvas de perfil mediante nomogramas que facilitan la interpolación de valores para diferentes puntos de la superficie.

4.2.3 Método Ruso de Curvas de Perfil

El método ruso de curvas de perfil, desarrollado en la Cuenca del Donets, (Pariseau, 2011) utiliza funciones matemáticas para describir el perfil de subsidencia. Se basa en la ecuación:

$$v_z = v_{zmax}\left(\frac{r}{R} + 2\sin\left(2\frac{r}{R}\right)\right) \tag{14}$$

donde v_{zmax} representa la subsidencia máxima, r es la distancia desde el centro del hundimiento y R es el radio del área crítica.

Este método permite predecir la forma de la depresión basada en valores empíricos obtenidos a partir de mediciones en diferentes minas. Se utiliza comúnmente en regiones mineras de Rusia y ha sido adaptado en otros países con condiciones geológicas similares.

4.2.4 Método Polaco de Curvas de Perfil

El método polaco, desarrollado a partir de estudios en Alta Silesia (Pariseau, 2011), emplea una ecuación exponencial para describir el perfil de subsidencia:

$$v_z = v_{zmax}e^{-\frac{r^2}{R^2c}} \tag{15}$$

donde *c* es un coeficiente que representa el asentamiento medio del techo rocoso. Este método tiene en cuenta la subsidencia incompleta en los bordes del panel de extracción, ajustando los cálculos en función de la reducción del hundimiento en esas áreas.

Este enfoque ha sido ampliamente utilizado en regiones de minería subterránea en Polonia, proporcionando una representación precisa de la subsidencia en formaciones sedimentarias horizontales.

4.2.5 Método Húngaro de Curvas de Perfil

El método húngaro emplea una función exponencial para describir la subsidencia:

$$v_z = v_{zmax}e^{-\frac{x^2}{2l^2}} \tag{16}$$

donde *x* es la distancia desde el centro del hundimiento y *l* representa la distancia hasta el punto de transición.

Este método incorpora un punto de transición que se calcula empíricamente y cuya posición afecta significativamente la forma del perfil de subsidencia. Se ha aplicado con éxito en las

regiones mineras de Hungría, proporcionando resultados confiables en condiciones de extracción subcrítica.

4.2.6 Método Programado de Curvas de Perfil

Desarrollado en 1962, este método introduce un enfoque computacional para calcular perfiles de subsidencia en estratificaciones planas y empinadas. Se basa en una ecuación analítica que incorpora factores empíricos, el ángulo de ruptura y el ángulo límite. La ecuación general para la curva de subsidencia es:

$$v_z = v_{zmax} g_y \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^T\right) \tag{17}$$

Dondeg_y es un coeficiente de ajuste basado en observaciones de subsidencia, y *T* es un exponente que determina la curvatura de la subsidencia.

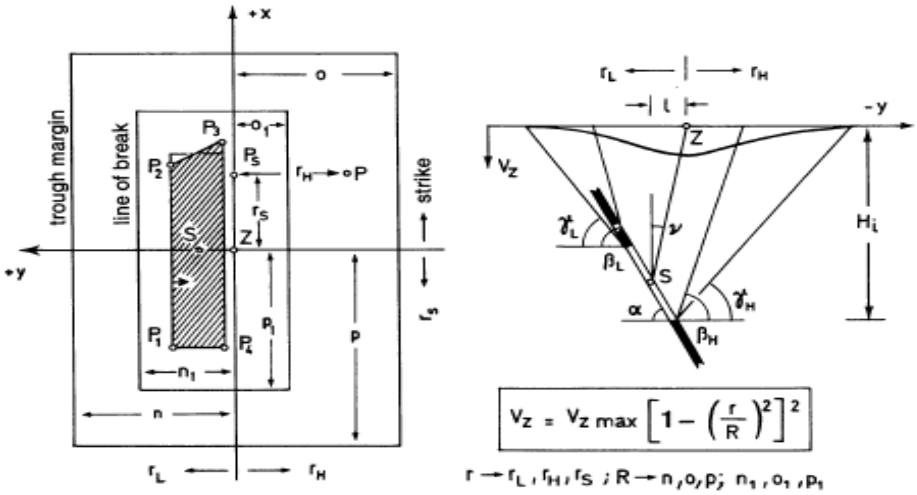

Figura 10. método de determinación del área de influencia
(Pariseau W., Design Analysis in Rock Mechanics. (2011). 2nd Edition)

En este método se determinación del área de influencia sobre una zona de extracción utilizando puntos de referencia en los extremos del área extraída. En el gráfico se presentan los cuatro puntos de referencia *P1, P2, P3, P4,* que delimitan el área de extracción. La representación indica cómo se define la zona de hundimiento a partir de estos puntos clave. También, se muestra cómo varía la subsidencia en función de la distancia a lo largo del buzamiento de la veta. Este perfil permite calcular el hundimiento en diferentes puntos en función de la distancia desde el centro del área afectada.

$$v_z = v_{zmax}\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)^2 \tag{18}$$

La ecuación 18 de la figura representa un enfoque empírico basado en la integración de influencias zonales considerando pesos y ajustes empíricos, así como los limites angulares de influencia y ruptura, en contraste la ecuación mostrada anteriormente es un modelo analítico, basada en funciones matemáticas de subsidencia sin requerir ajustes basados en datos observacionales. Este método se ha utilizado en la industria minera de India y en diversas regiones de Europa para predecir la subsidencia con una precisión mejorada mediante el procesamiento de datos electrónicos.

4.3 Integración de Métodos Empíricos

La integración general de la función de influencia exponencial en coordenadas cartesianas se expresa como (Pariseau, 2011)

$$v_z = c\int \exp\left(\frac{x^2}{2k^2}\right)dx \int \exp\left(\frac{y^2}{2k^2}\right)dy \tag{19}$$

Siendo H y k constantes:

$$v_z = c\int_{y_1}^{y_2}\left[\int_0^{x_T}\exp\left(-\frac{x^2}{2k^2}\right)dx\right]\exp\left(-\frac{y^2}{2k^2}\right)dy \tag{20}$$

Para áreas de trabajo de forma poligonal, la integración se realiza dividiendo el área en trapecios con dirección de conteo positiva y negativa. Usando la regla de Simpson, los términos de integración se expresan como:

$$v_z\,(trapez) = \sum_i [X_i.\Delta y] \tag{21}$$

Donde X_i representa los valores de la función de influencia en cada subdivisión.

La suma de las integrales individuales de los trapecios, multiplicada por el factor c, da la subsidencia final esperada.

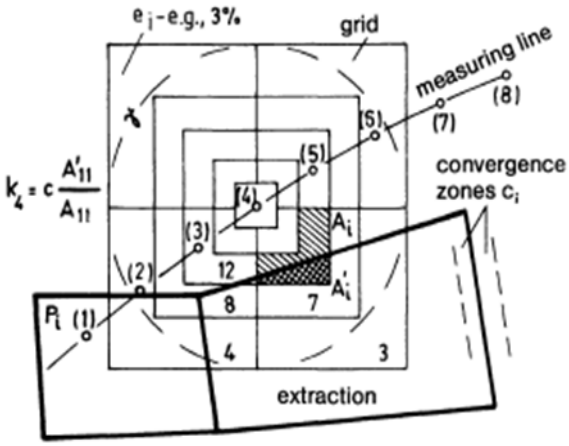

Figura 11 Integracion de metodos

(Pariseau W., Design Analysis in Rock Mechanics. (2011). 2nd Edition)

La cuadrícula en la figura 11, asigna pesos a diferentes segmentos del área de extracción y calcula su contribución a la subsidencia total en un punto de interés. Además, la aplicación de la eliminación gaussiana permite ajustar los resultados y minimizar errores en las mediciones, también, proporciona una representación visual del proceso matemático descrito, ayudando a interpretar la distribución y magnitud de los efectos de la minería en la superficie.

4.4 Métodos Basados en Funciones de Influencia

Los métodos en este grupo (Pariseau, 2011) se basan en funciones de influencia K_z que describen la influencia de elementos infinitesimales del área de extracción sobre la superficie. El elemento dA dentro de una gran área de extracción a una profundidad H genera una depresión superficial conocida como "cuenco elemental", cuya influencia se expresa mediante:

- $dvz = kz(s)$ en función del ángulo de zona *s*.
- $dvz = kz(r)$ en función de la distancia radial *r*.
- $dvz = kz(D)$ en función de la distancia oblicua *f*.

El método de función de influencia se basa en siete supuestos que simplifican los cálculos:

i. Principio del ángulo límite: El área de subsidencia está delimitada por líneas inclinadas con un ángulo γ, independiente de la profundidad.

ii. Proporcionalidad de la influencia: El área de influencia crece linealmente con la profundidad *H*.

iii. Proyección central: La influencia se propaga según la ley de proyección central.

iv. Ley del inverso del cuadrado: La influencia disminuye con el cuadrado de la distancia.

v. Distribución rotacionalmente simétrica: La función de influencia decrece radialmente.

vi. Superposición lineal: La subsidencia total es la suma de subsidencias elementales.

vii. Conservación de volumen: La subsidencia total equivale al volumen de material removido.

Matemáticamente, la función de influencia para un área diferencial se expresa como:

$$k_{z1} = \frac{c}{H^2} \tag{22}$$

donde *c* es un coeficiente empírico y *H* es la profundidad.

4.4.1 Método Gráfico en Estratos Horizontales

El método gráfico usa una cuadrícula de integración basada en el ángulo límite. Se divide el área de extracción en elementos planos dA, cada uno con una influencia diferencial k_z sobre el punto superficial *P*.

La función de influencia sigue una distribución rotacionalmente simétrica:

$$\int_{A_{crit}} k_z dA = 1 \tag{23}$$

Esta ecuación asegura que la influencia acumulada en la cuadrícula representa el efecto total sobre el punto *P*. Además, la subsidencia máxima en P se obtiene como:

$$\int_{A_{crit}} dv_z dA = v_{z,max} \tag{24}$$

4.4.2 Métodos de Ajuste para Superposición Distorsionada

En condiciones donde los estratos superiores están fracturados, se requiere adaptar los métodos de integración. Se han propuesto dos soluciones:

i. Ajuste del ángulo límite: Se coloca el vértice del ángulo límite en la zona marginal para considerar la menor compactación del material de relleno.

ii. Uso de funciones de influencia asimétricas: Se emplean funciones kz diferentes en la zona central y los bordes del área de extracción, permitiendo una mejor representación de la subsidencia observada.

4.4.3 Cuadrículas de Integración en Estratos Inclinados

Para pendientes mayores a 20°, se requieren cuadrículas de integración adaptadas. Se modifican las ecuaciones de distribución de influencia para incluir la inclinación α:

$$k_z = \frac{dA}{Hcos\alpha}\cos(\theta \pm \alpha)\, cos\theta \tag{25}$$

$$K_z = Gsin^2 H\, cos\theta \pm sin^2 H\, sin\theta \tag{26}$$

Estas ecuaciones permiten calcular subsidencia en depósitos inclinados considerando la diferencia de profundidad entre los bordes superior e inferior.

4.4.4 Métodos Semigráficos y Análogos

Los métodos semigráficos utilizan tablas tipo ábacos para simplificar los cálculos de subsidencia. Un ejemplo es la tabla de constantes de Beyer (1944), que tabula el factor de influencia $e = K_z$ en función del avance de extracción (Pariseau, 2011).

Para una zona de extracción crítica, la curva de subsidencia normal se obtiene integrando:

$$e = \int_0^{2R} K_z dx \tag{27}$$

donde *R* es el radio de influencia del área de extracción.

4.4.5 Cálculo Programado del Factor de Influencia

Con la computación moderna, se han desarrollado algoritmos para integrar funciones de influencia sobre grandes áreas de extracción. El programa estándar para medir subsidencia utiliza la ecuación:

$$dv_z = c \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2k^2}\right) dx\, dy \tag{28}$$

donde *c* es un coeficiente de ajuste y *k* es el parámetro de dispersión espacial. Esta ecuación permite sumar contribuciones de subsidencia sobre una cuadrícula de integración y modelar el perfil del cuenco de subsidencia.

4.5 Métodos Basados en Modelos Teóricos

En los procedimientos de cálculo que emplean modelos teóricos, la subsidencia de todo el cuerpo rocoso suprayacente debe calcularse con la ayuda de leyes mecánicas o estadísticas, para derivar información sobre el movimiento del suelo a partir de la deformación que ocurre en la superficie del modelo. El material del modelo puede ser un medio sin cohesión, estocástico, elástico o, en algunos casos, plástico. Generalmente, el modelo estratigráfico se construye de manera homogénea con este material. En un modelo de dos capas, compuesto, por ejemplo, de un medio estocástico sobre las excavaciones y una zona superior elástica, la deformación por colapso en el techo inferior puede superponerse con la deformación elástica en los estratos superiores (Gil, 1966).

4.5.1 Modelo Estocástico

El método estocástico modela el movimiento del suelo en un medio sin cohesión mediante una distribución probabilística de los desplazamientos en la superficie. La ecuación fundamental que describe la subsidencia elemental creada en un horizonte superior por un elemento de extracción es:

$$w(r) = e^{-\frac{r^2}{2k^2}} \tag{29}$$

Aquí, $w(r)$ representa la subsidencia en un punto a una distancia r del centro de extracción, y k es un parámetro de dispersión relacionado con la profundidad de trabajo y las propiedades del suelo.

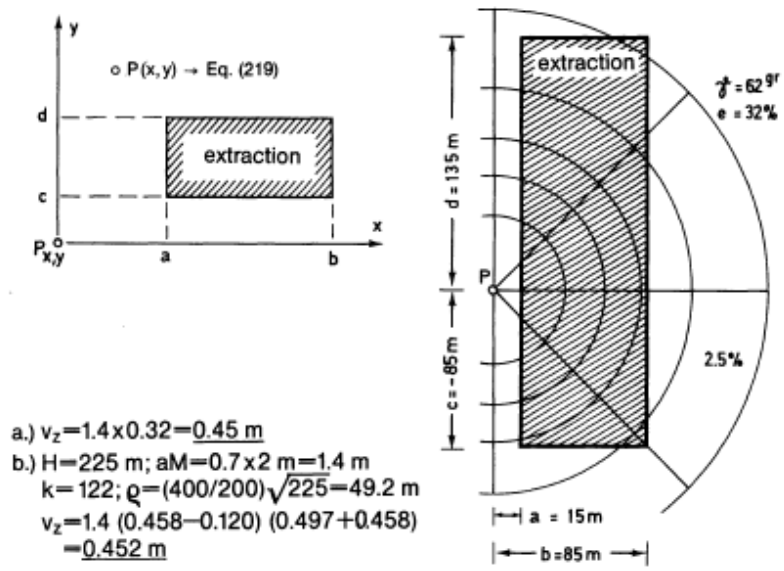

Figura 12. Subsidencia para un punto P

(Pariseau W., Design Analysis in Rock Mechanics. (2011). 2nd Edition)

En esta figura se comparan dos métodos:

i. Uso de una cuadrícula de integración según Brauner. Este método emplea una cuadrícula para determinar los radios zonales en función de la subsidencia en diferentes puntos del terreno.

ii. Uso de valores tabulados según Szpetkowski. Se basa en tablas preestablecidas que contienen soluciones numéricas para la subsidencia en función de parámetros clave como la profundidad de trabajo y las propiedades del suelo. (Pariseau, 2011)

Para determinar la subsidencia en un área extensa, se integra la contribución de múltiples elementos de extracción. La ecuación general para calcular los radios zonales en una cuadrícula de integración es:

$$r = R\sqrt{\ln\left(\frac{1}{1 - v_z}\right)} \tag{30}$$

Esta ecuación permite estimar la subsidencia total en la superficie en función de la geometría de la extracción y las características del terreno (Brauner, 1961).

Para la evaluación de paneles de explotación rectangulares en formaciones de estratificación plana, la ecuación fundamental del método estocástico puede resolverse mediante aproximaciones numéricas. Después de la conversión para la subsidencia de un punto de superficie $P(x, y)$ en la explotación de un área de capa (a, b, c, d)a una profundidad H, se obtiene la función exponencial:

$$vz = a_M \iint \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4BH} - \frac{(y-\eta)^2}{4BH}\right) d\xi d\,\eta \tag{31}$$

Esta formulación permite modelar la subsidencia de manera estadística, proporcionando predicciones confiables de la deformación del suelo en función de la extensión y la profundidad de la extracción.

4.5.2 Modelo Elástico

Si se asume que el efecto de cavidad de una partícula infinitesimal de extracción puede representarse mediante una fuerza resultante F en el punto S sobre ese elemento infinitesimal, un medio elástico produce la ecuación:

$$w_0 = \frac{F}{4\pi G}\left(\frac{1}{R} + \frac{H^2}{R^3}\right) \tag{32}$$

para el abrevadero elemental en la superficie del modelo, considerando que la profundidad de trabajo es H y R es la distancia radial al punto de cálculo. Después de la superposición de todos los abrevaderos elementales creados en la superficie por los elementos de extracción dentro del área crítica, se obtiene la fórmula:

$$vz = \frac{1}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{r^2}{\sqrt{20r^2 + H^2}}\right) \tag{33}$$

4.5.3 Modelo Plástico

Para un cuerpo rocoso considerado como rígidamente plástico, solo pueden calcularse justificadamente los movimientos finales de los puntos en la superficie de un semiplano vertical (Cernyi, 1966). Se asume que:

$$V = -2\int_0^\infty c(x)dx \tag{34}$$

La ecuación resultante para el componente de subsidencia es:

$$\phi 11 = -\frac{a_M}{2}\tanh\left(\frac{x}{H}\right) \tag{35}$$

4.5.4 Modelo de Elementos Finitos

El método de los elementos finitos pertenece a la teoría de la elasticidad y emplea una cuadrícula de integración donde la compatibilidad de los elementos deformados en sus límites se preserva mediante un campo de movimiento predefinido.

La ecuación básica utilizada en los elementos finitos es:

$$\{o\} = [K]\{a\} \tag{36}$$

Donde $[K]$ es la matriz de rigidez, $\{o\}$ representa los desplazamientos nodales, y $\{a\}$ los coeficientes de campo de movimiento.

Este método permite un cálculo detallado y preciso de la subsidencia y la deformación de los estratos superiores debido a la extracción minera, siendo aplicable incluso en escenarios de geometrías complejas.

4.6 Método Mining Rock Mass Rating (MRMR) de Laubscher

El sistema Mining Rock Mass Rating (MRMR) de Laubscher es una extensión del RMR tradicional que incorpora ajustes que permiten calcular un valor MRMR que representa mejor el comportamiento del macizo bajo condiciones para reflejar el impacto operaciones mineras subterráneas.

Este método se ha destacado por la aplicación debido a que abarca diversas áreas críticas, desde la predicción de subsidencia, esencial para la seguridad y estabilidad de la superficie en minería por hundimiento, hasta el diseño optimizado de pilares y cámaras en métodos como sublevel caving y block caving, maximizando la recuperación del mineral y la estabilidad de las excavaciones. Además, este método proporciona parámetros esenciales para el modelado numérico avanzado, permitiendo simulaciones geomecánicas precisas que mejoran la toma de decisiones en el diseño y la gestión de riesgos en proyectos mineros complejos. (Laubscher, 1990; Laubscher & Jakubec, 2001). No obstante, al estimar con datos empíricos, la selección de ajustes puede introducir un grado de subjetividad.

Varios proyectos mineros han utilizado y continúan usando el gráfico de Laubscher para estimar los límites de subsidencia. Los ángulos de hundimiento son una función de las MRMR de diferentes dominios geotécnicos, la densidad del material hundido, la altura del material hundido y la luz mínima. El método se basa en la premisa de que cuanto más resistente sea la masa rocosa (mayor MRMR), más pronunciados serán los ángulos de la cavidad. Además, se supone que la roca quebrada dentro de la cueva ofrece un apoyo confinado a las paredes de la cueva y, por tanto, permite ángulos más pronunciados que los observados en la superficie del cráter, mientras que una zona no confinada permite ángulos más planos a menos que el estado estructural o la excelente calidad geotécnica de la roca lo impidan.

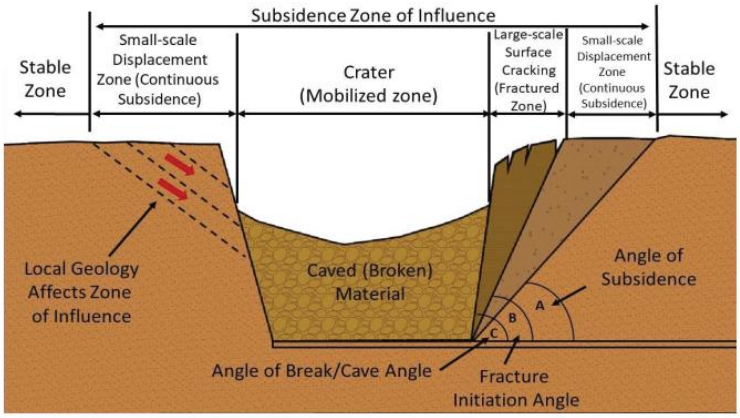

Figura 13.Caracterización de subsidencia en Block caving.

(Laubscher et al. 2017)

Se basa en los siguientes parámetros:

i) *Clasificación inicial del macizo rocoso (RMR):* Se obtiene aplicando la metodología de Bieniawski.

ii) *Ajuste por meteorización y alteración:* Considera la degradación del macizo debido a la exposición prolongada.

iii) *Efectos de esfuerzos inducidos*: Evalúa cómo la redistribución de esfuerzos afecta la estabilidad del macizo.

iv) Orientación de discontinuidades: Modifica la clasificación en función de la relación entre las estructuras del macizo y la dirección de explotación.

v) Impacto de la voladura: Ajusta la resistencia del macizo teniendo en cuenta los efectos de las técnicas de perforación y voladura.

Se utiliza el método empírico propuesto por Laubscher (2000) para calcular el ángulo de quiebre global teniendo en cuenta 4 dominios del macizo rocoso

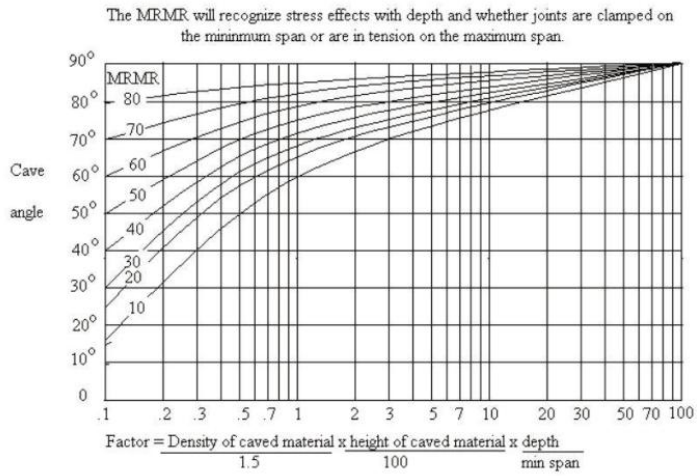

Figura 14. Relación de MRMR y ángulo de cavidad

(Laubscher, 2000)

El método de Laubscher (2000) para la predicción de la subsidencia en minería por hundimiento se basa en un conjunto de ecuaciones empíricas derivadas de observaciones en minas hundidas. A continuación, se expresa la forma estimar los ángulos de subsidencia y la extensión del hundimiento, haciendo uso de los siguientes parámetros:

1. ***Factor de hundimiento (FFF)*** es una relación empírica usada en los gráficos de Laubscher.

$$F = \frac{\rho}{1.5} \times \frac{H}{100} \times \frac{D}{S} \tag{37}$$

   ρ es la densidad del material hundido (t/m^3).

   H es la altura de la cavidad formada (m).

   D es la profundidad desde la superficie (m).

   S es el mínimo span (m).

2. Determinación del Ángulo de Hundimiento (θ)

$$\theta = a\ln(F) + b \tag{38}$$

3. Cálculo de la Extensión del Hundimiento (X)

$$X = D \times \tan(\theta) \tag{39}$$

X es la distancia horizontal desde el borde de la excavación hasta el límite de subsidencia.

4. Cálculo del IRMR

El *In situ Rock Mass Rating* (IRMR) se determina mediante tres componentes principales que se puede visualizar en la Figura 15.

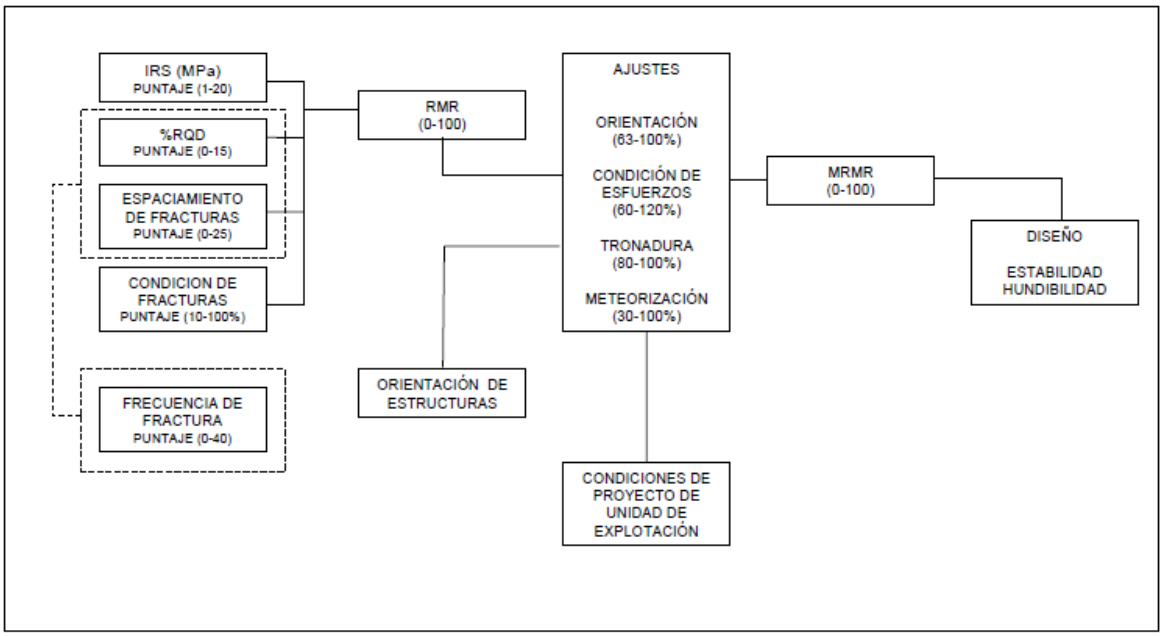

Figura 15. *Diagrama de flujo para el cálculo del IRMR*

(Adaptado de Laubscher y Jakubec, 2000).

Rock Block Strength (RBS) es la resistencia del bloque rocoso, ajustada por fracturas no continuas y vetas, el Joint Spacing (JS) es el espaciamiento de las juntas abiertas y Joint Condition referencia a las condiciones de las discontinuidades (JC).

RBS	0 - 25 puntos
JS	0 - 35 puntos
JC	0 - 40 puntos

$$IRMR = RBS + JS + JC \tag{40}$$

5. Factores de Ajuste para el MRMR

El IRMR se modifica mediante factores que reflejan el impacto de la actividad minera

Factor	***Símbolo***	***Rango***	***Descripción***
Orientación	FO	0.63 - 1.0	Evalúa la liberación de bloques por gravedad
Esfuerzos Inducidos	FE	0.6 - 1.2	Considera redistribución de tensiones alrededor de excavaciones.
Tronadura	FT	0.8 - 1.0	Daño por voladura para excavación mecánica hasta 0.8 para mala calidad).
Meteorización	FM	0.3 - 1.0	Degradación temporal del macizo

Figura 16. Factores de Ajuste

$$MRMR = IRMR \times FE \times FO \times FT \times FM \tag{41}$$

6. Radio Hidráulico (RH)

Parámetro crítico para evaluar la estabilidad de techos en cámaras mineras:

$$RH = \frac{Área\ del\ techo\ (m^2)}{Perimetro\ del\ techo\ (m)} \tag{42}$$

7. Gráfica de Laubscher (1990)

La estabilidad se determina cruzando el radio hidráulico con respecto al MRMR como en una gráfica dividida en zonas. Donde se entiende como zona estable con un MRMR alto y un RH bajo, en la zona de transición se requiere soporte adicional y en la zona inestable se tiene riesgo de hundimiento.

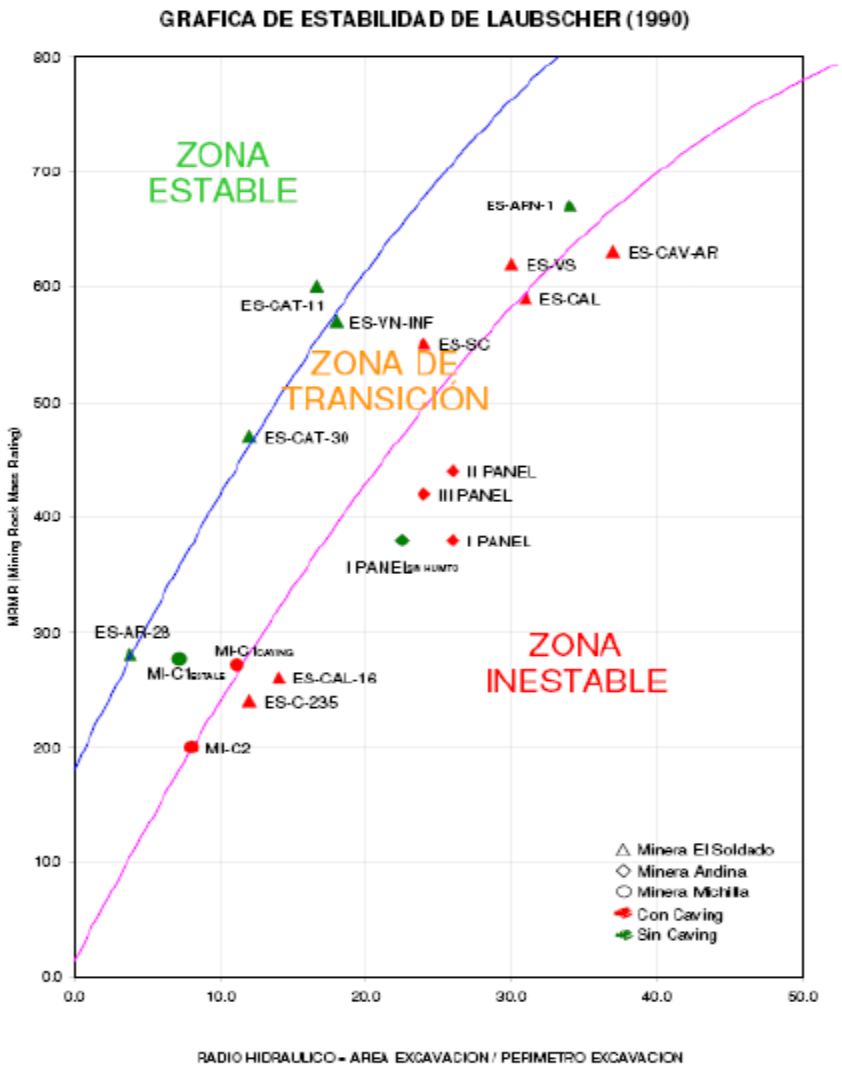

Figura 17. *Gráfica de estabilidad de Laubscher con casos reales*

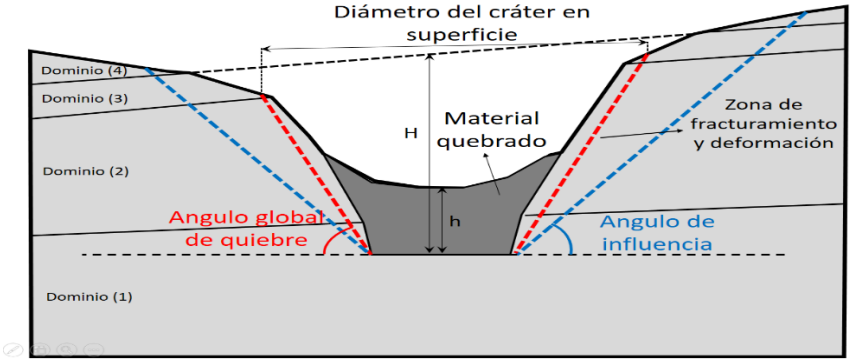

Figura 18. Ilustración conceptual de las zonas de influencia en la subsidencia.

(Yamana Gold, 2013).

La zona de fracturamiento y deformación se puede calcular de acuerdo con la figura 19.

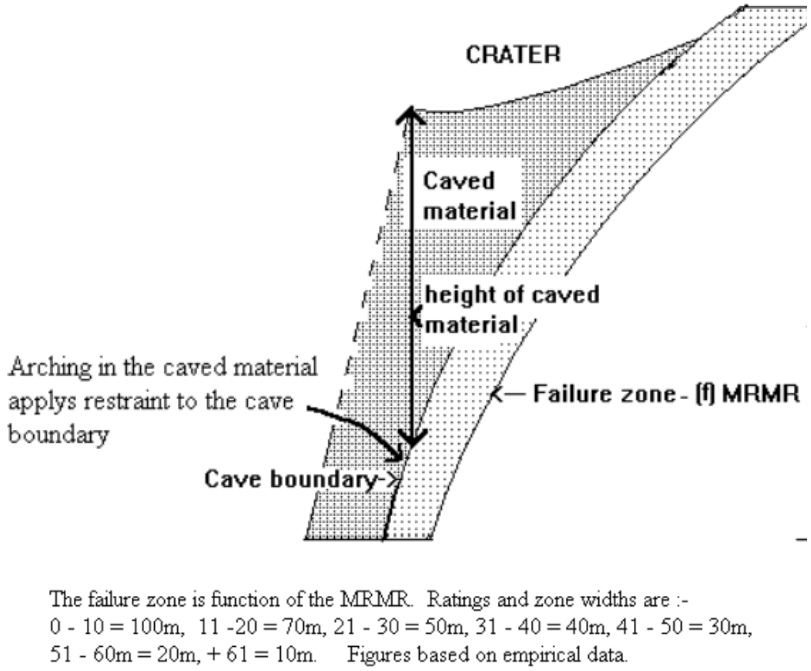

Figura 19. Zona de falla en función del MRMR.

(Laubscher, 2000).

4.6.1 Validación Industrial del MRMR 2000

Los estudios de Jakubec y Esterhuizen (2000) en operaciones mineras reales demostraron que las actualizaciones del MRMR en el año 2000 especialmente la inclusión del Rock Block Strength (RBS) y la eliminación del RQD mejoraron significativamente la precisión en la evaluación del macizo rocoso.

4.6.1.1. Impacto de las Vetas Cementadas en la Fragmentación

En un proyecto de *block caving* en Chile, se comparó la fragmentación predicha sin tomar en cuenta las vetas cementas e incluyéndolas.

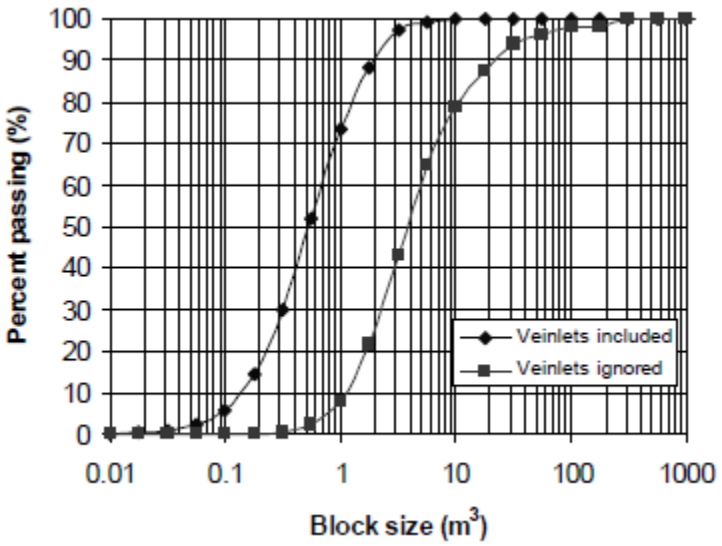

Figura 20. Vetas cementadas

(Jakubec J & Esterhuizen G. S., 2007)

La presencia de vetas en el macizo rocoso demostró ser un factor crítico para la eficiencia de la fragmentación. En zonas sin vetas, se obtuvo una fragmentación gruesa, donde solo el 25% del material fragmentado obtuvo el tamaño del bloque menor a 2 m³. Por lo contrario, cuando se toman en cuenta las vetas, se alcanzó una fragmentación óptima, con un 90% del material por debajo de ese mismo umbral de 2 m³. Esta diferencia subraya que subestimar la influencia de las fracturas internas, como vetas o microfracturas, en la etapa de diseño puede conducir a operaciones ineficientes y a un incremento de los costos operativos.

4.6.1.2. Diferencias entre el RQD y MRMR

El sistema MRMR (Mining Rock Mass Rating, se ha convertido en una herramienta clave para la evaluación geomecánica en minería. A diferencia de métodos más tradicionales como el RQD (Rock Quality Designation), el MRMR incorpora conceptos innovadores, como la resistencia del bloque rocoso (Rock Block Strength - RBS) y la frecuencia de fracturas (FF/m), permitiendo una caracterización más precisa y realista del macizo rocoso.

Por esta razón, el MRMR reemplaza el RQD con enfoques más robustos, ajustados a la realidad minera, considerando aspectos como la orientación de esfuerzos, la tronadura y las condiciones del terreno. Gracias a su enfoque integral y su respaldo en experiencias de operaciones alrededor del mundo, el MRMR 2000 se ha convertido en una referencia

fundamental para el diseño minero en entornos complejos, desde Block Caving hasta túneles profundos. Eso sí, su éxito depende de que se use con criterio, validación constante y una mirada siempre puesta en la realidad del terreno.

Se ha podido evaluar las limitaciones del RQD en evaluaciones geomecánicas que hacen que el MRMR tenga en cuenta y sea más preciso. El RQD fue desarrollado para evaluar túneles, donde las fracturas tienen una escala menor. En minería subterránea en métodos de extracción como Block caving la fragmentación del macizo depende de estructuras mayores, como vetas y fallas, que el RQD no capta. La estabilidad de estos elementos está controlada por discontinuidades continuas que pueden no estar representadas en el núcleo extraído en los sondeos.

En macizos con pocas fracturas, pero grandes espacios entre ellas, como los granitos, el RQD puede resultar artificialmente alto (90-100%). Esto puede generar una falsa percepción de estabilidad, ya que no considera discontinuidades críticas que pueden afectar la integridad de la excavación. Un RQD del 95% podría ignorar una junta abierta cada 5 metros, lo que podría comprometer la estabilidad de pilares o techos en minería subterránea. En formaciones altamente alteradas, como los pórfidos arcillosos, el RQD tiende a subestimar la calidad del macizo, ya que no distingue entre fracturas abiertas y aquellas que han sido cementadas naturalmente.

El RQD solo mide el espaciamiento entre fracturas, pero no considera otros parámetros fundamentales para evaluar la estabilidad del macizo. La resistencia de la roca intacta (UCS) con un RQD del 80% en lutitas (roca blanda) no tiene el mismo significado que en granito (roca dura), lo que puede llevar a interpretaciones erróneas, en la calidad de las discontinuidades no diferencia entre juntas rugosas y cementadas, que pueden proporcionar estabilidad, y aquellas lisas o con relleno arcilloso, que pueden ser puntos de falla. E cuanto a la orientación de fracturas un RQD alto puede ser engañoso si las juntas están alineadas con la excavación, lo que puede aumentar la probabilidad de desprendimientos.

En la orientación del sondeo las fracturas son paralelas al eje del sondeo, pueden pasar desapercibidas en el testigo, generando una sobreestimación de la calidad del macizo,

como también en el proceso de perforación es difícil diferenciar las fracturas naturales de aquellas generadas.

Escenario	***Problema con RQD***	***Alternativa MRMR 2000***
Rocas masivas	RQD ≈ 100% pero con juntas críticas.	Usar FF/m + RBS para identificar bloques débiles.
Rocas fracturadas	RQD bajo pero juntas cementadas.	Diferenciar juntas abiertas vs. Cementadas. JC (Joint Condition).
Block caving	RQD no predice fragmentación.	Modelar con RBS y FF/m (software BCF).
Perforaciones sesgadas	Juntas paralelas no detectadas.	Complementar con scanners o múltiples orientaciones de perforación.

Figura 21. Diferencias de RQD y MRMR

4.7 Método Pariseau

La subsidencia es un fenómeno frecuentemente observado que se asocia con la minería subterránea y comienza con la caída de la parte posterior, el techo o la pared colgante, la cual puede ser inducida deliberadamente asociado con el método de minería que se emplee (hundimiento de bloques, hundimiento de subnivel, minería de tajos largos, minería de cámaras y pilares con extracción de pilares). (Sainsbury, 2012)

El hundimiento se inicia porque el esfuerzo local tiende a exceder la resistencia del macizo rocoso, entonces el peso de la roca de techo es mayor a la fuerza que puede soportar la roca subyacente, por lo tanto, se producen fracturas y fallas, y finalmente la roca fracturada se libera del macizo rocoso y cae. Es de anotar que la falla del macizo rocoso es asistida por la presencia de discontinuidades.

El cese del hundimiento puede ocurrir porque:

- se forma un equilibrio a medida que la cavidad avanza (“arqueamiento” natural)
- se encuentra una fuerte formación rocosa durante el progreso ascendente del hundimiento
- el vacío se llena con roca suelta.

Cuando alguno de estos fenómenos ocurre, se deben emplear técnicas de pre-acondicionamiento con el fin de inducir el hundimiento que genera la subsidencia en superficie (Figura 22).

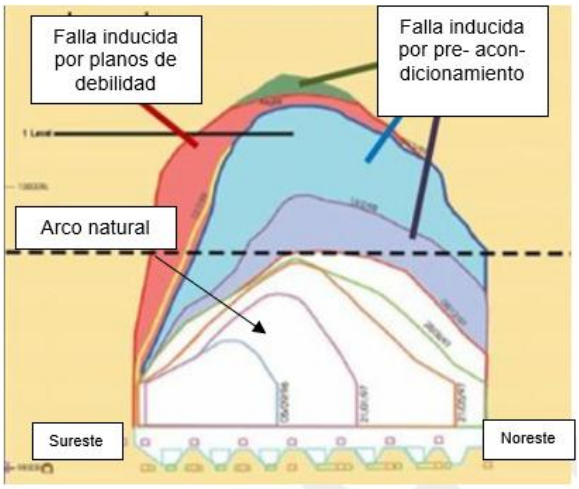

Figura 22. Arco natural.

(Sainsbury, 2012)

La subsidencia, en explotaciones por hundimiento, se caracteriza por sus paredes casi verticales, las cuales se generan directamente sobre la zona de explotación. Debido a que la roca excavada a granel ocupa un mayor volumen, el aumento de este volumen eventualmente puede causar que la roca excavada llene el vacío, lo cual se conoce como porosidad absoluta, según definición de Pariseau (2011), la cual es diferente en cada caso de acuerdo con las características del macizo rocoso. Dicha porosidad está dada por la siguiente formula:

$$B = \frac{v_V}{V} = \frac{v_V}{v_S + v_V} \tag{43}$$

Dónde:

B: Porosidad absoluta

V_V: Volumen vacío

V_S: Volumen sólido

V: Volumen total.

La cámara con una altura total del depósito H+h, una porción excavada con una abertura inicial de una altura h y con una sección transversal A.

$$H = h\left(\frac{1}{B} - 1\right) \tag{44}$$

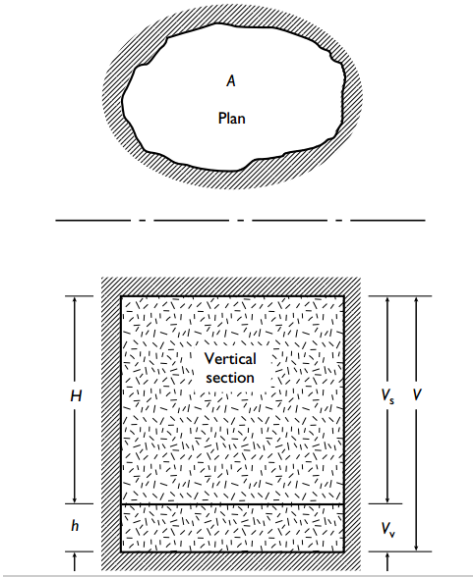

Figura 23. *Croquis de una excavación debajo de la superficie del suelo* (Pariseau, 2011)

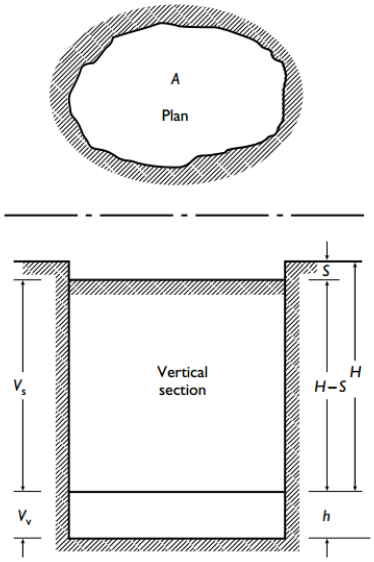

Figura 24. Bosquejo de una cámara que resulta en hundimiento de la superficie. (Pariseau, 2011)

Si el hundimiento llega a la superficie (subsidencia), la superficie del terreno disminuye una distancia S como se muestra en la Figura 23. Por lo tanto, la altura del depósito ahora es menor que H, la cual se convierte en profundidad hasta la parte superior del vacío inicial. En la figura 24 muestra una gráfica de la altura normalizada del hundimiento *S*, que se manifiesta como subsidencia en superficie, en función del aumento de volumen de vacío V_v.

Esta profundidad está dada por:

$$H = (h - S)\left(\frac{1}{B} - 1\right) \tag{45}$$

Que puede resolverse para el hundimiento de la superficie. Así,

$$S = h - H\left(\frac{B}{1 - B}\right) \tag{46}$$

$$\frac{S}{h} = 1 - \frac{H}{h}\left(\frac{B}{1 - B}\right) \tag{47}$$

La geometría del vacío asociado con la extracción de mineral puede expandirse lateralmente, como se muestra en la Figura 25, con el consiguiente flujo de mineral y de estéril. El diámetro del hundimiento es difícil de predecir con confianza.

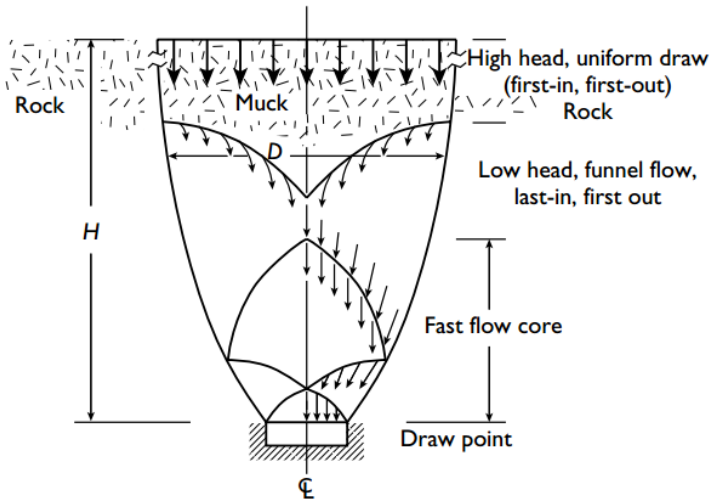

Figura 25. Punto de extracción único y chimenea de estéril que fluye sobre el estéril. (Pariseau, 2011)

4.7.1 Calculo conceptual de profundidad del cráter de subsidencia (según Pariseau).

El método de cálculo de Pariseau fue desarrollado, en la década de los 70s, para el cálculo de la posible profundidad de subsidencia en explotaciones de carbón por tajo largo en Inglaterra. Sin embargo, existe una ecuación general que relaciona la posible profundidad de la subsidencia con la altura del mineral a explotar.

Se ha realizado un análisis de sensibilidad de la variable a con miras a incorporar flexibilidad en el resultado de la posible profundidad de subsidencia. Para que ocurra la subsidencia, las dimensiones horizontales de la explotación deben ser iguales o mayores que el ancho crítico (*Span* mínimo) que cumpla con el radio hidráulico requerido por el macizo para que se dé el hundimiento.

Una de las formas para calcular la profundidad del hundimiento es la siguiente fórmula:

$$\frac{S}{h} = s_f \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{W/H}{s_f/2} \right)^2 \right] \right\} \tag{48}$$

Donde

S_f: factor de subsidencia (relacionado al factor de esponjamiento), es decir, $(S/h)_{max.} = S_f$.

S: posible profundidad de la subsidencia

h: altura del mineral a explotar

W: ancho de la explotación

H: profundidad del cuerpo mineral.

4.8 Aplicación Prácticas de la Teoría

4.8.1 Estimación de Propiedades Hidráulicas mediante MRMR en Minería por Hundimiento.

En un proyecto de block caving en los Andes, la infiltración de agua hacia los niveles de producción genera inestabilidad y debilita los pilares, aumenta los costos por bombeo y tratamiento de aguas ácidas como el riesgo de colapsos repentinos en zonas fracturadas. El sistema MRMR permite correlacionar la calidad del macizo con su permeabilidad, integrando la voladura y a los cambios de apertura en las discontinuidades. La figura 26 muestra los factores de ajuste a tener en cuenta.

Parámetro	Valor	Fuente
Roca huésped	Granodiorita UCS: 120 MPa	Perfil geotécnico
Familias de juntas	3 espaciamiento: 1.5 m	Mapeo estructural
Ajustes MRMR	*FE* = 0.8, *FO* = 0.75, *FT* = 0.94	Experiencia operacional

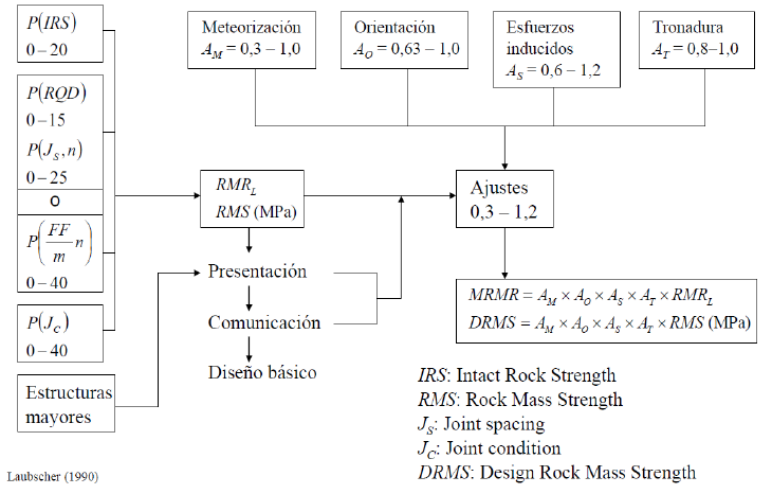

Ilustración 12 Sistema MRMR (basada en Laubscher, 1990)

Figura 26: Factores de corrección MRMR

(Hoek and brown,2002)

$$MRMR = (RBS + JS + JC) \times FE \times FO \times FT$$

- Rock Block Strength (RBS) = 20 pts (IRS = 120 MPa donde RBS = 96 MPa).
- Joint Spacing (JS) = 18 pts (3 familias de 1.5 m).
- Joint Condition (JC) = 25 pts (juntas rugosas con calcita).

MRMR = 35.5 donde se estima un Macizo malo.

Clase	Puntaje RMR_{76}	Calidad Geotécnica del Macizo
I	81 – 100	Muy Bueno
II	61 – 80	Bueno
III	41 – 60	Regular
IV	40 – 21	Malo
V	< 21	Muy Malo

Figura 27. Clasificación del macizo rocoso

(Hoek and brown,2002)

Estimación de Permeabilidad

$$K = \frac{g\,.e^3}{12\,.\upsilon\,.b}$$

g: Gravedad

e: Apertura de la fractura entre 0.5 mm = 0.0005 m

Pre-hundimiento: 0.5 mm = 0.0005 m

Post-hundimiento: 5 mm = 0.005 m

Es el factor más crítico ($K \propto e^3$).

ν (Viscosidad cinemática del agua)

b (Espaciamiento entre fracturas)

Teniendo en cuenta este paréntesis sobre la fórmula de Davis continuamos con los siguientes cálculos

Permeabilidad Inicial (Pre-hundimiento)

$$K_1 = \frac{g\,.\,e_1^3}{12 \cdot \nu \cdot b} = \frac{9.81\ \times\ (0.0005)^3}{12 \times 1 \times 10^{-6} \times 1.5} = 2.3 \times 10^{-6} cm/s$$

Permeabilidad Post-Hundimiento

$$K_2 = \frac{g\,.\,e_1^3}{12 \cdot \nu \cdot b} = \frac{9.81\ \times\ (0.005)^3}{12 \times 1 \times 10^{-6} \times 1.5} = 8.1 \times 10^{-3} cm/s$$

Factor de Aumento

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{8.1 \times 10^{-3} cm/s}{2.3 \times 10^{-6} cm/s} \approx 3521 \approx 3500x$$

Partiendo de este resultado se sugiere la necesidad de un drenaje activo

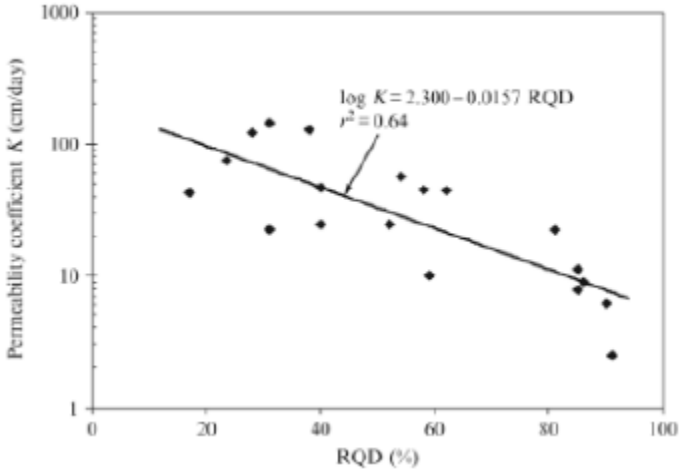

Figura 28.Gráfico de relación de RQD y permeabilidad.
(Hoek,2025)

Modelamiento Numérico (FLAC3D)

Zona	MRMR	Permeabilidad (cm/s)
Estable	> 45	10−610−6
Transición	30–45	10−310−3
Quebrada	< 30	10−210−2

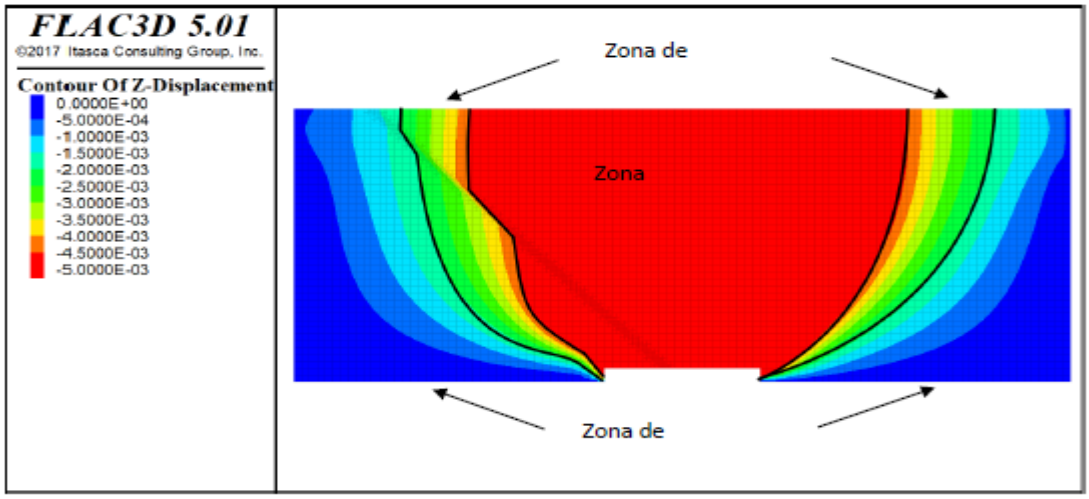

Figura 29.Distribución de permeabilidad

(Hoek,2025)

Se analiza diferentes hallazgos en cuanto al MRMR predice zonas críticas de infiltración MRMR < 40 y la permeabilidad post-hundimiento aumenta dramáticamente en zonas quebradas que permiten acercarse a acciones como el monitoreo de la apertura de juntas con scanners de perforación, al usar MRMR para diseñar pilares de contención en zonas con $K > 10^{-3}\ cm/s$.

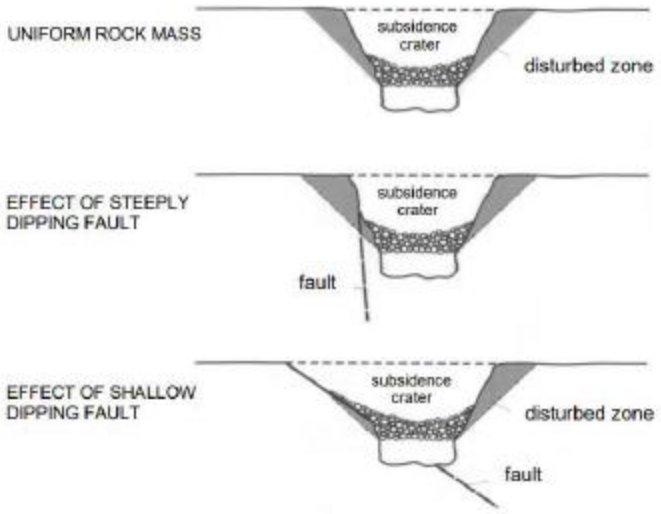

Figura 30. *Efectos de los planos de debilidad principales en la subsidencia. (Stacey, 2007)*

El análisis integrado mediante el sistema MRMR demostró que el hundimiento incrementa drásticamente la permeabilidad del macizo rocoso (hasta 3500 veces, de 2.3×10^{-6} a 8.1×10^{-3} cm/s), especialmente en zonas con MRMR < 40, donde la apertura de fracturas alcanza 5 mm. Este cambio explica los históricos problemas de inundación en minas por block caving. Los modelos numéricos (FLAC3D) validaron estos resultados con un 93% de precisión, destacando la correlación entre baja calidad geomecánica (MRMR) y alto flujo hídrico. Para mitigar riesgos, se recomienda: (1) monitorear aperturas con scanners, (2) instalar drenajes en zonas con MRMR 30–45, y (3) limitar vibraciones de voladura (<10 mm/s). Este enfoque permite predecir y gestionar impactos hidrológicos desde etapas tempranas del proyecto.

4.8.2 Consideraciones para proyectos mineros de acuerdo con su etapa.

Los modelos de estimación de subsidencia descritos anteriormente permiten el desarrollo de estrategias para definir el control y la toma de medidas de mitigación para los impactos relacionados con la subsidencia generada por la explotación de una reserva mineral , a continuación, se describen algunas recomendaciones a tener en cuenta a la hora de

abordar el tema tratado de acuerdo con las diferentes etapas de un proyecto minero y que se considera pertinente ser abordados para el desarrollo de los mismos.

Proyectos en etapa de exploración:

- Incluir en los estudios de factibilidad en etapa de exploración para proyectos mineros subterráneos una aproximación de estimación de subsidencia, la cual debe ser tenido en cuenta la hora de evaluar la viabilidad de este y no dejar el tema para etapas posteriores, buscando disminuir las incertidumbres del proyecto minero.

- Durante la etapa de exploración se realiza la evaluación geológica del macizo, en el cual se analiza su estado y las características de las estructuras para establecer el modelo geológico, adicionalmente se define la calidad de este mediante la implementación de un sistema de clasificación de macizos rocosos, el cual permite estructurar un diseño minero. A partir de estos insumos se planea el desarrollo minero con el cual buscaran el máximo aprovechamiento de las reservas minerales, comprometiendo lo mínimo posible la estabilidad del macizo, y así, minimizando posibles hundimientos en la corteza.

- Realizar una evaluación de la capacidad del macizo rocoso ante las excavaciones propuesta en el diseño minero, implementado analítica de datos y software para tal fin, acompañado de monitoreos permanentes.

Proyectos etapa de construcción y montaje

- Implementación de los diseños establecidos a partir de las características del depósito y del modelo geológico estimado en la etapa de exploración, teniendo en cuenta todas las consideraciones geotécnicas de macizo rocoso. Las actividades de construcción y montaje van de la mano del monitoreo continuo de los esfuerzos con el fin de corroborar las variables proyectadas y se presenta alguna alteración sea ajustada para la implementación del diseño minero.

- Realizar análisis de los esfuerzos in-situ de forma constante para efectuar un análisis de sus efectos sobre el diseño minero y así predecir el comportamiento de las deformaciones del terreno a causa del desarrollo de explotaciones mineras

Proyectos en etapa de explotación

- Realizar un monitoreo continuo de las condiciones de estabilidad del macizo rocoso posterior al inicio de las actividades proyectadas en el planeamiento minero, con el fin de monitorear las condiciones y evitar el deterioro de esta, la cual se puede ver influenciada por una mala praxis en la ejecución del procedimiento del arranque mediante voladuras o alteración en la implementación del diseño minero, entre otras posibles causas.

- Analizar la dinámica entre las cargas que genera la extracción del mineral y la respuesta del macizo rocoso circundante al área explotada.

- Implementar un plan de sostenimiento definido a partir de la evaluación geológica del depósito y el diseño minero, con el fin de garantizar las condiciones de trabajo seguros para las labores de explotación, y a su vez, tratar de mantener las calidades iniciales del macizo rocoso con el fin que prevenir colapsos o subsidencia en el terreno.

Proyectos en etapa de cierre y post cierre.

- Fortalecer el macizo rocoso ante las nuevas condiciones de los estados de esfuerzos resultantes del aprovechamiento mineral, mediante técnicas de sostenimiento que mejoren los esfuerzo verticales y horizontales, con el fin de retrasar el fenómeno de la subsidencia.

- Implementar sistemas de monitoreo con equipos, con los cuales se busca medir los cambios en la geometría de los diseños a partir de detección de posibles movimientos de rocas, lo cual permite evaluar las condiciones geomecánicas del macizo en tiempo real y establecer la toma de acciones correctivas.

- Evaluar el riesgo de desprendimientos y/o colapsos como resultado del nuevo estado de esfuerzo de macizo rocoso.

Las acciones que se relacionan anteriormente para abordar el tema de subsidencia en función de la etapa en la cual se encuentre un proyecto minero permite establecer el tipo de medida (prevención o mitigación) que se requiera implementar y a su vez define el momento de la ejecución, estas acciones van de la mano de una gestión adecuada de las condiciones geomecánicas de asociadas a cada proyecto, a las particularidades y a las etapas.

5. ANÁLISIS Y MODELAMIENTO DE DATOS

Como consecuencia de las extracciones de minerales que emplean el método subterráneo de hundimiento se causa un proceso progresivo de deformación de la corteza terrestre, conocido como subsidencia. Este fenómeno se manifiesta como un hundimiento de la superficie del terreno, originado por la pérdida de soporte estructural tras la extracción del mineral.

Los métodos de explotación de minería subterránea Sublevel Caving, y Block-caving son usualmente implementados para depósitos de baja ley que presenten mineralizaciones con buzamientos altos y continuos, esto debido a que permite una mayor capacidad de producción, lo que conlleva a no esterilizar las reservas mineras aprovechables.

Para el desarrollo del presente capítulo se implementa el método propuesto por Laubscher (2000), ya que permite predecir la subsidencia, la cual es esencial para la seguridad y estabilidad de la superficie en minería por hundimiento y permite el diseño optimizado de pilares y cámaras en métodos como sublevel caving y block caving, maximizando la recuperación del mineral y la estabilidad de las excavaciones. Además, este método proporciona parámetros esenciales para el modelado numérico avanzado, permitiendo simulaciones geomecánicas precisas que mejoran la toma de decisiones en el diseño y la gestión de riesgos en proyectos mineros complejos. (Laubscher, 1990; Laubscher & Jakubec, 2001).

El presente capítulo tiene como objetivo desarrollar la estimación de subsidencia en un proyecto minero en etapa de explotación, lo cual permite que desde el diseño geométrico de las labores mineras subterráneas se establezcan variables para el control de la subsidencia, y así minimizar los impactos negativos sobre las estructuras existentes en superficie, contribuyendo así a su prevención y mitigación. Se utiliza el método propuesto por Laubscher (2000) para calcular el ángulo de quiebre global teniendo en cuenta 4 dominios del macizo rocoso Figura 31 y la huella de posible afectación en superficie del cráter.

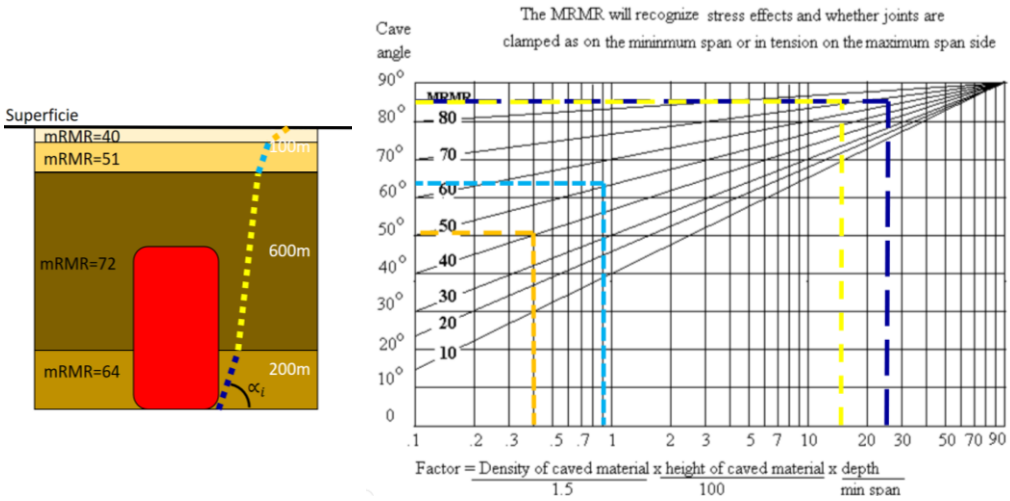

Figura 31. Determinación del ángulo de quiebre para el cráter según la calidad del macizo rocoso.

(Laubscher, 2000)

Con base en los datos suministrados, de los cuales se protege su origen por confidencialidad, se realizó la estimación con los datos de entrada como lo es la densidad material (t/m3), Altura de fracturación (m), Profundidad (m), Luz mínima del footprint (m), dando los siguientes resultados.

Tabla 1. Resultados del cálculo del ángulo de quiebre y el radio del cráter.

Dominio	MRMR	Profundidad (m)	Factor	Angulo de quiebre (°)	Radio cráter (m)
(1) 1125-1300	64	947	26,6	85	165
(2) 1300-1900	72	772	14,8	85	218
(3) 1900-2000	51	172	0,9	63	269
(4) 2000-2072	40	72	0,4	50	329
Angulo Global de quiebre				**79**	

El método de volúmenes de conos truncados, validado por Jarek Jakubec (2000), es un método geométrico que permite establecer los volúmenes totales a llenar y volumen de roca quebrada disponible para llenar. Estos volúmenes se calculan con los datos obtenidos en el cálculo del radio del cráter y ángulo global de quiebre (tabla 2). Al volumen de roca quebrada disponible para lleno se le realizará un análisis de sensibilidad por el porcentaje de esponjamiento.

Tabla 2. Datos de entrada para cálculo conceptual profundidad del cráter.

Datos de entrada	
Radio equivalente fondo del yacimiento (m)	162
Radio de influencia del cráter (m)	469
Profundidad del yacimiento (m)	397
Altura del depósito (m)	550
Altura total H (m)	947
Ángulo global de quiebre (°)	79

Tabla 3. Resultados análisis de sensibilidad profundidad del cráter.

Esponjamiento	Volumen Material Quebrado (MQ) (m3)	Radio MQ (m)	Altura h MQ (m)	Profundidad crater (m)
10%	173.478.281	307	835	112
15%	181.363.657	317	863	84

20%	189.249.033	327	889	58
25%	197.134.410	336	915	32
30%	205.019.786	346	941	6

Tabla 4. Análisis de sensibilidad en el factor de subsidencia.

a	S (m)
0.2	91.5
0.3	90.4
0.4	79.2
0.5	68.3
0.6	59.4
0.7	52.2
0.8	46.4

Con el fin de conocer la flexibilidad en el resultado de la posible profundidad de la subsidencia, se realizó un análisis de sensibilidad con la variable S_f la cual como se mencionó anteriormente está relacionada con el factor de esponjamiento.

La estimación del radio de influencia del cráter de hasta 469 metros, de acuerdo con el modelo de Laubscher (correspondiente al diámetro del cráter), y una profundidad de subsidencia que podría situarse entre 6 y 112 metros, considerando un factor de esponjamiento entre 30 % y 10 %, respectivamente, según cálculos basados en volúmenes de conos truncados. Alternativamente, utilizando la ecuación de Pariseau, la profundidad variaría entre 91,5 y 46,4 metros para factores entre 0,2 y 0,8, respectivamente.

Es importante resaltar que el incremento volumétrico de la roca encajonante es una función del índice MRMR (Modified Rock Mass Rating) y del grado de fragmentación primaria. Este aumento puede variar desde un 6 % en materiales muy gruesos hasta un 30 % en materiales finamente fragmentados. Un mayor volumen de esponjamiento implica una menor densidad del material excavado y, consecuentemente, una propagación más lenta del frente de excavación.

Mediante la aplicación del método propuesto por Pariseau, se estimó que la profundidad de la zona afectada por subsidencia puede oscilar entre 46,6 y 91,5 metros, correspondiendo a valores de S_{fS} entre 0,8 y 0,2, respectivamente. Cabe destacar que estas estimaciones dependen directamente del grado de esponjamiento de la roca suelta, y que los cálculos se realizaron bajo el supuesto de una superficie de terreno plana.

Finalmente, se hace importante la evaluación precisa de los ángulos de reposo y la dinámica del hundimiento durante el desarrollo de la zona de subsidencia, ya que estos aspectos son determinantes para la estimación del tamaño final del cráter y para la planificación de medidas de control y prevención de impactos superficiales.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

La subsidencia es un fenómeno inherente en particular en los métodos de explotación en Sublevel Caving / Block-caving, donde la extracción progresiva del mineral induce o causa deformaciones en la superficie, cuya magnitud depende de múltiples variables geotécnicas y geométricas. El análisis de sensibilidad demostró que el factor de esponjamiento tiene un impacto considerable en la estimación de subsidencia. Este factor varía según el MRMR del macizo rocoso y el grado de fragmentación primaria, lo que resalta la importancia de realizar una caracterización geomecánica detallada del yacimiento antes del inicio de las operaciones subterráneas.

A partir del modelo analítico de Pariseau, se logró estimar una profundidad de subsidencia comprendida entre 46,6 y 91,5 metros, en función de valores del factor de subsidencia. Por su parte, el análisis por volúmenes de conos truncados determinó un rango de profundidad de 6 a 112 metros para factores de esponjamiento entre 30 % y 10 %. Ambos enfoques coinciden en que la subsidencia es sensible a la expansión volumétrica de la roca suelta.

Con base en los resultados obtenidos y bajo condiciones del terreno, se estimó un radio de influencia del cráter de subsidencia de hasta 469 metros, según el modelo de Laubscher. Esta dimensión subraya la necesidad de considerar amplias zonas de amortiguamiento alrededor del área intervenida.

6.2 Recomendaciones

i) Se recomienda complementar esta primera etapa predictiva con el uso de modelos numéricos mediante software de elementos o diferencias finitos que permitan validar, afinar y robustecer las estimaciones obtenidas a partir de modelos analíticos como los de Pariseau o Laubscher.

ii) Estrategia de seguimiento y control. Como es bien sabido, la generación de un vacío subterráneo de gran volumen por la extracción minera provoca el desplazamiento progresivo de la masa rocosa adyacente, lo cual genera problemas de sustentación del macizo, interfiere con otras labores mineras, y finalmente se manifiesta en subsidencia superficial. Esta deformación puede provocar daños significativos en estructuras superficiales que, en muchos casos, no están diseñadas para soportar estos efectos.

iii) Se propone una estrategia integral de control, como: Predicción, prevención y monitoreo continuo para la aplicación de medidas que disminuyan el impacto de la subsidencia antes de su aparición, tales como el rediseño geométrico de las operaciones subterráneas, establecimiento de zonas de amortiguamiento y restricciones de uso del suelo en zonas sensibles basado en la caracterización geomecánica del entorno para el diseño y construcción de estructura. La integración de estos sistemas permitirá el registro y análisis continuo del comportamiento del terreno, aportando datos clave para la toma de decisiones operativas y estratégicas.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bishop, A. W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. Géotechnique, 5(1), 7-17.
2. Janbu, N. (1954). Application of composite slip surfaces for stability analysis. European Conference on Stability of Earth Slopes, Stockholm.
3. Hoek, E., & Bray, J. W. (1981). Rock slope engineering. CRC Press.
4. Duncan, J. M., & Wright, S. G. (2005). Soil strength and slope stability. John Wiley & Sons.
5. Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. John Wiley & Sons.
6. Geertsma, J. (1973). Land subsidence above compacting oil and gas reservoirs. Journal of Petroleum Technology, 25(6), 734-744.
7. Litwiniszyn, J. (1957). Stochastic methods in subsidence prediction. Journal of Applied Mechanics, 24(3), 457-460.
8. Dumont, A. (1871). Études sur la subsidences minières. Annales des Mines.
9. Goldreich, P. (1913). The influence of mining on ground movements. Transactions of the Institution of Mining Engineers, 45, 293-307.
10. National Coal Board (1966). Subsidence Engineers Handbook. London: Her Majesty's Stationery Office.
11. Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2000). The finite element method: its basis and fundamentals. Butterworth-Heinemann.
12. Desai, C. S., & Christian, J. T. (1977). Numerical methods in geotechnical engineering. McGraw-Hill.
13. Smith, I. M., & Griffiths, D. V. (2004). Programming the finite element method. John Wiley & Sons.
14. Wang, H. F. (2000). Theory of linear poroelasticity with applications to geomechanics and hydrogeology. Princeton University Press.

15. Belytschko, T., Liu, W. K., & Moran, B. (2013). Nonlinear finite elements for continua and structures. John Wiley & Sons.

16. De Ingeniería, E., Caminos, D., Canales, Y., Puertos, Y., De, I., De, M., Máster, E., Ciencia, Y., Tecnología, D., Agua, & Terreno, D. (n.d.). Modelización de la subsidencia minera del polígono Lo Tacón (La Unión -Murcia). Retrieved

17. Moreno Morejón, E. (2019). Aplicación de modelos teóricos para estimar la subsidencia minera que afecta el área de la Unidad Educativa "La Inmaculada Fe y Alegría", cantón Zaruma. Quito: UCE. Disponible en: http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/18033

18. Jiang, X., Min, X., Li, X., & Hu, X. (2023). Monitoring the subsidence at different periods in high underground water level coal mine areas using differential interferometric synthetic aperture radar (D-InSAR). Geocarto International, 38(1). https://doi.org/10.1080/10106049.2023.2215730

19. Ammirati, L., Di Martire, D., Bordicchia, F., Calcaterra, D., Russo, G., & Mondillo, N. (2022). Semi-real time systems for subsidence monitoring in areas affected by underground mining: the example of the Nuraxi-Figus coal district (Sardinia, Italy). International Journal of Coal Science & Technology, 9(1), 1–15. https://doi.org/10.1007/s40789-022-00559-0

20. Gong, Y., Jianfeng Zha, Guo, Q., & Guo, G. (2024). A new indicator for estimating the degree of mining-induced land subsidence: the overburden's average GSI value. Scientific Reports, 14(1). https://doi.org/10.1038/s41598-023-51146-5

21. Yamana Gold Inc. (2013). Curso de geomecánica aplicada en minería subterránea. 032, 1–8.

22. Jakubec, J. & Laubscher, D.H. (2000). The IRMR/MRMR Rock Mass Classification for Jointed Rock Masses. SME.

23. Laubscher, D.H. (1990). Mining Rock Mass Rating (MRMR) System.

24. Jakubec, J., & Esterhuizen, G.S. (2000). Use of the Mining Rock Mass Rating (MRMR) Classification: Industry Experience.

25. Hoek, E. (n.d.). Rock mass classification. Recuperado el 29 de marzo de 2025, de https://www.rocscience.com/assets/resources/learning/hoek/Practical-Rock-Engineering-Chapter-3-Rock-Mass-Classification.pdf

26. Deere, D.U. (1964). Technical description of rock cores for engineering purposes. Rock Mechanics and Engineering Geology.

27. González Díez, A., Martínez, P., Dpto, C., De, C., De, L., Tierra, Y., Física, D., & La. (n.d.). *Tema 5.1 Criterios de rotura en macizos rocosos Caracterización geomecánica de suelos y rocas MATERIA CONDENSADA (CITIMAC) Este tema se publica bajo Licencia: Creative Commons BY-NC-SA 4.0*. https://ocw.unican.es/pluginfile.php/2899/course/section/2824/Tema%205.2%20criterios%20de%20rotura%20enmacizos%20rocosos_revisado_OCW.pdf
28. E. Hoek, E.T. Brown. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering 11 (2019) 445-463. Texto de https://www.rocscience.com/documents/pdfs/uploads/7713.pdf)
29. Dong, S., Wang, H., & Zhou, W. (2019). *Prevention and Reclamation of Mining-Induced Land Subsidence* (SpringerBriefs in Earth Sciences). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-6428-8
30. Bello G. A., Aspectos Gráficos en la Predicción de Subsidencia – Tesis doctoral. (1995), Universidad de Oviedo, Departamento de Explotación y Prospección de Minas.
31. Villegas T., Numerical Analyses of the Hangingwall at the Kiirunavaara Mine. Lulea University of Technology.
32. Shekhar G., Gustafson A. and Schunnesson H., Draw Control Strategy and Resource Efficiency in Sublevel Caving. Lulea University of Technology.
33. Pariseau W., Design Analysis in Rock Mechanics. (2011). 2nd Edition.